

سوال ریاضی کلاس دهم  
خارج کردن رادیکال  
سال 98

(124)  $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$   $\sin x > 0$   $\cos x < 0$

$$\sqrt{1 + \tan^2 x} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} = \frac{1}{|\cos x|} = \frac{-1}{\cos x}$$

$$\frac{\tan}{-\cos} \left( \frac{1}{\sin} - \sin \right) = \frac{-\sin \cos \left( \frac{1 - \sin^2}{\sin} \right)}{\cos x}$$

$$= \frac{\sin \cos x \left( \frac{\cos^2}{\sin} \right)}{-\cos x} = \boxed{-\cos^2}$$

(125)  $2a + \sqrt{2a+14} = 1$

$$\sqrt{2a+14} = 1-2a$$

رضیانه  
 $1-2a > 0 \Rightarrow 2a \leq 1$

$$(\sqrt{2a+14})^2 = (1-2a)^2 \quad 14+2a = 1-4a+4a^2$$

$$4a^2 - 6a - 13 = 0$$

$$a = \begin{cases} \frac{3+\sqrt{109}}{4} = \frac{19}{4} \in \mathbb{R} \\ \frac{3-\sqrt{109}}{4} = \frac{-10}{4} \notin \mathbb{R} \end{cases}$$

$$a = \boxed{-\frac{10}{4}}$$

$$2a+14 = 2\left(-\frac{10}{4}\right)+14 = \boxed{4}$$

(127)

سرعت بزرگ در حالت هوای آرام  $x = \dots$

$$\frac{1}{-a+x} + \frac{1}{a+x} = \frac{9}{y}$$

سرعت باران  $9$  کیلومتر در ساعت  
زمان رفت برآورد  $9$  دقیقه

$$\frac{-a+x+a+x}{(-a+x)(a+x)} = \frac{9}{y}$$

$$\frac{2x}{-a+x^2} = \frac{9}{y} = \frac{r}{k}$$

$$-10+2x^2 = 15x$$

$$2x^2 - 15x - 10 = 0$$

$$(2x+5)(x-10) = 0$$

$$x = 10 \quad x = -\frac{5}{2} \notin \mathbb{R}$$

(128)

$$\frac{\sqrt{x-1}}{x^2-n-2} > \frac{x}{n-2}$$

$$\frac{\sqrt{x-1}}{x^2-n-2} - \frac{n}{n-2} > 0 \quad \frac{\sqrt{x-1}}{(n-2)(x+1)} - \frac{n}{n-2} > 0$$

$$\frac{(\sqrt{x-1}) - n(x+1)}{(n-2)(x+1)} > 0 \quad \frac{-(x^2+x) + \sqrt{x-1}}{(x-2)(x+1)} > 0$$

$$\frac{x^2-4x+1}{(x-2)(x+1)} < 0 \quad \frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+1)} < 0$$

$$-1 < x < 2 \quad - \{x=2\} = \boxed{(-1, 2) \cup (2, \infty)}$$

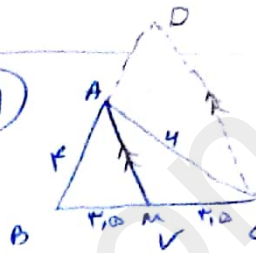
(129)

ابتدا سه سرور از 5 سرور را انتخاب می‌کنیم و سپس برای هر یک از  
سرورهای انتخاب شده، اندازه‌های می‌تواند انتخاب شود و انتخاب می‌کنیم

$$\binom{5}{3} \times \binom{4}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{4}{1} = 4 \times \frac{4 \times 4 \times 4}{1} = \boxed{48}$$

انتخاب سرور اول  
انتخاب سرور دوم  
انتخاب سرور سوم

(131)

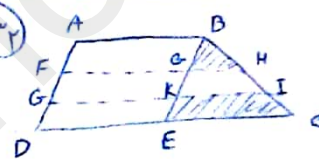


$$\frac{AB}{BD} = \frac{BM}{BC}$$

$$\frac{4}{BD} = \frac{10}{V} = \frac{1}{4}$$

$$BD = 16$$

(132)



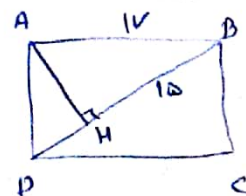
$$BH=HI=IC = \frac{BC}{3} \quad BG=GK=KE = \frac{BE}{3}$$

$$S_{BGH} = \frac{1}{9} S_{BEC} \quad S_{BKI} = \frac{4}{9} S_{BEC}$$

$$S_{KIEC} = \left(1 - \frac{4}{9}\right) S_{BEC} = \frac{5}{9} S_{BEC}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{BGH}}{S_{KIEC}} = \boxed{\frac{1}{5}}$$

(133)



$$AH = \sqrt{(17)^2 - 15^2} = 8$$

$$AB^2 = BH \times BD \Rightarrow 17^2 = 15 \times (BH + 15)$$

$$BH = \frac{17^2}{15} - 15 \quad BD = BH + HB = \frac{17^2}{15}$$

$$\frac{17^2}{15} - 19 = \boxed{\frac{17}{15}}$$

134)  $\tan \alpha = \frac{r}{\epsilon}$  (مربع)  $\sin \alpha < \cos \alpha <$

$\sin\left(\frac{9\pi}{4} + \alpha\right) \rightarrow \left(\frac{r\sqrt{2}}{r} - \alpha\right) - \tan(\alpha - \frac{9\pi}{4})$   
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 $\cos \alpha \quad -\sin \alpha \quad \cot \alpha$

$-(\cos \alpha)(\sin \alpha) + \cot \alpha$

$(-\sin \alpha \cos \alpha + \cot \alpha) \times \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha} = \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\tan \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\tan \alpha}$

$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \left(\frac{\epsilon}{r}\right)^2 = \cos^2 \alpha$

$\frac{\frac{9}{r\sqrt{2}}}{\frac{r}{r}} = \frac{9}{r\sqrt{2}} \times \frac{r}{\epsilon} = \boxed{2\sqrt{2}}$

$\cos \alpha = -\frac{r}{\epsilon}$   
 $\sin \alpha = \frac{9}{r\sqrt{2}}$

138)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - \epsilon}{r(x-1)} & x \neq 1 \\ r & x = 1 \end{cases}$

$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - \epsilon}{r(x-1)} & x > 1 \\ \frac{x^2 - \epsilon}{-r(x-1)} & x < 1 \\ r & x = 1 \end{cases} = \begin{cases} \frac{x+r}{r} & x > 1 \\ -\frac{x+r}{r} & x < 1 \\ r & x = 1 \end{cases}$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+r}{r} = \frac{r+r}{r} = r = f(1)$

از راست پیوستگی دارد

135)  $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$   $\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \sin x$

$y = a + b \sin x$  ( $x = -\frac{2\pi}{4}$ ,  $y = 0$ )

$a + b \sin\left(-\frac{2\pi}{4}\right) = 0 \rightarrow a - \frac{b}{\sqrt{2}} = 0$   $\boxed{2a = b}$

$a + b = 3$  به دلیل اینکه با رسم شیب تابع  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  است نتیجه

$\boxed{a = 1}$   $\boxed{b = 2}$   $\boxed{y = 1 + 2 \sin x}$

$x = \frac{\pi}{4}$   $y = 1 + 2 \sin \frac{\pi}{4} = 1 + 1 = \boxed{2}$

136)  $r^{\frac{x+r}{r}} = r^1 = r$   $x^{\frac{x-r}{r}} = \epsilon^n$   $x^{\frac{x-r}{r}} - \epsilon^n = 0$

$x = r \pm \sqrt{4}$   $\boxed{x = r + \sqrt{4}}$  در رابطه با  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  صدق می کند

$\log \frac{(r + \sqrt{4} - r)}{r} = \boxed{\frac{1}{r}}$

137)  $y = -1 + \log_b(rn+a)$   $(r, 0) \in \mathcal{D}$   
 خط  $x = \frac{1}{r}$  بهمان است. لذا ریشه  $rn+a$  باشد

$rn+a = 0$   $r\left(\frac{1}{r}\right) + a = 0$   $\boxed{a = -1}$

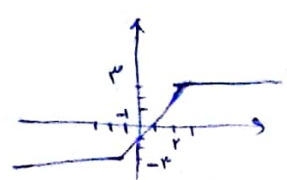
$\log_b(rn+a) = 1$   $\boxed{\epsilon + a = b}$   $\boxed{b = 3}$

$y = -1 + \log_r(rn-1)$

$1 = -1 + \log_r \frac{rn-1}{r}$   $\log_r \frac{rn-1}{r} = 2$   $\frac{rn-1}{r} = r^2$   $rn-1 = r^2$   $\boxed{x = 2}$

141)  $f(x) = |x+1| - |x-2|$

$-(x-2) = |x-2|$   $x+1 = |x+1|$   $x > -1$   
 $-(x-2) = |x-2|$   $x+1 = |x+1|$   $-1 < x < 2$   
 $(x-2) = |x-2|$   $x+1 = |x+1|$   $x > 2$   
 $-(x-2) = |x-2|$   $-(x+1) = |x+1|$   $x < -1$



در بازه فوق  $(-1, 2)$  صعودی است

142)  $\cos rn + \cos x = 0$   $\cos x \neq 0$

$\cos rn = -\cos x = \cos(\pi + x)$   
 $rx = 2k\pi \pm (\pi + x)$   $x \neq \frac{r\pi + \pi}{r} = \frac{(r+1)\pi}{r}$   
 $\begin{cases} rx = 2k\pi + \pi + x \rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{r} = k\pi + \frac{\pi}{r} \\ rx = 2k\pi - \pi - x \rightarrow x = \frac{(2k-1)\pi}{r} = \frac{k\pi}{r} - \frac{\pi}{r} \end{cases}$   
 با بررسی به جواب کلی می رسید  
 $x = \frac{k\pi}{r} - \frac{\pi}{r}$  یا  $x = \frac{k\pi}{r} + \frac{\pi}{r}$

(143)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x^2 + 2}}{\omega x^2 + 14} = \frac{0}{0}$  Hop: هویتل

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\frac{1}{2}(x^2 + 2)^{-1/2}}{2x} = \frac{-1}{2}$

(144)  $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$   
 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} = \frac{0}{0} = -\infty$  (رشته شیب منفی)

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} = \frac{0}{0} = +\infty$  (رشته شیب مثبت)

(145)  $f(x) = x - \sqrt{4x^2 + 2}$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2 + 2}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - |2x|}{x} = \frac{2x}{x} = 2$

(146)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{2} + h) - f(\frac{1}{2})}{h} = f'(\frac{1}{2})$

$f(x) = \frac{-x-1}{\sqrt{x}}$   $f'(x) = \frac{-\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(-x-1)}{(\sqrt{x})^2}$

$f'(\frac{1}{2}) = 3$

(147) شرط پیوستگی در  $x=1$ ، مشتق پذیری (در  $x=2$ )

$\frac{1}{2a+b} = (-2)^2 + 4(2) = 8 \Rightarrow 2a+b = 2$

$-2x^2 + 4 = \frac{-1a}{(a+b)^2}$

$-2(2)^2 + 4 = \frac{-1a}{(2a+b)^2}$   $a = 3$   
 $-4 = \frac{-1a}{(2a+b)^2} \Rightarrow -4 = -2a$

(148)  $f(x) = x \sqrt{\frac{x+1}{x+2}}$

$f'(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x+2}} + x \left( \frac{1}{2} \frac{x(x+2) - (x+1)}{(x+2)^2} \right) \left( \frac{x+1}{x+2} \right)^{\frac{1}{2}}$

$f'(-3) = +2 + (-3) \left( \frac{1}{2} \frac{-3 - (-1)}{1} \right) \left( \frac{1}{2} \right) = \frac{13}{2}$

(149)  $f(x) = \frac{e^x - a}{x+1}$   $f(-1) = -a$   
 $f(x) = 1$

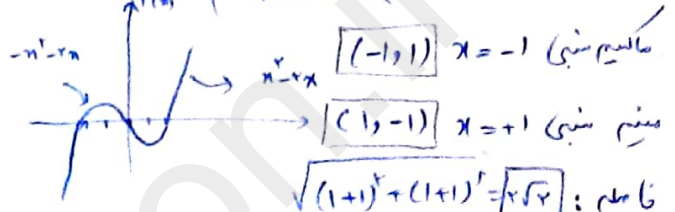
مشتق = 0  $\Rightarrow \frac{x - (-a)}{x+1} = 1$

$f'(x) = \frac{e^x(x+1) - (e^x - a)}{(x+1)^2} = \frac{a}{(x+1)^2}$

$\frac{a}{(x+1)^2} = 1$   $\alpha = -2$   $\beta = 1$

$y - (1) = 1(x - 2)$   $y = x - 1$   
 عرض از مبدأ = -1

(150)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 0 \\ -x^2 - 2x & x < 0 \end{cases}$



$\sqrt{(1+1)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{2}$

(151)  $x^2 + y^2 = 24$  (دایره)

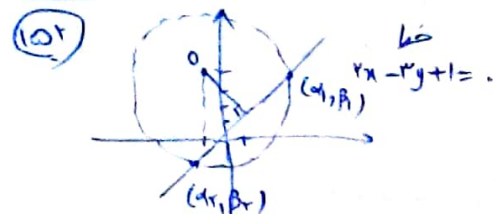


طول وتر =  $2a$   
 عرض وتر =  $\sqrt{24 - a^2}$

$(2a \cdot \sqrt{24 - a^2})' = 2\sqrt{24 - a^2} + 2a \frac{-2a}{2\sqrt{24 - a^2}} = 0$

$2a = \sqrt{24}$   $عرض = \sqrt{24}$

مساحت =  $\sqrt{24} \cdot \sqrt{24} = 24$



$(a_1, b_1) \in$  دایره  $(a_2, b_2) \in$  خط

$(x+1)^2 + (y-4)^2 = R^2$

$(b_1 - b_2)^2 + (a_1 - a_2)^2 = 24$

$\begin{cases} (a_1 + 1)^2 + (b_1 - 4)^2 = R^2 \\ (a_2 + 1)^2 + (b_2 - 4)^2 = R^2 \end{cases}$  (نیاز به حل معادله نسبی نیست)

$R = \sqrt{(a_1 + 1)^2 + (b_1 - 4)^2} \Rightarrow R^2 = (a_1 + 1)^2 + (b_1 - 4)^2$

با حل سه معادله با متغیرهای  $a_1, b_1, R$  و  $a_2, b_2, R$  و  $a_1, b_1, R$  و  $a_2, b_2, R$  در راه رسیدن به حل آن باید دقت در ترتیب بار آستن نامها نقطه و از خط  $x+1 = y-4 = 0$  می توانیم

مسئله 104: معادله دایره را در مختصات قطبی بنویسید

$$\frac{|-r - r^2 + 1|}{\sqrt{r^2 + r^2}} = \frac{13}{\sqrt{13}}$$

معادله دایره:  $x^2 + y^2 - 2x + 1 = 0$  مرکز:  $(1, 0)$  شعاع:  $1$

$$R = \sqrt{\left(\frac{13}{\sqrt{13}}\right)^2 + (\sqrt{13})^2} = \sqrt{13}$$

معادله دایره:  $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$

محل تقاطع دایره با محور x:  $y=0$

$$(x+1)^2 + 1 = 1 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

محلولها:  $x = -1$  و  $x = +1$

107)  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2x + 5}$

$$\sqrt{x^2 + 2x + 5} = \sqrt{(x+1)^2 + 4} \approx |x+1|$$

$$f(x) = x + |x+1| \begin{cases} f(x) = -1 \\ f(x) = 2x+1 \end{cases}$$

مجاوبان:  $f(x) = -1$  و  $f(x) = 2x+1$

مجاوبان:  $(-1, -1)$  و  $(-1, 1)$

مسئله 108: معادله دایره را در مختصات قطبی بنویسید

$$\sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2} = 1$$

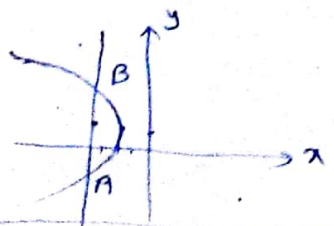
109)  $3y^2 - 4y + 11x + 1 = 0$

$$3(y-1)^2 + 11x + 7 = 0$$

$$(y-1)^2 = \frac{-11x-7}{3} = -4\left(x + \frac{7}{11}\right)$$

معادله دایره:  $(y-1)^2 = -4\left(x + \frac{7}{11}\right)$

محور:  $a = \frac{7}{11}$



محور:  $a = \frac{7}{11}$

محور:  $a = \frac{7}{11}$

110)  $\int_0^1 x(x-1)^2 dx = \left[ \frac{x^2}{2} - \frac{(x-1)^3}{3} \right]_0^1$

$$\left( \frac{1}{2} - \frac{(1-1)^3}{3} \right) - \left( \frac{0}{2} - \frac{(0-1)^3}{3} \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$