



# پاسخ تشریحی

● گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی غیرحضوری شماره ۴

داروطلبان آزمون سراسری سال ۹۷

سال تحصیلی ۹۶-۹۷

## زبان و ادبیات فارسی

- ۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* ادبیات فارسی دوم  
در گزینه «ج» صدمه جسمی نادرست است.  
در گزینه «ه» طارمی نادرست است.
- ۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* ادبیات فارسی سوم  
معنای درست واژگان:  
تتمه: باقی مانده هر چیز / حبه: دانه
- ۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* ادبیات فارسی چهارم  
معنای درست واژگان:  
گزینه ۱: عیوق ← نام ستاره‌ای است سرخ‌رنگ و روشن در کنار راست کهکشان. (این واژه «نماد» روشنایی است و معنی لغوی آن روشنایی نیست).  
گزینه ۲: شرحه ← تکه گوشتی که از درازا بریده باشند.  
گزینه ۳: معجر ← روسری  
گزینه ۴: چغز ← قورباغه / داروغه ← نگهبان
- ۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* ادبیات سوم و چهارم  
گزینه ۱: «سمین» به شکل نادرستی آمده و شکل صحیح آن «ثمین» به معنی گرانبها است.  
گزینه ۲: املای واژه «آر» نادرست است و می‌بایست به شکل «عار» به معنی «عیب و ننگ» می‌آمد.  
گزینه ۳: در این بیت، «ظلال» نادرست است و شکل صحیح آن «ضالالت» به معنی گمراهی است.
- ۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* ادبیات فارسی سوم  
املاي درست واژگان:  
رغم و کراهیت / سفر و حضر / طاق نهلم / سنا و نور / گزاردن حق نعمت / خلال سطور کتاب / علم بر دوش
- ۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* ادبیات فارسی دوم  
گفت‌وگوهای تنهایی: دکتر علی شریعتی / سراب: هوشنگ ابتهاج / مطلع الشمس: اعتمادالسلطنه / آواها و ایماها: محمدعلی اسلامی ندوشن /  
مجالس پنج‌گانه: سعدی
- ۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* ادبیات فارسی سوم  
کتاب «فجر اسلام» متعلق به «میناق امیرفجر» است.
- ۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* ادبیات فارسی چهارم و زبان فارسی سوم  
شرح زندگانی من: عبدالله مستوفی / سیر بی‌سلوک: بهاء‌الدین خرمشاهی
- ۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* آرایه‌های جامع  
گزینه ۱: مهمان سرا: استعاره از دنیا / جگر خوردن: کنایه از غصه خوردن فراوان  
گزینه ۲: گرد غم و علم باده، هر دو اضافه تشبیهی هستند / سیاهی و روشن تضاد دارند.  
گزینه ۳: بین دو مصراع تعادل معنایی است و مصراع دوم هم مثالی برای مصراع اول است، پس اسلوب معادله در بیت وجود دارد. اما در بیت خبری از تناقض نیست.  
گزینه ۴: تشبیه چهره یار به گل سرخ / ورق اول به معنی برگ گل است و ورق دوم به معنی صفحه دفتر و دیوان است، بنابراین این دو کلمه جناس تام دارند.
- ۱۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* آرایه‌های جامع  
الف) چین زلف ایهام دارد: (۱) کشور چین / (۲) چین و شکن  
ب) شمع، شعله خود را به لبخند معشوق تشبیه کرده است، به همین دلیل و به غرامت این خطایش، باید ایستاده بسوزد: حسن تعلیل  
ج) تلمیح به داستان حضرت یوسف و به چاه افتادن ایشان  
د) پیاله: مجاز از شراب
- ۱۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* آرایه‌های جامع  
عارض و چهره معشوق به لاله تشبیه شده است و قامت او به درخت نارون.  
خون کسی را خوردن کنایه از آزار رساندن و دست بردن کنایه از پیشی گرفتن است.  
خون لاله و خرامیدن نارون هر دو تشخیص، بنابراین استعاره هستند.  
بین لاله، نارون و بستان مراعات نظیر است.

- ۱۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* زبان فارسی سوم  
گزینه ۱: «بر علیه» حشو است و باید «علیه» به تنهایی بیاید.  
گزینه ۲: حرف اضافه «مشتاق» به است و حرف اضافه «محظوظ» از؛ نباید برای هر دو، یک حرف اضافه مشترک به کار رود.  
گزینه ۳: نشانه مفعول «را» باید بعد از مفعول بیاید، در حالی که بعد از فعل آمده است: کتاب‌هایی را که امسال خواندم به ترتیب الفبا فهرست کردم.  
۱۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* زبان فارسی سوم  
ردیف شعر، فعل «باشی» است؛ این فعل در گزینه نخست به معنی «حضور داشتن» است؛ ولی در سایر گزینه‌ها به معنی اسنادی است.  
۱۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* زبان فارسی سوم  
تکواژها: همت / = / مرد / انه / ز / من / جو / Ø / که / من / خدمت / = / مرد / ان / = / خدا / کرد / ه / ام  
گروه‌ها: همتِ مردانه / ز من / جو / من / خدمتِ مردان خدا / کرده‌ام  
۱۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* زبان فارسی سوم  
افعال گذرای متن: هستند / بخشیده است.  
دقت داشته باشید که «است» و «نیست» به معنی وجود دارد و وجود ندارد، ناگذر هستند.  
۱۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* زبان فارسی سوم  
واژه مشتق: دیدار  
واژگان مرکب: پیرمردی / پرپشت / کاروان‌سالار / پرشکوه / پیرمرد  
واژگان مشتق - مرکب: نیمه‌خمیده / راهنمایی  
۱۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* ادبیات فارسی دوم  
مفهوم کلی صورت سؤال «بخشنده‌گی و انفاق» است. در مقابل این مفهوم، بیت نخست قرار داد که شاعر چراغی را که به خانه رواست، به مسجد روا نمی‌داند.  
۱۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* ادبیات فارسی دوم  
مفهوم کلی بیت صورت سؤال و بیت سوم «انتظار بیهوده» است.  
سایر ابیات:  
گزینه ۱: شاعر نمی‌داند که منتظر کیست، فقط می‌داند که منتظر است!  
گزینه ۲: امیدواری به رحمت الهی  
۱۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* ادبیات فارسی دوم  
بیت صورت سؤال به غیب‌نمایی و دوربینی دل اشاره دارد و در بیت چهارم نیز به غیب‌بینی دل اشاره دارد.  
(کتاب درسی، جام می را به معنی دل پاک گرفته است.)  
۲۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* ادبیات فارسی سوم  
مفهوم کلی بیت صورت سؤال «حتمی بودن مرگ در دنیا» است، در بیت سوم فقط به مردن انسان‌ها اشاره شده است.  
۲۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* ادبیات فارسی سوم  
مفهوم منظومه صورت سؤال این است که کسانی که به حقیقت، معرفت و آگاهی پشت کنند، جهل و گمراهی نصیبشان می‌شود. در بیت چهارم نیز شاعر می‌گوید اگر به مجاز و دروغ روی آوری، هیچ‌گاه به حقیقت دست پیدا نمی‌کنی.  
۲۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* ادبیات فارسی سوم  
مفهوم کلی بیت صورت سؤال «تجلی خدا در تمام پدیده‌های هستی و یا وحدت وجودی» است. در بیت چهارم نیز شاعر کنش و کعبه را شاخه‌های (= تجلی) یک ریشه (= خدا) می‌داند و ظاهر متفاوت و متکثر موجودات را نافی منشاء یکسان آن‌ها نمی‌داند.  
۲۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* ادبیات فارسی چهارم  
عبارت صورت سؤال و سه گزینه ۱، ۳ و ۴ به مهمان‌نوازی و کرم فراوان اشاره دارد، اما گزینه ۲ توصیه می‌کند که در «مهمان‌سرای دنیا» نباید لب به خنده گشود.  
۲۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* ادبیات فارسی چهارم  
عطار در عبارت صورت سؤال می‌گوید: نظر خداوند بر نظر بندگان ارجحیت دارد، سعدی نیز در بیت سوم به صراحت و تأکید بیشتر - نسبت به سایر گزینه‌ها - نظر خداوند را برتر از نظر دیگران، حتی پیامبران، می‌داند.  
۲۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* ادبیات فارسی چهارم

## زبان عربی

۲۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* عربی دوم

تعلّمْتُ: آموختم (رد گزینه ۲) / لأخيه: برای برادرش (رد گزینه های ۱ و ۳) / إكتسبْتُها: آن‌ها را به دست آوردم (رد گزینه ۳)

۲۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* عربی سوم

إعلموا: بدانید (رد گزینه ۱) / سبب: علت (مصدر) (رد گزینه ۲) در این گزینه فعل ماضی ترجمه شده است / أصدقائي: دوستان من (رد گزینه ۴) / تکریم: گرامی داشتن (رد گزینه ۴)

۲۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* عربی دوم

ليُساعدني: برای اینکه به من کمک کنند (رد گزینه های ۲ و ۳) / مزرعتي: مزرعه خود (رد گزینه ۴)

۲۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* عربی سوم

يلعبون: بازی می کنند (رد گزینه های ۱ و ۲) / كان ... فرحين: شاد بودند (رد گزینه ۴) / اولئك الأطفال: آن کودکان (رد گزینه های ۱ و ۲)

۳۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* عربی سوم

إستغفار التّادمين: مفعول مطلق نوعی است و باید با قیده‌های بیانی فارسی ترجمه شود: همچون، مانند ...

۳۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* عربی دوم

﴿آنچه از خیر انجام دهید، خدا آن را می‌داند﴾

(۱) تلاش‌کننده در کار خیر همچون انجام‌دهنده آن است!

(۲) ﴿هر چیزی نابودشونده است جز وجه خدا﴾

(۳) ﴿هرگز برای سنت خدا تغییری نخواهی یافت﴾

(۴) ﴿و خداوند به آنچه انجام می‌دهید غافل نیست﴾

۳۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* عربی دوم

خطري: «ي» نکره است (رد گزینه ۱) / مراقب باشید: راقبوا (رد گزینه های ۲ و ۴) / خطري آن‌ها را تهدید نکند: لا يهدّدهم خطرٌ (رد گزینه های ۲ و ۴) / این جنگل: هذه الغابة (رد گزینه های ۱ و ۲)

۳۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* عربی سوم

ياد دادی: علّمْتُ، علّمْتُ (رد گزینه های ۳ و ۴) / عذرخواهانه: معذراً، معذرةٌ (رد گزینه ۲) صاحب حال مذکر و حال مؤنث به کار رفته است / درسی: درساً (رد گزینه ۳)

■ ترجمه متن:

روزی از روزها دو دوست برای شکار به جنگل رفتند، یکی از آن دو بسیار فخرفرشی می‌کرد و به دوست خود گفت: نگران نباش، حیوانات وحشی به ما نزدیک نمی‌شوند زمانی که من با تو باشم ...

کمی بعد صدای خرسی را شنید و ترسید و دوست خود را رها کرد و به سوی درختی شتافت و از آن بالا رفت اما نفر دوم وقتی خرس را دید با خود گفت: الآن تنها شدم ... و تا وقتی که خرس اینجاست مجالی برای فرار نیست! پس تظاهر به مرگ کرد! خرس به او نزدیک شد و بینی خود را نزدیک سر او قرار داد و او را بوید و رفت! در این هنگام دوستش از درخت پایین آمد و با خجالت از او پرسید: خرس به تو چه گفت؟ پاسخ داد: به من گفت: با کسی که به خود مباحثات می‌کند معاشرت نکن!

۳۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* ساده

(۱) دو دوست از خرس فرار کردند!

(۲) کسی که به خود مباحثات می‌کرد ترسو نبود!

(۳) خرس گمان کرده بود که آن مرد مرده است!

(۴) آن دوست رفیق خود را رها نکرد!

۳۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* ساده

آن مرد وقتی خرس به او نزدیک شد .....!

(۱) از درخت پایین آمد

(۲) تظاهر به مرگ کرد

(۳) دوستش را کمک کرد

(۴) خرس را بوید

۳۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط

(۱) تو نباید تنها به جنگل بروی!

(۲) هر کس تظاهر به مرگ کند هنگام خطر سالم می‌ماند!

(۳) هر کس از درخت بالا رود ترسو است!

(۴) شجاعت به عمل است نه به سخن!

۳۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط

(۱) آن مرد از درخت بالا رفت چون تنها بود!

(۲) خرس به آن مرد نزدیک شد تا او را بوید!

(۳) هر کس هنگام سختی تو را رها کند دوست تو نیست!

(۴) آن دو دوست می‌خواستند در جنگل شکار کنند!

- ۳۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* ساده  
بَعْدَ قَلِيلٍ سَمِعَ صَوْتَ دُبٍّ فَخَافَ وَ تَرَكَ صَاحِبَهُ وَ أَسْرَعَ نَحْوَ شَجَرَةٍ!
- ۳۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط  
مَاذَا قَالَ لَكَ الدَّبُّ؟ فَأَجَابَ: قَالَ لِي: لَا تُعَاشِرْ مَنْ يَفْخَرُ بِنَفْسِهِ!
- ۴۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط  
اشتباهات سایر گزینه‌ها:  
(۱) للغائبه ← للمخاطب/ مجرد ثلاثي ← مزید ثلاثي/ فاعله «الوحوش» ← فاعله «أنت» المستتر  
(۲) متعدي ← لازم/ فاعله «هي» المستتر ← فاعله «أنت» المستتر (۳) المضارع المرفوع ← المضارع المجزوم
- ۴۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط  
اشتباهات سایر گزینه‌ها:  
(۱) للمخاطب ← للغائب/ فاعله «أنت» المستتر ← فاعله «الدب» (۲) فاعله «هو» المستتر ← فاعله «الإسم الظاهر»  
(۴) متعدي ← لازم
- ۴۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط  
اشتباهات سایر گزینه‌ها:  
(۱) جامد ← مشتق/ حال ← خبر «أصبح» (۳) معرفة ← نكرة (۴) ممنوع من الصرف ← منصرف/ حال ← خبر «أصبح»
- ۴۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* عربی دوم  
اسم‌های نکره در گزینه‌های دیگر به ترتیب: قوم- من- ظلم
- ۴۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* عربی دوم  
در گزینه ۳، «أحمد» فاعل و غیرمنصرف است.  
(۱) المساكين: مفعول به و غیرمنصرف (۲) المساجد: نائب فاعل و غیرمنصرف (۴) فلسطين: نائب فاعل و غیرمنصرف
- ۴۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* عربی دوم  
(۱) الدنيا: نائب فاعل و تقدیراً مرفوع  
(۲) القاضي: مفعول به و منصوب با علامت اصلی  
(۳) عيسى: مفعول به و منصوب تقدیراً / المرضى: مضاف الیه و مجرور تقدیراً  
(۴) الفتى: تابع اسم اشاره و مرفوع تقدیراً
- ۴۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* عربی دوم  
(۱) لتعتمد: باید اعتماد کند (لام جازمه)  
(۲) لطلب: برای طلب (لام جازه)  
(۳) لأساعد: برای اینکه یاری کنم (لام ناصبه)  
(۴) ليرض: باید راضی شود (لام جازمه)
- ۴۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* عربی سوم  
در سایر گزینه‌ها به ترتیب: أيام (مفعول به)/ اليوم (تابع اسم «إن» و منصوب)
- ۴۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* عربی سوم  
صورت درست: هل تعيشين في الدنيا شاكراً؟ (حال و صاحب حال باید با هم مطابقت داشته باشند).
- ۴۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* عربی سوم  
جراًة: تمییز و منصوب  
بررسی سایر گزینه‌ها:  
(۲) توفيقاً: مفعول به ثان (۳) تقدماً: مفعول مطلق نوعی (۴) حقاً: مفعول مطلق
- ۵۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* عربی سوم  
ترجمه گزینه ۳: خدای من، حاجت مرا رد نمی‌کند! («إلهي»: مبتدا و تقدیراً مرفوع)

## دین و زندگی

- ۵۱- پاسخ: گزینه ۱  
 ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* دین و زندگی چهارم  
 ■ از عناصر اصلی تبیین جایگاه خانواده، احیای منزلت زن و ارزش‌های اصیل اوست.  
 ■ از اقدامات مهم رسول خدا ﷺ، ایجاد نگرشی جدید در جامعه بود که موجب تحول در روابط بین ملت‌ها گردید ← حق محوری
- ۵۲- پاسخ: گزینه ۴  
 ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* دین و زندگی دوم  
 حضرت علی (علیه السلام) در یکی از مراسم حج که مسلمانان از نقاط مختلف به مکه آمده بودند، از طرف رسول خدا ﷺ مأموریت یافت این خبر را به مردم برساند که:  
 «خدا و رسولش از مشرکین بیزارند و به مشرکین اعلام کند که بهتر است توبه کنید و خود را از گمراهی نجات دهید.»
- ۵۳- پاسخ: گزینه ۳  
 ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* دین و زندگی چهارم  
 ■ ابزار مورد نیاز در ایفای مسئولیت‌ها و رسیدن به اهداف } برنامه  
 تحمل رنج‌ها و مشکلات
- امام خمینی (ره): «حجم تحمل زحمت‌ها، رنج‌ها و فداکاری‌ها، جان‌نثاری‌ها و محرومیت‌ها مناسب حجم بزرگی مقصود و ارزشمندی و علو رتبه آن است.»
- ۵۴- پاسخ: گزینه ۳  
 ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* دین و زندگی دوم
- ۵۵- پاسخ: گزینه ۴  
 ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* دین و زندگی دوم  
 ■ مالیات هزینه‌های جاری زندگی شهری و کشوری است.
- امیرالمؤمنین (علیه السلام) خطاب به مالک می‌فرماید: «... باید بیش از آنچه به جمع مالیات بیندشی در فکر آبادی زمین باشی، چرا که مالیات جز از طریق آبادی زمین به دست نیاید...»
- ۵۶- پاسخ: گزینه ۲  
 ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* دین و زندگی چهارم  
 برای تسلط بیشتر به تیتراهای مذکور و صفحات مرتبط مراجعه گردد.
- ۵۷- پاسخ: گزینه ۴  
 ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* دین و زندگی سوم  
 به ترجمه آیه شریفه مراجعه گردد:
- ﴿رسولانی را (فرستاد) بشارت‌دهنده و هشداردهنده تا برای مردم نباشد در مقابل خداوند بهانه و دستاویزی بعد از آمدن پیامبران و خداوند شکست‌ناپذیر حکیم است.﴾
- ۵۸- پاسخ: گزینه ۲  
 ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* دین و زندگی دوم  
 به ترجمه آیه شریفه دقت شود.
- عبارت ﴿ثَوَّ كَانُوا يَعْلَمُونَ﴾ اگر می‌دانستند، نشان‌دهنده اهل معرفت است و عبارت ﴿الْحَيَاةَ الدُّنْيَا أَلَا لَهْوٌ وَلَعِبٌ﴾ بیانگر بازی‌های غیرحقیقی دنیایی است.
- ۵۹- پاسخ: گزینه ۲  
 ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* دین و زندگی سوم  
 سؤال آیه ابلاغ یا تبلیغ می‌باشد که حدیث غدیر بعد از نزول آن بیان شده است.
- ۶۰- پاسخ: گزینه ۱  
 ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* دین و زندگی سوم  
 در اسلام دسته‌ای از قواعد و قوانین وجود دارد که به مقررات اسلامی خاصیت انطباق و تحرک داده است.  
 این قواعد بر همه احکام و مقررات اسلامی تسلط دارند.  
 مانند بازرسان عالی، احکام و مقررات را تحت نظر قرار می‌دهند و کنترل می‌کنند.  
 قرآن کریم: ﴿مَا جَعَلَ عَلَيْكُمْ فِي الدِّينِ مِنْ حَرَجٍ﴾ خداوند برای شما در دین تنگی و اضطراب قرار نداده است.
- ۶۱- پاسخ: گزینه ۲  
 ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* دین و زندگی سوم  
 امیرالمؤمنین (علیه السلام) خطاب به مردم:  
 «... وقتی می‌توانید به عهد خود با قرآن وفا کنید که شکنندگان پیمان را تشخیص دهید.»
- ۶۲- پاسخ: گزینه ۴  
 ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* دین و زندگی سوم  
 ■ رسول خدا ﷺ از طرف خداوند، دارای ولایت ظاهری است و سرپرستی و رهبری جامعه را برعهده دارد. ← با اجرای قوانین الهی جامعه اسلامی را اداره و رهبری می‌کند.  
 ■ تشکیل حکومت اسلامی با آن رهبری که خداوند معین فرموده:  
 (۱) مانع سلطه بیگانگان می‌شود.
- (۲) می‌تواند روابط سیاسی و ... را با سایر کشورها به گونه‌ای تنظیم کند که  
 { جامعه اسلامی استقلال خود را در جهات مختلف حفظ نماید.  
 بیگانگان راهی برای تسلط بر مسلمانان نیابند.
- ۶۳- پاسخ: گزینه ۲  
 ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* دین و زندگی سوم  
 امام علی (علیه السلام): «منتظر فرج الهی باشید و از لطف الهی مأیوس نشوید و بدانید که محبوب‌ترین کارها نزد خداوند، انتظار فرج است.»

۶۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* دین و زندگی سوم

گروهی از مردم باید دقت و همت خود را صرف شناخت دقیق دین کنند و به «تفقه» در دین بپردازند:

← تا پس از کسب علوم دینی } به شهرهای خود بازگردند.  
 قوانین اسلام را به مردم بیاموزند.

۶۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* دین و زندگی سوم

■ غیبت در مقابل ظهور است نه «حضور».

■ حدیث مرتبط نیز همین مفهوم را بیان می‌نماید. ← امام عصر (عج) ظهور ندارد، اما حضور دارد.

■ چرا روایت مذکور در گزینه‌های ۳ و ۴ درست نمی‌باشد؟ ← چون این روایت اشاره به ولایت معنوی و رهبری امام می‌نماید و اشاره‌ای به نکته مورد نظر در صورت سؤال ندارد.

۶۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* دین و زندگی دوم

عذاب آل فرعون } در برزخ } عذاب آل فرعون  
 ﴿وَحَاقَ بِآلِ فِرْعَوْنَ سُوءُ الْعَذَابِ﴾  
 ﴿النَّارُ يُعْرَضُونَ عَلَيْهَا غُدُوًّا وَعَشِيًّا﴾  
 در قیامت ← ﴿وَيَوْمَ تَقُومُ السَّاعَةُ أَدْخِلُوا آلَ فِرْعَوْنَ أَشَدَّ الْعَذَابِ﴾

۶۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* دین و زندگی دوم

هر عملی که از ما سر می‌زند، دو نقش دارد. «نقشی در جان ما دارد و نقشی در خارج». نقش خارجی از بین می‌رود، نقشی که در جان ما دارد، باقی می‌ماند و از بین رفتنی نیست. ← از این رو، قرآن کریم می‌فرماید: «وقتی قیامت فرا می‌رسد، انسان عمل خود را حاضر می‌یابد و می‌شناسد، گرچه به اندازه ذره‌ای باشد» ← ذره ذره اعمال انسان در قیامت محاسبه می‌شود و انسان هم آن‌ها را به یاد می‌آورد. ← به کسی ظلم نمی‌شود.

۶۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* دین و زندگی دوم

آیه شریفه اشاره به فطرت و سرشت خدایی انسان دارد که عامل برتری او بر تمام مخلوقات عالم است.

۶۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* دین و زندگی چهارم

اظهار ندامت ظاهری و گفتن کلمه استغفار در حال تکرار مداوم گناه نه تنها پذیرفته نیست، بلکه استغفار را بی‌خاصیت می‌کند که این مفهوم مرتبط با روایت امام رضا (علیه السلام) می‌باشد.

۷۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* دین و زندگی دوم

﴿وَإِذَا سَأَلَكَ عِبَادِي عَنِّي فَانِّي قَرِيبٌ﴾ ← آن‌گاه که بندگانم درباره من از تو می‌پرسند، «بگو» من به آن‌ها نزدیک هستم.  
 أَجِيبْ دَعْوَةَ الدَّاعِ إِذَا دَعَا ﴿۱﴾ ← اجابت می‌کنم دعای آن‌که مرا بخواند.  
 فَلْيَسْتَجِيبُوا لِي وَلْيُؤْمِنُوا بِي ﴿۱﴾ ← پس باید دعوت مرا بپذیرند و به من ایمان آورند.  
 لَعَلَّهُمْ يَرْشُدُونَ ﴿۲﴾ ← باشد که راه یابند.

(۱) پاسخ قسمت اول سؤال (۲) پاسخ قسمت دوم سؤال

۷۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* دین و زندگی چهارم

تقدیرات و قانون‌مندی‌های برخاسته از آن‌ها } هم لازمه کار اختیاری انسان  
 هم جهت‌دهنده به آن  
 و هم محدودکننده آن است.

یعنی انسان از دایره قضا و قدر الهی خارج نیست.

۷۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* دین و زندگی چهارم

■ آیه شریفه اشاره به دعای خالصانه بنده گرفتار در سختی‌ها و گرداب می‌نماید. ← توحید عبادی

■ انسان‌ها بیشتر خدا را در سختی‌ها می‌خوانند، چون فطرتاً خدایاب هستند.

۷۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* دین و زندگی سوم

اگر پس از تشکیل خانواده، هر یک از زن و شوهر تلاش کنند که در کنار دیگری اخلاق حسنه را تمرین نمایند، به‌زودی محیطی آرامش‌بخش و سرشار از نشاط و لذت شکل خواهد گرفت و اعضای خانواده تا آخر عمر با احساس رضایت و موفقیت در کنار هم زندگی خواهند کرد.

۷۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* دین و زندگی چهارم

بنابر آیه شریفه «زمر، ۲»:

﴿إِنَّا أَنْزَلْنَا إِلَيْكَ الْكِتَابَ بِالْحَقِّ﴾ ← فَأَعْبُدِ اللَّهَ مُخْلِصًا لَهُ الدِّينَ ﴿۱﴾

۷۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* دین و زندگی دوم

با مراجعه به ترجمه آیه شریفه به‌راحتی می‌توان به پاسخ درست رسید ← تسبیح کردن به معنای پاک و منزّه نمودن است.

## زبان انگلیسی

۷۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* زبان چهارم

توضیح: بعد از فعل **make** به معنی «باعث شدن» مصدر ساده می آید.

ترجمه: این را بنوشید - باعث می شود احساس بهتری داشته باشید.

۷۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* زبان چهارم

توضیح: به این ترکیبات توجه کنید:

جمله → **that** + صفت + **so**جمله → **that** + قید + **so**ترجمه: پدر بزرگم آنقدر ضعیف بود که به سختی می توانست بایستد.

۷۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* زبان سوم

توضیح: بعد از فعل **encourage** از مصدر کامل استفاده می کنیم.

ترجمه: والدین باربارا او را تشویق کردند که یک دوره فشرده انگلیسی بردارد.

۷۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* زبان چهارم

توضیح: برای کاری که بهتر بود در زمان گذشته انجام نمی شد ولی انجام شده باشد، از ترکیب **shouldn't have + pp** در حالت معلوم و ازترکیب **shouldn't have been + pp** در حالت مجهول استفاده می کنیم. جمله بالا مجهول است.

ترجمه:

- قرار شد اوقات صورتی رنگ شود.

- آه خدای من. نباید آن رنگی می شد. رنگ مورد علاقه ام آبی است.

۸۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* زبان سوم

ترجمه: بعضی از اسامی خارجی آنقدر سخت هستند که در ذهن نمی ماند.

(۴) نگاه داشتن

(۲) جذب کردن (۳) به خاطر آوردن

۸۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* زبان چهارم

ترجمه: به این نتیجه رسیدم که برادرم حتماً قولش را فراموش کرده است.

(۴) نتیجه

(۲) موضوع مهم (۳) عبارت

۸۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* زبان چهارم

ترجمه: رئیس به دنبال کارمندی است که در این نوع کار تجربه قبلی داشته باشد.

(۴) امری

(۲) دور (۳) قبلی

۸۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* زبان چهارم

ترجمه: لطفاً همه توجه کنید. تکلیف آینده شما سرودن یک شعر یا نوشتن یک داستان کوتاه است.

(۴) برقرار کردن ارتباط

(۲) سرودن، نوشتن (۳) به کمک کسی رفتن

۸۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* زبان چهارم

ترجمه: بطری های پلاستیکی می توانند به پوشاک تبدیل شوند.

(۴) موفق نشدن

(۲) مرتب کردن (۳) استخراج کردن

۸۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* زبان چهارم

ترجمه: در بعضی از کشورها می بینیم که به نشانه اعتراض یا مخالفت یک پرچم آتش زده می شود.

(۴) نشانه - علامت

(۲) عدم تحرک (۳) حالت - نحوه

۸۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* زبان چهارم

ترجمه: اتاق با تعداد زیادی از گل های نارنجی زیبا تزئین شد.

(۴) آجرها

(۲) تعداد زیاد - حجم انبوه (۳) حفره ها

۸۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* زبان چهارم

ترجمه: شوکه شدم، بیشتر به خاطر اینکه می دانستم پسرم دارد دروغ می گوید.

(۴) به جز

(۲) بعلاوه (۳) به طور طبیعی

## ■ ترجمه Cloze Test ■

زمین سومین سیاره از خورشید، در منظومه شمسی است. حدود ۹۳ میلیون مایل از خورشید دور است. زمین از هفت سیاره دیگر در منظومه شمسی مان، بسیار متفاوت است. تا جایی که ما می دانیم، زمین تنها سیاره با هوایی است که ما می توانیم تنفس کنیم. تنها سیاره دارای



گیاهان و حیوانات است. تنها سیاره دارای آب مایع است. در واقع، سه چهارم سطح زمین را آب تشکیل می‌دهد. نه خیلی گرم است و نه خیلی سرد. میانگین دمای آن تقریباً ۵۹ درجه فارنهایت است. کاملاً برای زندگی ما مناسب است. هوای ما ترکیبی از گازهایی است که زمین را احاطه کرده‌اند. اگر زمین سیاره بسیار کوچتری مثل عطارد بود، جاذبه آن بیش از حد ضعیف می‌بود تا هوای اطراف زمین را نگه دارد.

۸۸- پاسخ: گزینه ۱

بعد از other یک اسم جمع می‌آید.

۸۹- پاسخ: گزینه ۳

(۱) متصل کردن	(۲) تصور کردن	(۳) نفس کشیدن	(۴) خلق کردن
۹۰- پاسخ: گزینه ۲			
(۱) جبهه، پوشش	(۲) سطح	(۳) تمرکز	(۴) پایگاه
۹۱- پاسخ: گزینه ۴			
(۱) مرکزی	(۲) اخیر	(۳) عمومی	(۴) میانگین
۹۲- پاسخ: گزینه ۳			
(۱) درگیر شدن، درگیر کردن	(۲) کار کردن	(۳) احاطه کردن	(۴) چرخیدن

### ■ ترجمه درک مطلب ۱:

یکی از جدی‌ترین مشکلات دنیا، استفاده از کار کودکان (بیکاری) است. کار کودکان اشاره دارد به استخدام کودکان در هر کاری که بچه‌ها را از کودکی‌شان منع می‌کند و از نظر روانی، جسمی و اجتماعی خطرناک و مضر هست. ۱۲ ژوئن روز جهانی مبارزه با کار کودکان است. در سراسر دنیا مردم در فعالیتهایی شرکت می‌کنند تا آگاهی از خسارت کار کودکان به کودکان، خانواده‌ها و جوامع را افزایش دهند. این روز همچنین روزی است که جهان حقوق بشر کودکان را ارتقا می‌دهد. سازمان ملل در برنامه اهداف توسعه‌ای هزاره‌اش، شماری از اهداف را برای کمک به جلوگیری از کار کودکان در نظر گرفت. تا سال ۲۰۱۸، این امیدواری هست که تمام کودکان آموزش ابتدایی خود را کامل کنند و برابری در آموزش به وجود آید. برای انجام این عمل، دولت‌ها باید برای کاهش فقر و تأمین شغل‌های کافی برای بزرگسالان قدم‌هایی بردارند. این‌ها، دو دلیل اصلی هستند که چرا امروزه کار کودکان داریم. سازمان جهانی کار تخمین می‌زند که بیش از ۲۰۰ میلیون کودک در سراسر جهان هستند که نوعی از کار را انجام می‌دهند. هشتاد درصد این کودکان، حدود ۲۰۰ میلیون نفر، در شرایط خطرناک و پرخطر کار می‌کنند. یک سخنگوی ارشد «یونیسف» درباره محافظت کودکان گفت: کار کودکان یک پدیده گسترده در سراسر جهان است. وقتی که آن کار بین یک کودک و فرصت‌های تحصیلی او قرار می‌گیرد یا بر سلامتی او تأثیر می‌گذارد، آن موقع ما این را تجاوز به حقوق کودکان تلقی می‌کنیم. شکل‌های بسیار بدی از کار کودکان وجود دارد. این‌ها شامل کار کردن در معادن خطرناک در اعماق زمین و کارخانه‌هایی با دودهای خطرناک می‌شود.

۹۳- پاسخ: گزینه ۴

۹۴- پاسخ: گزینه ۲

۹۵- پاسخ: گزینه ۳

۹۶- پاسخ: گزینه ۴

### ■ ترجمه درک مطلب ۲:

در ابتدا تصور می‌شد که آلودگی هوا تنها بر روی نواحی اطراف شهرهای بزرگ با کارخانه‌ها و یا شهرهایی که ترافیک ماشینی سنگین دارند فوراً تأثیر می‌گذارد. امروزه، ما می‌دانیم که اگرچه این‌ها مناطقی هستند که بدترین میزان آلودگی هوا را دارند، مشکل تقریباً جهانی شده است. در موقعیت‌های فراوانی در طی دهه اخیر، ابر سنگینی از آلودگی هوا تمام نیمه شرقی ایالات متحده را دربرگرفته و باعث اختلالات سلامتی شده است، حتی در نواحی روستایی که از هر مرکز اصلی تولید و ترافیک ماشینی دور است. در حقیقت، کل آب و هوای زمین ممکن است تحت تأثیر آلودگی هوا قرار بگیرد. بعضی از دانشمندان احساس می‌کنند که تجمع فزاینده کربن دی‌اکسید در هوا که نتیجه سوختن سوخت‌های فسیلی است، یک اثر گلخانه‌ای خلق می‌کند که حرارت بازتابش شده از زمین را نگه می‌دارد و میانگین دمای هوای جهان را افزایش می‌دهد. اگر این نگاه درست باشد و درجه حرارت هوا تنها چند درجه افزایش یافته باشد، مقدار زیادی از یخ‌های قطبی ذوب خواهد شد و شهرهایی از قبیل نیویورک، بوستون، میامی و نیواورلئان به زیر آب خواهند رفت.

دیدگاه دیگر که کمتر مورد توجه قرار گرفته، این است که افزایش ذرات ریز در جو، نور خورشید را مسدود می‌کند و درجه حرارت زمین را کاهش می‌دهد. کاهش مقدار بسیار کمی از دما می‌تواند یک چیزی نزدیک به عصر یخبندان جدید خلق کند و کشاورزی در بسیاری از مناطق مناسب این کار را سخت و غیرممکن سازد. در حال حاضر، ما به طور قطع نمی‌دانیم که کدام یک از این شرایط اتفاق خواهد افتاد، شاید اگر ما خیلی خوش‌شانس باشیم، این دو گرایش فکری یکدیگر را خنثی کرده و دمای زمین به همین گونه که الآن است، باقی بماند.

۹۷- پاسخ: گزینه ۲

۹۸- پاسخ: گزینه ۲

۹۹- پاسخ: گزینه ۴

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۳

## ریاضیات

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* ریاضی ۲

نکته: اگر  $a, b$  و  $c$  جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، آنگاه:  $b^2 = ac$   
با استفاده از نکته بالا داریم:

$$(x+8)^2 = (x+20)(-x) \Rightarrow x^2 + 16x + 64 = -x^2 - 20x \Rightarrow 2x^2 + 36x + 64 = 0 \Rightarrow x^2 + 18x + 32 = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)(x+16) = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ یا } -16$$

حال قابل قبول بودن هر یک از این مقادیر را بررسی می‌کنیم:

$$x = -16: 4, -8, 16, \dots \quad * \text{ (غیرنزولی است)}$$

$$x = -2: 18, 6, 2, \dots \quad \checkmark$$

بنابراین فقط  $x = -2$  قابل قبول است.

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* ریاضی ۲

نکته:  $\log a + \log b = \log ab$

نکته:  $\log_b m a^n = \frac{n}{m} \log_b a, \log_a a = 1$

$$\log(2x+5) + \log(x+2) = \log(x^2 + 9x + 14) \Rightarrow \log(2x+5)(x+2) = \log(x+2)(x+7)$$

$$\Rightarrow (2x+5)(x+2) = (x+2)(x+7) \xrightarrow{x \neq -2} 2x+5 = x+7 \Rightarrow x = 2$$

$$\log_2 \sqrt{x+6} = \log_2 \sqrt{8} = \log_2 2^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

با جایگذاری این مقدار داریم:

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* ریاضی ۲

چون  $x$  عددی طبیعی است و  $x = 1$  مخرج را صفر می‌کند، پس  $x > 1$ ، بنابراین  $x-1$  و  $2x-1$  مثبت است.

$$\frac{1}{2x-1} + \frac{2}{x-1} > \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x-1+2(2x-1)}{(2x-1)(x-1)} > \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{5x-3}{(2x-1)(x-1)} > \frac{1}{3} \xrightarrow{\times 3(2x-1)(x-1) > 0} 3(5x-3) > (2x-1)(x-1)$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 18x + 10 < 0 \Rightarrow x^2 - 9x + 5 < 0$$

حال این عبارت را تعیین علامت می‌کنیم:

$x$	$\frac{9-\sqrt{61}}{2}$	$\frac{9+\sqrt{61}}{2}$
$x^2 - 9x + 5$	+	-

$$x^2 - 9x + 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81-20}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{61}}{2}$$

$$x \in \left( \frac{9-\sqrt{61}}{2}, \frac{9+\sqrt{61}}{2} \right)$$

چون  $x > 1$ ، پس ۷ عدد طبیعی ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۸ در نامعادله موردنظر صدق می‌کند.

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* حسابان

راه حل اول: ضابطه  $f(x)$  را محاسبه می‌کنیم:

$$f \circ g(x) = \frac{3x+4}{3x-2} \xrightarrow{g(x)=-3x+1} f(-3x+1) = \frac{3x+4}{3x-2} = \frac{-3x-4}{-3x+2} = \frac{-3x+1-5}{-3x+1+1} \Rightarrow f(x) = \frac{x-5}{x+1}$$

$$f \circ f(1) = f(f(1)) = f\left(\frac{1-5}{1+1}\right) = f(-2) = \frac{-2-5}{-2+1} = 7$$

راه حل دوم:

$$f(g(x)) = \frac{3x+4}{3x-2} \quad (*)$$

برای محاسبه  $f(1)$ ، مقدار  $x$  را طوری می‌یابیم که:  $g(x) = 1$

$$g(x) = 1 \Rightarrow -3x+1=1 \Rightarrow x=0$$

$$f(1) = \frac{4}{-2} = -2 \quad (*) \text{ داریم}$$

حال برای محاسبه  $f \circ f(1) = f(-2)$ ، مقدار  $x$  را طوری می‌یابیم که:  $g(x) = -2$

$$g(x) = -2 \Rightarrow -3x+1=-2 \Rightarrow x=1$$

$$f(-2) = \frac{7}{1} = 7 \quad (*) \text{ داریم}$$

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* حسابان

نکته: باقی مانده تقسیم  $f(x)$  بر  $x-a$  برابر است با:  $f(a)$

راه حل اول: از طرفین رابطه مشتق می گیریم:

$$(1-x^{200})' = ((1+x)f(x))' \Rightarrow -200x^{199} = f(x) + (1+x)f'(x) \xrightarrow{x=-1} -200(-1)^{199} = f(-1) + 0 \Rightarrow f(-1) = 200$$

$$(1-x^n) = (1+x)(1-x+\dots-x^{n-1})$$

راه حل دوم: نکته: اگر  $n$  یک عدد طبیعی زوج باشد، داریم:

$$1-x^{200} = (1+x)(1-x+x^2-\dots-x^{199})$$

با استفاده از نکته بالا داریم:

با جایگذاری این عبارت در عبارت صورت مسئله داریم:

$$(1+x)(1-x+x^2-\dots-x^{199}) = (1+x)f(x) \Rightarrow f(x) = 1-x+x^2-\dots-x^{199} \Rightarrow f(-1) = 1+1+\dots+1 = 200$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* حسابان

۱۰۶- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{نکته: } \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}, \quad \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\tan 2\beta = \frac{2 \tan \beta}{1 - \tan^2 \beta} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3 \tan \beta = 2 - 2 \tan^2 \beta \Rightarrow 2 \tan^2 \beta + 3 \tan \beta - 2 = 0$$

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\Rightarrow (2 \tan \beta - 1)(\tan \beta + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan \beta = \frac{1}{2} \\ \tan \beta = -2 \end{cases}$$

✓

✗ غلط (در ربع اول  $\tan x$  مثبت است)

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + 1} = \frac{3}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* حسابان

۱۰۷- پاسخ: گزینه ۱

نکته: اگر  $f$  تابعی وارون پذیر باشد و  $f(a) = b$ ، آنگاه:  $f^{-1}(b) = a$

طول نقطه‌ای از خط  $y = x - 3$  که عرض آن ۲ است، برابر ۵ می باشد؛ یعنی این خط وارون  $f$  را در نقطه  $(5, 2)$  قطع می کند. چون  $(5, 2) \in f^{-1}$ ، پس از نکته بالا نتیجه می گیریم:  $(2, 5) \in f$

$$f(2) = 5 \Rightarrow 2a + \sqrt{a+1} = 5 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* حسابان

۱۰۸- پاسخ: گزینه ۲

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}, \quad P = x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

نکته: اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه های معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  باشند، داریم:

$a$  و  $b$  ریشه های معادله  $x^2 - 3ax - 2b = 0$  هستند، پس با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\begin{cases} S = a + b = -\frac{-3a}{1} \\ P = ab = \frac{-2b}{1} = -2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 3a \\ a = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -6 \end{cases} \Rightarrow a - b = 2$$

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* حسابان

۱۰۹- پاسخ: گزینه ۲

نکته: برای توابع معکوس پذیر  $f$  و  $g$  داریم:  $(f \circ g)^{-1}(x) = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$

با توجه به نکته بالا،  $f$  و  $g$  معکوس یکدیگر هستند؛ زیرا:  $f^{-1}(x) = ((\sin x) \circ (\tan^{-1} x))^{-1} = (\tan x) \circ (\sin^{-1} x) = \tan(\sin^{-1} x) = g(x)$

پس گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* حسابان

۱۱۰- پاسخ: گزینه ۴

$$\text{نکته: } \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \quad \text{نکته: } 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

نکته: اگر  $\cos x = \cos a$ ، آنگاه:  $x = 2k\pi \pm a$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\begin{aligned} \cos^2 x - \tan^2 x = \frac{1}{6} &\Rightarrow 2\cos^2 x - 1 - \tan^2 x = \frac{1}{6} \Rightarrow 2\cos^2 x - \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{1}{6} \xrightarrow{t=\cos^2 x > 0} 2t - \frac{1}{t} = \frac{1}{6} \\ \xrightarrow{\times 6t} 12t^2 - t - 6 = 0 &\Rightarrow (4t-3)(3t+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \\ t = -\frac{2}{3} < 0 \quad \text{غقق} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \cos x = \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \\ \cos x = \cos \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

جواب‌های بالا را می‌توان به‌طور خلاصه به صورت  $x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  نوشت.

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* حساب دیفرانسیل و انتگرال

۱۱۱- پاسخ: گزینه ۴

نکته:  $(u^n)' = nu'u^{n-1}$

نکته:  $(\tan u)' = u'(1 + \tan^2 u)$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\begin{aligned} \left(\tan^2\left(\frac{\pi}{\lambda \cos x}\right)\right)' &= 2 \tan\left(\frac{\pi}{\lambda \cos x}\right) \left(1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{\lambda \cos x}\right)\right) \left(\frac{\pi}{\lambda \cos x}\right)' = 2 \tan\left(\frac{\pi}{\lambda \cos x}\right) \left(1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{\lambda \cos x}\right)\right) \left(\frac{\pi \sin x}{\lambda \cos^2 x}\right) \\ y'\left(\frac{\pi}{3}\right) &= 2 \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) \left(1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) \left(\frac{\pi \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\lambda \left(\frac{1}{4}\right)}\right) = 2 \times 1 \times 2 \times \frac{\pi \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \pi \end{aligned}$$

به‌ازای  $x = \frac{\pi}{3}$  داریم:

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* حساب دیفرانسیل و انتگرال

۱۱۲- پاسخ: گزینه ۴

نکته: اگر  $f$  تابعی وارون‌پذیر و مشتق‌پذیر باشد، آنگاه:  $(f^{-1})'(f(a)) = \frac{1}{f'(a)}$

$$y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x - a)$$

نکته: معادله خط قائم بر نمودار  $f$  در نقطه  $(a, f(a))$  عبارت است از:

$$f\left(\frac{\pi}{\lambda}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{\lambda}$$

$$f'(x) - 2f^2(x) = 1 \xrightarrow{x=\frac{\pi}{\lambda}} f'\left(\frac{\pi}{\lambda}\right) - 2f^2\left(\frac{\pi}{\lambda}\right) = 1 \xrightarrow{f\left(\frac{\pi}{\lambda}\right)=\frac{1}{2}} f'\left(\frac{\pi}{\lambda}\right) - 1 = 1 \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{\lambda}\right) = 2$$

$$(f^{-1})'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{f'\left(\frac{\pi}{\lambda}\right)} = \frac{1}{2} \Rightarrow f^{-1}: \text{شیب خط قائم بر } m = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$$

$$y - \frac{\pi}{\lambda} = -2\left(x - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow y = -2x + 1 + \frac{\pi}{\lambda}$$

معادله خط قائم عبارت است از:

عرض از مبدأ این خط برابر  $1 + \frac{\pi}{\lambda}$  است.

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* حساب دیفرانسیل و انتگرال

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۱

نکته:  $(e^u)' = u'e^u$

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

نکته: معادله خط مماس بر تابع  $f(x)$  در نقطه  $(a, f(a))$  عبارت است از:

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$

نکته: اگر زاویه حاده بین دو خط با شیب‌های  $m_1$  و  $m_2$  را با  $\theta$  نمایش دهیم، آنگاه:

$$f(x) = (x+2)e^{x-1} \Rightarrow f'(x) = e^{x-1} + (x+2)e^{x-1} = (x+4)e^{x-1}$$

$$f(1) = 4, \quad f'(1) = 5$$

$$y - 4 = 5(x - 1) \Rightarrow y = 5x - 1$$

معادله خط مماس بر  $f(x)$  در نقطه  $(1, 4)$  عبارت است از:

$$\tan \theta = \frac{\frac{5-\frac{2}{3}}{1+\frac{2}{3}}}{\frac{\frac{13}{3}}{\frac{13}{3}}} = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

اگر زاویه حاده بین دو خط  $y = 5x - 1$  و  $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$  را  $\theta$  بنامیم، داریم:

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* حساب دیفرانسیل و انتگرال

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۳

نکته: در دنباله  $\frac{an+b}{cn+d}$  با فرض  $\frac{-d}{c} < 1$ ، اگر  $ad - bc > 0$ ،  $(ad - bc < 0)$ ، آنگاه دنباله صعودی (نزولی) است.

$$a_n = \frac{2n-3}{3n+1} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{2}{3} \\ \Rightarrow \text{همگراست به } \frac{2}{3} \\ \text{صعودی است} \end{cases}$$

بنابراین کافی است فقط شرط  $a_n > \frac{2}{3}$  را بررسی کنیم:

$$\frac{2n-3}{3n+1} > \frac{2}{3} \xrightarrow{\times 11(3n+1) > 0} 11(2n-3) > 2(3n+1) \Rightarrow 22n-33 > 6n+2 \Rightarrow n > 40 \Rightarrow n \geq 41$$

بنابراین کوچکترین مقدار طبیعی  $M$  برابر ۴۱ است.

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* حساب دیفرانسیل و انتگرال

۱۱۵- پاسخ: گزینه ۳

نکته: در تابع درجه سوم  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ، طول نقطه عطف برابر  $x = \frac{-b}{3a}$  است.

نکته: تابع  $f(x)$  در بازه  $[a, b]$  صعودی (نزولی) است، هرگاه به ازای هر  $x$  در این بازه، داشته باشیم  $f'(x) \geq 0$  ( $f'(x) \leq 0$ )

$$\begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a < 0 \end{cases} \Rightarrow y \leq 0, \quad \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Rightarrow y \geq 0$$

نکته: در تابع درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$  داریم:

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + (m+1)x - 8 \Rightarrow f'(x) = -\frac{4}{3}x + (m+1)$$

برای اینکه  $f(x)$  نزولی باشد، باید  $f'(x) \leq 0$  برای این منظور باید داشته باشیم:

$$\Delta \leq 0 \Rightarrow 4(m+1)^2 - 4(16) \leq 0 \Rightarrow (m+1)^2 \leq 16 \Rightarrow -4 \leq m+1 \leq 4 \quad (*)$$

$$x_I = -\frac{m+1}{-\frac{4}{3}} \xrightarrow{(*)} -2 \leq x_I \leq 2$$

طول نقطه عطف این تابع برابر است با:

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* حساب دیفرانسیل و انتگرال

۱۱۶- پاسخ: گزینه ۱

نکته: اگر  $x = x_0$  طول نقطه عطف تابع دو بار مشتق پذیر  $f(x)$  باشد، آنگاه  $f''(x_0) = 0$

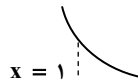
$$y = e^{\frac{a}{x}} \Rightarrow y' = -\frac{a}{x^2} e^{\frac{a}{x}} \Rightarrow y'' = \left( \frac{2a}{x^3} + \frac{a^2}{x^4} \right) e^{\frac{a}{x}}$$

$$y''\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{2a}{-\frac{1}{8}} + \frac{a^2}{\frac{1}{16}} = 0 \Rightarrow -16a + 16a^2 = 0 \Rightarrow -16a(1-a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 0 \end{cases} \quad \text{غلق}$$

به ازای  $a = 0$ ، تابع  $y$  به تابع ثابت  $y = 1$  تبدیل می شود که فاقد نقطه عطف است. پس فقط  $a = 1$  قابل قبول می باشد.

برای بررسی نمودار  $f$  در همسایگی  $x = 1$  باید علامت  $f'$  و  $f''$  را در  $x = 1$  به دست آوریم.

$$\begin{cases} f'(1) < 0 \\ f''(1) > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{تابع } y \text{ در } x = 1 \text{ نزولی با تقعر رو به بالا است}$$



بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* حساب دیفرانسیل و انتگرال

۱۱۷- پاسخ: گزینه ۱

نکته (قضیه بولزانو): اگر  $f$  در  $[a, b]$  پیوسته و  $f(a)f(b) < 0$ ، آنگاه حداقل یک عدد مانند  $c$  در بازه  $(a, b)$  وجود دارد که  $f(c) = 0$

با توجه به اینکه  $f(x) = x^3 + 3x$  پیوسته و یکنواست، تابع  $g(x) = a - f(2x+1)$  نیز پیوسته و یکنواست. بنابراین برای اینکه معادله  $g(x) = 0$  در بازه  $(-1, 0)$  دارای ریشه باشد، باید داشته باشیم:

$$g(0)g(-1) < 0 \Rightarrow (a - f(1))(a - f(-1)) < 0 \Rightarrow (a - 4)(a + 4) < 0 \Rightarrow -4 < a < 4 \xrightarrow{a \in \mathbb{Z}} a = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

بنابراین به ازای ۷ مقدار صحیح برای  $a$ ، حکم برقرار است.

۱۱۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* حساب دیفرانسیل و انتگرال

نکته: مجانب مایل تابع  $f(x)$  (در صورت وجود) خطی به صورت  $y = mx + h$  است که در آن  $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$  ,  $h = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx)$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots + c}{a'x^m + b'x^{m-1} + \dots + c'} = \begin{cases} \pm\infty & n > m \\ \frac{a}{a'} & n = m \\ 0 & n < m \end{cases}$$

(نکته: قاعده پرتوان)

طبق فرض مجانب مایل تابع  $f(x)$ ، خط  $y = 2x + 2$  است. بنابراین:  $m = h = 2$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2}{x^2 + bx + c} = a \xrightarrow{m=2} a = 2$$

$$h = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2}{x^2 + bx + c} - 2x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2bx^2 - 2cx}{x^2 + bx + c} = -2b \xrightarrow{h=2} b = -1$$

برای اینکه تابع، مجانب مایل را قطع نکند، باید معادله حاصل از تقاطع آن‌ها فاقد ریشه باشد:

$$\frac{2x^2}{x^2 - x + c} = 2x + 2 \Rightarrow x^2 = (x^2 - x + c)(x + 1) \Rightarrow x^2 = x^3 + x^2 - x + cx + c \Rightarrow (c - 1)x + c = 0$$

برای اینکه این معادله فاقد ریشه باشد، باید داشته باشیم:  $c - 1 = 0 \Rightarrow c = 1$

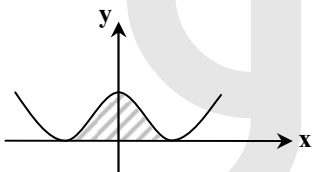
بنابراین:  $b + c = -1 + 1 = 0$

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* حساب دیفرانسیل و انتگرال

نکته: اگر  $f(x)$  تابعی زوج باشد، آنگاه:  $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$

ابتدا کران‌های انتگرال را به دست می‌آوریم:



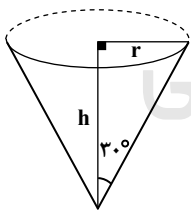
$$\cos^2 x = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = \dots, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \dots$$

$$S = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2x) dx = \left( x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \left( \frac{\pi}{2} + 0 \right) - (0 + 0) = \frac{\pi}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* حساب دیفرانسیل و انتگرال

۱۲۰- پاسخ: گزینه ۳

نکته: حجم مخروطی با شعاع قاعده  $r$  و ارتفاع  $h$  برابر است با:  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$



$$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{r}{h} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{3} h$$

$$V = \frac{\pi}{3} r^2 h \Rightarrow V(h) = \frac{\pi}{9} h^3 \Rightarrow V'_t = V'_h \cdot h'_t$$

$$\Rightarrow V'_t = \frac{\pi}{3} h^2 \cdot h'_t \xrightarrow{V'_t = 4\pi, h = 6} 4\pi = \frac{\pi}{3} \times 36 \times h'_t \Rightarrow h'_t = \frac{1}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* حساب دیفرانسیل و انتگرال

۱۲۱- پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pi^-} \cot x = -\infty &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(\cot x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + \sqrt{x^2 + 3}} \times \frac{x - \sqrt{x^2 + 1}}{x - \sqrt{x^2 + 3}} \times \frac{x - \sqrt{x^2 + 3}}{x - \sqrt{x^2 + 1}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x^2 - x^2 - 1)(x - \sqrt{x^2 + 3})}{(x^2 - x^2 - 3)(x - \sqrt{x^2 + 1})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-(x - |x|)}{-3(x - |x|)} = \frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + x}{x + x} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* حساب دیفرانسیل و انتگرال

۱۲۲- پاسخ: گزینه ۲

$$x^2 + bx = 0 \Rightarrow x(x + b) = 0 \Rightarrow x = 0, -b$$

تابع فقط دارای یک مجانب قائم  $x = 0$  است، پس مخرج فقط دارای ریشه صفر است. بنابراین:  $b = 0$

از طرفی:  $f(-1) = 0$ ، پس:  $-a + 2 = 0 \Rightarrow a = 2$

$$f(x) = \frac{2x+2}{x^2} = \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}$$

$$f'(x) = -\frac{2}{x^2} - \frac{4}{x^3} = 0 \Rightarrow -\frac{2}{x^2} \left(1 + \frac{2}{x}\right) = 0 \Rightarrow 1 + \frac{2}{x} = 0 \Rightarrow x = -2$$

برای به دست آوردن طول نقطهٔ مینیمم نسبی داریم:

$$f(-2) = -\frac{1}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* حساب دیفرانسیل و انتگرال

۱۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۱

$$f(0) = 1 \Rightarrow a + b = 1 \quad (*)$$

$$f'(x) = -2a \sin x \cos x + 2 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x (-2a \sin x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ \sin x = \frac{2}{2a} \end{cases}$$

چون تابع در بازهٔ  $[0, 2\pi]$  فقط دو اکسترمم نسبی دارد، پس باید  $\left|\frac{2}{2a}\right| > 1$  که منجر به افزایش تعداد اکسترمم نسبی نشود.

$$f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1 \Rightarrow -2 + b = -1 \Rightarrow b = 2 \xrightarrow{(*)} a = -1$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 + 2 = 4$$

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* حساب دیفرانسیل و انتگرال

۱۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۴

راه حل اول:

$$\text{نکته: } \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a} + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - 9x^2}} = \frac{1}{3} \int \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - x^2}} \xrightarrow{\text{نکته}} \frac{1}{3} \sin^{-1} \frac{x}{\frac{a}{3}} + C = \frac{1}{3} \sin^{-1} \frac{3x}{a} + C$$

از مقایسهٔ این عبارت با عبارت داده شده، نتیجه می‌گیریم:

$$\begin{cases} b = \frac{1}{3} \\ \frac{3}{a} = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow ab = 4 \Rightarrow a = 12$$

راه حل دوم: از طرفین مشتق می‌گیریم:

$$\left(\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - 9x^2}}\right)' = (b \sin^{-1} \frac{x}{\frac{a}{3}} + C)' \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a^2 - 9x^2}} = b \times \frac{1}{\frac{a}{3} \sqrt{1 - \frac{x^2}{\frac{a^2}{9}}}} = \frac{b}{\frac{a}{3} \sqrt{1 - \frac{x^2}{\frac{a^2}{9}}}} = \frac{b}{\frac{a}{3} \sqrt{1 - \frac{x^2}{16}}} \Rightarrow \frac{1}{a^2 - 9x^2} = \frac{b^2}{16 - x^2}$$

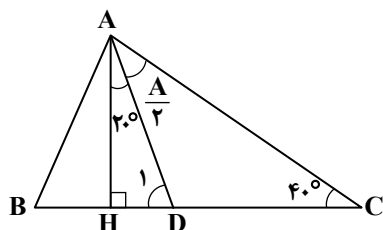
$$\Rightarrow 16 - x^2 = a^2 b^2 - 9b^2 x^2 \Rightarrow \begin{cases} 9b^2 = 1 \\ a^2 b^2 = 16 \end{cases} \xrightarrow{a, b > 0} ab = 4$$

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* هندسه ۱

۱۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته: مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر  $180^\circ$  است.

راه حل اول: نکته: در هر مثلث اندازهٔ هر زاویهٔ خارجی، برابر مجموع دو زاویهٔ داخلی غیرمجاور است.



$$\triangle AHD: \hat{D}_1 = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

$$\triangle ADC: (\text{زاویهٔ خارجی}) \hat{D}_1 = \frac{\hat{A}}{2} + \hat{C} \Rightarrow 70^\circ = \frac{\hat{A}}{2} + 40^\circ \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

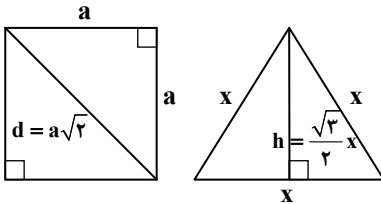
راه حل دوم: نکته: زاویهٔ بین ارتفاع و نیمساز رأس A در مثلث ABC برابر است با:  $\frac{\hat{B} - \hat{C}}{2}$

$$\frac{\hat{B} - \hat{C}}{2} = 20^\circ \Rightarrow \hat{B} - 40^\circ = 40^\circ \Rightarrow \hat{B} = 80^\circ \Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 60^\circ$$

۱۲۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* هندسه ۱

نکته: در مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع  $x$ ، ارتفاع برابر  $\frac{\sqrt{3}}{2}x$  و مساحت برابر  $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$  است.



$$d = h \Rightarrow a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}x \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}a$$

$$\frac{S_{\text{مثلث}}}{S_{\text{مربع}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}x^2}{a^2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}a)^2}{a^2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{8}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

۱۲۷- پاسخ: گزینه ۳

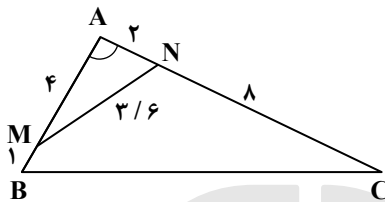
▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* هندسه ۱

نکته: اگر یک زاویه از مثلثی با یک زاویه از مثلثی دیگر برابر و اضلاع نظیر آنها با هم متناسب باشند، آن گاه دو مثلث بنابه حالت (ضض) متشابه‌اند.

$$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$$

در دو مثلث  $AMN$  و  $ABC$ ، زاویه  $A$  مشترک است و  $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$ ، پس این دو

مثلث به حالت تساوی یک زاویه و تناسب اضلاع آنها، متشابه‌اند. حال تناسب اضلاع متناظر را می‌نویسیم:

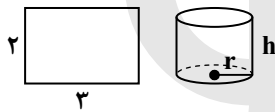


$$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{6}{8} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow BC = \frac{36}{4} = 9$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* هندسه ۱

۱۲۸- پاسخ: گزینه ۴

نکته: حجم استوانه‌ای با شعاع قاعده  $r$  و ارتفاع  $h$  برابر است با:  $\pi r^2 h$



$$\begin{aligned} \text{محیط دایره قاعده} & \uparrow \\ \text{حالت (۱): } 2\pi r = 3, h = 2 & \Rightarrow r = \frac{3}{2\pi} \\ \text{محیط دایره قاعده} & \downarrow \\ \text{حالت (۲): } 2\pi r' = 2, h' = 3 & \Rightarrow r' = \frac{2}{2\pi} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{V'} = \frac{\pi r^2 h}{\pi r'^2 h'} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \left(\frac{h}{h'}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{2}$$

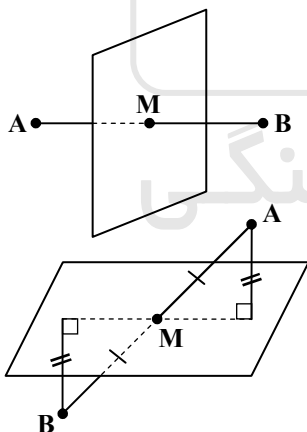
۱۲۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* هندسه ۲

نکته: صفحه عمودمنصف پاره خط  $AB$ ، صفحه‌ای است که از وسط  $A$  و  $B$  می‌گذرد و بر پاره خط  $AB$

عمود است. این صفحه مکان هندسی نقاطی از فضا است که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله‌اند.

با توجه به نکته بالا گزینه ۴ پاسخ است.



دقت کنید تمام صفحاتی که از وسط پاره خط  $AB$  می‌گذرند، دو نقطه  $A$  و  $B$  از آنها به یک

فاصله‌اند، ولی این صفحات لزوماً صفحه عمودمنصف نمی‌باشند. (گزینه ۳ نادرست است.)

۱۳۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* هندسه ۲

در تجانس با نسبت  $k \neq \pm 1$  شکل اول و شکل تصویر متشابه‌اند؛ اما همنهشت نیستند (چون تجانس در این حالت‌ها ایزومتري نیست)، پس  $M$  و  $M'$  متشابه‌اند.

در دوران با زاویه  $\theta$  شکل اول با شکل تصویر همنهشت و قابل انطباق است (چون دوران ایزومتري است)، پس  $M'$  و  $M''$  همنهشت‌اند.

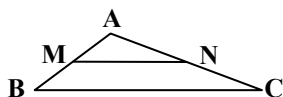
$M$  و  $M'$  متشابه و  $M'$  و  $M''$  همنهشت‌اند، پس  $M$  و  $M''$  نیز متشابه‌اند.



۱۳۱- پاسخ: گزینه ۴

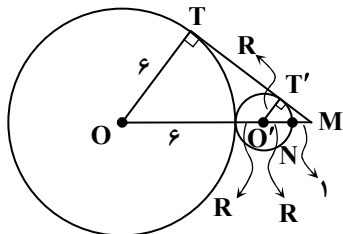
▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* هندسه ۲

نکته (قضیه تالس): اگر در مثلث ABC، خطی به موازات ضلع BC رسم شود و دو ضلع دیگر را در نقاط M و N قطع کند، آن گاه:



$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

با استفاده از نکته بالا در  $\triangle MTO$  داریم:

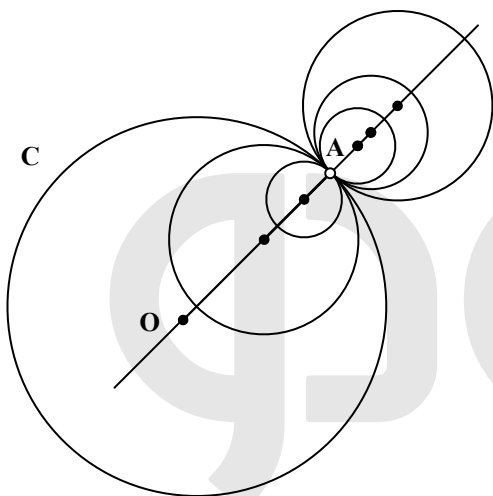


$$\begin{aligned} OT \parallel O'T' &\Rightarrow \frac{O'T'}{OT} = \frac{MO'}{MO} \Rightarrow \frac{R}{6} = \frac{R+1}{1+R+R+6} \Rightarrow \frac{R}{6} = \frac{R+1}{2R+7} \\ &\Rightarrow 2R^2 + 7R = 6R + 6 \Rightarrow 2R^2 + R - 6 = 0 \Rightarrow (2R-3)(R+2) \xrightarrow{R>0} R = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

۱۳۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* هندسه ۲

مطابق شکل مرکز دایره‌های مماس بر دایره C و گذرنده از نقطه A و نقطه O روی یک خط راست قرار دارند، بنابراین مکان هندسی این نقاط، خطی است که از O و A می‌گذرد، اما چون نقطه A جزو این مکان نیست، بنابراین دقیق‌ترین جواب دو نیم خط است.



۱۳۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* هندسه تحلیلی و جبر خطی

$$a \cdot b = |a||b| \cos \theta, \quad |a \times b| = |a||b| \sin \theta$$

نکته: اگر زاویه بین دو بردار a و b برابر  $\theta$  باشد، آن گاه:

$$\text{نکته: } \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$$

$$\begin{aligned} |(a \cdot b)(a \times b)| &\stackrel{a \cdot b > 0}{=} (a \cdot b)|a \times b| = |a||b| \cos \theta |a||b| \sin \theta = |a|^2 |b|^2 \sin \theta \cos \theta = 1 \times 4 \sin \theta \cos \theta = 2 \sin 2\theta \\ &= 2 \sin 30^\circ = 1 \end{aligned}$$

۱۳۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* هندسه تحلیلی و جبر خطی

$$\text{نکته: } a \times (b \times c) = (a \cdot c)b - (a \cdot b)c$$

$$b \times (c \times a) + a \times (b \times c) = (b \cdot a)c - (b \cdot c)a + (a \cdot c)b - (a \cdot b)c = (a \cdot c)b - (b \cdot c)a = c \times (b \times a)$$

۱۳۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* هندسه تحلیلی و جبر خطی

راه حل اول: نکته: برای محاسبه فاصله بین دو خط موازی D و D' با بردار هادی L، ابتدا نقطه دلخواه A را از خط D و نقطه دلخواه B را از خط

$$D' \text{ در نظر می‌گیریم. در این صورت فاصله این دو خط از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید: } AH = \frac{|\overline{AB} \times \vec{L}|}{|\vec{L}|}$$

$$\begin{cases} D: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = z: & A(0, 1, 0) \\ D': \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = z: & B(1, 0, 0) \end{cases} \Rightarrow \overline{AB} = (1, -1, 0), \quad \vec{L} = (2, 2, 1)$$

$$\overline{AB} \times \vec{L} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1, -1, 4) \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{1+1+16}}{\sqrt{4+4+1}} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}} = \sqrt{2}$$

راه حل دوم: نکته: برای به دست آوردن فاصله دو خط موازی  $D$  و  $D'$  با بردار هادی  $L$ ، ابتدا نقطه پارامتری  $A$  را روی  $D$  (بر حسب  $t$ ) و نقطه دلخواه  $B$  را روی  $D'$  در نظر می گیریم، سپس پارامتر  $t$  را طوری به دست می آوریم که بردار  $AB$  بر بردار هادی  $L$  عمود باشد. نهایتاً اندازه بردار  $AB$  را به ازای این مقدار  $t$ ، به دست می آوریم.

$$\begin{cases} D: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = z \Rightarrow \begin{cases} x = 2t \\ y = 2t+1 \\ z = t \end{cases} \Rightarrow A(2t, 2t+1, t) \\ D': \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = z \Rightarrow B(1, 0, 0), \quad \vec{L} = (2, 2, 1) \end{cases} \Rightarrow \vec{AB} = (1-2t, -2t-1, -t)$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{L} = 0 \Rightarrow (2-4t) + (-4t-2) - t = 0 \Rightarrow t = 0$$

$$\vec{AB} = (1, -1, 0) \Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{1+1+0} = \sqrt{2}$$

با جایگذاری  $t = 0$  داریم:

۱۳۶- پاسخ: گزینه ۴  $\blacktriangle$  مشخصات سؤال: \* متوسط \* هندسه تحلیلی و جبر خطی

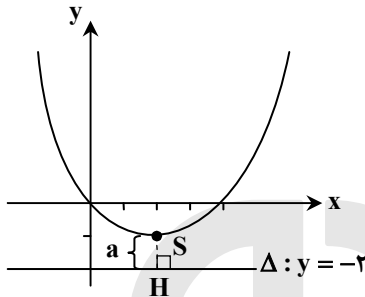
نکته: معادله یک سهمی قائم با رأس  $S(\alpha, \beta)$  و پارامتر  $a$  عبارت است از:

$$(x-\alpha)^2 = 4a(y-\beta)$$

$$a = SH = 1$$

$$(x-2)^2 = 4(y+1)$$

برای به دست آوردن محل تقاطع سهمی با محور  $x$  ها، در معادله آن  $y = 0$  را قرار می دهیم.



$$y = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x-2=2 \Rightarrow x=4 \\ x-2=-2 \Rightarrow x=0 \end{cases} \Rightarrow \text{طول وتر} = 4$$

۱۳۷- پاسخ: گزینه ۴  $\blacktriangle$  مشخصات سؤال: \* متوسط \* هندسه تحلیلی و جبر خطی

نکته: اگر  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  و  $\lambda$  یک عدد حقیقی باشد، آن گاه:  $|\lambda A| = \lambda^n |A|$

راه حل اول: نکته: دترمینان هر ماتریس پادمتقارن از مرتبه فرد برابر صفر است.

$$\text{اثبات: } A^t = -A \Rightarrow |A^t| = |-A| \Rightarrow |A| = (-1)^3 |A| \Rightarrow |A| = -|A| \Rightarrow |A| = 0$$

ماتریس  $A = [(i-j)]_{3 \times 3}$  یک ماتریس مربعی است که درایه های روی قطر اصلی آن صفر هستند:  $a_{ij} = i - j = 0$

و چون به ازای هر  $i$  و  $j$ :  $a_{ji} = -a_{ij}$ ، بنابراین درایه های متناظر بالا و پایین قطر اصلی آن قرینه یکدیگرند. با توجه به این ویژگی ها، ماتریس  $A$

یک ماتریس پادمتقارن از مرتبه ۳ است. بنابراین دترمینان آن صفر است، پس:  $|\frac{1}{4}A| = \frac{1}{4^3}|A| = 0$

$$\text{راه حل دوم: } A = [i-j]_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 0 + 1 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 2 = 0 \Rightarrow |\frac{1}{4}A| = \frac{1}{4^3}|A| = 0$$

۱۳۸- پاسخ: گزینه ۲  $\blacktriangle$  مشخصات سؤال: \* متوسط \* هندسه تحلیلی و جبر خطی

$$FF' = 2c = 8 \Rightarrow c = 4$$

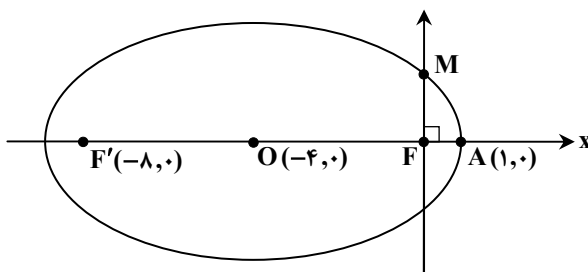
$$\text{مرکز: } O = \frac{F+F'}{2} = (-4, 0)$$

$$OA = a = 5$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$$

$$\frac{(x+4)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad \text{بنابراین معادله بیضی عبارت است از:}$$

نقطه  $M$  روی محور  $y$  ها است، پس  $x$  آن صفر است.



$$x = 0 \Rightarrow \frac{16}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow \frac{y^2}{9} = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow y = \pm \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{M بالای محور x هاست}} M(0, \frac{3}{5})$$

۱۳۹- پاسخ: گزینه ۲  $\blacktriangle$  مشخصات سؤال: \* ساده \* هندسه تحلیلی و جبر خطی

نکته: دستگاه همگن  $AX = O$  همواره دارای جواب است. اگر  $|A| \neq 0$ ، دستگاه فقط یک جواب و اگر  $|A| = 0$ ، دستگاه بی شمار جواب دارد.

دستگاه  $\begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ x + y + 4z = 0 \\ 5x - y + az = 0 \end{cases}$  یک دستگاه همگن است که مطابق شکل دارای بی‌شمار جواب است، بنابراین باید دترمینان ضرایب آن برابر صفر باشد:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 4 \\ 5 & -1 & a \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2(a+4) - 3(a-20) + 6 = 0 \Rightarrow -a + 8 + 60 + 6 = 0 \Rightarrow a = 74$$

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* هندسه تحلیلی و جبر خطی

۱۴۰- پاسخ: گزینه ۳

نکته:  $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

راه حل اول: نکته:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ b & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a+b & 1 \end{bmatrix}$

با توجه به نکته بالا، حاصل ضرب ماتریس‌های داده شده برابر است با:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1+2+3+\dots+20 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{20 \times 21}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 210 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس برابر ۲۱۲ است.

راه حل دوم: نکته:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ n & 1 \end{bmatrix}$

با توجه به نکته بالا داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 20 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^2 \dots \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{20} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{1+2+\dots+20} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{210} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 210 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس برابر ۲۱۲ است.

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* آمار و مدل سازی

۱۴۱- پاسخ: گزینه ۴

نکته: اگر در یک جدول فراوانی، مرکز و فراوانی مطلق دسته  $i$  ام را با  $x_i$  و  $f_i$  نمایش دهیم، آن گاه:

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + \dots + f_k x_k}{f_1 + \dots + f_k}, \quad \sigma^2 = \frac{f_1 (x_1 - \bar{x})^2 + \dots + f_k (x_k - \bar{x})^2}{f_1 + \dots + f_k}$$

نکته: (فراوانی تجمعی دسته  $(i-1)$  ام) - (فراوانی تجمعی دسته  $i$  ام) = فراوانی مطلق دسته  $i$  ام

نکته: ضریب تغییرات، خارج قسمت تقسیم انحراف معیار بر میانگین است.  $(CV = \frac{\sigma}{\bar{x}})$

مرکز دسته $(x_i)$	۲	۴	۶	۸	۱۰
فراوانی مطلق $(f_i)$	۴	۲	۳	۲	۱

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{(4 \times 2) + (2 \times 4) + (3 \times 6) + (2 \times 8) + (1 \times 10)}{12} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i} = \frac{4(-2)^2 + 2(-1)^2 + 3(1)^2 + 2(3)^2 + 1(5)^2}{12} = \frac{84}{12} = 7 \Rightarrow \sigma = \sqrt{7}$$

بنابراین ضریب تغییرات این داده‌ها برابر است با:  $CV = \frac{\sqrt{7}}{5}$

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* آمار و مدل سازی

۱۴۲- پاسخ: گزینه ۴

$$\bar{x}_1 = 8 \Rightarrow \frac{x_1 + \dots + x_{10}}{10} = 8 \Rightarrow x_1 + \dots + x_{10} = 80 \Rightarrow \bar{x}_2 = \frac{x_1 + \dots + x_{10} + 5 + 6 + 8 + 9 + 12}{15} = \frac{80 + 40}{15} = 8$$

طبق فرض داریم:

$$\sigma_1 = 2\sqrt{6} \Rightarrow \sigma_1^2 = 24 \Rightarrow \frac{(x_1 - 8)^2 + (x_2 - 8)^2 + \dots + (x_{10} - 8)^2}{10} = 24 \Rightarrow (x_1 - 8)^2 + (x_2 - 8)^2 + \dots + (x_{10} - 8)^2 = 240 \quad (*)$$

واریانس ۱۵ داده حاصل برابر است با:

$$\sigma_2^2 = \frac{(x_1 - 8)^2 + \dots + (x_{10} - 8)^2 + (5 - 8)^2 + (6 - 8)^2 + (8 - 8)^2 + (9 - 8)^2 + (12 - 8)^2}{15} \stackrel{(*)}{=} \frac{240 + 9 + 4 + 1 + 16}{15} = \frac{270}{15} = 18$$

بنابراین:  $\sigma_2 = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

۱۴۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده \* جبر و احتمال

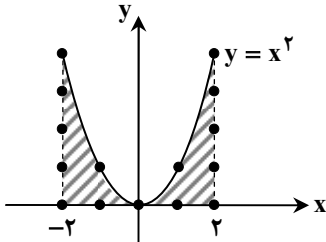
نکته:  $B - C = B \cap C'$ نکته: اگر  $A \subset B$ ، آن گاه  $A \cap B = A$  و  $A \cup B = B$ نکته:  $A - B = A - (A \cap B)$ نکته:  $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ 

$$(A \cap (B - C)) \cup (C - A) = (A \cap (B \cap C')) \cup (C - A) = \underbrace{(A \cap B) \cap C'}_A \cup (C - A) \Rightarrow (A - C) \cup (C - A) = A \Delta C$$

۱۴۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* جبر و احتمال

$$\begin{cases} x = \pm 1 \Rightarrow 0 \leq y \leq 1 \Rightarrow y = 0, 1 \Rightarrow \text{حالت } 2 \times 2 \\ x = \pm 2 \Rightarrow 0 \leq y \leq 4 \Rightarrow y = 0, 1, 2, 3, 4 \Rightarrow \text{حالت } 2 \times 5 \\ x = 0 \Rightarrow 0 \leq y \leq 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \text{حالت } 1 \end{cases}$$

بنابراین ۱۵ عضو با مؤلفه‌های صحیح در رابطه  $R$  وجود دارد.

۱۴۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* جبر و احتمال

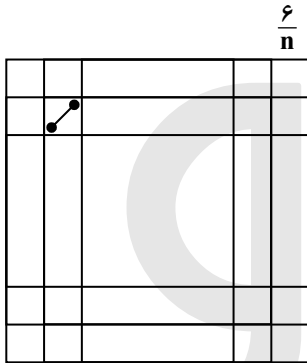
اگر هر ضلع مربع را به  $n$  قسمت مساوی تقسیم کنیم، آن گاه  $n^2$  مربع همنهشت ایجاد می‌شود که طول قطر آن‌ها طبق قضیه فیثاغورس برابر است با:

$$\sqrt{\left(\frac{6}{n}\right)^2 + \left(\frac{6}{n}\right)^2} = \frac{6\sqrt{2}}{n}$$

بنابراین اگر  $n = 9$ ، آن گاه قطر مربع‌های کوچک برابر  $\frac{6\sqrt{2}}{9} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$  خواهد بود. پس اگر هر ضلع

مربع را به  $n = 9$  قسمت تقسیم کنیم،  $n^2 = 81$  مربع کوچک با قطر  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$  تشکیل می‌شود. در

نتیجه اگر ۸۲ نقطه در نظر بگیریم، آن گاه حداقل دو نقطه درون یکی از مربع‌ها قرار می‌گیرند و فاصله‌شان کمتر از  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$  خواهد بود.



۱۴۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* جبر و احتمال

نکته: احتمال پیشامد  $A$  در فضای نمونه‌ای پیوسته  $S$  بعدی ۳ برابر است با:  $P(A) = \frac{V_A}{V_S}$

نکته: در مکعب مستطیلی با اضلاع  $a, b$  و  $c$  طول قطر برابر است با:  $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

نکته: حجم کره‌ای به شعاع  $r$  برابر است با:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

اگر ضلع مکعب را  $a$  در نظر بگیریم، با توجه به شکل داریم:

$$d = 2r \Rightarrow \sqrt{3}a = 2r \Rightarrow a = \frac{2}{\sqrt{3}}r$$

$$\begin{cases} V_A = a^3 = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}r\right)^3 = \frac{8r^3}{3\sqrt{3}} \\ V_S = \frac{4}{3}\pi r^3 \end{cases} \Rightarrow P(A) = \frac{V_A}{V_S} = \frac{\frac{8r^3}{3\sqrt{3}}}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{2}{\sqrt{3}\pi} = \frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$$

بنابراین احتمال مورد نظر  $\frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$  برابر  $\frac{1}{3\pi}$  است.

۱۴۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده \* ریاضیات گسسته

$x$	۱	۲	۳	۴	۵	۶
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{a}{14}$	$\frac{a}{14}$	$\frac{a}{14}$

$$\sum_{i=1}^6 P(X=i) = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{2}{7} + \frac{1}{4} + \frac{3a}{14} = 1 \Rightarrow \frac{11}{14} + \frac{3a}{14} = 1 \Rightarrow a = 1$$

$$P(2 < X < 5) = P(X=3) + P(X=4) = \frac{1}{4} + \frac{1}{14} = \frac{7+2}{28} = \frac{9}{28}$$

۱۴۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* ریاضیات گسسته

نکته: اگر  $p$  یک عدد اول باشد و  $ab \equiv 0$ ، آن گاه  $a \equiv 0$  یا  $b \equiv 0$

نکته: اگر  $ac \equiv bc$ ، آن گاه  $a \equiv b$  که در آن  $d = (m, c)$

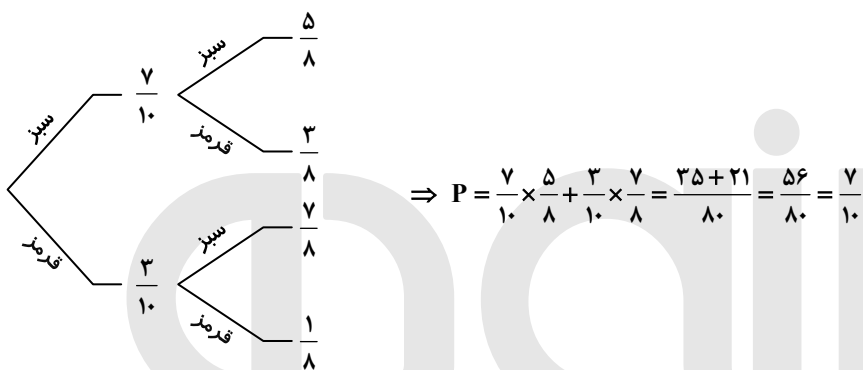
$$2n^2 - 3n - 2 = (2n+1)(n-2)$$

$$(2n+1)(n-2) \equiv 0 \xrightarrow{\text{۴۱ اول}} \begin{cases} n-2 \equiv 0 \Rightarrow n \equiv 2 \xrightarrow{1 \leq n < 80} n=2, n=43 \\ 2n+1 \equiv 0 \Rightarrow 2n \equiv -1 \Rightarrow 2n \equiv 40 \xrightarrow{(2,41)=1} n \equiv 20 \xrightarrow{1 \leq n < 80} n=20, 61 \end{cases}$$

بنابراین ۴ عدد طبیعی با ویژگی‌های مورد نظر وجود دارد.

۱۴۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* ریاضیات گسسته

با استفاده از نمودار درختی داریم:



۱۵۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* ریاضیات گسسته

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

نکته (احتمال شرطی):

B: اعداد ظاهر شده متفاوت باشند.

A: قدرمطلق تفاضل اعداد ظاهر شده برابر ۲ باشد.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(S)}}{\frac{n(B)}{n(S)}} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} \quad (*)$$

$$\begin{aligned} B &= S - \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\} \Rightarrow n(B) = 36 - 6 = 30 \\ A \cap B &= \{(1,3), (3,1), (2,4), (4,2), (3,5), (5,3), (4,6), (6,4)\} \Rightarrow n(A) = 8 \end{aligned}$$

$$P(A|B) = \frac{8}{30} = \frac{4}{15} \quad (*) \text{ داریم:}$$

۱۵۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* ریاضیات گسسته

$$(1000)_8 = 0 + 0 \times 8^1 + 0 \times 8^2 + 1 \times 8^3 = 512$$

ابتدا کوچک‌ترین عدد چهاررقمی در مبنای ۸ را به دست می‌آوریم:

حال کوچک‌ترین عدد  $n$  را طوری به دست می‌آوریم که:  $n^2 \geq 512$ 

$$n^2 \geq 512 \Rightarrow n \geq 23$$

بنابراین کوچک‌ترین عدد مربع کامل که در مبنای ۸ چهاررقمی است، عبارت است از:  $n^2 = (23)^2 = 529$ مجموع ارقام این عدد برابر است با:  $5 + 2 + 9 = 16$ 

۱۵۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* ریاضیات گسسته

$$\binom{p}{m} \frac{(m-1)!}{2}$$

نکته: تعداد دوره‌های به طول  $m$  در گراف کامل  $K_p$  برابر است با:

گراف مورد نظر، گراف کامل  $K_5$  بوده که یک رأس دیگر با دو یال به آن اضافه شده است.

تعداد دورهای به طول ۴ که فاقد رأس ششم باشد، همان تعداد دورهای به طول ۴ در  $K_5$  است که برابر است با:  $\binom{5}{4} \frac{(4-1)!}{2} = 15$

تعداد دورهای به طول ۴ در این گراف که شامل رأس ششم باشد، برابر است با:

$$\binom{3}{1} \times 1 = 3 \leftarrow \text{انتخاب ۱ رأس از ۳ رأس باقی مانده}$$

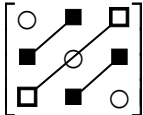
تعداد دورهایی که این چهار رأس می سازند

بنابراین تعداد کل دورهای به طول ۴ در این گراف برابر است با:  $15 + 3 = 18$

۱۵۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* ریاضیات گسسته

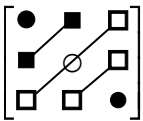
ماتریس این رابطه یک ماتریس  $3 \times 3$  است. چون رابطه باید متقارن و ۴ عضوی باشد، دو حالت امکان پذیر است:

الف) دو درایه از بالای قطر اصلی و دو درایه نظیر آن‌ها از پایین قطر اصلی و بقیه درایه‌ها صفر باشند. تعداد



$$\binom{3}{2} = 3 \text{ رابطه‌ها در این حالت برابر است با:}$$

ب) یک درایه از بالای قطر اصلی، یک درایه نظیر آن از پایین قطر اصلی و دو درایه از قطر اصلی برابر ۱ و بقیه



$$\binom{3}{1} \binom{2}{2} = 9 \text{ درایه‌ها صفر باشد. تعداد رابطه‌ها در این حالت برابر است با:}$$

بنابراین تعداد کل روابط مورد نظر برابر است با:  $3 + 9 = 12$

۱۵۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* ریاضیات گسسته

نکته: تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله  $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$  برابر است با:  $\binom{n+k-1}{n}$

چون  $x_1^3 + x_2 + x_3 \leq 20$ ، پس عدد صحیح و نامنفی  $x_4$  وجود دارد به طوری که:

$$x_1^3 + x_2 + x_3 + x_4 = 20 \quad (*)$$

به  $x_1$  مقدار می‌دهیم و تعداد جواب‌های معادله حاصل را به دست می‌آوریم. با توجه به این که مجموع برابر ۲۰ است، نتیجه می‌گیریم  $x_1^3 \leq 20$ . از طرفی طبق فرض  $2 \leq x_1 < 5$ ، پس  $x_1 = 2$ . با جایگذاری این مقدار در معادله (\*) داریم:

$$\begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 = 12 \\ 2 \leq x_2 \leq 4, 2 \leq x_3 \leq 4 \end{cases} \xrightarrow{x'_2 = x_2 - 2, x'_3 = x_3 - 2} \begin{cases} x'_2 + x'_3 + x_4 = 8 \\ 0 \leq x'_2 \leq 2, 0 \leq x'_3 \leq 2 \end{cases} (**)$$

S: مجموعه کل جواب‌های صحیح و نامنفی معادله بالا

A: مجموعه جواب‌های معادله بالا با شرط  $x'_2 \geq 3$

B: مجموعه جواب‌های معادله بالا با شرط  $x'_3 \geq 3$

$$|S| = \binom{2+8}{2} = \binom{10}{2} = 45$$

$$|A| = (x'_2 + x'_3 + x_4 = 8 \text{ تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله}) = \binom{2+5}{2} = \binom{7}{2} = 21$$

$$|B| = (x'_2 + x'_3 + x_4 = 8 \text{ تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله}) = \binom{2+5}{2} = \binom{7}{2} = 21$$

$$|A \cap B| = (x'_2 + x'_3 + x_4 = 2 \text{ تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله}) = \binom{2+2}{2} = \binom{4}{2} = 6$$

بنابراین تعداد جواب‌های معادله (\*\*) که در واقع تعداد جواب‌های نامعادله داده شده می‌باشد، برابر است با:

$$|A' \cap B'| = |(A \cup B)'| = |S| - |A \cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|) = 45 - (21 + 21 - 6) = 9$$

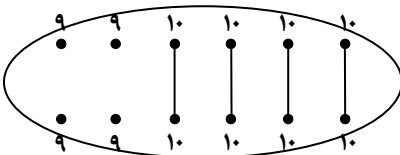
۱۵۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* ریاضیات گسسته

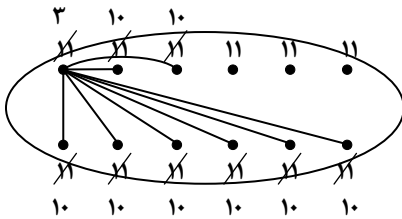
برای حداقل شدن مقدار  $\Delta - \delta$ ، باید گراف مورد نظر به گراف منتظم نزدیک باشد.

گراف ۹- منتظم از مرتبه ۱۲ دارای  $\frac{12 \times 9}{2} = 54$  یال است. اگر ۴ یال به صورت شکل

مقابل به این گراف اضافه کنیم، گرافی از مرتبه ۱۲ و اندازه ۵۸ به دست می‌آید که در

آن  $\Delta - \delta = 10 - 9 = 1$ ، بنابراین حداقل مقدار  $\Delta - \delta$  برابر ۱ است.





برای به دست آوردن حداکثر  $\Delta - \delta$ ، گراف مورد نظر را با گراف کامل  $K_{12}$  مقایسه می‌کنیم. گراف مورد نظر ۸ یال از گراف کامل  $K_{12}$  کمتر دارد. اگر این ۸ یال را به شکل مقابل از  $K_{12}$  حذف کنیم، حداکثر  $\Delta - \delta$  به دست می‌آید که برابر است با:

$$11 - 3 = 8$$

بنابراین حداقل و حداکثر مقدار  $\Delta - \delta$  به ترتیب برابر ۱ و ۸ و اختلاف آن‌ها برابر ۷ است.

## فیزیک

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک چهارم

۱۵۶- پاسخ: گزینه ۳

محل دو متحرک در  $t = 0$  را  $x = 0$  در نظر می‌گیریم.

$$\left. \begin{aligned} x_B &= 10 \cdot t = 10 \times 15 = 150 \text{ m} \\ x_A &= \frac{8 \times 16}{2} + 16(t - 8) = 64 + 16(15 - 8) = 16(4 + 7) = 176 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_A - x_B = 176 - 150 = 26 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک چهارم

۱۵۷- پاسخ: گزینه ۲

$$H = \frac{V_{oy}^2}{2g} \Rightarrow 80 = \frac{V_{oy}^2}{20} \Rightarrow V_{oy} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{ox}^2 + V_{oy}^2 = V_o^2 \Rightarrow V_{ox}^2 + 1600 = 2500 \Rightarrow V_{ox} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\left. \begin{aligned} |\Delta \vec{r}| &= \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \\ \Delta x &= 30 \times 2 = 60 \text{ m} \\ \Delta y &= -\frac{1}{2}gt^2 + V_{oy}t = \frac{1}{2}(-10) \times 2^2 + 40 \times 2 = 60 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow |\Delta \vec{r}| = 60\sqrt{2} \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک چهارم

۱۵۸- پاسخ: گزینه ۲

■ شرایط این گلوله دقیقاً شرایط پرتاب افقی است. شتاب ثابت و موازی محور  $y$  و بردار سرعت اولیه در امتدادی غیر از محور  $y$  است، پس مسیر حرکت سهمی است.

■ گزینه‌های ۳ و ۴ نادرست هستند؛ زیرا در حرکت بر مسیر مستقیم  $\vec{a}$  و  $\vec{V}$  همواره هم‌راستا هستند.

$$\Delta \vec{V} = \vec{a} \cdot \Delta t \Rightarrow \vec{V} = \vec{a} \cdot t + \vec{V}_0 = 20\vec{i} + 5t\vec{j} \Rightarrow \vec{r} = (20t + x_0)\vec{i} + \left(\frac{5}{2}t^2 + y_0\right)\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} x = 20t + x_0 \\ y = \frac{5}{2}t^2 + y_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y - y_0 = \frac{5}{2} \left( \frac{x - x_0}{20} \right)^2 \Rightarrow y - y_0 = \frac{1}{160} (x - x_0)^2$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک چهارم

۱۵۹- پاسخ: گزینه ۱

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_{oy}t \Rightarrow 90 = -5 \times 6^2 + 6V_o \Rightarrow 6V_o = 270 \Rightarrow V_o = 45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E = U + K \quad \xrightarrow{\text{در لحظه پرتاب } U=0} \quad E = \frac{1}{2}mV_o^2 = \frac{1}{2} \times 0.8 \times 45 \times 45 = 0.4 \times 45 \times 45 = 810 \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* فیزیک چهارم

۱۶۰- پاسخ: گزینه ۴

$$f_{s_{\max}} = N_f \mu_s = m_f g \mu_s = 40 \times 0.5 = 20 \text{ N}$$

$$m_1 g = 50 \text{ N}$$

$$50 - 20 \leq m_f g \leq 50 + 20 \Rightarrow 3 \text{ kg} \leq m_f \leq 7 \text{ kg}$$

برای آنکه وزنه‌ها ساکن بمانند می‌بایست، جرم وزنه  $m_f$  بین ۳ kg تا ۷ kg باشد. تنها گزینه ۴ بین این دو مرز قرار دارد.

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک چهارم

۱۶۱- پاسخ: گزینه ۱

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}, \quad V = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

$$f_2 = 8f_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{8} \Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{\sqrt{8}} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 2$$

$$K = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = 4 \times 2^2 = 16$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک چهارم

۱۶۲- پاسخ: گزینه ۳

$$\vec{P} = m\vec{V}, \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = \Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

حرکت ابتدا کند و سپس تندشونده  $\Rightarrow$   $|\vec{V}|$  ابتدا کم و سپس زیاد  $\Rightarrow$   $|\vec{P}|$  ابتدا کم و سپس زیاد می شود.

$P_x = 2t - 8 \Rightarrow$  از  $t = 0$  تا  $t = 4$  s کم می شود و سپس زیاد می شود.

$P_y = 10 \Rightarrow$   $P_y$  ثابت است.

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 2\vec{i} \Rightarrow$$
 شتاب صفر نیست و ثابت است.

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* فیزیک چهارم

۱۶۳- پاسخ: گزینه ۴

اگر جسم را از پایین شیب با سرعت  $V_1$  بالا بفرستیم و در بازگشت به نقطه شروع، اندازه سرعت آن  $V_2$  باشد:

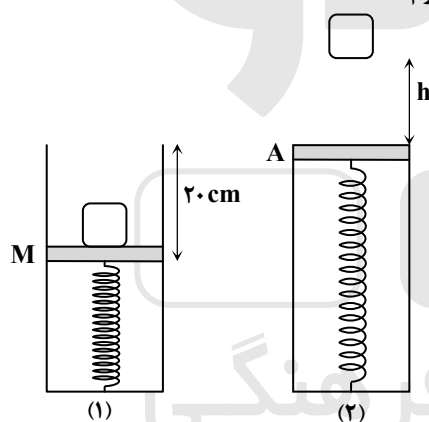
$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = \frac{\sin \alpha - \mu_k \cos \alpha}{\sin \alpha + \mu_k \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{4\sqrt{3}}{12}\right)^2 = \frac{1 - \mu_k \sqrt{3}}{1 + \mu_k \sqrt{3}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1 - \mu_k \sqrt{3}}{1 + \mu_k \sqrt{3}} \Rightarrow 1 + \mu_k \sqrt{3} = 3 - 3\mu_k \sqrt{3} \Rightarrow 2 = 4\mu_k \sqrt{3} \Rightarrow \mu_k = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\sin \alpha - \mu_k \cos \alpha}{\sin \alpha + \mu_k \cos \alpha}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک چهارم و فیزیک دوم

۱۶۴- پاسخ: گزینه ۱



$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2} k x^2 = mg(h + x)$$

$$x = AM$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 300 \times (0.2)^2 = 0.5 \times 10 \times (h + 0.2)$$

$$\Rightarrow 6 = 5(h + 0.2) \Rightarrow 5h = 5 \Rightarrow h = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* فیزیک اول

۱۶۵- پاسخ: گزینه ۲

در آینه تخت زاویه میان راستای جسم و سطح آینه برابر است با زاویه میان تصویر و سطح آینه.

زاویه میان جسم و تصویر دو برابر مقدار فوق است.

$$30^\circ = \text{زاویه میان جسم و آینه}$$

$$\Rightarrow 60^\circ = \text{زاویه میان جسم و تصویر} = 2 \times 30^\circ$$

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* فیزیک اول

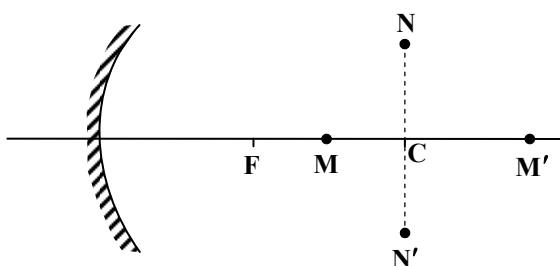
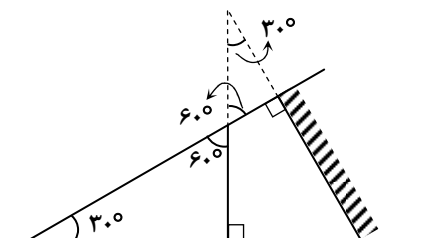
۱۶۶- پاسخ: گزینه ۳

تصویر M نقطه M' بوده و به ترتیب زیر حساب می شود:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{\frac{3}{2}f} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{2}{3f} = \frac{1}{3f} \Rightarrow q = 3f$$

$$\Rightarrow M'C = 2MC$$



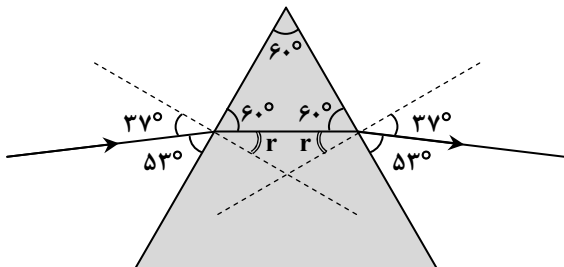


تصویر N هم نقطه N' و در نتیجه NC = N'C است (چرا؟)

$$\left. \begin{aligned} M'N' &= \sqrt{f^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2} = f\sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \frac{f\sqrt{5}}{2} \\ MN &= \sqrt{\left(\frac{f}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2} = \frac{f\sqrt{2}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{M'N'}{MN} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* فیزیک اول

۱۶۷- پاسخ: گزینه ۱



$$90 - r = 60 \Rightarrow r = 30$$

$$\frac{\sin 37^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{n}{1} \Rightarrow \frac{0.6}{0.5} = n \Rightarrow n = \frac{6}{5}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک اول

۱۶۸- پاسخ: گزینه ۱

در عدسی واگرا، f منفی است.

$$p = -4f$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{-4f} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{f} + \frac{1}{4f} = \frac{5}{4f} \Rightarrow q = \frac{4}{5}f$$

$$m = \left| \frac{q}{p} \right| = \left| \frac{\frac{4}{5}f}{-4f} \right| = \frac{1}{5}$$

در عدسی ها فاصله جسم و تصویر از رابطه  $d = |p + q|$  حساب می شود.

$$d = |p + q| = \left| -4f + \frac{4}{5}f \right| = \frac{16}{5}|f|$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک دوم

۱۶۹- پاسخ: گزینه ۳

حجم کره با حجم روغن خارج شده از ظرف برابر است.

$$m = \rho \cdot V \Rightarrow 12000 = 0.6 \times V \Rightarrow V = 20000 \text{ cm}^3$$

$$m = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 \Rightarrow 80 \times 10^3 = 5V_1 + 2(20000 - V_1) \Rightarrow 40 \times 10^3 = 3V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{40}{3} \times 10^3 = \frac{4}{3} \times 20000 = \frac{8}{3} V$$

یعنی  $\frac{2}{3}$  حجم کره از فلز شماره (۱) است.

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک دوم

۱۷۰- پاسخ: گزینه ۱

فشار در کف لوله U شکل در دو طرف مساوی است.

$$P_A + (\text{فشار حاصل از } 180 \text{ سانتی متر مایع}) = P_B + (\text{فشار حاصل از } 20 \text{ سانتی متر مایع})$$

$$\Rightarrow P_B - P_A = \text{فشار حاصل از } 160 \text{ سانتی متر مایع}$$

بر حسب سانتی متر جیوه

$$160 \times 1/36 = h \times 13/6$$

$$\Rightarrow h = 16 \text{ cm}$$

بر حسب پاسکال

$$P = \rho gh = 13600 \times \frac{16}{100} \times 10 = 136 \times 160 = 21760 \text{ Pa}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک دوم

۱۷۱- پاسخ: گزینه ۴

$$P = \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2$$

$$0.2 \text{ atm} = 2 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$P = 1000 \times 10 \times 1/7 + 600 \times 10 \times h_2 = 2 \times 10^4 \Rightarrow 6000 h_2 = 3000 \Rightarrow h_2 = 0.5 \text{ m}$$

$$V_2 = Ah_2 = 1500 \times 0.5 = 7500 \text{ cm}^3 = 7.5 \text{ lit}$$

۱۷۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* فیزیک سوم

$$|W| = Q_H - |Q_C| \Rightarrow |W| = 1200 - 800 = 400 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow \frac{400}{1200} = 1 - \frac{T_C}{900} \Rightarrow \frac{T_C}{900} = \frac{2}{3} \Rightarrow T_C = 600 \text{ K}$$

در حالت دوم:

$$T_H = 1200 \text{ K}, T_C = 900 \text{ K} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{900}{1200} = \frac{1}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* فیزیک سوم

۱۷۳- پاسخ: گزینه ۴

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow Q = 0, \Delta U = W \\ \text{بی دررو} \\ \Rightarrow W < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U = -3000 \text{ J}$$

$$\Delta U = nC_V \Delta T \Rightarrow -3000 = 5 \times 20 \Delta T \Rightarrow \Delta T = -30 \text{ K} = -30^\circ \text{C}$$

$$\Delta \theta = \theta_f - \theta_i \Rightarrow -30 = 120 - \theta_i \Rightarrow \theta_i = 150^\circ \text{C}$$

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* فیزیک سوم

۱۷۴- پاسخ: گزینه ۳

با توجه به شکل نمودار، این فرآیند هم فشار است. (چرا؟)  
در فرآیند هم فشار برای گاز کامل تک اتمی، داریم:

$$W = -P \cdot \Delta V = -nR\Delta T \quad Q = nC_P \Delta T = \frac{5}{2} nR\Delta T = -\frac{5}{2} W = \frac{5}{2} P \cdot \Delta V$$

$$P_A = P_B = 2 \text{ atm} \approx 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_B V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{0.5}{500} = \frac{V_B}{800} \Rightarrow V_B = 0.8 \text{ m}^3$$

$$Q = \frac{5}{2} P \Delta V = \frac{5}{2} \times 2 \times 10^5 \times (0.8 - 0.5) = 5 \times 10^5 \times \frac{3}{100} = 15000 \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک دوم

۱۷۵- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به اینکه دمای آب ثابت است معلوم می شود که با همان آهنگی که دستگاه به آب گرما می دهد، از دیواره های مخزن گرما خارج می شود.

$$\frac{Q}{t} = \frac{kA\Delta\theta}{\ell}, \quad \frac{Q}{t} = P, A = 4 \times 1 \times 1 \text{ m}^2$$

$$\frac{1/5 \times 4 \times (60 - \theta)}{0.02} = 15 \times 10^3 \Rightarrow 60 - \theta = \frac{15 \times 2 \times 10}{6} \Rightarrow \theta = 10^\circ \text{C}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک دوم

۱۷۶- پاسخ: گزینه ۱

اگر ۲ کیلوگرم آب  $30^\circ \text{C}$  گرمای  $560$  کیلوژول از دست بدهد:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow -560 = 2 \times 4 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = -70^\circ \text{C}$$

غ ق باید دمای آب  $70^\circ \text{C}$  کم شود که قابل قبول نیست؛ بنابراین می فهمیم که آب به دمای صفر رسیده و باز هم گرما از دست داده است؛ یعنی بخشی از آن منجمد شده است. پس از طرف دیگر، یخ  $-40^\circ \text{C}$  به دمای صفر رسیده و چیزی از آن ذوب نشده است.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 560 = m \times 2 \times 40 \Rightarrow m = 7 \text{ kg}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک سوم

۱۷۷- پاسخ: گزینه ۱

بین دو صفحه میدان الکتریکی یکنواخت ایجاد می شود.

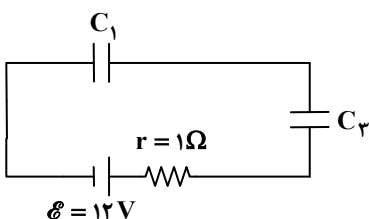
$$E = \frac{V}{d} = \frac{120}{0.01} = 12 \times 10^3 \text{ V}$$

$$F = E|q| = 50 \times 10^{-9} \times 12 \times 10^3 = 6 \times 10^{-4} \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک سوم

۱۷۸- پاسخ: گزینه ۳

حالت اول:



$$q_1 = q_2 = \mathcal{E} \times (C_1 \text{ متوالی } C_2) = 12 \times \frac{30}{2} = 180 \mu\text{C}$$

در حالت دوم بار  $C_2$  همین مقدار می ماند، اما بار  $C_1$  بین  $C_1$  و  $C_2$  تقسیم می شود. ( $C_1$  و  $C_2$  موازی می شوند)

$$V_{AB} = V_{1,2} = \frac{q_{1,2}}{C_{1,2}} = \frac{180}{30+30} = 3 \text{ V}$$

توجه کنید از مقاومت های  $R$  و  $r$  جریانی نمی گذرد (البته پس از آنکه بار و ولتاژ خازن ها به مقدار نهایی خود رسیدند) و دو سر آن ها، هم پتانسیل است. (مثل سیم)

۱۷۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک سوم

$$q_2 = q_1 + q_2 \Rightarrow \Delta q_2 = q_1 + q_2 \Rightarrow q_1 = 4q_2$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \Rightarrow \frac{4}{20} = \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_2 = 5 \mu F$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{q_2}{C_2}}{\frac{q_1}{C_1}} = \left(\frac{q_2}{q_1}\right) \times \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{4} \times \frac{5}{20} = \frac{1}{16}$$

۱۸۰- پاسخ: گزینه ۲

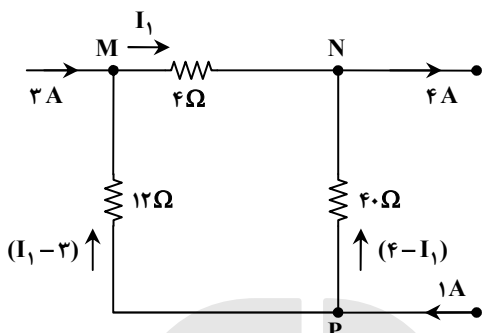
▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک سوم

با توجه به قاعده انشعاب کیرشهف در نقاط M و N وضعیت جریان‌های گذرنده از قسمت‌های مختلف مدار به شکل مقابل است.

$$-12(I_1 - 3) - 4I_1 + 40(4 - I_1) = 0 \Rightarrow 196 = 56I_1$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{196}{56} = \frac{49}{14} = \frac{7}{2} = 3.5 \text{ A}$$

$$V_M - V_N = 4I_1 = 4 \times 3.5 = 14 \text{ V}$$



۱۸۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک سوم

$$\text{مدار الف: } I_1 = I_2 = I = \frac{\mathcal{E}}{r + R + R} = \frac{\mathcal{E}}{r + 2R}$$

$$\text{مدار ب: } I_2 = \frac{1}{2}I = \frac{1}{2} \times \frac{\mathcal{E}}{r + (R \parallel R)} = \frac{1}{2} \times \frac{\mathcal{E}}{\frac{R}{2} + r} = \frac{\mathcal{E}}{R + 2r}$$

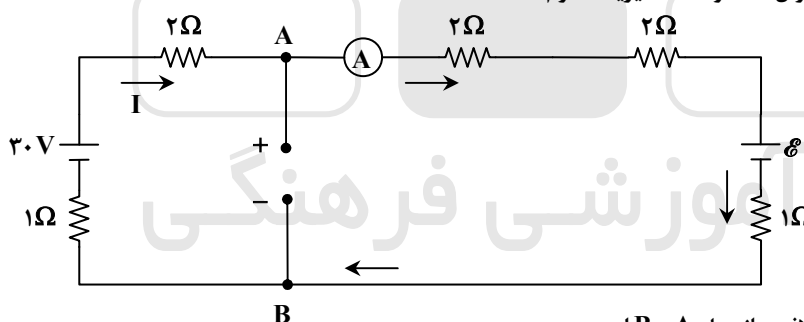
$$\frac{\mathcal{E}}{R + 2r} = \frac{1}{2} \times \frac{\mathcal{E}}{r + 2R} \Rightarrow 2R + 4r = 4R + 2r \Rightarrow 2r = 2R \Rightarrow \frac{R}{r} = 1$$

۱۸۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک سوم

از ولت‌سنج آرمانی و خازن (مدتی پس از تشکیل مدار و رسیدن بار و ولتاژ آن به مقدار نهایی) جریانی عبور نمی‌کند؛ بنابراین مسیر عبور جریان به شکل مقابل است.

به دلیل متوالی بودن ولت‌سنج، از مقاومت ۵ اهمی نیز جریانی نمی‌گذرد؛ بنابراین دو سر آن هم پتانسیل هستند. ( $V = IR = 0$ )



پس مقداری که ولت‌سنج نشان می‌دهد، همان اختلاف پتانسیل A و B است.

$$V_A + 2I - 30 + I = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 30 - 2I = 24 \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

آمپرسنج همین مقدار را نشان می‌دهد.

$$V_A - (2 + 2 + 1)I - \mathcal{E} = V_B \Rightarrow 24 = \mathcal{E} + 5I \Rightarrow 24 = \mathcal{E} + 5 \times 2 \Rightarrow \mathcal{E} = 14 \text{ V}$$

۱۸۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک سوم

$$F = BI \ell \sin 90^\circ \Rightarrow \frac{F}{\ell} = BI$$

نیروی وارد بر واحد طول سیم:

شدت جریان  $I_3$  در دو حالت یکسان است، پس باید اندازه B حاصل از سیم‌های ۱ و ۲ در محل سیم ۳ را در دو حالت محاسبه نماییم.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \Rightarrow \frac{B_{(1)}}{B_{(2)}} = \frac{\frac{I_1}{2d} + \frac{I_2}{d}}{\sqrt{\left(\frac{I_1}{d}\right)^2 + \left(\frac{I_2}{d}\right)^2}} \quad I_1 = I_2 = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{B_{(1)}}{B_{(2)}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

۱۸۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک سوم و فیزیک چهارم

نیروی  $F = |q|VB$  بر  $V$  (مماس بر مسیر حرکت) عمود است، پس روی ذره کار انجام نمی‌دهد و انرژی جنبشی آن ثابت است (گزینه ۳ درست است) ضمناً  $\vec{F}$  و  $\vec{V}$  بر هم عمود و اندازه آن‌ها ثابت است؛ یعنی حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام می‌شود (گزینه‌های ۱ و ۴ نادرست هستند) و نیروی مرکزگرا  $qVB$  است.

$$\frac{mV^2}{R} = qVB \Rightarrow R = \frac{mV}{qB} \quad (\text{گزینه ۲ نادرست است.})$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک سوم

۱۸۵- پاسخ: گزینه ۳

$$V = IR \Rightarrow \mathcal{E} = 2 \times 10^{-3} \times 5 = 10^{-2} V$$

$$\mathcal{E} = Bv\ell \Rightarrow 10^{-2} = 400 \times 10^{-4} \times v \times 0.5 \Rightarrow v = \frac{1}{2} \frac{m}{s}$$

جریان الکتریکی القایی نشان داده شده در داخل قاب مستطیل شکل، میدان مغناطیسی درون سو ایجاد می‌کند؛ یعنی هم‌سو با میدان مغناطیسی اصلی. پس معلوم می‌شود که مساحت قاب در حال کاهش بوده است و میله به طرف چپ حرکت می‌کند.

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک سوم

۱۸۶- پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{V_2}{220} = \frac{200}{1000} \Rightarrow V_2 = 44 V \quad R \text{ بیشینه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت}$$

$$V = IR \Rightarrow 44 = 4I \Rightarrow I = 11 A \quad R \text{ بیشینه جریان گذرنده از مقاومت}$$

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* فیزیک چهارم

۱۸۷- پاسخ: گزینه ۳

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow 4\pi^2 = \omega^2 \Rightarrow \omega = 2\pi \frac{\text{rad}}{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 1 s \quad \text{دوره حرکت}$$

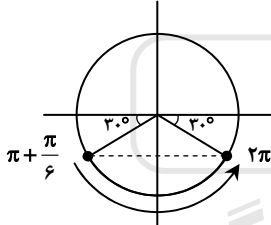
$$a_{\max} = A\omega^2 = V_{\max} \cdot \omega = \frac{\pi}{5} \times 2\pi = \frac{2\pi^2}{5} \frac{m}{s^2}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک چهارم

۱۸۸- پاسخ: گزینه ۲

$$x = -\delta \quad x = 0 \quad x = 10 \quad x = -10$$

$$x = -5 \text{ cm} \Rightarrow 10 \sin \phi = -5 \Rightarrow \sin \phi = -\frac{1}{2}$$



$$\left. \begin{aligned} \Delta\phi &= \frac{2\pi}{3} \text{ rad} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{3} \\ T &= \frac{1}{f} = 6 s \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta t = 2 s$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک چهارم

۱۸۹- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به روابط  $\Delta\phi = \frac{\omega}{V} \cdot \Delta x$  و  $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، با افزایش نیروی کشش تار،  $V$  افزایش و  $\Delta\phi$  کاهش می‌یابد.

حالت اول:  $\Delta\phi = 4\pi \text{ rad}$ (با توجه به کاهش  $\Delta\phi$  فقط این دو مقدار ممکن است.)  $\Delta\phi = \pi$  یا  $3\pi \text{ rad}$  حالت دوم

$$\Delta\phi = \frac{\omega}{V} \cdot \Delta x \Rightarrow \frac{\Delta\phi_1}{\Delta\phi_2} = \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \Rightarrow \begin{cases} \frac{4\pi}{3\pi} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{16}{9} \\ \frac{4\pi}{\pi} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 16 \end{cases}$$

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* فیزیک چهارم

۱۹۰- پاسخ: گزینه ۳

$$4 = \frac{\lambda}{6} + \frac{\lambda}{2} = \frac{2\lambda}{3} \Rightarrow \lambda = 6 m$$

$$\lambda = V \cdot T \Rightarrow 6 = 30 \cdot T \Rightarrow T = 0.2 s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.2} = 10\pi \frac{\text{rad}}{s}$$

نقطه M الان در  $u = \frac{1}{\sqrt{2}} A$  است و می‌خواهد بالا برود، یعنی فاز آن  $2k\pi + \frac{\pi}{6}$  رادیان است.

$$\Delta\phi = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \phi - \frac{\pi}{6} = 10\pi \times \frac{1}{15} \Rightarrow \phi = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

$$V = A\omega \cos \phi = 2 \times 10^{-3} \times 10\pi \cos \frac{5\pi}{6} = -2\pi \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}} = -\pi\sqrt{3} \frac{\text{cm}}{\text{s}} \Rightarrow |V| = \pi\sqrt{3} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* فیزیک چهارم

۱۹۱- پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \pi \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m} \Rightarrow MP = \frac{\lambda}{2} = 1 \text{ m}$$

وقتی موج ایستاده تشکیل می‌شود، بسامد نوسان در همه نقاط تار برابر بسامد هر یک از دو موج است.

$$f = \frac{50\pi}{2\pi} = 25 \text{ Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{25} \text{ s} = 0.04 \text{ s}$$

و دامنه در محل شکم‌ها دو برابر دامنه هر یک از دو موج است. ( $A = 2A_1 = 2 \times \frac{3}{100} = \frac{6}{100} \text{ m} = 6 \text{ cm}$ )

پس نقطه N یک شکم است و در لحظه  $t = t_1$  در مکان  $u = +A$  قرار دارد.

$$V_{\max} = A\omega = \frac{6}{100} \times 50\pi = 3\pi \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

یعنی در لحظه خواسته شده پس از  $t_1$ ،  $|V| = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  اندازه سرعت نقطه N برابر  $V_{\max}$  است و نقطه N به مرکز نوساناتش رسیده است،

یعنی زمان مورد نظر،  $\frac{T}{4} = 0.01 \text{ s}$  می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک چهارم

۱۹۲- پاسخ: گزینه ۴

برای آنکه یک لوله صوتی یک انتها بسته، با یک دیافراژم تشدید حاصل کند، باید طول آن مضرب فرد  $\frac{\lambda}{4}$  باشد (سرعت صوت:  $V$ )، بسامد دیافراژم

پس ۱۰۰ سانتی‌متر و ۱۴۰ سانتی‌متر هر دو مضرب فرد  $\frac{\lambda}{4}$  است.

$$\left. \begin{aligned} (2n-1)\frac{\lambda}{4} &= 100 \\ (2m-1)\frac{\lambda}{4} &= 140 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفریق}} 40 = 2(m-n)\frac{\lambda}{4}$$

برای داشتن f کمتر باید بیشترین جواب برای  $\lambda$  را در نظر بگیریم (چرا؟)، پس  $(m-n) = 1$  و  $\frac{\lambda}{4} = 40 \text{ cm}$  است.

$$\lambda = 80 \text{ cm} \Rightarrow 0.8 = \frac{340}{f} \Rightarrow f = \frac{340}{0.8} = 425 \text{ Hz}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک چهارم

۱۹۳- پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = 100 \times \frac{1}{4} = 25$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 10 \log 25 = 20 \log 5 \approx 20 \times 0.7 \approx 14 \text{ dB} \Rightarrow 14 \text{ دسی‌بل زیاد می‌شود.}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک چهارم

۱۹۴- پاسخ: گزینه ۴

$$\lambda = \frac{V + V_s}{f_s} \Rightarrow 0.3 = \frac{340 + 20}{f_s} \Rightarrow f_s = \frac{360}{0.3} = 1200 \text{ Hz}$$

$$\frac{V - V_s}{f_s} = \frac{V - V_0}{f_0} \Rightarrow \frac{340 - 20}{1200} = \frac{340 - (-20)}{f_0} \Rightarrow f_0 = \frac{1200 \times 360}{320} = \frac{9}{8} \times 1200 = 1350 \text{ Hz}$$

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* فیزیک چهارم

۱۹۵- پاسخ: گزینه ۳

پرتوهای ایکس طول موج کوتاه‌تر از فرابنفش و بلندتر از پرتوهای گاما دارند (بسامد کمتر از پرتوی گاما و بیشتر از فرابنفش)

نور مرئی، فرابنفش، ایکس و گاما همگی بر فیلم عکاسی معمولی اثر می‌گذارند.

۱۹۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک چهارم

$$\Delta t = (2n-1) \frac{T}{2} \Rightarrow 9 \frac{T}{2} = 10^{-15} \times 10^{-15} \Rightarrow T = \frac{21}{9} \times 10^{-15} s = \frac{7}{3} \times 10^{-15} s$$

$$\lambda = c \cdot T = \frac{7}{3} \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8 = 7 \times 10^{-7} m$$

$$x = 6\lambda \frac{D}{a} = 6 \times 7 \times 10^{-7} \times 500 = 21 \times 10^{-4} m = 2.1 mm$$

فاصله نوار روشن ششم از نوار روشن مرکزی

۱۹۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* فیزیک چهارم

$$W_o = hf_o = \frac{hc}{\lambda_o} \Rightarrow \lambda_o = \frac{hc}{W_o} = \frac{4 \times 3 \times 10^{-7}}{4} = 3 \times 10^{-7} m = 300 nm$$

۱۹۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* فیزیک چهارم

$$E = \frac{16/32 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = \frac{16/32}{1/6} = 10/2 eV$$

انرژی فوتون جذب شده

انرژی فوتون جذب شده برابر با اختلاف انرژی میان دو تراز است.

$$\Delta E = E_R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \Rightarrow \frac{10/2}{13/6} = \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}$$

این یک معادله دومجهولی است و با توجه به گزینه‌ها  $n_1 = 1$  و  $n_2 = 2$  پاسخ درست است.

۱۹۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک چهارم

این فلز مانند قلع گذار به ابر رسانایی را انجام می‌دهد. دمای گذار این فلز همان  $10$  کلوین است. فلزهایی که ناکاملی داشته باشند مانند نقره گذار به ابر رسانایی انجام نمی‌دهند. در ساختار نواری همه فلزها در هر دمایی نوار بخشی پر وجود دارد.

۲۰۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* فیزیک چهارم

$$\Delta M = 227/029u - (223/018u + 4/003u) = 227/029u - 227/021u = 0/008u$$

$$E = \Delta M \times 931 = 8 \times 931 \times 10^{-2} MeV = 744 \times 10^{-4} eV$$

$$E = 744 \times 10^{-4} \times 1/6 \times 10^{-19} J = 1190/4 \times 10^{-15} J = 11/904 \times 10^{-13} J$$

## شیمی

۲۰۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* شیمی دوم

این گزینه مربوط به قاعده هوند است.

۲۰۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی دوم

$$\left. \begin{array}{l} 30 = 1/8 \text{ فراوانی ایزوتوپ } \\ 26 = x \text{ فراوانی ایزوتوپ } \\ 28 = y \text{ فراوانی ایزوتوپ } \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x + y = 98/2 \\ 1/8 \times 30 + 26x + 28y = 26/24 \times 100 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 89/8 \\ y = 8/4 \end{array}$$

۲۰۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* شیمی دوم

گزینه ۱: گاز نجیب He آرایش  $1s^2$  دارد. / گزینه ۲: هلیوم نیز از دسته جامدهای فلزی نیست. / گزینه ۳: H با آرایش  $1s^1$  از گروه فلزهای قلیایی نیست.

۲۰۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* شیمی دوم

۲۰۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* شیمی دوم

E جامد و C گاز است، بنابراین C کمترین نقطه ذوب را دارد.

۲۰۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی دوم

در بخش دوم گزینه ۴ باید گفته شود مجموع بار کاتیون‌ها با مجموع بار آنیون‌ها برابر است.

۲۰۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* شیمی دوم

نام‌های درست:

گزینه ۱: آهن (II) کلرات یا فروکلرات / گزینه ۲: کوپریک سولفات یا مس (II) سولفات / گزینه ۴: باریم منگنات

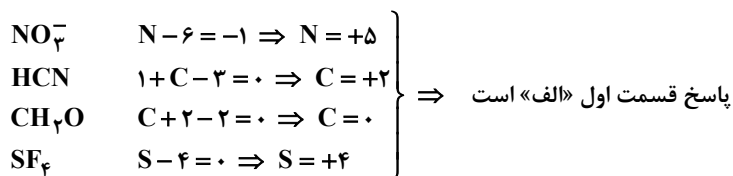
۲۰۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی دوم

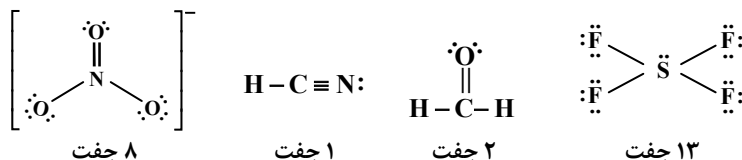
Cl-Cl طول پیوند بیشتری نسبت به H-H دارد و انرژی پیوندی آن کمتر است که فقط نمودار c با آن همخوانی دارد.

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی دوم

۲۰۹- پاسخ: گزینه ۱



با توجه به ساختارهای زیر، پاسخ قسمت دوم «ب» است.



▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی دوم

۲۱۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* شیمی دوم

۲۱۱- پاسخ: گزینه ۳

الکل ها و اترهای هم کربن ایزومرند و در قسمت های «ب» و «پ» هر دو سه کربنه هستند.

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی سوم

۲۱۲- پاسخ: گزینه ۳

فرآورده های گازی تجزیه کلرات ها و نیترات ها عنصر به حساب می آیند نه ترکیب و عبارتند از  $\text{O}_2$  برای کلرات ها و در مورد نیترات ها  $\text{O}_2$  یا مخلوط  $\text{O}_2$  و  $\text{N}_2$ .

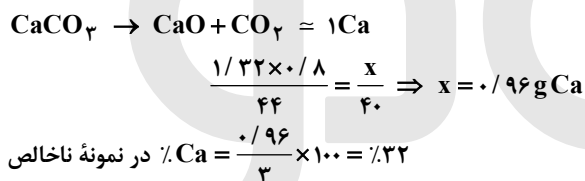
▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی سوم

۲۱۳- پاسخ: گزینه ۲

در تجزیه آمونیوم دی کرومات و واکنش  $\text{NaOH}$  با  $\text{HNO}_3$  آب به عنوان فرآورده مشابه تولید می شود.

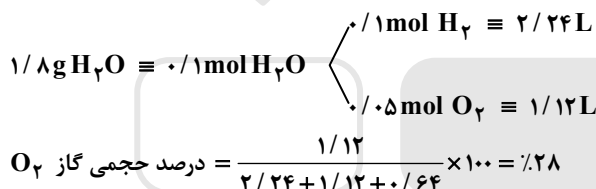
▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی سوم

۲۱۴- پاسخ: گزینه ۲



▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی سوم

۲۱۵- پاسخ: گزینه ۴



▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* شیمی سوم

۲۱۶- پاسخ: گزینه ۱

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۲: در فرآیند میعان که تغییری گرماده است، دما ثابت می ماند.

گزینه ۳: توزیع انرژی بین ذرات یک ماده یکنواخت نیست، زیرا ذرات در موقعیت های یکسانی قرار ندارند.

گزینه ۴: یکی از موضوعات مهم در علم ترمودینامیک انجام پذیر بودن یا نبودن واکنش ها است که بر اساس  $\Delta H$  و  $\Delta S$  یا  $\Delta G$  صورت می پذیرد.

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* شیمی سوم

۲۱۷- پاسخ: گزینه ۱

واکنش هایی که  $\Delta H < 0$  و  $\Delta S < 0$  دارند، در دمای پایین خودبه خودی هستند و ممکن است در دمای بالا خودبه خودی نباشند.

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* شیمی سوم

۲۱۸- پاسخ: گزینه ۴

■ چون واکنش گرماده است، در سامانه ایزوله حتماً دما افزایش می یابد.

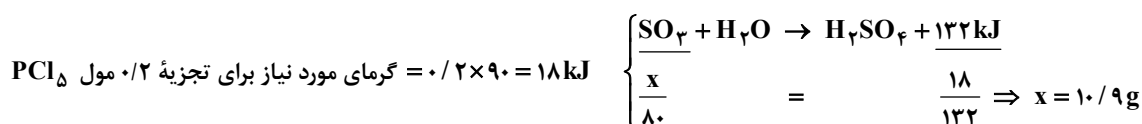
■ در این واکنش  $\Delta S < 0$  و نامساعد است، بنابراین واکنش برگشت پذیر است.

■ آنتالپی تشکیل با سطح انرژی رابطه مستقیم دارد و چون واکنش گرماده است، آنتالپی تشکیل فرآورده کمتر از واکنش دهنده است.

■ وقتی  $q$  و  $w$  هم علامت نیستند، قدرمطلق تغییرات انرژی درونی کمتر از آنتالپی است.

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی سوم

۲۱۹- پاسخ: گزینه ۲



۲۲۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* شیمی سوم

۲۲۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی سوم

■ در  $30^{\circ}\text{C}$  محلول ۸٪ است. پس انحلال پذیری برابر  $\frac{8}{92} \times 100$  است که از ۸ بیشتر می باشد.

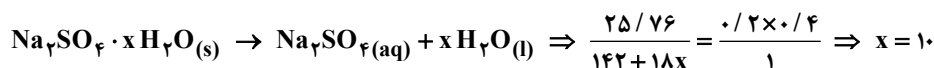
■ درصد جرمی با توجه به محلول نهایی ۸٪ که ۵۰ گرم جرم دارد، برای محلول اولیه  $\frac{9}{55} \times 100$  است که برابر ۱۶/۳۶٪ است.

■ انحلال پذیری در دمای  $20^{\circ}\text{C}$  کمتر از دمای  $30^{\circ}\text{C}$  است.

۲۲۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی سوم

$$[\text{Na}_2\text{SO}_4] = \frac{1}{2}[\text{Na}^+] = 0.4 \text{ مولار}$$



▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* شیمی سوم

۲۲۳- پاسخ: گزینه ۳

$$A \text{ در محلول } \text{NaOH} = \frac{1}{26} \times 100 < 4\%$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی چهارم

۲۲۴- پاسخ: گزینه ۱

$$A \text{ مرتبه } = x$$

$$B \text{ مرتبه } = y$$

$$3 \text{ با } 1 \text{ مقایسه: } 2^x \times 8^y = 16 \Rightarrow 2^x + 2^{3y} = 2^4 \Rightarrow x + 3y = 4$$

$$3 \text{ با } 2 \text{ مقایسه: } 4^x \times 2^y = 8 \Rightarrow 2^{2x} + 2^y = 2^3 \Rightarrow 2x + y = 3$$

$$\Rightarrow x=1, y=1 \Rightarrow k \text{ یکای: } \text{L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* شیمی چهارم

۲۲۵- پاسخ: گزینه ۴



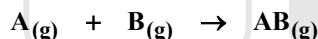
$$R_x = \frac{0.6}{0.02 \times \frac{1}{60}} = 1800 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_x}{x \text{ ضریب}} \Rightarrow 450 = \frac{1800}{x \text{ ضریب}} \Rightarrow x \text{ ضریب} = 4 \Rightarrow x = \text{H}_2\text{O}$$

$$\bar{R}_{(\text{H}_2\text{O})} = \frac{1}{0.02 \times \frac{1}{60}} = 300 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} \Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{300}{4} = 75 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی چهارم

۲۲۶- پاسخ: گزینه ۲



$$t=0 \quad \begin{matrix} 1 & 1 & 0 \end{matrix}$$

$$t=10 \quad \begin{matrix} 1-x & 1-x & x \end{matrix}$$

$$\frac{R_0}{R_{10}} = \frac{k(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})}{k(\frac{1-x}{2})(\frac{1-x}{2})} \Rightarrow \frac{1}{0.04} = \frac{1}{(1-x)^2} \Rightarrow 5 = \frac{1}{1-x} \Rightarrow x=0.8$$

$$\text{درصد پیشرفت واکنش} = \frac{0.8}{1} \times 100 = 80\%$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی چهارم

۲۲۷- پاسخ: گزینه ۱

■ ثابت سرعت واکنش های رفت و برگشت در واکنش متفاوت است، مگر آنکه  $K_{eq} = 1$  باشد.

■ گزینه های ۲ و ۳ بر اساس متن کتاب درست هستند.

$$\left. \begin{array}{l} R_{\text{رفت}} = \frac{R_A}{1} \\ R_{\text{برگشت}} = \frac{R_B}{2} \end{array} \right\} R_{\text{رفت}} = R_{\text{برگشت}} \Rightarrow R_B = 2R_A$$

بررسی گزینه ۴:

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی چهارم

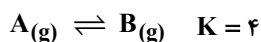
۲۲۸- پاسخ: گزینه ۱

واکنش در جهت برگشت و افزایش جرم مواد جامد پیشرفت می کند تا به تعادل برسد.  $Q = 0.1 > K \Rightarrow$



۲۲۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی چهارم



$$\text{تعداد ۱} \quad 1-x \quad x \quad \frac{x}{1-x} = 4 \Rightarrow x = 0.8 \Rightarrow \text{درصد پیشرفت} = 80\%$$

$$\text{تعداد ۲} \quad 3-x \quad x \quad \frac{x}{3-x} = 4 \Rightarrow x = 2.4 \Rightarrow \text{درصد پیشرفت} = 80\%$$

۲۳۰- پاسخ: گزینه ۳

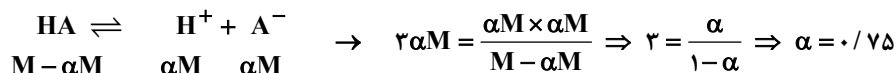
▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی چهارم

■ بند الف در صورتی می تواند درست باشد که هر دو محلول دمای یکسان  $25^{\circ}\text{C}$  داشته باشند.

■ به همان دلیل که در بند الف مطرح شده، امکان مقایسه قدرت اسیدی نیز نیست.

۲۳۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی چهارم



۲۳۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی چهارم

در بین ترکیبات داده شده:

(الف) نمک بازی است و pH را افزایش می دهد.

(ب) نمک خنثی است و pH را تغییر نمی دهد.

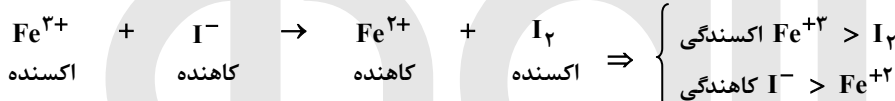
(پ) نمک اسیدی است و pH را کاهش می دهد.

(ت) نمک بازی است و pH را افزایش می دهد.

(ث) اکسید اسیدی است و pH را کاهش می دهد.

۲۳۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* شیمی چهارم

واکنش دهنده ها اکسنده و کاهنده قوی تری هستند.  $\Rightarrow$  واکنش انجام پذیر است.

۲۳۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی چهارم

■ در واکنش الف، ۲ الکترون و در واکنش ب، ۳ الکترون مبادله شده است.

■ در هر دو واکنش،  $Fe^{3+}$  گیرنده الکترون است و نقش اکسنده دارد.■ در نیم سلول  $Fe^{3+} / Fe^{2+}$  واکنش کاهش انجام می شود و نقش کاتد را دارد، بنابراین با اتصال آن به قطب مثبت، ولت سنج عدد مثبت را نشان می دهد.■ در معادله اول پس از موازنه، ضریب  $Fe^{2+}$  برابر ۲ و در معادله دوم برابر ۳ است.

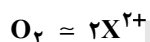
۲۳۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* شیمی چهارم

■ در صورت سؤال مطرح شده است که شکل مربوط به حلی است، بنابراین گزینه ۱ نادرست است، زیرا در حلی روی وجود ندارد.

■ در حلی A قلع و B آهن است و A محافظت شده در صورتی که B اکسید می شود.

■ در فرآیند خوردگی، قطره آب نقش رسانای یونی دارد و فلزات در نقش رسانای الکترونی ظاهر می شوند.



$$\frac{1}{1} = \frac{n}{2} \Rightarrow n = 2 \text{ mol } X^{2+}$$

با توجه به تعداد الکترون مبادله شده، هر مول  $O_2$  تولید ۲ مول  $X^{2+}$  می کند.