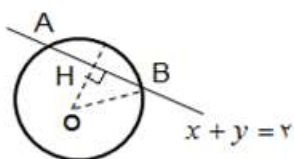


باسمه تعالی

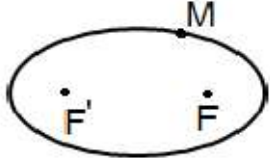
سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه 3	رشته ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 10 صبح به افق تهران	مدت امتحان: 135 دقیقه
پایه: دوازدهم		تاریخ امتحان: 1399/ 3/ 26	تعداد صفحه: 2
دانش آموزان و داوطلبان آزاد خارج از کشور در نوبت خرداد ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

1	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) اگر ماتریس A فقط از یک سطر تشکیل شده باشد (فقط دارای یک سطر باشد) آن را یک ماتریس می نامیم. ب) در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی (L) عمود باشد و از رأس آن عبور کند، شکل حاصل یک خواهد بود. ج) در صورتی که خروج از مرکز بیضی برابر باشد، بیضی تبدیل به یک دایره می شود. د) اگر دو بردار مانند \vec{a} و \vec{b} باشند، آنگاه یکی از آنها مضرب دیگری است.	1
2	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را معلوم کنید. الف) ماتریس مربعی که تمام درایه های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند، ماتریس اسکالر نامیده می شود. ب) مکان هندسی مرکزهای همه دایره هایی با شعاع ثابت r که بر خط d در صفحه مماس اند، دو خط به موازات d و به فاصله r از d است. ج) نقطه $(-2, -1, 0)$ روی صفحه YOZ قرار دارد. د) برای هر دو بردار \vec{a} و \vec{b} نامساوی $ \vec{a}\vec{b} \geq \vec{a} \vec{b} $ برقرار است.	1
3	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & a \end{bmatrix}$ ، مقادیر a و b را طوری به دست آورید که حاصل ضرب $A \times B$ ماتریس قطری باشد.	1/25
4	اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ -4 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ ، در این صورت حاصل $ A A $ را بیابید.	0/75
5	دستگاه معادلات خطی تشکیل دهید که $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه بوده و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات آن باشد و سپس جواب دستگاه را با استفاده از A^{-1} بیابید.	1/5
6	معادله دایره ای را بنویسید که $O(0, 1)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادله $x + y = 2$ و تری به طول $2\sqrt{2}$ جدا کند.	1/5
		
7	وضعیت دو دایره $x^2 + y^2 - 2x = 4$ و $x^2 + y^2 = 4$ را نسبت به هم مشخص کنید.	1

« ادامه سوالات در صفحه دوم »

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه 3	رشته ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 10 صبح به افق تهران	مدت امتحان: 135 دقیقه
پایه : دوازدهم		تاریخ امتحان: 1399/ 3/ 26	تعداد صفحه: 2
دانش آموزان و داوطلبان آزاد خارج از کشور در نوبت خرداد ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
8	در یک بیضی خروج از مرکز برابر $\frac{4}{5}$ و اندازه قطر بزرگ بیضی برابر 20 است. طول قطر کوچک بیضی و اندازه کانونی آن را بیابید.	15
9	در شکل مقابل نقطه M روی بیضی و کانون های F و F' مشخص شده اند. خط d را به گونه ای رسم کنید که در نقطه M بر بیضی مماس باشد و سپس از نقطه F' خطی موازی با MF رسم کنید تا خط d را در نقطه ای مانند N قطع کند. ثابت کنید $NF' = MF'$	1/25
		
10	سهمی $x^2 = 2y - 4x$ مفروض است. مختصات رأس و کانون سهمی را یافته و مختصات نقطه برخورد سهمی و محورهای مختصات را بیابید.	2
11	نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ چه شکلی است و چه ارتباطی با نمودار معادله $y = 0$ دارد؟ چرا؟	1
12	اگر $\vec{a} = (\sqrt{18}, 2, 4)$ و $\vec{b} = -6\vec{j} + 18\vec{k}$ و $r = \frac{-1}{2}$ (الف) طول بردار $r\vec{b}$ را مشخص کنید. (ب) بردار $r\vec{a} + \vec{b}$ را بیابید.	15
13	زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (0, -1, -1)$ و $\vec{b} = (2, -1, -2)$ را به دست آورید.	1/25
14	ثابت کنید دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} با هم موازی هستند اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$.	1/25
15	بردارهای $\vec{a} = (-4, 3, -5)$ و $\vec{b} = (1, -1, 1)$ را در نظر بگیرید. (الف) تصویر قائم \vec{a} بر امتداد \vec{b} را به دست آورید. (ب) برداری عمود بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} بنویسید. (ج) مساحت مثلث پدید آمده توسط بردارهای \vec{a} و \vec{b} را بیابید.	2/25
20	"موفق باشید"	جمع نمره

حل مسائل آزمون هندسه (۳) ضلع قائمه

توجه

۱- الف) شعری (ب) نقطه (ج) صفر (د) همزی

۲- الف) نامرتب (ب) مرتب (ج) نامرتب (د) نامرتب

۳-
$$A \times B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ b & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -4+2a \\ 2b-2 & -b-a \end{bmatrix}$$

در حالتی که شعری باشد در این معادله ها ضرایب را مقایسه می کنیم:

$$-4+2a=0 \Rightarrow 2a=4 \Rightarrow a=2$$

$$2b-2=0 \Rightarrow 2b=2 \Rightarrow b=1$$

۴-
$$|A| \Rightarrow \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ -4 & 4 & 0 & -4 & 4 \end{vmatrix} \rightarrow |A| = (-1 \cdot 0 \cdot 0 + 0) - (0 - 8 + 0) = -10 + 8 = -2$$

$$|1A| = |-2A| = (-2) |A| = -8 \times (-2) = 16$$

$$AX=B \Rightarrow X=A^{-1}B$$

۵-
$$\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$$
 رشته

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2 - (-20)} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{22} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{22} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix} = \frac{1}{22} \begin{bmatrix} 2 + 0 \\ -4 + 20 \end{bmatrix} = \frac{1}{22} \begin{bmatrix} 2 \\ 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{22} \\ \frac{16}{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{11} \\ \frac{8}{11} \end{bmatrix} \rightarrow \boxed{\begin{matrix} x=1 \\ y=1 \end{matrix}}$$

۶- می دانیم که از مرکز دایره به هر دو مرکز دایره مجاور هم، آن دو مرکز نصف می شوند.

$$AB=2\sqrt{2} \text{ و } AH=BH \Rightarrow AH=BH=\sqrt{2}$$

از طرفی برای س OH از رابطه نصفه نقطه از خط (دایره) $(x+y-2=0)$ داریم:

$$OH = \frac{|1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}}$$

$$OH = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$B_0 = \sqrt{OA^2 + BA^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{r}}\right)^2 + (\sqrt{r})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{r} + r} = \sqrt{\frac{a}{r}}$$

حال شعاع B_0 ، از نقطه M و N می آید:

$$\frac{a}{r} \Rightarrow (x-0)^2 + (y-1)^2 = \frac{a}{r}$$

1) $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$

$r = \frac{1}{r} \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$ و $O(-\frac{a}{r}, -\frac{b}{r})$ -7

$O(-\frac{1}{r}, \frac{1}{r}) = (1, 0)$

$r = \frac{1}{r} \sqrt{(-r)^2 + 0 - 4(-r)} = \frac{1}{r} \sqrt{r^2 + 4r} = \frac{1}{r} \sqrt{r_0} = \frac{1}{r} \times r \sqrt{4} = \sqrt{4}$

2) $x^2 + y^2 = 1 \rightarrow O'(0, 0), r' = 1$

$d = OO' = \sqrt{(1-0)^2 + (0-0)^2} = 1$

$r + r' = \sqrt{4} + 1$

$r - r' = \sqrt{4} - 1$

$\sqrt{4} - 1 < 1 < \sqrt{4} + 1$

دو دایره قطع می کنند

$AA' = r_a = r_0 \rightarrow a = 10$

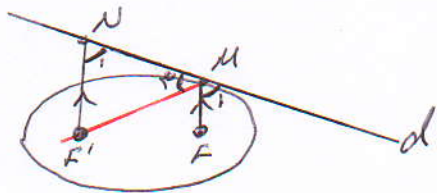
-8

$e = \frac{c}{a} = \frac{6}{10} \rightarrow \frac{c}{10} = \frac{6}{10} \rightarrow ac = 60 \rightarrow c = 6$

$FF' = 2c = 2 \times 6 = 12$

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 - c^2 = b^2 \Rightarrow 100 - 36 = b^2 \Rightarrow b = 8$

$BB' = 2b = 2 \times 8 = 16$



-9

$NF' \parallel MF \quad d \perp NF' \Rightarrow \hat{N}_1 = \hat{M}_1$

از طرف دیگر $\hat{M}_1 = \hat{N}_1$ پس $\hat{N}_1 = \hat{M}_1$ و $NF' = MF'$

$NF' = MF'$ و $NF' = MF'$

