۱۲۶) $\sqrt{1+\tan^2 x}\left(2\sin^2\frac{\pi}{4}-\sin^2 x\right)=\frac{1}{|\cos x|}\left(1-\sin^2 x\right)=\frac{\cos x}{|\cos x|}=-\cos x$

در ربع دوم قدر مطلق با منفی خارج می‌شود

گزینه ۴

---

۱۲۷) سرعت رفت $=100+V$ سرعت برگشت $=100-V$

$$\frac{1200}{100-V}-\frac{1200}{100+V}=5 \to \frac{240}{100-V}-\frac{240}{100+V}=1 \to \frac{1}{100-V}-\frac{1}{100+V}=\frac{1}{240}$$

$$V=20 \to \frac{1}{80}-\frac{1}{120}=\frac{1}{240}$$

امتحان گزینه‌ها بهترین روش است.

گزینه ۳

---

۱۲۸) $1<\frac{2x-3}{x+1}<3 \to \left|\frac{2x-3}{x+1}-2\right|<1 \to \left|\frac{-5}{x+1}\right|<1 \to |x+1|>5$

$$\begin{cases} x+1>5 \to x>4 \\ x+1<-4 \to x<-6 \end{cases} \to R-[-6,4]$$

گزینه ۱

---

۱۲۹) $\underbrace{\binom{8}{4}+\binom{8}{5}}_{\binom{9}{5}}+\binom{8}{6}=\binom{9}{5}+\binom{8}{6}=\underbrace{\binom{9}{4}}_{126}+\underbrace{\binom{8}{2}}_{28}=154$

گزینه ۳

---

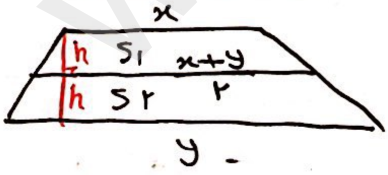
۱۳۰) $\sqrt{2a^2+4a}=2-3a \xrightarrow[a<\frac{2}{3}]{2-3a>0} 2a^2+4a=4+9a^2-12a$

$$7a^2-16a+4=0 \to \begin{cases} a=2 \ \times \\ a=\frac{2}{7} \ \checkmark \end{cases} \qquad \frac{a+1}{a}=1+\frac{1}{a}=1+\frac{7}{2}=4.5$$

گزینه ۴

---

۱۳۱)



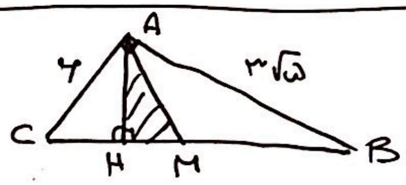
$$\frac{S_2}{S_1}=\frac{\frac{x+y}{2}+y}{\frac{x+y}{2}+x}=2 \to \frac{x+3y}{3x+y}=2$$

$$x+3y=6x+2y \to y=5x$$

گزینه ۲

---

۱۳۲)

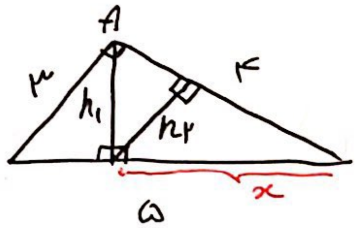


$$\frac{CH}{HB}=\left(\frac{6}{3\sqrt{5}}\right)^2=\frac{4}{5} \to \begin{cases} CH=4t \\ HB=5t \end{cases} \to CM=4.5t$$

$$\to HM=0.5t \qquad \frac{S_{\text{کل}}}{S_{\text{هاشور}}}=\frac{BC}{HM}=\frac{9t}{0.5t}=18$$

گزینه ۴

۱۳۳)



$$h_1 = \frac{3\times 4}{5} = \frac{12}{5}$$

$$\begin{cases} 16 = 5x \rightarrow x = \frac{16}{5} \\ h_2 = \dfrac{\frac{12}{5}\times\frac{16}{5}}{4} = \frac{48}{25} \end{cases}$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\frac{48}{25}}{\frac{12}{5}} = \frac{4}{5}$$

گزینه ۲

---

۱۳۴)

$$\sin(\cancel{6\pi} - \tfrac{\pi}{3})\cdot\cos(\cancel{3\pi} - \tfrac{\pi}{6}) + \tan(\cancel{5\pi} - \tfrac{\pi}{4})\cdot\sin(-\cancel{2\pi} + \tfrac{\pi}{6})$$

$$-\sin(-\tfrac{\pi}{3})\cdot\cos(+\tfrac{\pi}{6}) + \tan(-\tfrac{\pi}{4})\cdot\sin(\tfrac{\pi}{6})$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2} \quad + \quad (-1) \quad \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۳

---

۱۳۵)

$$Max = \sqrt{3} \longrightarrow a + b = \sqrt{3}$$

$$A\Big|\begin{matrix}\frac{\pi}{3}\\ -\frac{3}{2}\end{matrix} \in \text{منحنی} \longrightarrow -\frac{3}{2} = a + b\sin(\cancel{\pi} + \tfrac{\pi}{3}) \rightarrow -\frac{3}{2} = a + b(-\tfrac{\sqrt{3}}{2})$$

$$-2\begin{cases} a + b = \sqrt{3} \\ 2a - \sqrt{3}b = -3 \end{cases} \xrightarrow{+} (-2-\sqrt{3})b = -2\sqrt{3} - 3 \rightarrow b = \frac{2\sqrt{3}+3}{2+\sqrt{3}} \rightarrow b = \sqrt{3}$$

گزینه ۳

---

۱۳۶)

$$(0/4)^{2x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2} \longrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{2x-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{3x^2} \longrightarrow 3x^2 = -2x + 1$$

$$3x^2 + 2x - 1 = 0 \longrightarrow \begin{cases} x = -1 \ \times \\ x = \frac{1}{3} \ \checkmark \end{cases} \qquad \log_8 4 = \frac{2}{3}$$

گزینه ۱

---

۱۳۷)

$$y = \log_2 u(x) \xrightarrow[\text{جهت log منفی باشد}]{\text{برای نزولی بودن باید}} y = -\log_2(x+1) = \log_2(x+1)^{-1}$$

مجانب قائم $x=-1$ است پس عبارت جلوی log باید در $x=-1$ صفر شود.

گزینه ۲

---

۱۳۸)

$$\lim_{x\to(-2)^-} f(x) = f(-2) \longrightarrow \lim_{x\to(-2)^-} \frac{8 + x^3}{|x+2|} = a \longrightarrow \lim_{x\to(-2)} -(4 - 2x + x^2) = a$$

$$\boxed{-12 = a}$$

گزینه ۱

۱۳۹) $P(\text{اول}) = ۰/۷ \quad , \quad P(\text{دوم}) = ۰/۶ \quad , \quad P(\text{دوم} \mid \text{اول}) = ۰/۸$

$\downarrow$

$P(\text{دوم} \cap \text{اول}) = ۰/۵۶$

$P(\text{اول} \cup \text{دوم}) = \frac{۷}{۱۰} + \frac{۶}{۱۰} - \frac{۵۶}{۱۰۰} = ۰/۷۴$ گزینه ۱

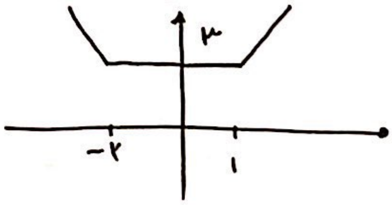
---

۱۴۰) دوره اول $\begin{cases} \bar{x} = ۸۰ \\ \sigma = ۵ \end{cases} \longrightarrow C_v = \frac{۵}{۸۰} = \frac{۱}{۱۶}$ دوره دوم $\begin{cases} \bar{x} = ۷۲ \\ \sigma = ۴ \end{cases} \longrightarrow C_v = \frac{۴}{۷۲} = \frac{۱}{۱۸}$

گزینه ۲ C_v در دوره دوم کوچکتر پس بهتر است

---

۱۴۱)

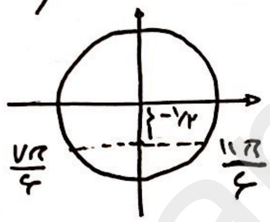


$(-\infty, -۲)$ گزینه ۱

---

۱۴۲) $۴\sin x \sin(\frac{۳\pi}{۲} - x) = ۱ \rightarrow -۴\sin x \cdot \cos x = ۱ \rightarrow ۲\sin ۲x = -۱$

$\sin ۲x = \frac{-۱}{۲}$



$۲x = \frac{۷\pi}{۶}, \frac{۱۱\pi}{۶}, ۲\pi + \frac{۷\pi}{۶}, ۲\pi + \frac{۱۱\pi}{۶}$

$x = \frac{۷\pi}{۱۲}, \frac{۱۱\pi}{۱۲}, \pi + \frac{۷\pi}{۱۲}, \pi + \frac{۱۱\pi}{۱۲}$

جمع ریشه‌ها $= ۵\pi$ گزینه ۴

---

۱۴۳) $\lim_{x \to -۸} \frac{x^۲ + ۱۰x + ۱۶}{۱۲ + ۶\sqrt[۳]{x}} \overset{HOP}{=} \lim_{x \to -۸} \frac{۲x + ۱۰}{۶ \frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}} = \frac{-۶}{\frac{۱}{۲}} = -۱۲$ گزینه ۳

---

۱۴۴) $\lim_{x \to ۰^-} \frac{x^۲ - ۱}{x + |x|} =$ تعریف نشده $, \quad \lim_{x \to ۰^+} \frac{x^۲ - ۱}{x + |x|} = \lim_{x \to ۰^+} \frac{x^۲ - ۱}{۲x} = \frac{-۱}{۰^+} = -\infty$ گزینه ۴

---

۱۴۵) $\lim_{x \to -\infty} ۲x + \sqrt{۴x^۲ + x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{۴x^۲ - (۴x^۲ + x)}{۲x - \sqrt{۴x^۲ + x}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-x}{۲x - |۲x|} = \frac{-۱}{۴}$ گزینه ۳

۱۴۶) $f'(۴)=?$ $\quad f'(x)=\dfrac{\frac{1}{۲\sqrt{x}}(۵-۲x)-(-۲)(۱+\sqrt{x})}{(۵-۲x)^۲} \xrightarrow{x=۴} \dfrac{۷}{۱۲}$ گزینه ۳

---

۱۴۷) شرط پیوستگی: $۱=-۴+۲a+b \longrightarrow \boxed{۲a+b=۵}$ $\quad \longrightarrow \boxed{b=-۱}$

شرط مشتق: $\begin{cases} \dfrac{-۱}{(x-۱)^۲}, & x\geq ۲ \\ -۲x+a, & x<۲ \end{cases} \longrightarrow -۱=-۴+a \longrightarrow \boxed{a=۳}$

---

۱۴۸) $\big(f(g(x))\big)'=g'(x)\times f'(g(x)) \xrightarrow{x=۲} g'(۲)\cdot f'(g(۲))=-۳\times f'(۵)=۶$

$g'(x)=\dfrac{-۲-۱}{(x-۱)^۲}=\dfrac{-۳}{(x-۱)^۲} \longrightarrow \boxed{g'(۲)=-۳}$ $\quad \boxed{f'(۵)=-۲}$

گزینه ۱

---

۱۴۹) $\dfrac{f(۴)-f(۱)}{۴-۱}=\dfrac{(۸-\frac{۱}{۴})-(\frac{۱}{۲}-۱)}{۳}=\dfrac{۹-\frac{۳}{۴}}{۳}=۳-\dfrac{۱}{۴}=\dfrac{۱۱}{۴}$

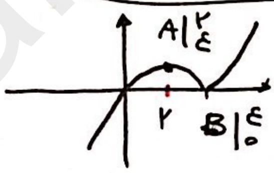
$f'(x)=x+\dfrac{۱}{x^۲} \longrightarrow f'(۲)=۲+\dfrac{۱}{۴}=\dfrac{۹}{۴}$ $\quad$ اختلاف $=\dfrac{۲}{۴}=\dfrac{۱}{۲}=\boxed{۰/۵}$

گزینه ۲

---

۱۵۰) $f(x)=\begin{cases} x^۲-۴x, & x\geq ۴ \\ -(x^۲-۴x), & x<۴ \end{cases}$

مشتق $-(۲x-۴)=۰ \longrightarrow x=۲,\ y=۴$

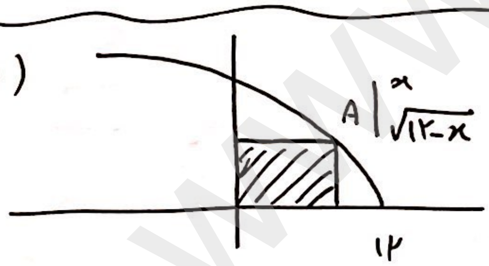


$|AB|=\sqrt{۴+۱۶}=\boxed{۲\sqrt{۵}}$

گزینه ۴

---

۱۵۱)



$S_{\text{هاشور}}=x\sqrt{۱۲-x} \longrightarrow S'=\sqrt{۱۲-x}+\dfrac{-x}{۲\sqrt{۱۲-x}}=۰$

$۲(۱۲-x)-x=۰ \longrightarrow x=۸ \longrightarrow S=۸\times ۲=\boxed{۱۶}$

گزینه ۳

---

۱۵۲) $۲c=۸ \longrightarrow c=۴$
$۲b=۶ \longrightarrow b=۳ \longrightarrow a=\sqrt{b^۲+c^۲}=۵ \longrightarrow e=\dfrac{c}{a}=\boxed{\dfrac{۴}{۵}}$ گزینه ۴

---

۱۵۳) $n^۲+\dfrac{(n-۱)n}{۲} \xrightarrow{n=۹} ۸۱+\dfrac{۸\times۹}{۲}=۸۱+۳۶=\boxed{۱۱۷}$ گزینه ۱

۱۵۴) $f(x) = x^2 - 2x - 3 \ , \ x \geq 1 \rightarrow f = (x-1)^2 - 4 \quad x \geq 1 \ , \ y \geq -4$

$y + 4 = (x-1)^2 \rightarrow \sqrt{y+4} = x - 1 \rightarrow x = \sqrt{y+4} + 1 \rightarrow y = \sqrt{x+4} + 1$

تقاطع: $\sqrt{x+4} + 1 = \dfrac{x-9}{2} \xrightarrow{\text{امتحان گزینه ۳ و ۴}} \boxed{x = 21}$ گزینه ۴

---

۱۵۵) وقتی مهره‌های خارج می‌کنیم دو مهره خارج نمی‌کنیم
انگار که اصلاً مهره‌های خارج نکرده‌ایم $\rightarrow P = \dfrac{\binom{5}{2}}{\binom{11}{2}} = \dfrac{10}{55} = \boxed{\dfrac{2}{11}}$

گزینه ۲
