

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
۱	گزاره درست را اثبات کنید و برای گزاره نادرست، مثال نقض ارائه دهید. الف) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) اگر از مربع عددی فرد یک واحد کم کنیم، حاصل همواره بر ۸ بخش پذیر است.	۱/۷۵
۲	اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر ۴ برابر ۳ باشد، در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $2a + 3$ بر ۸ را به دست آورید.	۱/۲۵
۳	اگر $n \in \mathbb{N}$ ، $9k + 7$ و $7k + 6$ ، ثابت کنید $n = 1$ یا $n = 5$.	۱
۴	باقی مانده تقسیم 7^{30} بر ۱۵ را به دست آورید.	۱/۵
۵	معادله هم نهشتی $5x \equiv 2$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۱/۲۵
۶	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) مجموع درجه‌های رأس‌های هر گراف تعداد یال‌ها است. ب) در یک گراف k -منتظم، ماکزیمم درجه رأس برابر با است. پ) در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G ، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند، مجموعه احاطه‌گر گراف G می‌نامیم. ت) یک مجموعه احاطه‌گر را که با حذف هر یک از رأس‌هایش، دیگر احاطه‌گر نباشد، احاطه‌گر می‌نامیم.	۱
۷	گراف G را در نظر گرفته و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) $N_G[a]$ را با اعضا مشخص کنید. ب) یک دور به طول ۴ در این گراف مشخص کنید. پ) یک مسیر به طول ۳ و یک مسیر به طول ۴ از a به c بنویسید.	۱/۲۵
۸	در گراف G ، درجه رأس ۷ برابر با ۹ است و درجه رأس ۷ در گراف \bar{G} برابر با ۱۲ است. مرتبه گراف G را مشخص کنید.	۰/۷۵
۹	گرافی ۶ رأسی با عدد احاطه‌گری ۲ رسم کنید، به طوری که: الف) مجموعه احاطه‌گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. ب) بیش از یک مجموعه احاطه‌گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۱
۱۰	عدد احاطه‌گری گراف زیر را مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.	۱/۲۵
۱۱	با ارقام عدد ۱، ۱، ۲، ۲، ۲، ۳، ۳، ۴ چند عدد ۷ رقمی می‌توان نوشت.	۰/۷۵
۱۲	به چند طریق می‌توان از بین ۵ نوع گل، ۱۱ شاخه گل انتخاب کرد، اگر بخواهیم، از گل نوع دوم حداقل ۲ شاخه و از گل نوع پنجم بیش از ۳ شاخه انتخاب کنیم.	۱/۲۵

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره																
۱۳	مربع لاتین مقابل را در نظر بگیرید و با اعمال یک جایگشت بر روی ۱، ۲، ۳، ۴ یک مربع لاتین جدید به دست آورید.	۱																
	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> </table>	۳	۴	۱	۲	۱	۲	۳	۴	۲	۱	۴	۳	۴	۳	۲	۱	
۳	۴	۱	۲															
۱	۲	۳	۴															
۲	۱	۴	۳															
۴	۳	۲	۱															
۱۴	در هر مورد متعامد بودن دو مربع لاتین داده شده را بررسی کنید.	۱																
	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> </table> (الف)	۳	۲	۱	۱	۳	۲	۲	۱	۳								
۳	۲	۱																
۱	۳	۲																
۲	۱	۳																
	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> </table> (ب)	۲	۱	۳	۱	۳	۲	۳	۲	۱								
۲	۱	۳																
۱	۳	۲																
۳	۲	۱																
۱۵	به چند طریق می توان ۴ خودکار متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن که هیچ کس بیشتر از یک خودکار نداشته باشد؟ (به هر نفر حداکثر یک خودکار داده باشیم.)	۱																
۱۶	در بین اعداد طبیعی مانند n ، به طوری که $1 \leq n \leq 100$ ، چند عدد وجود دارد که بر ۶ یا ۱۰ بخش پذیر است؟	۱																
۱۷	در یک اردوی دانش آموزی حداقل چند دانش آموز حضور داشته باشند تا اطمینان داشته باشیم که لااقل ۷ نفر از آنها ماه تولد یکسانی دارند؟	۱																
۱۸	قرار است سه کارگر W_1, W_2, W_3 در سه روز متوالی با سه ماشین نخریستی و با ۳ نوع الیاف کار کنند، به گونه ای که هر کارگر با هر نوع ماشین و هر نوع الیاف دقیقاً یک بار کار کرده باشد و نیز هر الیاف در هر ماشین دقیقاً یک بار به کار رفته باشد. برای این منظور برنامه ریزی کنید.	۱																
	"موفق باشید"	جمع نمره																
		۲۰																

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 8 صبح	مدت امتحان: 120 دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: 1399/04/08	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
1	الف) نادرست (0/25) $\sqrt{2}, -\sqrt{2} \in Q^C$ (0/25), $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0 \notin Q^C$ (0/25) (مشابه قسمت ت کار در کلاس صفحه 3) ب) درست (0/25) $(2k+1)^2 - 1 = \underbrace{4k^2}_{(0/25)} + \underbrace{4k}_{(0/25)} + \underbrace{1-1}_{(0/25)} = \underbrace{4k(k+1)}_{(0/25)} = \underbrace{4 \times 2q}_{(0/25)} = 8q$ (مسأله 3 صفحه 15)	1/75
2	$a = 4q + 3$ (0/25) $\Rightarrow 2a + 3 = \underbrace{8q + 9}_{(0/25)} = \underbrace{8(q+1) + 1}_{(0/25)} = 8q' + 1$ (0/25) $\Rightarrow r = 1$ (0/25) (مشابه مثال صفحه 14)	1/25
3	$n 9k + 7 \times (-7)$ (0/25) $\Rightarrow n -63k - 49 + 63k + 54$ (0/25) $\Rightarrow n 5$ (0/25) $\xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 1$ یا 5 (0/25) (مثال صفحه 12)	1
4	$7^2 = 49 \equiv 4$ (0/25) $\Rightarrow 7^4 \equiv 16 \equiv 1$ (0/5) $\Rightarrow 7^{28} \equiv 1$ (0/25) $\xrightarrow{\times 7^{15} \equiv 4 (0/25)} 7^{30} \equiv 4$ (0/25) (مشابه سوال 8 و 9 صفحه 29)	1/5
5	$2 \equiv 35$ (0/25) $\Rightarrow 5x \equiv 35$ (0/25) $\xrightarrow{(5,11)=1 (0/25)} x \equiv 7$ (0/25) $\Rightarrow x = 11k + 7$ (0/25) (مشابه سوال 14 صفحه 30)	1/25
6	الف) دو برابر (0/25) (نتیجه ابتدای صفحه 40) ب) مینیمم (0/25) (تعریف صفحه 44) ت) مینیمال (0/25) (تعریف صفحه 46) ب) k (0/25) (تعریف گراف منتظم صفحه 35)	1
7	الف) $N_G[a] = \{a, b, e, d\}$ (0/5) (مشابه مثال صفحه 36) ب) دور به طول 4 a, b, e, d, a (0/25) (تعریف دور صفحه 38) (در قسمت ب اگر دور را به صورت a, d, e, b, a نوشت، نمره داده شود.) پ) مسیر به طول 3. a, e, b, c (0/25) و مسیر به طول 4. a, d, e, b, c (0/25) (مشابه مثال صفحه 38)	1/25
8	$\deg_G(v) + \deg_{\bar{G}}(v) = p - 1$ (0/25) $\Rightarrow 9 + 12 = p - 1$ (0/25) $\Rightarrow p = 22$ (0/25) (مسأله 1 صفحه 38)	0/75
9	الف) گراف روبه‌رو از مرتبه 6 و دارای تنها یک مجموعه احاطه‌گریکتا $\{a, b\}$ است. (0/25) رسم گراف (0/25) ب) گراف مقابل دارای سه مجموعه احاطه‌گری به اندازه 2 است که عبارتند از: $\{a, d\}, \{f, c\}, \{e, b\}$. (0/25) (ذکر یک مجموعه کافی است.) رسم گراف (0/25)	1
10	برای گراف مورد سوال داریم $\left\lfloor \frac{10}{3+1} \right\rfloor = 3 \leq \gamma(G) \Rightarrow \left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ (0/5). از طرفی مجموعه $\{g, h, d\}$ یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف است (0/25). لذا $\gamma(G) \leq 3$ (0/25). بنابراین $\gamma(G) = 3$ (0/25). (قسمت دوم کار در کلاس صفحه 50)	1/25
11	$\frac{7!}{2! \times 3!} (0/5) = 420$ (0/25) (مشابه مثال پایین صفحه 58)	0/75
12	قسمت پ تمرین 8 صفحه 71 $x_1 + \dots + x_5 = 11$, $x_2 \geq 2$, $x_5 \geq 4$ (0/25) $x_1 + y_2 + 2 + x_3 + x_4 + y_5 + 4 = 11$ (0/25) $\Rightarrow x_1 + y_2 + x_3 + x_4 + y_5 = 5$ (0/25) \Rightarrow جواب $= \binom{5+5-1}{5-1} = \binom{9}{4}$ (0/5)	1/25

ادامه پاسخها در صفحه دوم

مدت امتحان: 120 دقیقه	ساعت شروع: 8 صبح	رشته: ریاضی فیزیک
تاریخ امتحان: 1399/04/08		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال 1399

ردیف	راهنمای تصحیح
------	---------------

1	نمره	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>4</td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td></tr> </table>	3	2	1	4	1	4	3	2	4	1	2	3	2	3	4	1	<p>با استفاده از جایگشت $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 1$ (0/5) مربع لاتین به صورت مقابل داریم.</p> <p>(مشابه تمرین 12 صفحه 72)</p> <p>(برای جایگشت‌های دیگر نیز بارم مناسب در نظر بگیرید.)</p>
3	2	1	4																
1	4	3	2																
4	1	2	3																
2	3	4	1																

1	نمره	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>13</td><td>21</td><td>32</td></tr> <tr><td>32</td><td>13</td><td>21</td></tr> <tr><td>21</td><td>32</td><td>13</td></tr> </table> <p>(ب)</p> <p>(0/25)</p>	13	21	32	32	13	21	21	32	13	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>32</td><td>21</td><td>13</td></tr> <tr><td>11</td><td>33</td><td>22</td></tr> <tr><td>23</td><td>12</td><td>31</td></tr> </table> <p>(الف)</p> <p>(0/25)</p>	32	21	13	11	33	22	23	12	31
13	21	32																			
32	13	21																			
21	32	13																			
32	21	13																			
11	33	22																			
23	12	31																			
		<p>متعامد نیستند. زیرا عدد دو رقمی تکراری در مربع وجود دارد. (0/25)</p>	<p>متعامدند. زیرا عدد دو رقمی تکراری در مربع وجود ندارد. (0/25)</p>																		

1	نمره	<p>تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این کار معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های یک‌به‌یک از مجموعه 4 عضوی به مجموعه‌ای 8 عضوی (0/25)، یعنی: $(0/25) = 168 \circ (0/5) = \frac{8!}{4!} = (8)_4$.</p> <p>(مثال پایین صفحه 78)</p>
---	------	--

1	نمره	<p>(مشابه کار در کلاس صفحه 76)</p> $A = \{n \in N \mid 1 \leq n \leq 100, n = 6k\} \Rightarrow A = \left[\frac{100}{6} \right] = 16 \quad (0/25)$ $B = \{n \in N \mid 1 \leq n \leq 100, n = 10k\} \Rightarrow B = \left[\frac{100}{10} \right] = 10 \quad (0/25)$ $A \cap B = \{n \mid 1 \leq n \leq 100, n = 30k\} \Rightarrow A \cap B = \left[\frac{100}{30} \right] = 3 \quad (0/25) \Rightarrow A \cup B = 16 + 10 - 3 = 23 \quad (0/25)$
---	------	--

1	نمره	<p>در این مسأله $k + 1 = 7 \Rightarrow k = 6$ (0/25) و تعداد لانه‌ها 12 است (0/25). پس تعداد کبوترها یا معادل با آن تعداد دانش‌آموزان حداقل می‌بایست $kn + 1 = 6 \times 12 + 1 = 73$ باشد. (0/5)</p> <p>(مثال صفحه 82)</p>
---	------	--

1	نمره	<p>برای برنامه‌ریزی دو مربع لاتین متعامد در نظر بگیریم. مربع A مربوط به ماشین‌ها و مربع B مشخص‌کننده ایاف است. (سوال 14 صفحه 72)</p> <table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 33%;"> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>W_1</td><td>W_2</td><td>W_3</td></tr> <tr><td>روز اول</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>روز دوم</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>روز سوم</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td></tr> </table> <p>(0/25)</p> </td> <td style="width: 33%;"> $= A$ </td> <td style="width: 33%;"> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>W_1</td><td>W_2</td><td>W_3</td></tr> <tr><td>روز اول</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>روز دوم</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>روز سوم</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td></tr> </table> <p>(0/25)</p> </td> </tr> <tr> <td colspan="2"></td> <td style="text-align: center;"> $= B \Rightarrow$ <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>W_1</td><td>W_2</td><td>W_3</td></tr> <tr><td>روز اول</td><td>12</td><td>31</td><td>23</td></tr> <tr><td>روز دوم</td><td>33</td><td>22</td><td>11</td></tr> <tr><td>روز سوم</td><td>21</td><td>13</td><td>32</td></tr> </table> </td> </tr> </table> <p>عدد سمت چپ هر درآیه نشان‌دهنده ماشین و عدد سمت راست آن مشخص‌کننده نوع ایاف است.</p>	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>W_1</td><td>W_2</td><td>W_3</td></tr> <tr><td>روز اول</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>روز دوم</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>روز سوم</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td></tr> </table> <p>(0/25)</p>	W_1	W_2	W_3	روز اول	1	3	2	روز دوم	3	2	1	روز سوم	2	1	3	$= A$	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>W_1</td><td>W_2</td><td>W_3</td></tr> <tr><td>روز اول</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>روز دوم</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>روز سوم</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td></tr> </table> <p>(0/25)</p>	W_1	W_2	W_3	روز اول	2	1	3	روز دوم	3	2	1	روز سوم	1	3	2			$= B \Rightarrow$ <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>W_1</td><td>W_2</td><td>W_3</td></tr> <tr><td>روز اول</td><td>12</td><td>31</td><td>23</td></tr> <tr><td>روز دوم</td><td>33</td><td>22</td><td>11</td></tr> <tr><td>روز سوم</td><td>21</td><td>13</td><td>32</td></tr> </table>	W_1	W_2	W_3	روز اول	12	31	23	روز دوم	33	22	11	روز سوم	21	13	32
<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>W_1</td><td>W_2</td><td>W_3</td></tr> <tr><td>روز اول</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>روز دوم</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>روز سوم</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td></tr> </table> <p>(0/25)</p>	W_1	W_2	W_3	روز اول	1	3	2	روز دوم	3	2	1	روز سوم	2	1	3	$= A$	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>W_1</td><td>W_2</td><td>W_3</td></tr> <tr><td>روز اول</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>روز دوم</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>روز سوم</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td></tr> </table> <p>(0/25)</p>	W_1	W_2	W_3	روز اول	2	1	3	روز دوم	3	2	1	روز سوم	1	3	2																					
W_1	W_2	W_3																																																			
روز اول	1	3	2																																																		
روز دوم	3	2	1																																																		
روز سوم	2	1	3																																																		
W_1	W_2	W_3																																																			
روز اول	2	1	3																																																		
روز دوم	3	2	1																																																		
روز سوم	1	3	2																																																		
		$= B \Rightarrow$ <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>W_1</td><td>W_2</td><td>W_3</td></tr> <tr><td>روز اول</td><td>12</td><td>31</td><td>23</td></tr> <tr><td>روز دوم</td><td>33</td><td>22</td><td>11</td></tr> <tr><td>روز سوم</td><td>21</td><td>13</td><td>32</td></tr> </table>	W_1	W_2	W_3	روز اول	12	31	23	روز دوم	33	22	11	روز سوم	21	13	32																																				
W_1	W_2	W_3																																																			
روز اول	12	31	23																																																		
روز دوم	33	22	11																																																		
روز سوم	21	13	32																																																		

20	جمع نمره
----	----------