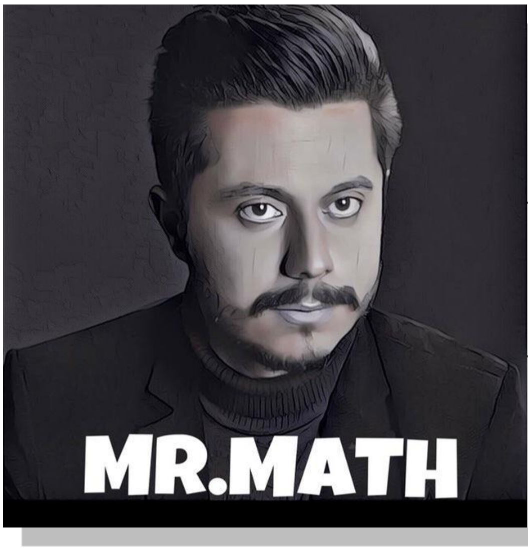
هوالمعشوق

ریاضیت رو بترکون

آموزش ریاضیات به روش مهندس محمدرضا کشاورزی



مبحث: **انتگرال (تست سراسری)**

@keshavarzimath

سال تحصیلی ۱۳۹۶-۱۳۹۷

درس: انتگرال دبیر: مهندس کشاورزی

نام و نام خانوادگی:

منبع: کنکور سراسری

۱ اگر $\int \frac{۵x^۲+۳x}{\sqrt{x}}\,dx = x\sqrt{x}f(x)+C$ باشد، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

۱) $x+۲$ ۲) $x+۳$

۳) $۲x+۲$ ۴) $۲x+۳$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

۲ اگر $\int x(۱-۵\sqrt{x})dx = \frac{x^۲}{۲}.f(x)+c$ تابع $f(x)$ کدام است؟

۱) $۱-۴\sqrt{x}$ ۲) $۱-۲\sqrt{x}$

۳) $x-۲\sqrt{x}$ ۴) $x-x\sqrt{x}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۵

۳ اگر $\int \frac{۱-x}{\sqrt{x}}dx = \frac{۲}{۳}\sqrt{x}f(x)+c$، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

۱) $۲-۳x$ ۲) $۲-x$

۳) $۳-x$ ۴) $۳-۲x$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۵

۴ اگر $\int \frac{۱-x}{x\sqrt{x}}dx = \frac{۲f(x)}{\sqrt{x}}+c$، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

۱) $-x-۱$ ۲) $x-۲$

۳) $x+۱$ ۴) $۲x-۱$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۵ اگر $\int \frac{x^۲+۱}{x\sqrt{x}}dx = \frac{f(x)}{۳\sqrt{x}}+c$، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

۱) $۲x-۳$ ۲) $۳x+۲$

۳) $۲x^۲-۶$ ۴) $۲x^۲+۳$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۷

۶ اگر $\int \frac{۵x^۲-۳x}{\sqrt{x}}dx = f(x)(۲x\sqrt{x})+C$، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

۱) $x-۲$ ۲) $x-۱$

۳) $۳x-۲$ ۴) $۵x-۳$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

نام و نام خانوادگی:

۷ اگر $\int (۳\sqrt{x} - \frac{۱}{\sqrt{x}})dx = \sqrt{x}f(x) + c$ ، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

۱) $۳x - ۱$ ‏ ۲) $۳x - ۳$

۳) $۲x - ۲$ ‏ ۴) $x - ۲$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۳

۸ با شرط $x > ۱$ داریم: $\int \frac{۳-۳x}{۱-\sqrt{x}}dx = x.f(x) + c$ ، $f(x)$ برابر کدام است؟

۱) $۳ + ۲\sqrt{x}$ ‏ ۲) $۳ + \sqrt{x}$

۳) $۳x - \sqrt{x}$ ‏ ۴) $۲x - ۳\sqrt{x}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۹ اگر $\int \frac{(۱+\sqrt{x})^۲ - x}{\sqrt{x}}dx = \sqrt{x}.f(x) + c$ ، آنگاه $f(x)$ برابر کدام است؟

۱) $۱ + \sqrt{x}$ ‏ ۲) $۱ + ۲\sqrt{x}$

۳) $۲ + \sqrt{x}$ ‏ ۴) $۲ + ۲\sqrt{x}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

۱۰ اگر $\int \frac{۳x-۲}{\sqrt{x}}dx = f(x).\sqrt{x} + c$ ، آنگاه $f(x)$ برابر کدام است؟

۱) $۲x - ۱$ ‏ ۲) $۲x - ۴$

۳) $۲x - ۲$ ‏ ۴) $۲x - ۳$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۲

۱۱ اگر $\int \frac{۴x-۴}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}dx = \sqrt[۳]{x}.f(x) + c$ ، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

۱) $x - ۴$ ‏ ۲) $x - ۲$

۳) $۲x - ۱$ ‏ ۴) $۴x - ۱$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

۱۲ اگر $\int \frac{(۱-\sqrt{x})^۲}{۲\sqrt{x}}dx = \sqrt{x}.f(x) + c$ ، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

۱) $۱ - \sqrt{x} + \frac{۱}{۳}x$ ‏ ۲) $۱ + \sqrt{x} - \frac{۱}{۳}x$

۳) $۲ - \sqrt{x} + \frac{۲}{۳}x$ ‏ ۴) $۲ - \sqrt{x} + ۳x$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۹

نام و نام خانوادگی:

۱۳ حاصل $\int \frac{\sin^2 x}{1-\cos x}dx$ برابر کدام است؟

۱) $x+\sin x+c$

۲) $x-\sin x+c$

۳) $-x+\cos x+c$

۴) $x-\cos x+c$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

۱۴ با شرط $x \neq k\pi+\frac{\pi}{4}$ حاصل $\int \frac{\cos 2x}{\cos x-\sin x}dx$ کدام است؟

۱) $\sin x+\cos x+c$

۲) $\sin x-\cos x+c$

۳) $-\sin x+\cos x+c$

۴) $-\sin x-\cos x+c$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

۱۵ با شرط $\frac{\pi}{2}<x<\frac{3\pi}{2}$، حاصل $\int \sqrt{1+\tan^2 x}\,\sin 2x dx$ کدام است؟

۱) $-2\cos x+c$

۲) $-2\sin x+c$

۳) $2\cos x+c$

۴) $2\sin x+c$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

۱۶ اگر $\int \frac{(1+\sqrt{x})^3-1}{x}dx = 3\sqrt{x}.f(x)+c$ باشد، $f(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}x+3\sqrt{x}+2$

۲) $\frac{2}{3}x+\sqrt{x}+6$

۳) $\frac{2}{9}x+3\sqrt{x}+6$

۴) $\frac{2}{9}x+\sqrt{x}+2$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

۱۷ اگر $\int \frac{7x^2-4x}{\sqrt[3]{x^2}}dx = 3\sqrt[3]{x}f(x)+c$ باشد، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}x^2-2x$

۲) $\frac{2}{3}x^2-1$

۳) x^2-x

۴) x^2-2

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

۱۸ اگر $\int \frac{x^2-2x+5}{(x-1)^2}dx = \frac{x^2+f(x)}{x-1}+c$، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

۱) $x-4$

۲) $-x-4$

۳) $3x-2$

۴) $-3x+2$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۰

نام و نام خانوادگی:

۱۹ اگر $\int \frac{۴x^۲-۱}{\sqrt[۳]{x}}dx = \frac{۳}{۲}\sqrt[۳]{x^۲}f(x)+c$ ، آنگاه $f(x)$، کدام است؟

۱) $۲x^۲-x$

۲) $x^۲-x$

۳) $x^۲-۱$

۴) $۲x^۲-۱$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

۲۰ اگر $\int \frac{(\sqrt{x}-۱)(x+\sqrt{x})}{x^۲}dx = \frac{۱}{\sqrt{x}}f(x)+C$ باشد، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

۱) $۲x+۲$

۲) $۲x-۱$

۳) $x-۲$

۴) $x+۲$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۲۱ اگر $\int \left(\sqrt{x}-\frac{۱}{x}\right)^۲ dx = \frac{f(x)}{۲x}+C$ باشد، $f(x)$ کدام است؟

۱) $x^۳-۸x\sqrt{x}+۲$

۲) $x^۳-۴x\sqrt{x}+۲$

۳) $x^۳-۸x\sqrt{x}-۲$

۴) $x^۳-۴x\sqrt{x}-۲$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

۲۲ اگر $\int \left(۳x+\frac{۱}{x}\right)^۲ dx = \frac{۱}{x}f(x)+C$ باشد، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

۱) $۳x^۳+۶x^۲-۱$

۲) $۳x^۳+۳x-۱$

۳) $۳x^۴+۳x^۲-۱$

۴) $۳x^۴+۶x^۲-۱$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

۲۳ اگر $\int \frac{x-۱}{x^۳}dx = \frac{۱}{۲x^۲}f(x)+C$ باشد، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

۱) $-۲x+۱$

۲) $-x+۲$

۳) $x-۲$

۴) $۲x-۱$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۲۴ حاصل $\int_{-۱}^{۲}[x]|x|dx$ ، کدام است؟ (نماد [] به مفهوم جزء صحیح است.)

۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) ۱

۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) ۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

۲۵ حاصل $\int_{-2}^{2}(2x+|x|)dx$ کدام است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

۲۶ اگر $f(x)=|x|+|x+1|$، حاصل $\int_{-1}^{2}f(x)dx$ کدام است؟

۱) ۵
۲) ۶
۳) ۶/۵
۴) ۷

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۲۷ حاصل $\int_{-2}^{2}(2-[x])dx$ کدام است؟

۱) ۶
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) ۱۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

۲۸ حاصل $\int_{-2}^{1}[x]x dx$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$
۲) $\frac{5}{2}$
۳) $\frac{7}{2}$
۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

۲۹ حاصل $\int_{-2}^{2}(x+[x])dx$، کدام است؟

۱) -۲
۲) صفر
۳) ۲
۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

۳۰ اگر $f(x)=|x|-[x]$، آنگاه حاصل $\int_{-1}^{2}f(x)dx$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$
۲) ۲
۳) $\frac{5}{2}$
۴) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

نام و نام خانوادگی:

۳۱ اگر $f(x) = (x + |x|)[x]$ آنگاه $\int_{-۱}^{۲} f(x)dx$ برابر کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۴

۳۲ مقدار انتگرال معین $\int_{-۱}^{۳} (x + [x])dx$ کدام است؟

۱) ۵
۲) ۵/۵
۳) ۶
۴) ۶/۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

۳۳ حاصل $\int_{-\frac{\pi}{۶}}^{\frac{\pi}{۶}} [x] \cos x dx$ کدام است؟

۱) -۱
۲) $-\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) صفر

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۰

۳۴ حاصل $\int_{-۱}^{۱} (|۳x| - [x])dx$ کدام است؟ (نماد [ ] به مفهوم جزء صحیح است)

۱) $\frac{۵}{۲}$
۲) ۳
۳) $\frac{۷}{۲}$
۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۳۵ مقدار انتگرال معیّن $\int_{-۲}^{۱} (|x| - [x])dx$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است)

۱) ۴
۲) ۴/۵
۳) ۵
۴) ۵/۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

۳۶ اگر $f(x) = x - |x - ۲|$ باشد، حاصل $\int_{۰}^{۴} f(x)dx$ کدام است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

نام و نام خانوادگی:

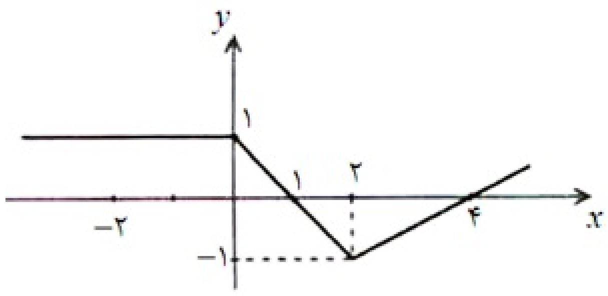
۳۷ اگر $f(x) = |x-2|-2$ باشد، حاصل $\int_0^6 f(x)dx$، کدام است؟

۱) $-2/5$ ۲) -2

۳) $-1/5$ ۴) -1

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۳۸ شکل زیر، نمودار تابع f است. حاصل $\int_{-2}^{4} f(x)dx$ کدام است؟



۱) $\frac{1}{2}$

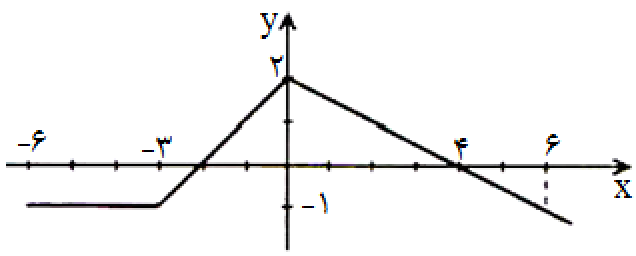
۲) $-\frac{1}{2}$

۳) ۱

۴) $\frac{3}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۱

۳۹ شکل زیر، نمودار تابع f است. $\int_{-6}^{6} f(x)dx$ برابر کدام است؟



۱) ۱

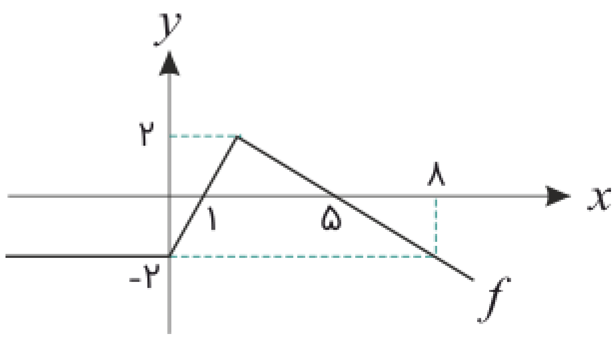
۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{3}{2}$

۴) $\frac{5}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۴

۴۰ شکل زیر، نمودار تابع f است. حاصل $\int_0^8 f(x)dx$ کدام است؟



۱) $\frac{-1}{2}$

۲) صفر

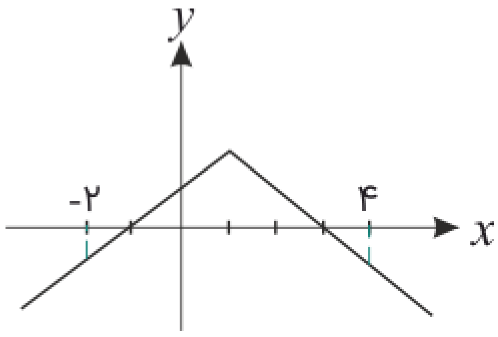
۳) $\frac{1}{2}$

۴) ۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۷

نام و نام خانوادگی:

۴۱ باتوجه‌به نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=2-|x-1|$، حاصل انتگرال معین $\int_{-2}^{4} f(x)dx$ کدام است؟



۱) ۲

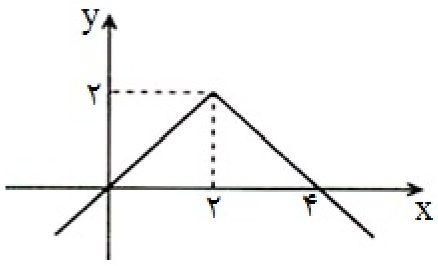
۲) $\frac{5}{2}$

۳) ۳

۴) $\frac{7}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۹

۴۲ باتوجه‌به شکل زیر، حاصل $\int_{0}^{4} (2-|x-2|)dx$ کدام است؟



۱) ۲

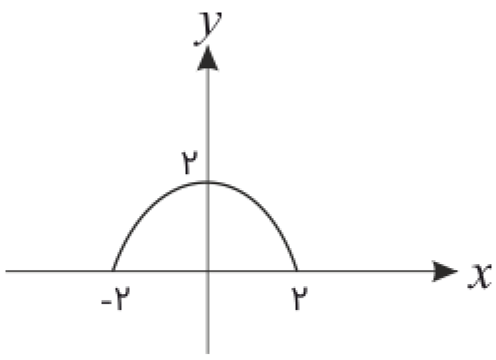
۲) ۳

۳) ۳/۵

۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

۴۳ باتوجه‌به شکل زیر، حاصل $\int_{-2}^{2} \sqrt{4-x^2}\,dx$ کدام است؟



۱) $2\pi-2$

۲) $\pi+2$

۳) 2π

۴) 4π

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

۴۴ مساحت ناحیهٔ محصور بین نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases} x & ; -2\le x<0 \\ x^2 & ; \quad 0\le x\le 3 \end{cases}$، محور xها و دو خط $x=-2$ و $x=3$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۹

۳) ۱۰ ۴) ۱۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

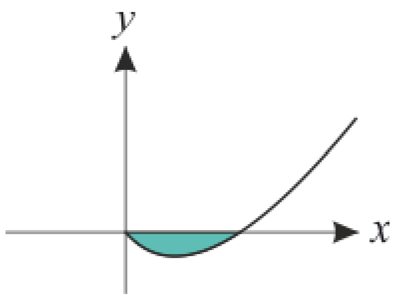
نام و نام خانوادگی:

۴۵ مساحت ناحیهٔ محدود به نمودار تابع $f(x) = [2x - 1]$ و محور xها و دو خط $x = 1$ و $x = -1$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$
۲) ۲
۳) $\frac{5}{2}$
۴) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

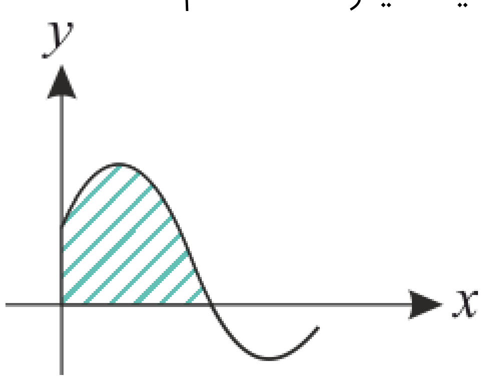
۴۶ باتوجه‌به نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x) = x - \sqrt{x}$، مساحت ناحیهٔ سایه‌زده، کدام است؟



۱) $\frac{1}{6}$
۲) $\frac{1}{4}$
۳) $\frac{1}{3}$
۴) $\frac{2}{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

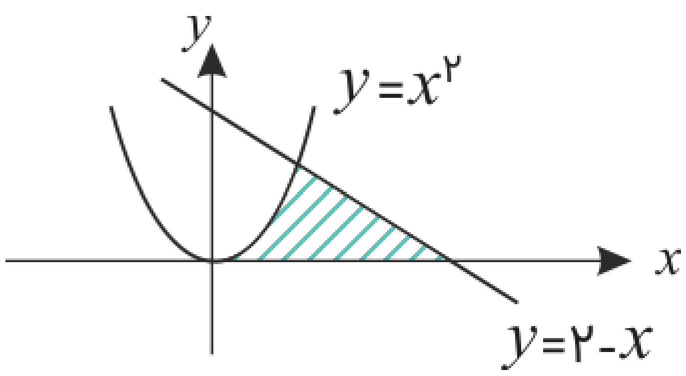
۴۷ باتوجه‌به قسمتی از نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x) = \sin x + \cos x$ در شکل زیر، مساحت ناحیهٔ سایه‌زده‌شده کدام است؟



۱) $2 - \sqrt{2}$
۲) $\sqrt{2}$
۳) ۲
۴) $1 + \sqrt{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

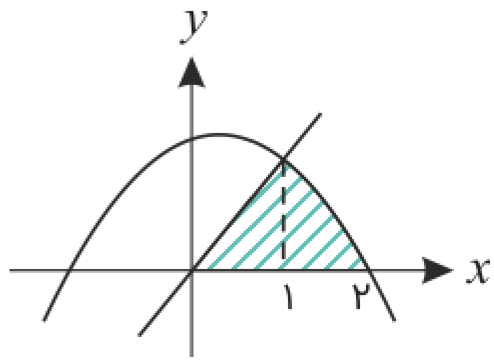
۴۸ باتوجه‌به شکل زیر، مساحت ناحیهٔ سایه‌زده چقدر است؟



۱) $\frac{4}{3}$
۲) $\frac{7}{6}$
۳) $\frac{5}{6}$
۴) $\frac{2}{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۳

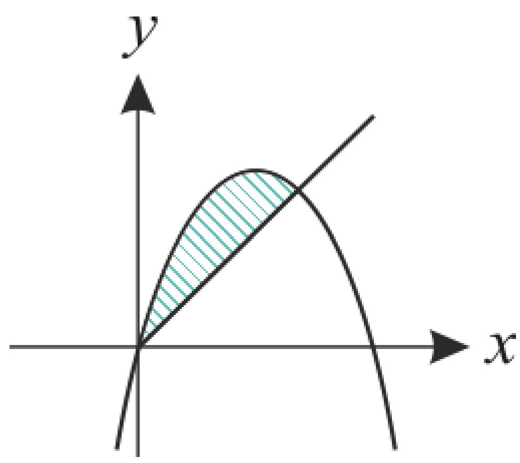
۴۹ مساحت ناحیهٔ محدود به منحنی $y = ۴ - x^۲$ و خط به معادلهٔ $y = ۳x$ و محور xها در ناحیهٔ اول کدام است؟



۱) $\frac{۱۳}{۶}$
۲) $\frac{۷}{۳}$
۳) $\frac{۸}{۳}$
۴) $\frac{۱۹}{۶}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۵

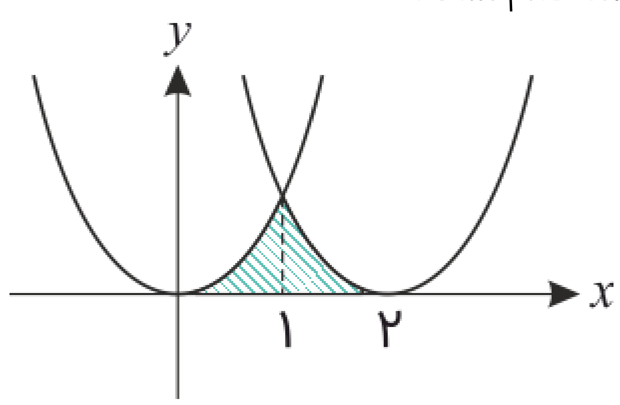
۵۰ مساحت ناحیهٔ زیر منحنی به معادلهٔ $y = -x^۲ + ۵x$ و بالای خط $y = x$ کدام است؟



۱) $\frac{۱۶}{۳}$
۲) $\frac{۲۲}{۳}$
۳) $\frac{۲۸}{۳}$
۴) $\frac{۳۲}{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

۵۱ مساحت ناحیهٔ محدود به منحنی به معادلات $y = x^۲$ و $y = (x - ۲)^۲$ و محور xها کدام است؟

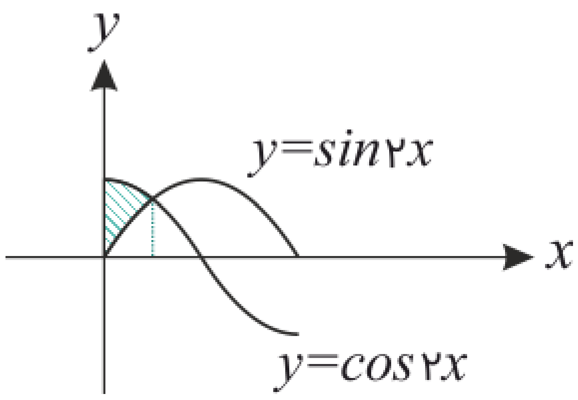


۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) ۱
۴) $\frac{۴}{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۵

نام و نام خانوادگی:

۵۲ مساحت ناحیهٔ هاشورزدهٔ شکل زیر، کدام است؟



۱) $۲-\sqrt{۲}$

۲) $\sqrt{۲}-۱$

۳) $\frac{۱}{۲}(۲-\sqrt{۲})$

۴) $\frac{۱}{۲}(\sqrt{۲}-۱)$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۰

۵۳ حاصل $\int_{۰}^{\pi}\frac{dx}{\sqrt{۱+\tan^{۲}x}}$ برابر کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) π

۴) صفر

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

۵۴ مساحت محصور بین منحنی تابع با ضابطهٔ $y=\sin x$ و محور xها در فاصلهٔ $[۰,\frac{\pi}{۲}]$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) ۱

۳) $\frac{\pi}{۲}$

۴) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۳

۵۵ حاصل $\int_{۰}^{۲\pi}\sqrt{۲-۲\cos x}\,dx$، کدام است؟

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۸

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

۵۶ حاصل $\int_{\frac{\pi}{۴}}^{\frac{\pi}{۲}}\frac{۱+\cos ۲x}{۲\sin^{۲}x}dx$، کدام است؟

۱) $۱-\sqrt{۲}$

۲) $۱-\frac{\pi}{۴}$

۳) $\frac{\pi}{۲}-۱$

۴) $\frac{۳}{۴}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

نام و نام خانوادگی:

۵۷ اگر $G(x)=\int_{۲}^{x}\frac{t}{\sqrt{۱+t^{۳}}}dt$، آنگاه مشتق راست تابع $y=x.G(x)$، در نقطهٔ $x=۲$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۵}{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

۵۸ حاصل $\int_{۰}^{۱}(\sqrt[۳]{x}+\frac{۱}{(۱+x)^{۲}})dx$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) $\frac{۵}{۴}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{۵}{۲}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۴

۵۹ حاصل $\int_{۱}^{۲}(۱-\frac{۱}{x})^{۲}dx$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}-\ln ۲$
۲) $\frac{۳}{۲}-\ln ۴$
۳) $\frac{-۱}{۲}-\ln ۲$
۴) $\frac{-۱}{۲}-\ln ۴$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۴

۶۰ حاصل $\int_{۰}^{\frac{\pi}{۶}}(\cos^{۲}x-\sin^{۲}x)dx$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۴) $\sqrt{۲}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۲

۶۱ اگر $F(x)=\int_{۱}^{\tan^{-۱}x}\frac{dt}{۱+t^{۲}}$، حاصل $F'(۱)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲+\pi^{۲}}$
۲) $\frac{۲}{۴+\pi^{۲}}$
۳) $\frac{۴}{۸+\pi^{۲}}$
۴) $\frac{۸}{۱۶+\pi^{۲}}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۲

۶۲ اگر $G(x)=\int_{۲}^{x}\frac{\cos \pi t}{۱+t^{۲}}dt$ و $y=xG(\frac{۱}{x})$، مقدار y' به ازای $x=\frac{۱}{۲}$ کدام است؟

۱) $-\frac{۲}{۵}$
۲) $-\frac{۱}{۵}$
۳) $\frac{۱}{۵}$
۴) $\frac{۲}{۵}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۱

نام و نام خانوادگی:

۶۳ اگر $f(x)=\int_{۲}^{x}\frac{dt}{t^{۲}-۱}$ و $g(x)=\sqrt{x^{۲}+۵}$، مشتق تابع حاصل‌ضرب $g\cdot f$ در نقطهٔ $x=۲$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۲

۶۴ اگر $f(x)=\int_{۲}^{x}\frac{t}{t^{۲}+۲}dt$، معادلهٔ خط مماس بر منحنی تابع f در نقطهٔ $x=۲$ کدام است؟

۱) $y+۲x-۴=۰$
۲) $y-۳x+۶=۰$
۳) $۳y-x=۰$
۴) $۳y-x+۲=۰$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۳

۱	○ ○ ● ○
۲	● ○ ○ ○
۳	○ ○ ● ○
۴	● ○ ○ ○
۵	○ ○ ● ○
۶	○ ● ○ ○
۷	○ ○ ● ○
۸	● ○ ○ ○
۹	○ ○ ○ ●
۱۰	○ ● ○ ○
۱۱	● ○ ○ ○
۱۲	● ○ ○ ○
۱۳	● ○ ○ ○
۱۴	○ ● ○ ○
۱۵	○ ○ ● ○
۱۶	○ ○ ○ ●
۱۷	○ ○ ● ○
۱۸	○ ● ○ ○
۱۹	○ ○ ● ○
۲۰	● ○ ○ ○
۲۱	○ ○ ● ○
۲۲	○ ○ ○ ●
۲۳	● ○ ○ ○
۲۴	○ ● ○ ○
۲۵	○ ● ○ ○
۲۶	○ ○ ○ ●
۲۷	○ ○ ● ○
۲۸	○ ○ ● ○
۲۹	● ○ ○ ○
۳۰	○ ○ ● ○
۳۱	○ ○ ● ○
۳۲	○ ○ ● ○
۳۳	○ ● ○ ○
۳۴	○ ○ ○ ●
۳۵	○ ○ ○ ●
۳۶	○ ○ ● ○
۳۷	○ ● ○ ○
۳۸	○ ○ ● ○
۳۹	○ ○ ● ○
۴۰	○ ● ○ ○
۴۱	○ ○ ● ○
۴۲	○ ○ ○ ●
۴۳	○ ○ ● ○
۴۴	○ ○ ○ ●
۴۵	○ ○ ● ○
۴۶	● ○ ○ ○
۴۷	○ ○ ○ ●
۴۸	○ ○ ● ○
۴۹	○ ○ ○ ●
۵۰	○ ○ ○ ●
۵۱	○ ● ○ ○
۵۲	○ ○ ○ ●
۵۳	○ ● ○ ○
۵۴	○ ● ○ ○
۵۵	○ ○ ○ ●
۵۶	○ ● ○ ○
۵۷	○ ○ ● ○
۵۸	○ ● ○ ○
۵۹	○ ● ○ ○
۶۰	● ○ ○ ○
۶۱	○ ○ ○ ●
۶۲	● ○ ○ ○
۶۳	○ ● ○ ○
۶۴	○ ○ ○ ●

منبع: کنکور سراسری

۱ **گزینه ۳**

ابتدا حاصل انتگرال داده‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\int \frac{5x^2+3x}{\sqrt{x}}dx = \int \frac{5x^2+3x}{x^{\frac{1}{2}}}dx = \int \left(\frac{5x^2}{x^{\frac{1}{2}}}+\frac{3x}{x^{\frac{1}{2}}}\right)dx =$$

$$\int \left(5x^{\frac{3}{2}}+3x^{\frac{1}{2}}\right)dx =$$

$$5\left(\frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}}\right)+3\left(\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right)+C = 2x^{\frac{5}{2}}+2x^{\frac{3}{2}}+C$$

برای اینکه ضابطهٔ $f(x)$ را به دست آوریم از $x\sqrt{x}$ فاکتور می‌گیریم، داریم:

$$2x^{\frac{5}{2}}+2x^{\frac{3}{2}}+C = x\sqrt{x}\,(2x+2)+C$$

بنابراین ضابطهٔ $f(x)$ به‌صورت $f(x)=2x+2$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

۲ **گزینه ۱**

ابتدا حاصل انتگرال نامعین سمت چپ تساوی را به دست می‌آوریم.

$$\int x(1-5\sqrt{x})dx = \int x(1-5x^{\frac{1}{2}})dx = \int (x-5x^{\frac{3}{2}})dx$$

$$= \frac{x^2}{2} - 5\times\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}+c = \frac{x^2}{2}-2x^{\frac{5}{2}}+c = \frac{x^2}{2}-2x^2\sqrt{x}+c$$

$$= \frac{x^2}{2}(1-4\sqrt{x})+c$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{2}(1-4\sqrt{x})+c = \frac{x^2}{2}f(x)+c \Rightarrow f(x)=1-4\sqrt{x}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۵

۳ **گزینه ۳**

برای حل سؤال گام‌های زیر را برمی‌داریم:

الف) ابتدا حاصل انتگرال نامعین $\int \frac{1-x}{\sqrt{x}}dx$ را تعیین می‌کنیم. برای راحتی در محاسبهٔ انتگرال عبارت کسری را تفکیک می‌کنیم.

ب) از حاصل انتگرال نامعین عبارت $\frac{2}{3}\sqrt{x}$ را فاکتور می‌گیریم. عبارت باقی‌مانده ضابطهٔ تابع $f(x)$ است.

$$\int \frac{1-x}{\sqrt{x}}dx = \int (\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{x}{\sqrt{x}})dx = \int (x^{-\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}})dx$$
$$= \frac{1}{-\frac{1}{2}+1}x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{\frac{1}{2}+1}x^{\frac{3}{2}} + c = \frac{1}{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{\frac{3}{2}}x^{\frac{3}{2}} + c$$
$$= 2x^{\frac{1}{2}} - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c = 2\sqrt{x} - \frac{2}{3}x\sqrt{x} + c$$
$$= \frac{2}{3}\sqrt{x}(3-x) + c$$
$$\Rightarrow \frac{2}{3}\sqrt{x}(3-x) + c = \frac{2}{3}\sqrt{x}f(x) + c \Rightarrow f(x) = 3 - x$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۵

۴ **گزینه ۱**

ابتـدا حاصل انتگرال نامعین را با ساده کردن به دست می‌آوریم، سـپس با فاکتورگیری از عبارت $\frac{2}{\sqrt{x}}$، ضابطهٔ $f(x)$ را مشخص می‌کنیم.

$$\int \frac{1-x}{x\sqrt{x}}dx = \int (\frac{1}{x\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}})dx = \int (x^{-\frac{3}{2}} - x^{-\frac{1}{2}})dx$$
$$= \frac{1}{-\frac{3}{2}+1}x^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{-\frac{1}{2}+1}x^{\frac{1}{2}} + c = \frac{-2}{\sqrt{x}} - 2\sqrt{x} + c$$
$$= \frac{2}{\sqrt{x}}(-1-x) + c$$
$$\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x}}(-1-x) + c = \frac{2f(x)}{\sqrt{x}} + c \Rightarrow f(x) = -x - 1$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۵ **گزینه ۳**

ابتدا حاصل انتگرال نامعین را به دست می‌آوریم، سپس با فاکتورگیری از عبارت $\frac{1}{3\sqrt{x}}$، ضابطهٔ $f(x)$ را مشخص می‌کنیم.

$$\int \frac{x^2+1}{x\sqrt{x}}dx = \int (\frac{x^2}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{x\sqrt{x}})dx$$
$$= \int (x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{3}{2}})dx = \frac{1}{\frac{1}{2}+1}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{-\frac{3}{2}+1}x^{-\frac{1}{2}} + c = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - 2x^{-\frac{1}{2}} + c$$
$$= \frac{2}{3}x\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} + c = \frac{1}{3\sqrt{x}}(2x^2 - 6) + c$$
$$\Rightarrow \frac{1}{3\sqrt{x}}(2x^2 - 6) + c = \frac{f(x)}{3\sqrt{x}} + c \Rightarrow f(x) = 2x^2 - 6$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۷

۶ **گزینه ۲**

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

گام اول

می‌دانیم: $\int x^n dx = \frac{۱}{n+۱}x^{n+۱} + C$

گام دوم

ابتـدا کسـر درون انتگرال را تفکیک کرده و حاصل انتگرال نامعین را به دست می‌آوریم، سـپس با فاکتورگیری از عبارت $۲x\sqrt{x}$، ضابطهٔ $f(x)$ را تعیین می‌کنیم.

$$\int \frac{۵x^۲-۳x}{\sqrt{x}} = \int (\frac{۵x^۲}{\sqrt{x}} - \frac{۳x}{\sqrt{x}})dx = \int (۵x\sqrt{x} - ۳\sqrt{x})dx$$
$$= \int (۵x^{\frac{۳}{۲}} - ۳x^{\frac{۱}{۲}})dx = ۵ \times \frac{۱}{\frac{۳}{۲}+۱}x^{\frac{۵}{۲}} - ۳ \times \frac{۱}{\frac{۱}{۲}+۱}x^{\frac{۳}{۲}} + C$$
$$= ۵ \times \frac{۲}{۵}x^{\frac{۵}{۲}} - ۳ \times \frac{۲}{۳}x^{\frac{۳}{۲}} + C = ۲x^{\frac{۵}{۲}} - ۲x^{\frac{۳}{۲}} + C$$
$$= ۲x^۲\sqrt{x} - ۲x\sqrt{x} + C = ۲x\sqrt{x}(x-۱) + C$$
$$\Rightarrow ۲x\sqrt{x}(x-۱) + C = f(x)(۲x\sqrt{x}) + C \Rightarrow f(x) = x - ۱$$

۷ **گزینه ۳**

بعد از به دست آوردن حاصل انتگرال نامعین، از $\sqrt{x}$ فاکتور می‌گیریم تا ضابطهٔ تابع $f(x)$ مشخص شود.

$$\int (۳\sqrt{x} - \frac{۱}{\sqrt{x}})dx = \int (۳x^{\frac{۱}{۲}} - x^{-\frac{۱}{۲}})dx$$
$$= ۳ \times \frac{۱}{\frac{۱}{۲}+۱}x^{\frac{۳}{۲}} - \frac{۱}{-\frac{۱}{۲}+۱}x^{\frac{۱}{۲}} + c = ۳ \times \frac{۲}{۳}x^{\frac{۳}{۲}} - ۲x^{\frac{۱}{۲}} + c$$
$$= ۲x\sqrt{x} - ۲\sqrt{x} + c = \sqrt{x}(۲x-۲) + c$$
$$\Rightarrow \sqrt{x}(۲x-۲) + c = \sqrt{x}f(x) + c \Rightarrow f(x) = ۲x - ۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۳

۸ **گزینه ۱**

ابتدا با استفاده از اتحاد مزدوج، عبارت درون انتگرال را ساده می‌کنیم، سپس حاصل انتگرال نامعین را به دست آورده و از x فاکتور می‌گیریم تا ضابطهٔ تابع $f(x)$ مشخص شود.

$$\frac{۳-۳x}{۱-\sqrt{x}}=\frac{۳(۱-x)}{۱-\sqrt{x}}=\frac{۳(۱-\sqrt{x})(۱+\sqrt{x})}{(۱-\sqrt{x})}=۳(۱+\sqrt{x})$$
$$\int\frac{۳-۳x}{۱-\sqrt{x}}dx=\int ۳(۱+\sqrt{x})dx=۳\int(۱+\sqrt{x})dx$$
$$=۳\int(۱+x^{\frac{۱}{۲}})dx=۳(x+\frac{۲}{۳}x^{\frac{۳}{۲}})+c$$
$$=۳x+۲x\sqrt{x}+c=x(۳+۲\sqrt{x})+c$$
$$\Rightarrow x(۳+۲\sqrt{x})+c=xf(x)+c\Rightarrow f(x)=۳+۲\sqrt{x}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۹ **گزینه ۴**

بعد از به دست آوردن حاصل انتگرال نامعین، از $\sqrt{x}$ فاکتور می‌گیریم تا عبارت سمت راست تساوی را در سمت چپ شبیه‌سازی کرده باشیم و ضابطهٔ $f(x)$ مشخص شود.

$$\frac{(۱+\sqrt{x})^{۲}-x}{\sqrt{x}}=\frac{۱+۲\sqrt{x}+x-x}{\sqrt{x}}=\frac{۱+۲\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=\frac{۱}{\sqrt{x}}+۲$$
$$\int\frac{(۱+\sqrt{x})^{۲}-x}{\sqrt{x}}dx=\int(\frac{۱}{\sqrt{x}}+۲)dx=\int(x^{-\frac{۱}{۲}}+۲)dx$$
$$=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}}x^{\frac{۱}{۲}}+۲x+c=۲\sqrt{x}+۲x+c=\sqrt{x}(۲+۲\sqrt{x})+c$$
$$\Rightarrow\sqrt{x}(۲+۲\sqrt{x})+c=\sqrt{x}f(x)+c\Rightarrow f(x)=۲+۲\sqrt{x}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

۱۰ **گزینه ۲**

با تفکیک کسر درون انتگرال، حاصل انتگرال نامعین را به دست می‌آوریم، سپس از عبارت $\sqrt{x}$ فاکتور می‌گیریم تا ضابطهٔ $f(x)$ مشخص شود.

$$\int\frac{۳x-۲}{\sqrt{x}}dx=\int(\frac{۳x}{\sqrt{x}}-\frac{۲}{\sqrt{x}})dx=\int(۳\sqrt{x}-\frac{۲}{\sqrt{x}})dx$$
$$=\int(۳x^{\frac{۱}{۲}}-۲x^{-\frac{۱}{۲}})dx=۳\times\frac{۱}{\frac{۳}{۲}}x^{\frac{۳}{۲}}-۲\times\frac{۱}{\frac{۱}{۲}}x^{\frac{۱}{۲}}+c$$
$$=۳(\frac{۲}{۳}x^{\frac{۳}{۲}})-۲(۲x^{\frac{۱}{۲}})+c=۲x\sqrt{x}-۴\sqrt{x}+c$$
$$=\sqrt{x}(۲x-۴)+c$$
$$\Rightarrow\sqrt{x}(۲x-۴)+c=\sqrt{x}f(x)+c\Rightarrow f(x)=۲x-۴$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۲

۱۱ گزینه ۱

حاصل انتگرال نامعین را به دست می‌آوریم، سپس از عامل $\sqrt[3]{x}$ فاکتور گرفته و ضابطهٔ $f(x)$ را مشخص می‌کنیم.

$$\int \frac{4x-4}{3\sqrt[3]{x^2}}dx = \int \frac{4x-4}{3x^{\frac{2}{3}}}dx = \int (\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} - \frac{4}{3}x^{-\frac{2}{3}})dx$$
$$= \frac{4}{3} \times \frac{1}{\frac{4}{3}}x^{\frac{4}{3}} - \frac{4}{3} \times \frac{1}{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{3}} + c = \frac{4}{3}(\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}) - \frac{4}{3}(3x^{\frac{1}{3}}) + c$$
$$= x\sqrt[3]{x} - 4\sqrt[3]{x} + c = \sqrt[3]{x}(x-4) + c$$
$$\Rightarrow \sqrt[3]{x}(x-4) + c = \sqrt[3]{x}f(x) + c \Rightarrow f(x) = x-4$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

۱۲ گزینه ۱

ابتدا عبارت درون انتگرال را به‌صورت کسرهای تفکیک‌شده نوشته، سپس حاصل انتگرال نامعین را به دست می‌آوریم. از عبارت $\sqrt{x}$ فاکتور می‌گیریم تا ضابطهٔ $f(x)$ مشخص شود.

$$\frac{(1-\sqrt{x})^2}{2\sqrt{x}} = \frac{1-2\sqrt{x}+x}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1 + \frac{\sqrt{x}}{2}$$
$$\int \frac{(1-\sqrt{x})^2}{2\sqrt{x}}dx = \int (\frac{1}{2\sqrt{x}} - 1 + \frac{\sqrt{x}}{2})dx = \int (\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - 1 + \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}})dx$$
$$= \frac{1}{2}(\frac{1}{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}) - x + \frac{1}{2}(\frac{1}{\frac{3}{2}}x^{\frac{3}{2}}) + c = \frac{1}{2}(2\sqrt{x}) - x + \frac{1}{2}(\frac{2}{3}x\sqrt{x}) + c$$
$$= \sqrt{x} - x + \frac{1}{3}x\sqrt{x} + c = \sqrt{x}(1 - \sqrt{x} + \frac{1}{3}x) + c$$
$$\Rightarrow \sqrt{x}(1 - \sqrt{x} + \frac{1}{3}x) + c = \sqrt{x}f(x) + c \Rightarrow f(x) = 1 - \sqrt{x} + \frac{1}{3}x$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۹

۱۳ گزینه ۱

$$\int \frac{\sin^2 x}{1-\cos x}dx = \int \frac{(1-\cos^2 x)}{(1-\cos x)}dx = \int \frac{(1-\cos x)(1+\cos x)}{(1-\cos x)}dx$$
$$= \int (1+\cos x)dx = \int dx + \int \cos x dx = x + \sin x + c$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

۱۴ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

گام اول

می‌دانیم:

$$1)\ \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$
$$2)\ \int \sin ax dx = -\frac{1}{a}\cos ax + c$$
$$3)\ \int \cos ax dx = \frac{1}{a}\sin ax + c$$

گام دوم

$$\int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}dx = \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x}dx = \int \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{(\cos x - \sin x)}dx$$
$$= \int (\cos x + \sin x)dx = \sin x - \cos x + c$$

۱۵ گزینه ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

گام اول

می‌دانیم:

$$1)\ 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$
$$2)\ \sin 2x = 2\sin x \cos x$$

گام دوم

باتوجه‌به گام اول، حاصل انتگرال نامعین را به دست می‌آوریم.

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \sqrt{1 + \tan^2 x} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} = \frac{1}{|\cos x|}$$
$$\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos x < 0 \Rightarrow |\cos x| = -\cos x$$
$$\Rightarrow \sqrt{1 + \tan^2 x} = -\frac{1}{\cos x}$$
$$\Rightarrow \int \sqrt{1 + \tan^2 x}\ \sin 2x dx = \int (-\frac{1}{\cos x})(2\sin x \cos x)dx =$$
$$\int -2\sin x dx = 2\cos x + c$$

۱۶ **گزینه ۴**

ابتدا حاصل انتگرال نامعین را به دست می‌آوریم، سپس از عبارت $3\sqrt{x}$ فاکتور می‌گیریم تا ضابطهٔ $f(x)$ مشخص شود.

$$\int \frac{(1+\sqrt{x})^3-1}{x}dx = \int \frac{1+3(\sqrt{x})^2+3\sqrt{x}+(\sqrt{x})^3-1}{x}dx$$
$$= \int \frac{3x+3\sqrt{x}+x\sqrt{x}}{x}dx = \int \left(3+\frac{3}{\sqrt{x}}+\sqrt{x}\right)dx$$
$$= \int \left(3+3x^{-\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}}\right)dx = 3x+\frac{3}{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{\frac{3}{2}}x^{\frac{3}{2}}+c$$
$$= 3x+6x^{\frac{1}{2}}+\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+c = 3x+6\sqrt{x}+\frac{2}{3}x\sqrt{x}+c = 3\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2+\frac{2}{9}x\right)+c$$
$$\Rightarrow 3\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2+\frac{2}{9}x\right)+c = 3\sqrt{x}.f(x)+c \Rightarrow f(x)=\sqrt{x}+2+\frac{2}{9}x$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

۱۷ **گزینه ۳**

ابتدا عبارت درون انتگرال را به‌صورت کسرهای تفکیک‌شده نوشته، بعد از به دست آوردن حاصل انتگرال نامعین از $3\sqrt[3]{x}$ فاکتور می‌گیریم تا ضابطهٔ $f(x)$ مشخص شود.

$$\int \frac{7x^2-4x}{\sqrt[3]{x^2}}dx = \int \frac{7x^2-4x}{x^{\frac{2}{3}}}dx$$
$$= \int \left(\frac{7x^2}{x^{\frac{2}{3}}}-\frac{4x}{x^{\frac{2}{3}}}\right)dx = \int \left(7x^{\frac{4}{3}}-4x^{\frac{1}{3}}\right)dx$$
$$= 7\times\frac{1}{\frac{7}{3}}x^{\frac{7}{3}}-4\times\frac{1}{\frac{4}{3}}x^{\frac{4}{3}}+c = 3x^{\frac{7}{3}}-3x^{\frac{4}{3}}+c$$
$$= 3x^2\sqrt[3]{x}-3x\sqrt[3]{x}+c = 3\sqrt[3]{x}(x^2-x)+c$$
$$\Rightarrow 3\sqrt[3]{x}(x^2-x)+c = 3\sqrt[3]{x}f(x)+c \Rightarrow f(x)=x^2-x$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

۱۸ **گزینه ۲**

برای ساده‌تر شدن فرآیند انتگرال‌گیری، صورت کسر درون انتگرال را به‌صورت زیر تغییر می‌دهیم:

$$x^2 - 2x + 5 = x^2 - 2x + 1 + 4 = (x-1)^2 + 4$$

اگر از خودتان می‌پرسید چطور باید این تغییر به ذهنتان می‌رسید کافی بود نگاهی به مخرج کسر می‌انداختید تا ببینید عبارت درون انتگرال چگونه ساده‌تر می‌شود.

بعد از به دست آوردن حاصل انتگرال نامعین، سعی می‌کنیم آن را به فرم عبارت سمت راست تساوی بنویسیم تا ضابطهٔ $f(t)$ مشخص شود.

$$\int \frac{x^2-2x+5}{(x-1)^2}dx = \int \frac{(x-1)^2+4}{(x-1)^2}dx = \int \left(1 + \frac{4}{(x-1)^2}\right)dx = \int dx + \int \frac{4}{(x-1)^2}dx$$
$$= x - \frac{4}{x-1} + c = \frac{x(x-1)-4}{x-1} + c = \frac{x^2-x-4}{x-1} + c = \frac{x^2+f(x)}{x-1} + c$$
$$\Rightarrow f(x) = -x - 4$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۰

۱۹ **گزینه ۳**

$$\int \frac{4x^2-1}{\sqrt[3]{x}}dx = \int \left(\frac{4x^2}{x^{\frac{1}{3}}} - \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}\right)dx = \int \left(4x^{\frac{5}{3}} - x^{\frac{-1}{3}}\right)dx$$
$$= 4\left(\frac{x^{\frac{8}{3}}}{\frac{8}{3}}\right) - \frac{x^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} + c = \frac{3}{2}x^{\frac{8}{3}} - \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + c$$

چون در طرف راست از $\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}$ فاکتور گرفته شده، بنابراین از $\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}$ فاکتور می‌گیریم:

$$= \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}(x^2-1) + c = \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2}\underbrace{(x^2-1)}_{f(x)} + c$$

پس:

$$f(x) = x^2 - 1$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

۲۰ **گزینه ۱**

انتگرال را ساده می‌کنیم:

$$A=\int\frac{(\sqrt{x}-1)\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{x^{2}}dx=\int\frac{(x-1)}{x^{\frac{3}{2}}}dx=\int x^{-\frac{1}{2}}dx-\int x^{-\frac{3}{2}}dx\Rightarrow A=2x^{\frac{1}{2}}$$

$$+2x^{-\frac{1}{2}}+C$$

$$=2\sqrt{x}+\frac{2}{\sqrt{x}}+C=\frac{1}{\sqrt{x}}(2x+2)+C$$

با مقایسهٔ رابطهٔ بالا با $\frac{1}{\sqrt{x}}f(x)+C$ خواهیم داشت:

$$f(x)=2x+2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۲۱ **گزینه ۳**

$$\int\left(\sqrt{x}-\frac{1}{x}\right)^{2}dx=\int\left(x+\frac{1}{x^{2}}-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)dx=\frac{1}{2}x^{2}-\frac{1}{x}-4\sqrt{x}+C$$

$$\Rightarrow\frac{f(x)}{2x}=\frac{1}{2}x^{2}-\frac{1}{x}-4\sqrt{x}\Rightarrow f(x)=x^{3}-8x\sqrt{x}-2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

۲۲ **گزینه ۴**

$$\int(3x+\tfrac{1}{x})^{2}dx=\int(9x^{2}+\tfrac{1}{x^{2}}+2(3x)(\tfrac{1}{x}))dx$$

$$=\int(9x^{2}+\tfrac{1}{x^{2}}+6)dx=9\times\tfrac{x^{3}}{3}-\tfrac{1}{x}+6x+C$$

$$=3x^{3}-\tfrac{1}{x}+6x+C=\frac{3x^{4}-1+6x^{2}}{x}+C$$

$$=\tfrac{1}{x}(3x^{4}+6x^{2}-1)+C=\tfrac{1}{x}f(x)+C\Rightarrow f(x)=3x^{4}+6x^{2}-1$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

۲۳ **گزینه ۱**

$$\int \frac{x-۱}{x^۳}dx = \frac{۱}{۲x^۲}f(x)+C$$

$$\int \frac{x-۱}{x^۳}dx = \int \frac{۱}{x^۲}dx - \int \frac{۱}{x^۳}dx = \int x^{-۲}dx - \int x^{-۳}dx$$

$$= \frac{x^{-۱}}{-۱} - \frac{x^{-۲}}{-۲} + C = \frac{-۱}{x} + \frac{۱}{۲x^۲} + C = \frac{-۲x+۱}{۲x^۲} + C$$

$$\Rightarrow \frac{-۲x+۱}{۲x^۲} + C = \frac{f(x)}{۲x^۲} + C \Rightarrow \underline{f(x) = ۱-۲x}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۲۴ **گزینه ۲**

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

گام اول

الف) تابع $y=[x]$ در نقاط صحیح ناپیوسته است.

ب) می‌دانیم: $|x| = \begin{cases} x & ;x \geq ۰ \\ -x & ;x < ۰ \end{cases}$

گام دوم

با توجه به وجود $[x]$ و $|x|$، محدودهٔ انتگرال‌گیری را به سه زیر بازهٔ $(-۱,۰)$، $(۰,۱)$ و $(۱,۲)$ تقسیم می‌کنیم؛ بنابراین داریم:

$$\int_{-۱}^{۲}[x]|x|dx = \int_{-۱}^{۰}[x]|x|dx + \int_{۰}^{۱}[x]|x|dx + \int_{۱}^{۲}[x]\,|x|dx$$

$$= \int_{-۱}^{۰}(-۱)\,(-x)dx + ۰ + \int_{۱}^{۲}xdx = \frac{x^۲}{۲}\Big]_{-۱}^{۰} + \frac{x^۲}{۲}\Big]_{۱}^{۲} =$$

$$\left(۰-\frac{۱}{۲}\right) + \left(۲-\frac{۱}{۲}\right) = -\frac{۱}{۲} + \frac{۳}{۲} = ۱$$

۲۵ **گزینه ۲**

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

گام اول

می‌دانیم: $\int_a^b x^n\,dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1}\big]_a^b$

گام دوم

برای محاسبهٔ انتگرال‌هایی که در آن عبارت قدر مطلقی دیده می‌شود، ابتدا باید تکلیف قدر مطلق را مشخص کنیم. در این سوال، محدودهٔ اولیهٔ انتگرال‌گیری را به دو بازهٔ $(-2,0)$ و $(0,2)$ تفکیک کرده و در هر حالت حاصل انتگرال را به‌صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم.

$$x \in (-2,0) \Rightarrow x < 0 \Rightarrow |x| = -x$$
$$x \in (0,2) \Rightarrow x > 0 \Rightarrow |x| = x$$
$$\int_{-2}^{2} (2x + |x|)\,dx = \int_{-2}^{0} (2x + |x|)\,dx + \int_{0}^{2} (2x + |x|)\,dx$$
$$= \int_{-2}^{0} (2x - x)\,dx + \int_{0}^{2} (2x + x)\,dx = \int_{-2}^{0} x\,dx + \int_{0}^{2} 3x\,dx$$
$$= \frac{1}{2}x^2\Big]_{-2}^{0} + \frac{3}{2}x^2\Big]_{0}^{2} = (0 - \frac{4}{2}) + (\frac{3}{2} \times 4 - 0) = -2 + 6 = 4$$

۲۶ **گزینه ۴**

ابتدا تکلیف عبارت‌های قدر مطلقی را در بازهٔ $(-1,2)$ روشن و ضابطهٔ تابع $f(x)$ را ساده می‌کنیم.

$$-1 < x < 0 \Rightarrow 0 < x+1 < 1 \Rightarrow \begin{cases} |x| = -x \\ |x+1| = x+1 \end{cases}$$
$$0 < x < 2 \Rightarrow 1 < x+1 < 3 \Rightarrow \begin{cases} |x| = x \\ |x+1| = x+1 \end{cases}$$

اکنون محدودهٔ اصلی انتگرال‌گیری، یعنی بازهٔ $(-1,2)$، را به دو بازهٔ $(-1,0)$ و $(0,2)$ تقسیم کرده و حاصل انتگرال را در هریک از این زیربازه‌ها محاسبه و درنهایت باهم جمع می‌کنیم.

$$\int_{-1}^{2} f(x)dx = \int_{-1}^{2} (|x| + |x+1|)dx$$
$$= \int_{-1}^{0} (|x| + |x+1|)\,dx + \int_{0}^{2} (|x| + |x+1|)\,dx$$
$$= \int_{-1}^{0} (-x + x + 1)\,dx + \int_{0}^{2} (x + x + 1)\,dx = \int_{-1}^{0} dx + \int_{0}^{2} (2x+1)\,dx$$
$$= x\Big]_{-1}^{0} + (x^2 + x)\Big]_{0}^{2} = (0 - (-1)) + (6 - 0) = 1 + 6 = 7$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۲۷ **گزینه ۳**

ابتـدا محدودۀ اصـلی انتگرال‌گیری را به محدوده‌های کوچک‌تری تقسـیم می‌کنیم به‌طوری‌که در هر محدوده حاصل $[x]$ یکسان باشد، سپس حاصل انتگرال را روی هر زیربازه محاسبه و باهم جمع می‌کنیم.

$$-۲ < x < -۱ \Rightarrow [x] = -۲$$
$$-۱ < x < ۰ \Rightarrow [x] = -۱$$
$$۰ < x < ۱ \Rightarrow [x] = ۰$$
$$۱ < x < ۲ \Rightarrow [x] = ۱$$
$$\int_{-۲}^{۲} (۲-[x])dx = \int_{-۲}^{-۱} (۲-(-۲))dx + \int_{-۱}^{۰} (۲-(-۱))dx + \int_{۰}^{۱} (۲-۰)dx +$$
$$\int_{۱}^{۲} (۲-۱)dx$$
$$= \int_{-۲}^{-۱} ۴dx + \int_{-۱}^{۰} ۳dx + \int_{۰}^{۱} ۲dx + \int_{۱}^{۲} dx = ۴x\Big]_{-۲}^{-۱} + ۳x\Big]_{-۱}^{۰} + ۲x\Big]_{۰}^{۱} + x\Big]_{۱}^{۲}$$
$$= (-۴-(-۸)) + (۰-(-۳)) + (۲-۰) + (۲-۱) = -۴+۸+۳+۲+۱ = ۱۰$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

۲۸ **گزینه ۳**

برای تعیین مقدار $[x]$، محدودۀ اصلی انتگرال‌گیری را به سه زیربازۀ $(-۲,-۱)$ و $(-۱,۰)$ و $(۰,۱)$ تقسیم می‌کنیم.

$$-۲ < x < -۱ \Rightarrow [x] = -۲$$
$$-۱ < x < ۰ \Rightarrow [x] = -۱$$
$$۰ < x < ۱ \Rightarrow [x] = ۰$$
$$\int_{-۲}^{۱} [x]xdx = \int_{-۲}^{-۱} [x]xdx + \int_{-۱}^{۰} [x]xdx + \int_{۰}^{۱} [x]xdx =$$
$$\int_{-۲}^{-۱} -۲xdx + \int_{-۱}^{۰} -xdx + \int_{۰}^{۱} ۰dx$$
$$= -x^۲\Big]_{-۲}^{-۱} + -\frac{x^۲}{۲}\Big]_{-۱}^{۰} + ۰ = -((-۱)^۲ - (-۲)^۲) - \frac{۱}{۲}(۰-(-۱)^۲)$$
$$= -(۱-۴) - \frac{۱}{۲}(-۱) = -(-۳) + \frac{۱}{۲} = ۳ + \frac{۱}{۲} = \frac{۷}{۲}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

۲۹ **گزینه ۱**

تست را به دو روش حـل می‌کنیم. در روش اول با تفکیک بازه‌ها و به دست آوردن مقـدار $[x]$، جواب را به دست می‌آوریم و در روش دوم از رسم شکل و محاسبهٔ سطح زیر نمودار استفاده می‌کنیم.

روش اول:

باتوجه‌به وجود عبارت $[x]$، برای به دست آوردن مقدار انتگرال، محدودهٔ اصلی انتگرال‌گیری که بازهٔ $(-۲,۲)$ است را به چهار زیر بازهٔ $(-۲,-۱)$ و $(-۱,۰)$ و $(۰,۱)$ و $(۱,۲)$ تقسیم کرده و در هر زیربازه مقدار $[x]$ را به دست می‌آوریم.

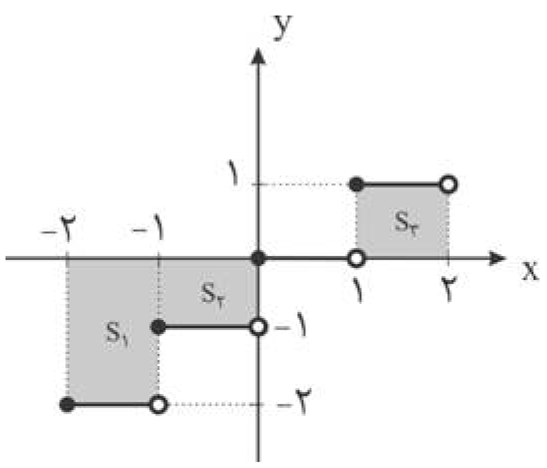
$$-۲<x<-۱ \Rightarrow [x]=-۲$$
$$-۱<x<۰ \Rightarrow [x]=-۱$$
$$۰<x<۱ \Rightarrow [x]=۰$$
$$۱<x<۲ \Rightarrow [x]=۱$$
$$\int_{-۲}^{۲}(x+[x])dx=\int_{-۲}^{-۱}(x-۲)dx+\int_{-۱}^{۰}(x-۱)dx+\int_{۰}^{۱}xdx+\int_{۱}^{۲}(x+۱)dx$$
$$=\left(\frac{x^۲}{۲}-۲x\right)\Big]_{-۲}^{-۱}+\left(\frac{x^۲}{۲}-x\right)\Big]_{-۱}^{۰}+\frac{x^۲}{۲}\Big]_{۰}^{۱}+\left(\frac{x^۲}{۲}+x\right)\Big]_{۱}^{۲}$$
$$=\left(\left(\frac{۱}{۲}+۲\right)-(۲+۴)\right)+\left(۰-\left(\frac{۱}{۲}+۱\right)\right)+\left(\frac{۱}{۲}-۰\right)+\left(۴-\frac{۳}{۲}\right)$$
$$=\frac{۵}{۲}-۶-\frac{۳}{۲}+\frac{۱}{۲}+۴-\frac{۳}{۲}=-۲$$

روش دوم:

برای محاسبهٔ $\int_{-۲}^{۲}(x+[x])dx$ می‌توانیم به‌صورت زیر عمل کنیم:

$$\int_{-۲}^{۲}(x+[x])dx=\int_{-۲}^{۲}xdx+\int_{-۲}^{۲}[x]dx$$

حاصل $\int_{-۲}^{۲}xdx$ به‌راحتی محاسـبه می‌شود؛ اما برای محاسـبهٔ $\int_{-۲}^{۲}[x]dx$ نمودار آن را در بـازهٔ $(-۲,۲)$ رسم کرده و سـطح محصور بین نمودار و محور xها را به دست می‌آوریم. داریم:



$$\int_{-۲}^{۲}xdx=\frac{x^۲}{۲}\Big]_{-۲}^{۲}=\frac{۴}{۲}-\frac{۴}{۲}=۲-۲=۰$$
$$\int_{-۲}^{۲}[x]dx=-S_۱-S_۲+S_۳=-(۲\times۱)-(۱\times۱)+(۱\times۱)=-۲-۱+۱=$$
$$-۲$$
$$\int_{-۲}^{۲}(x+[x])dx=۰+(-۲)=۰-۲=-۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

۳۰ **گزینه ۳**

چون $[x]$ داریم، بازهٔ $(-1,2)$ را به سه زیربازهٔ $(-1,0)$ و $(0,1)$ و $(1,2)$ تقسیم کرده و حاصل $[x]$ و $|x|$ را در هریک از این بازه‌ها مشخص می‌کنیم.

$$-1 < x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \ , \ |x| = -x$$
$$0 < x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \ , \ |x| = x$$
$$1 < x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \ , \ |x| = x$$

$$\int_{-1}^{2} f(x)dx = \int_{-1}^{2} (|x| - [x])dx$$
$$= \int_{-1}^{0} (-x - (-1))dx + \int_{0}^{1} (x - 0)dx + \int_{1}^{2} (x - 1)dx$$
$$= (-\frac{x^2}{2} + x)\Big]_{-1}^{0} + \frac{x^2}{2}\Big]_{0}^{1} + (\frac{x^2}{2} - x)\Big]_{1}^{2}$$
$$= (0 - (-\frac{3}{2})) + (\frac{1}{2} - 0) + (0 - (-\frac{1}{2})) = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

۳۱ **گزینه ۳**

در ضابطهٔ تابع $f(x)$ هم $|x|$ داریم و هم $[x]$؛ بنابراین بازهٔ اولیه را به بازه‌های $(-1,0)$ و $(0,1)$ و $(1,2)$ تقسیم کرده و با مشخص کردن حاصل $|x|$ و $[x]$ در هریک از این بازه‌ها، حاصل انتگرال را به دست می‌آوریم.

$$-1 < x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \ , \ |x| = -x$$
$$0 < x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \ , \ |x| = x$$
$$1 < x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \ , \ |x| = x$$

$$\int_{-1}^{2} f(x)dx = \int_{-1}^{2} (x + |x|)[x]$$
$$= \int_{-1}^{0} (x - x)(-1) + \int_{0}^{1} (x + x)(0) + \int_{1}^{2} (x + x)(1)$$
$$= \int_{-1}^{0} 0 + \int_{0}^{1} 0 + \int_{1}^{2} 2x = 0 + 0 + x^2\Big]_{1}^{2} = 4 - 1 = 3$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۴

۳۲ **گزینه ۳**

چون درون انتگرال عبارت $[x]$ مشاهده می‌شود؛ بنابراین محدودهٔ اولیهٔ انتگرال‌گیری را به زیربازه‌هایی تقسیم می‌کنیم که در آن مقدار $[x]$ یکسان باشد، سپس حاصل انتگرال معین را محاسبه می‌کنیم.

$$-۱ \leq x < ۰ \Rightarrow [x] = -۱ \quad , \quad ۰ \leq x < ۱ \Rightarrow [x] = ۰$$
$$۱ \leq x < ۲ \Rightarrow [x] = ۱ \quad , \quad ۲ \leq x < ۳ \Rightarrow [x] = ۲$$

$$\int_{-۱}^{۳} (x + [x])dx = \int_{-۱}^{۰} (x - ۱)dx + \int_{۰}^{۱} xdx + \int_{۱}^{۲} (x + ۱)dx + \int_{۲}^{۳} (x + ۲)dx$$
$$= (\tfrac{۱}{۲}x^۲ - x)]_{-۱}^{۰} + \tfrac{۱}{۲}x^۲]_{۰}^{۱} + (\tfrac{۱}{۲}x^۲ + x)]_{۱}^{۲} + (\tfrac{۱}{۲}x^۲ + ۲x)]_{۲}^{۳}$$
$$= (۰ - \tfrac{۳}{۲}) + (\tfrac{۱}{۲} - ۰) + (۴ - \tfrac{۳}{۲}) + (\tfrac{۲۱}{۲} - ۶) = -\tfrac{۳}{۲} + \tfrac{۱}{۲} + \tfrac{۵}{۲} + \tfrac{۹}{۲} = ۶$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

۳۳ **گزینه ۲**

باتوجه‌به اینکه مقدار $\frac{\pi}{۶}$ عـددی بین صـفر و یک است، بازهٔ اولیهٔ انتگرال‌گیری را به دو بازهٔ $(-\frac{\pi}{۶}, ۰)$ و $(۰, \frac{\pi}{۶})$ تقسیم کرده و انتگرال معین را روی این دو بازه به دست می‌آوریم.

$$-\frac{\pi}{۶} \leq x < ۰ \Rightarrow [x] = -۱$$
$$۰ \leq x < \frac{\pi}{۶} \Rightarrow [x] = ۰$$
$$\int_{-\frac{\pi}{۶}}^{\frac{\pi}{۶}} [x]\cos x dx = \int_{-\frac{\pi}{۶}}^{۰} [x]\cos x dx + \int_{۰}^{\frac{\pi}{۶}} [x]\cos x dx = \int_{-\frac{\pi}{۶}}^{۰} -\cos x dx + \int_{۰}^{\frac{\pi}{۶}} ۰ dx$$
$$= -\sin]_{-\frac{\pi}{۶}}^{۰} + ۰ = -(\sin ۰ - \sin(-\tfrac{\pi}{۶})) = -(۰ + \tfrac{۱}{۲}) = -\tfrac{۱}{۲}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۰

۳۴ **گزینه ۴**

$$\int_{-۱}^{۱} (|۳x| - [x])dx = \int_{-۱}^{۰} (-۳x + ۱)dx + \int_{۰}^{۱} ۳xdx = (\frac{-۳}{۲}x^۲ + x)|_{-۱}^{۰} + \frac{۳}{۲}x^۲|_{۰}^{۱}$$
$$= ۰ - (-\frac{۳}{۲} - ۱) + (\frac{۳}{۲} - ۰) = ۴$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۳۵ **گزینه ۴**

$$\int_{-2}^{1} (|x| - [x])dx = \int_{-2}^{-1} (-x + 2)dx + \int_{-1}^{0} (-x + 1)dx + \int_{0}^{1} x dx$$

$$= (\frac{-x^2}{2} + 2x)]_{-2}^{-1} + (\frac{-x^2}{2} + x)]_{-1}^{0} + (\frac{1}{2}x^2)]_{0}^{1} = -\frac{1}{2} - 2 + \frac{2^2}{2} + 2 \times 2 - 0$$

$$+ \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} - 0 = \frac{11}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

۳۶ **گزینه ۳**

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

گام اول

$x = 2$ ریشهٔ قدر مطلق است، پس بازهٔ $(0, 4)$ را به دو بازهٔ $(0, 2)$ و $(2, 4)$ تقسیم می‌کنیم.

گام دوم

$$\int_0^4 f(x)\, dx = \int_0^4 x - |x - 2|\, dx$$

$$= \int_0^2 (x + x - 2)dx + \int_2^4 (x - (x - 2))\, dx$$

$$= \int_0^2 (2x - 2)dx + \int_2^4 2dx = x^2 - 2x\Big]_0^2 + 2x]_2^4$$

$$= (4 - 4) - 0 + 2(4 - 2) = 0 + 4 = 4$$

۳۷ **گزینه ۲**

باتوجه‌به ریشهٔ داخل قدر مطلق، باید محدودهٔ انتگرال‌گیری را تعیین کنیم:

$$\int_0^6 |x - 2|\, dx - \int_0^6 2\, dx = \int_0^2 (2 - x)\, dx + \int_2^6 (x - 2)\, dx + \int_0^6 2\, dx$$

$$= 2x\Big|_0^2 - \frac{x^2}{2}\Big|_0^2 + \frac{x^2}{2}\Big|_2^6 - 2x\Big|_2^6 - 2x\Big|_0^6$$

$$= (4 - 0) - (2 - 0) + (18 - 2) - (12 - 4) - (12 - 0)$$

$$= 4 - 2 + 16 - 8 - 12 = -2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۳۸ **گزینه ۳**

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۱

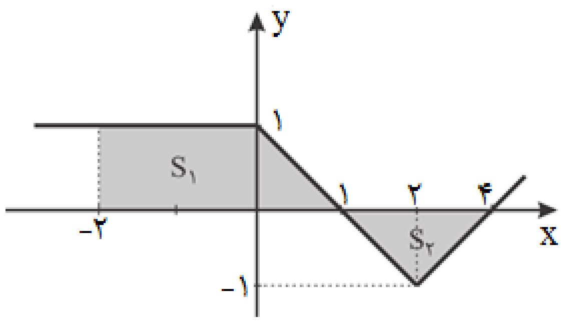
گام اول

الف) حاصل $\int_{-۲}^{۴} f(x)dx$ برابر است با مساحت سطح زیر نمودار تابع $f(x)$ در بازهٔ $[-۲,۴]$.

ب) در محاسبهٔ سطح زیر نمودار برای به دست آوردن حاصل انتگرال، مساحت سطوحی که پایین محور xها قرار دارند را منفی و مساحت سطوحی که بالای محور xها قرار دارند را مثبت در نظر می‌گیریم.

گام دوم

باتوجه‌به گام اول، مجموع مساحت ذوزنقهٔ بالای محور xها با علامت مثبت و مساحت مثلث پایین محور xها با علامت منفی را به دست می‌آوریم.



$$\int_{-۲}^{۴} f(x)dx = S_۱ - S_۲ = \frac{۱}{۲}(۳+۲)\times ۱ - \frac{۱}{۲}\times ۱ \times ۳ = \frac{۵}{۲} - \frac{۳}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱ \Rightarrow \int_{-۲}^{۴} f(x)dx = ۱$$

۳۹ **گزینه ۳**

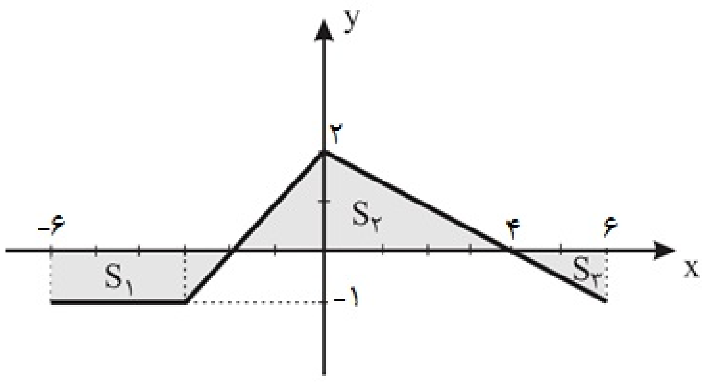
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۴

گام اول

حاصل $\int_{-۶}^{۶} f(x)dx$ برابر است با مساحت سطح محصور بین نمودار تابع $f(x)$ و محور xها در بازهٔ $[-۶,۶]$.

گام دوم

در محاسبهٔ مساحت زیر نمودار، دقت کنید که مساحت سطح‌هایی که پایین محور xها قرار دارند با علامت منفی و مساحت سطح‌هایی که بالای محور xها قرار دارند با علامت مثبت در نظر گرفته می‌شوند. حاصل انتگرال با جمع جبری مساحت‌ها برابر است.



$$\int_{-۶}^{۶} f(x)dx = -S_۱ + S_۲ - S_۳ = -\frac{(۴+۳)\times ۱}{۲} + \frac{۲\times ۶}{۲} - \frac{۲\times ۱}{۲} = -\frac{۷}{۲} + ۶ - ۱ = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \int_{-۶}^{۶} f(x)dx = \frac{۳}{۲}$$

۴۰ **گزینه ۲**

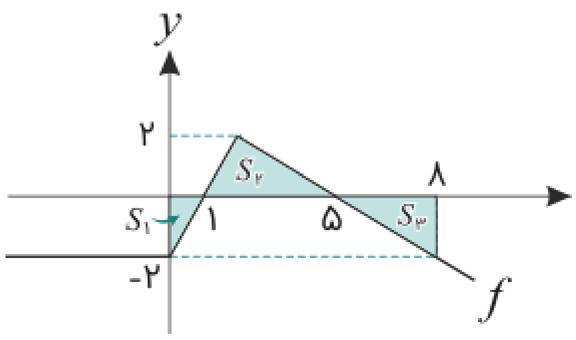
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۷

گام اول

الف) حاصل $\int_{۰}^{۸} f(x)dx$ برابر است با مساحت سطح محصور بین نمودار تابع $f(x)$ و محور xها در بازهٔ $[۰, ۸]$.

ب) مساحت سطحی که پایین محور xها قرار دارد، منفی و مساحت سطحی که بالای محور xها قرار دارد مثبت، در نظر گرفته می‌شود.

گام دوم



$$\int_{۰}^{۸} f(x)dx = -S_۱ + S_۲ - S_۳ = S_۲ - S_۱ - S_۳$$
$$x= \frac{۲\times۴}{۲} - \frac{۲\times۱}{۲} - \frac{۲\times۳}{۲} = ۴ - ۱ - ۳ = ۰$$

پس حاصل انتگرال $\int_{۰}^{۸} f(x)dx$ برابر صفر می‌شود.

۴۱ **گزینه ۳**

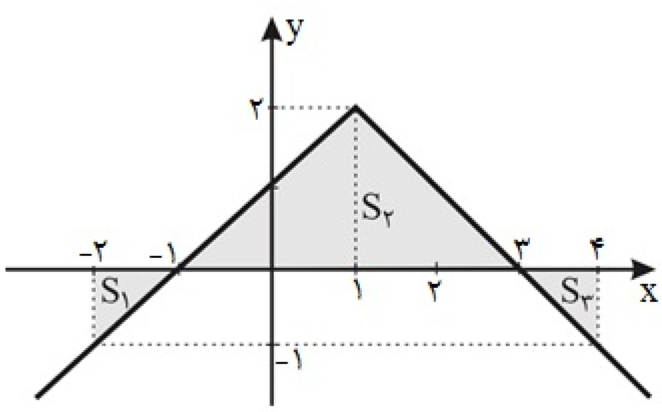
برای به دست آوردن حاصل انتگرال معین $\int_{-۲}^{۴} f(x)dx$ باید مساحت سطح محصور بین نمودار تابع $f(x) = ۲ - |x - ۱|$ و محور xها را در بازهٔ $[-۲, ۴]$ مشخص کنیم. ابتدا باید نقاط برخورد تابع $f(x)$ با محور xها و همچنین بیشترین مقدار تابع را تعیین کنیم.

$$f(x) = ۰ \Rightarrow ۲ - |x - ۱| = ۰ \Rightarrow |x - ۱| = ۲ \Rightarrow \begin{cases} x - ۱ = ۲ \Rightarrow x = ۳ \\ x - ۱ = -۲ \Rightarrow x = -۱ \end{cases}$$

برای اینکه حاصل $f(x) = ۲ - |x - ۱|$ بیشترین مقدار باشد، باید حاصل قدر مطلق صفر باشد؛ بنابراین داریم:

$$x - ۱ = ۰ \Rightarrow x = ۱ \Rightarrow f(۱) = ۲ - ۰ = ۲$$

حالا شکل را کامل کرده و حاصل انتگرال معین را به دست می‌آوریم.



$$\int_{-۲}^{۴} f(x)dx = -S_۱ + S_۲ - S_۳ = S_۲ - S_۱ - S_۳$$
$$= \frac{۴\times۲}{۲} - \frac{۱\times۱}{۲} - \frac{۱\times۱}{۲} = ۴ - \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲} = ۳$$
$$\Rightarrow \int_{-۲}^{۴} f(x)dx = ۳$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۹

۴۲ **گزینه ۴**

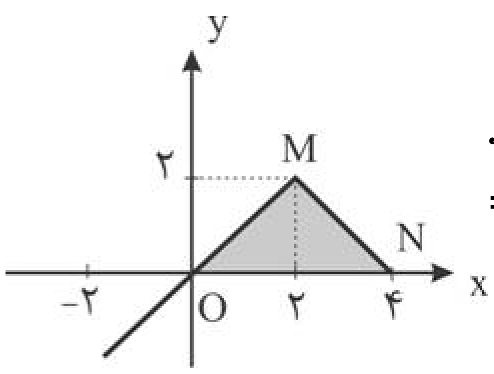
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

گام اول

حاصل انتگرال معین داده‌شده، برابر با مساحت سطح محصور بین نمودار تابع و محور xها در بازهٔ $[۰, ۴]$ است.

گام دوم

سطح محصور بین نمودار تابع و محور xها، مساحت مثلث OMN است و چون بالای محور قرار دارد، با علامت مثبت در نظر گرفته می‌شود.



$$\int_{۰}^{۴} (۲ - |x - ۲|)dx = S_{\overset{\Delta}{OMN}} = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۴ = ۴$$
$$\Rightarrow \int_{۰}^{۴} (۲ - |x - ۲|)dx = ۴$$

۴۳ **گزینه ۳**

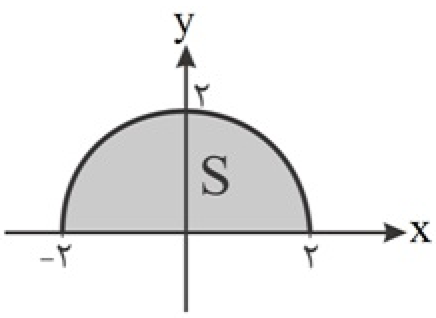
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

گام اول

حاصل انتگرال معین داده‌شده، برابر با مساحت سطح محصور بین نمودار تابع و محور xها در بازهٔ $[-۲, ۲]$ است.

گام دوم

نمودار تابع $f(x)$ در بازهٔ $[-۲, ۲]$ یک نیم‌دایره به شعاع ۲ است. برای محاسبهٔ حاصل انتگرال معین $\int_{-۲}^{۲} \sqrt{۴ - x^{۲}}dx$، کافی است مساحت نیم‌دایره‌ای که بالای محور xها قرار گرفته است را به دست آوریم. چون سطح محصور بین نمودار تابع و محور xها بالای محور قرار دارد، پس حاصل انتگرال مثبت است.



$$\int_{-۲}^{۲} \sqrt{۴ - x^{۲}}dx = S_{\text{نیم‌دایره}}$$
$$= \frac{۱}{۲} \times \pi \times ۲^{۲} = \frac{۴\pi}{۲} = ۲\pi$$

۴۴ **گزینه ۴**

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

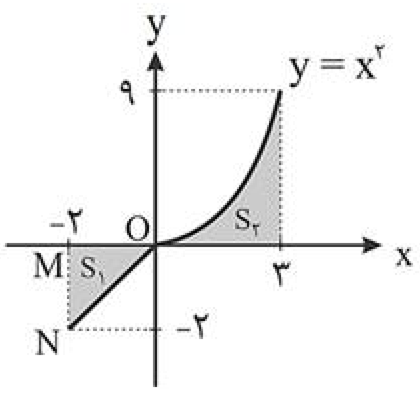
گام اول

الف) ابتدا نمودار تابع $f(x)$ را در بازهٔ $[-۲,۳]$ رسم می‌کنیم. توجه کنیـد که نمودار تابع در بازهٔ $-۲ \le x < ۰$ خط $y = x$ و در بازهٔ $۰ \le x \le ۳$ منحنی $y = x^۲$ است.

ب) سطح محصور بین منحنی و محور xها را در دو مرحله حساب می‌کنیم. قسمتی که بین خط $y = x$ و محور xها قرار دارد را با محاسبهٔ مساحت مثلث OMN و قسمت محصور بین منحنی $y = x^۲$ و محور xها را با محاسبهٔ انتگرال معین $\int_۰^۳ x^۲dx$ به دست می‌آوریم.

گام دوم

دقت کنید که چون مساحت همواره مقداری مثبت است هر دو مساحت محاسبه‌شده مثبت در نظر گرفته می‌شود.



$$S_۱ = S_{\overset{\Delta}{OMN}} = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲ = ۲$$

$$S_۲ = \int_۰^۳ x^۲dx = \frac{۱}{۳}x^۳\Big]_۰^۳$$

$$= \frac{۱}{۳}(۳^۳ - ۰^۳) = \frac{۱}{۳} \times ۲۷ = ۹ \Rightarrow S_۲ = ۹$$

$$\text{مساحت کل محصور} = S_۱ + S_۲ = ۲ + ۹ = ۱۱$$

۴۵ **گزینه ۳**

در انتگرال معین اگر عبارت درون انتگرال یک عبارت قـدر مطلقی بود، قـدم اول تعیین ریشه یا ریشه‌های عبارت داخل قدر مطلق است. چون بایـد مشـخص شود در چه محدوده‌ای عبارت داخل قدر مطلق مثبت و در چه محدوده‌ای منفی است تا بتوانیم قدر مطلق را سـاده کنیم، سـپس هریـک از انتگرال‌هـای معین را در بازه‌های مربوط به خودشان محاسـبه کرده و آن‌ها را باهم جمع می‌کنیم.

$$۲x - ۱ = ۰ \Rightarrow ۲x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}$$

مساحت سـطح محصور بین منحنی $f(x)$ محور xهـا و دو خط $x = ۱$ و $x = -۱$ یعنی محاسبهٔ $\left|\int_{-۱}^{۱} f(x)dx\right|$. چون $x = \frac{۱}{۲}$ ریشهٔ عبارت داخل قدر مطلق است، پس بازه‌های انتگرال‌گیری به دو قسـمت $[-۱, \frac{۱}{۲}]$ و $[\frac{۱}{۲}, ۱]$ تقسیم می‌شود. چون مقدار مساحت باید مثبت باشد، قدر مطلق هر دو انتگرال معین را به دست می‌آوریم:

$$-۱ < x < \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲x - ۱ < ۰ \Rightarrow |۲x - ۱| = -(۲x - ۱) = ۱ - ۲x$$

$$\frac{۱}{۲} < x < ۱ \Rightarrow ۲x - ۱ > ۰ \Rightarrow |۲x - ۱| = ۲x - ۱$$

$$S = \left|\int_{-۱}^{۱} f(x)dx\right| = \left|\int_{-۱}^{۱} |۲x - ۱|dx\right| =$$

$$\left|\int_{-۱}^{\frac{۱}{۲}} (۱ - ۲x)dx\right| + \left|\int_{\frac{۱}{۲}}^{۱} (۲x - ۱)dx\right| = \left|(x - x^۲)\Big]_{-۱}^{\frac{۱}{۲}}\right| + \left|(x^۲ - x)\Big]_{\frac{۱}{۲}}^{۱}\right| =$$

$$\left|[(\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۴}) - (-۱ - ۱)]\right| + \left|[(۱ - ۱) - (\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۲})]\right| = \frac{۱}{۴} + ۲ + ۰ + \frac{۱}{۴} = \frac{۵}{۲}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۴۶ **گزینه ۱**

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

گام اول

الف) در شکل، محل برخورد منحنی $f(x) = x - \sqrt{x}$ با محور xها مشخص نشده است پس ابتدا با حل معادلهٔ $f(x) = ۰$ محل برخورد با محور xها را به دست می‌آوریم.

ب) اگر محل برخورد با محور xها را $x = a$ فرض کنیم، مساحت ناحیهٔ سایه‌زده برابر است با:

$$S = \left|\int_{۰}^{a} f(x)dx\right|$$

گام دوم

$$f(x) = ۰ \Rightarrow x - \sqrt{x} = ۰ \Rightarrow (\sqrt{x})^۲ - \sqrt{x} = ۰ \Rightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - ۱) = ۰$$

$$\xrightarrow[\sqrt{x} \neq ۰]{x > ۰} \sqrt{x - ۱} = ۰ \Rightarrow \sqrt{x} = ۱ \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x = ۱$$

بنابراین مساحت ناحیهٔ سایه‌زده برابر است با:

$$S = \left|\int_{۰}^{۱} f(x)dx\right| = \left|\int_{۰}^{۱} (x - \sqrt{x})dx\right| = \left|\int_{۰}^{۱} (x - x^{\frac{۱}{۲}})dx\right|$$

$$= \left|(\frac{۱}{۲}x^۲ - \frac{۲}{۳}x^{\frac{۳}{۲}})\Big]_{۰}^{۱}\right| = \left|(\frac{۱}{۲} - \frac{۲}{۳})\right| = \left|-\frac{۱}{۶}\right| = \frac{۱}{۶}$$

۴۷ **گزینه ۴**

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

گام اول

الف) ابتدا اولین ریشهٔ بزرگ‌تر از صفر معادلهٔ $\sin x + \cos x = 0$ را به دست می‌آوریم تا محل برخورد منحنی $f(x)$ با محور xها و درنتیجه محدودهٔ انتگرال‌گیری مشخص شود.

ب) با فرض اینکه اولین محل برخورد $f(x)$ با محور xها نقطه‌ای به طول $x = a$ باشد، مساحت ناحیهٔ سایه‌زده برابر است با:

$$S = \left|\int_0^a f(x)dx\right|$$

گام دوم

$$f(x) = 0 \Rightarrow \sin x + \cos x = 0 \Rightarrow \sin x = -\cos x$$

$$\xrightarrow{\div \cos x} \tan x = -1 \xrightarrow{\text{اولین ریشه بعد از صفر}} x = \frac{3\pi}{4}$$

پس مساحت ناحیهٔ سایه‌زده برابر است با:

$$S = \left|\int_0^{\frac{3\pi}{4}} f(x)dx\right| = \left|\int_0^{\frac{3\pi}{4}} (\sin x + \cos x)dx\right| = \left|(-\cos x + \sin x)\Big]_0^{\frac{3\pi}{4}}\right|$$

$$= \left|(-\cos\frac{3\pi}{4} + \sin\frac{3\pi}{4}) - (-\cos 0 + \sin 0)\right| = \left|(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}) - (-1 + 0)\right|$$

$$= \left|\sqrt{2} + 1\right| = \sqrt{2} + 1$$

۴۸ **گزینهٔ ۳**

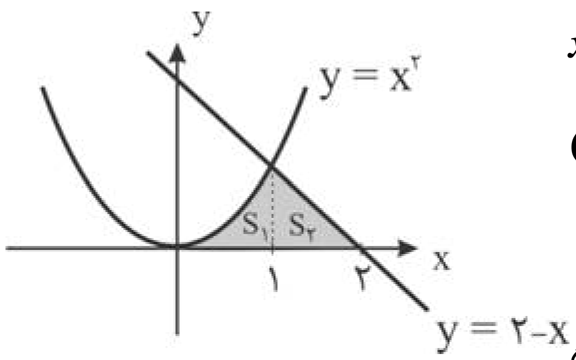
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۳

گام اول

الف) ابتدا محل برخورد منحنی $y = x^۲$ و خط $y = ۲ - x$ را مشخص می‌کنیم. حواستان باشد باتوجه‌به شکل رسم‌شده، ریشهٔ مثبت این معادله باید در نظر گرفته شود. همچنین محل برخورد خط با محور xها نیز باید مشخص شود.

ب) اگر محل برخورد منحنی و خط نقطه‌ای به طول $x = a$ باشد، در بازهٔ $(۰, a)$ سطح محصور بین منحنی $y = x^۲$ و محور xها و در بازهٔ بعدی سطح محصور بین خط $y = ۲ - x$ و محور xها را به دست می‌آوریم.

گام دوم



$$x^۲ = ۲ - x \Rightarrow x^۲ + x - ۲ = ۰$$

$$(x+۲)(x-۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۲ & \text{غ ق ق} \\ x = ۱ \end{cases}$$

$$۲ - x = ۰ \Rightarrow x = ۲$$

$$\text{مساحت ناحیهٔ سایه‌زده} = S_۱ + S_۲ = \left|\int_۰^۱ x^۲ dx\right| + \left|\int_۱^۲ (۲ - x)dx\right|$$

$$= \left|\frac{۱}{۳}x^۳\Big]_۰^۱\right| + \left|(۲x - \frac{x^۲}{۲})\Big]_۱^۲\right| = \left|\frac{۱}{۳} - ۰\right| + \left|(۴ - ۲) - (۲ - \frac{۱}{۲})\right|$$

$$= \frac{۱}{۳} + \left|۲ - \frac{۳}{۲}\right| = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۲} = \frac{۵}{۶}$$

۴۹ **گزینهٔ ۴**

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۵

گام اول

ناحیهٔ محصور در بازهٔ $(۰, ۱)$ بین خط $y = ۳x$ و محور xها قرار داشته و در بازهٔ $(۱, ۲)$ بین منحنی $y = ۴ - x^۲$ و محور xها قرار می‌گیرد.

گام دوم

برای محاسبهٔ مساحت ناحیهٔ سایه‌زده، دو انتگرال معین را محاسبه کرده (البته هر دو داخل قدر مطلق) و آن‌ها را باهم جمع می‌کنیم.

$$\text{مساحت ناحیهٔ سایه‌زده} = \left|\int_۰^۱ ۳x dx\right| + \left|\int_۱^۲ (۴ - x^۲)dx\right|$$

$$= \left|\frac{۳}{۲}x^۲\Big]_۰^۱\right| + \left|(۴x - \frac{۱}{۳}x^۳)\Big]_۱^۲\right| = \left|(\frac{۳}{۲} - ۰)\right| + \left|(۸ - \frac{۸}{۳}) - (۴ - \frac{۱}{۳})\right|$$

$$= \frac{۳}{۲} + \left|۴ - \frac{۷}{۳}\right| = \frac{۳}{۲} + \frac{۵}{۳} = \frac{۹+۱۰}{۶} = \frac{۱۹}{۶}$$

۵۰ **گزینه ۴**

ابتدا محل برخورد خط $y = x$ و منحنی $y = -x^{۲} + ۵x$ را به دست می‌آوریم. معلوم است که $x = ۰$ یکی از نقاط برخورد است، ما نقطهٔ برخورد با طول مثبت را می‌خواهیم.

اگر $x = a$ طول نقطهٔ برخورد خط و منحنی باشد، مساحت ناحیهٔ محصور بین خط و منحنی از رابطهٔ $S = \left|\int_{۰}^{a} (-x^{۲} + ۵x - x)dx\right|$ به دست می‌آید.

$$x = -x^{۲} + ۵x \Rightarrow -x^{۲} + ۵x - x = ۰ \Rightarrow -x^{۲} + ۴x = ۰$$
$$\Rightarrow x(-x + ۴) = ۰ \xrightarrow{x \neq ۰} -x + ۴ = ۰ \Rightarrow x = ۴$$

پس مساحت ناحیهٔ محصور برابر است با:

$$S = \left|\int_{۰}^{۴} (-x^{۲} + ۵x - x)dx\right| = \left|\int_{۰}^{۴} (-x^{۲} + ۴x\right| = \left|(-\frac{۱}{۳}x^{۳} + ۲x^{۲})\right]_{۰}^{۴}\Big|$$
$$= \left|(-\frac{۶۴}{۳} + ۳۲) - ۰\right| = ۳۲ - \frac{۶۴}{۳} = \frac{۹۶}{۳} - \frac{۶۴}{۳} = \frac{۳۲}{۳}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

۵۱ **گزینه ۲**

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۵

گام اول

مساحت محدود به منحنی‌های رسم‌شده و محور xها را در دو مرحله محاسبه می‌کنیم. در بازهٔ $(۰, ۱)$ مساحت محدود بین منحنی $y = x^{۲}$ و محور xها و در بازهٔ $(۱, ۲)$ مساحت محدود بین منحنی $y = (x - ۲)^{۲}$ و محور xها را حساب می‌کنیم.

گام دوم

روش اول:

$$\text{مساحت ناحیهٔ محصور} = \left|\int_{۰}^{۱} x^{۲}dx\right| + \left|\int_{۱}^{۲} (x - ۲)^{۲}dx\right|$$
$$= \left|\int_{۰}^{۱} x^{۲}dx\right| + \left|\int_{۱}^{۲} (x^{۲} - ۴x + ۴)dx\right| = \left|\frac{۱}{۳}x^{۳}\right]_{۰}^{۱}\Big| + \left|(\frac{۱}{۳}x^{۳} - ۲x^{۲} + ۴x)\right]_{۱}^{۲}\Big|$$
$$= \left|\frac{۱}{۳} - ۰\right| + \left|(\frac{۸}{۳} - ۸ + ۸) - (\frac{۱}{۳} - ۲ + ۴)\right| = \frac{۱}{۳} + \left|\frac{۸}{۳} - \frac{۷}{۳}\right| = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۳}$$

روش دوم:

باتوجه‌به نمودار، ناحیهٔ مشخص‌شده متقارن است بنابراین می‌توانیم مساحت محصور بین منحنی $y = x^{۲}$ و محور xها را در بازهٔ $(۰, ۱)$ به دست آورده و آن را دو برابر کنیم. دراین‌صورت هم جواب $\frac{۲}{۳}$ به دست می‌آید.

۵۲ **گزینه ۴**

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۰

گام اول

الف) محل تلاقی نمودار منحنی‌های $y = \sin ۲x$ و $y = \cos ۲x$ را تعیین می‌کنیم. این محل برخورد باید نقطه‌ای با کمترین طول مثبت باشد.

ب) در محدودهٔ موردنظر نمودار $y = \cos ۲x$ بالای نمودار $y = \sin ۲x$ قرار دارد، پس اگر نقطهٔ برخورد را نقطه‌ای به طول $x = a$ در نظر بگیریم، مساحت ناحیهٔ هاشورزده برابر است با:

$$S = \left|\int_{۰}^{a} (\cos ۲x - \sin ۲x)dx\right|$$

گام دوم

$$\sin ۲x = \cos ۲x \xrightarrow{\div \cos ۲x} \tan ۲x = ۱ \xrightarrow{\text{کمترین طول مثبت}} ۲x = \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = \frac{\pi}{۸}$$

پس مساحت ناحیهٔ هاشورخورده برابر است با:

$$S = \left|\int_{۰}^{\frac{\pi}{۸}} (\cos ۲x - \sin ۲x)dx\right| = \left|\left(\frac{۱}{۲}\sin ۲x + \frac{۱}{۲}\cos ۲x\right)\right]_{۰}^{\frac{\pi}{۸}}\right|$$

$$= \left|\frac{۱}{۲}\left(\sin \frac{\pi}{۴} + \cos \frac{\pi}{۴}\right) - \frac{۱}{۲}(\sin ۰ + \cos ۰)\right| = \left|\frac{۱}{۲}\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲} + \frac{\sqrt{۲}}{۲}\right) - \frac{۱}{۲}(۰ + ۱)\right|$$

$$= \left|\frac{\sqrt{۲}}{۲} - \frac{۱}{۲}\right| = \frac{۱}{۲}(\sqrt{۲} - ۱)$$

۵۳ **گزینه ۲**

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

گام اول

از روابط مثلثاتی می‌دانیم:

$$1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$$

گام دوم

باتوجه‌به اینکه $\cos x$ در بازهٔ $(0,\pi)$ چه علامتی می‌تواند بگیرد، مقدار انتگرال معین را در بازهٔ $(0,\pi)$ به دست می‌آوریم.

$$1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}\Rightarrow\sqrt{1+\tan^2 x}=\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}=\frac{1}{|\cos x|}$$

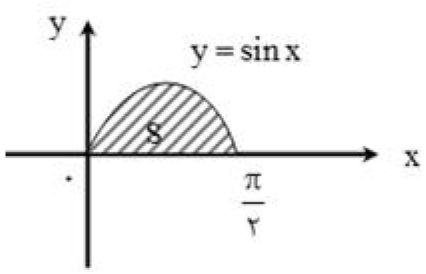
$$0<x<\pi\Rightarrow|\cos x|=\begin{cases}\cos x & ;\ 0<x<\frac{\pi}{2}\\ -\cos x & ;\ \frac{\pi}{2}<x<\pi\end{cases}$$

بنابراین حاصل انتگرال معین برابر است با:

$$\int_0^\pi\frac{dx}{\sqrt{1+\tan^2 x}}=\int_0^\pi|\cos x|dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,dx+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}-\cos x\,dx$$
$$=\sin x\Big]_0^{\frac{\pi}{2}}-\sin x\Big]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}=(\sin\frac{\pi}{2}-\sin 0)-(\sin\pi-\sin\frac{\pi}{2})$$
$$=(1-0)-(0-1)=1+1=2$$

۵۴ **گزینه ۲**

نمودار تابع $y=\sin x$ را در بازهٔ $[0,\frac{\pi}{2}]$ رسم می‌کنیم. چون نمودار تابع در این بازه، محور xها را قطع نمی‌کند، سطح محصور بین نمودار و محور xها برابر با حاصل انتگرال معین $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\,dx$ است.



$$S=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\,dx=-\cos x\Big]_0^{\frac{\pi}{2}}=-(\cos\frac{\pi}{2}-\cos 0)=-(0-1)=-(-1)=1$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۳

۵۵ گزینه ۴

از رابطهٔ $۱-\cos x = ۲\sin^{۲}\frac{x}{۲}$ برای ساده‌تر کردن عبارت داخل انتگرال استفاده می‌کنیم:

$$\int_{۰}^{۲\pi}\sqrt{۲(۱-\cos x)}\,dx = \int_{۰}^{۲\pi}\sqrt{۲\left(۲\sin^{۲}\frac{x}{۲}\right)}dx$$
$$= \int_{۰}^{۲\pi}\sqrt{۴\sin^{۲}\frac{x}{۲}}dx = \int_{۰}^{۲\pi}۲\left|\sin\frac{x}{۲}\right|dx$$

در فاصلهٔ $(۰,۲\pi)$، $\frac{x}{۲}$ در فاصلهٔ $(۰,\pi)$ قرار دارد و سینوس در این فاصله مثبت است پس:

$$\int_{۰}^{۲\pi}۲\sin\frac{x}{۲}dx = -۲\left(\frac{۱}{\frac{۱}{۲}}\right)\cos\frac{x}{۲}\Big]_{۰}^{۲\pi}$$
$$= -۴\cos\frac{x}{۲}\Big]_{۰}^{۲\pi} = (-۴\cos\pi)-(-۴\cos ۰) = ۴+۴ = ۸$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

۵۶ گزینه ۲

ابتدا عبارت مثلثاتی را ساده می‌کنیم:

$$\frac{۱+\cos ۲x}{۲\sin^{۲}x} = \frac{۱+۲\cos^{۲}x-۱}{۲\sin^{۲}x} = \frac{۲\cos^{۲}x}{۲\sin^{۲}x} = \cot^{۲}x$$

اکنون حاصل انتگرال معین داده‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\int_{\frac{\pi}{۴}}^{\frac{\pi}{۲}}\frac{۱+\cos^{۲}x}{۲\sin^{۲}x}dx = \int_{\frac{\pi}{۴}}^{\frac{\pi}{۲}}\cot^{۲}x\,dx = \int_{\frac{\pi}{۴}}^{\frac{\pi}{۲}}\left(-۱+۱+\cot^{۲}x\right)dx = (-x-\cot x)\Big]_{\frac{\pi}{۴}}^{\frac{\pi}{۲}}$$
$$= \left(-\frac{\pi}{۲}-\cot\frac{\pi}{۲}\right)-\left(-\frac{\pi}{۴}-\cot\frac{\pi}{۴}\right) = \left(-\frac{\pi}{۲}-۰\right)-\left(-\frac{\pi}{۴}-۱\right) = -\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}+۱$$
$$= ۱-\frac{\pi}{۴}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

۵۷ **گزینه ۳**

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

گام اول

الف) مشتق تابع $y = uv$ از رابطهٔ زیر به دست می‌آید: $y' = u'v + v'u$

ب) اگر تابع $G(x) = \int_a^x g(x)dt$ باشد، در این صورت $G'(x) = g(x)$ است.

ج) حاصل $\int_a^a f(x)dx = 0$ است.

گام دوم

مشتق راست تابع y را در نقطه‌ای به طول $x = 2$ به دست می‌آوریم.

$$y = x.G(x) \Rightarrow y' = G(x) + xG'(x)$$
$$G'(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^3}}$$
$$y'_+(2) = G(2) + 2G'(2) = 0 + 2 \times \frac{2}{\sqrt{1+8}} = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

۵۸ **گزینه ۲**

بهتر است عبارت‌های درون انتگرال را به‌صورت توان‌دار بنویسیم تا به دست آوردن حاصل انتگرال به‌سادگی انجام شود.

$$\int_0^1 \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{(1+x)^2}\right)dx = \int_0^1 \left(x^{\frac{1}{3}} + (1+x)^{-2}\right)dx$$
$$= \left(\frac{1}{\frac{4}{3}}x^{\frac{4}{3}} + \frac{1}{-2+1}(1+x)^{-1}\right)\Big]_0^1 = \left(\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} - (1+x)^{-1}\right)\Big]_0^1$$
$$= \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) - (0-1) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۴

۵۹ **گزینه ۲**

ابتدا عبارت درون انتگرال را به توان ۲ می‌رسانیم، سپس حاصل انتگرال معین را محاسبه می‌کنیم.

$$\int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2 dx = \int_1^2 \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right)dx$$
$$= \int_1^2 dx - 2\int_1^2 \frac{dx}{x} + \int_1^2 \frac{1}{x^2}dx = x\Big]_1^2 - 2\ln x\Big]_1^2 - \frac{1}{x}\Big]_1^2$$
$$= (2-1) - 2(\ln 2 - \ln 1) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1}\right)$$
$$= 1 - 2(\ln 2 - 0) - \left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - 2\ln 2 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - \ln 2^2 = \frac{3}{2} - \ln 4$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۴

۶۰ **گزینه ۱**

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۲

گام اول

بر اساس فرمول‌های کمان 2α می‌دانیم: $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

گام دوم

حاصل انتگرال معین داده‌شده را محاسبه می‌کنیم.

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} (\cos^2 x - \sin^2 x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 2x dx = \frac{1}{2}\sin 2x\Big]_0^{\frac{\pi}{6}}$$
$$= \frac{1}{2}(\sin 2(\frac{\pi}{6}) - \sin 2(0)) = \frac{1}{2}(\sin\frac{\pi}{3} - \sin 0)$$
$$= \frac{1}{2}(\frac{\sqrt{3}}{2} - 0) = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

۶۱ **گزینه ۴**

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۲

گام اول

الف)در تعیین مشتق یک تابع انتگرالی از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$F(x) = \int_{u(x)}^{v(x)} f(t)dt \Rightarrow F'(x) = v'(x)f(v(x)) - u'(x)f(u(x))$$

ب) مشتق تابع $y = \tan^{-1}x$ از رابطهٔ $y' = \frac{1}{1+x^2}$ به دست می‌آید.

گام دوم

$$F(x) = \int_1^{\tan^{-1}x} \frac{dt}{1+t^2} \Rightarrow F'(x) = (\tan^{-1}x)' \times \frac{1}{1+(\tan^{-1}x)^2} - 0 \Rightarrow F'(x)$$
$$= \frac{1}{1+x^2}(\frac{1}{1+(\tan^{-1}x)^2})$$
$$\Rightarrow F'(1) = \frac{1}{1+1}(\frac{1}{1+(\tan^{-1}1)^2}) = \frac{1}{2}(\frac{1}{1+(\frac{\pi}{4})^2}) = \frac{1}{2}(\frac{1}{1+\frac{\pi^2}{16}}) = \frac{1}{2}(\frac{16}{16+\pi^2}) = \frac{8}{16+\pi^2}$$

۶۲ **گزینه ۱**

برای به دست آوردن مقدار $y'(\frac{1}{2})$ ابتدا باید ضابطهٔ y' و $G'(x)$ را مشخص کنیم.

مشتق تابع انتگرالی $G(x)$ یا همان $G'(x)$ از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$G(x)=\int_a^x g(t)dt \Rightarrow G'(x)=g(x)$$
$$y=xG(\tfrac{1}{x}) \Rightarrow y'=G(\tfrac{1}{x})+x(-\tfrac{1}{x^2}G'(\tfrac{1}{x}))$$
$$G(x)=\int_2^x \frac{\cos \pi t}{1+t^2}dt \Rightarrow G'(x)=\frac{\cos \pi x}{1+x^2}$$
$$\Rightarrow y'(\tfrac{1}{2})=G(2)+\tfrac{1}{2}(-4)G'(2)$$
$$\xrightarrow{G(2)=0} y'(\tfrac{1}{2})=0-2(\frac{\cos 2\pi}{1+4})=(-2)(\tfrac{1}{5})=-\tfrac{2}{5}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۱

۶۳ **گزینه ۲**

مشتق تابع حاصل‌ضرب $g.f$ از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$y=g.f \Rightarrow y'=g'f+f'g$$

همچنین مشتق تابع انتگرالی $F(x)=\int_a^x f(t)dt$ برابر است با: $F'(x)=f(x)$

با تعیین ضابطهٔ y'، مقدار $y'(2)$ را حساب می‌کنیم:

$$f(x)=\int_2^x \frac{dt}{t^2-1} \Rightarrow f'(x)=\frac{1}{x^2-1}$$
$$g(x)=\sqrt{x^2+5} \Rightarrow g'(x)=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+5}}=\frac{x}{\sqrt{x^2+5}}$$
$$y=g\cdot f \Rightarrow y'=g'(x)f(x)+f'(x)g(x)$$
$$\Rightarrow y'=\frac{x}{\sqrt{x^2+5}}\int_2^x \frac{dt}{t^2-1}+\frac{1}{x^2-1}\sqrt{x^2+5}$$
$$\xrightarrow{\int_a^a f(x)dx=0} y'(2)=0+\frac{1}{4-1}\sqrt{4+5}=\frac{\sqrt{9}}{3}=\frac{3}{3}=1$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۲

۶۴ **گزینه ۴**

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۳

گام اول

الف) شیب خط مماس همان $f'(۲)$ است. برای به دست آوردن ضابطهٔ $f'(x)$ از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt \Rightarrow F'(x) = f(x)$$

ب) عرض نقطهٔ تماس برابر با $f(۲)$ است.

گام دوم

$$f(x) = \int_۲^x \frac{t}{t^۲+۲}dt \Rightarrow f(۲) = \int_۲^۲ \frac{t}{t^۲+۲}dt = ۰$$

$$f'(x) = ۱ \times \frac{x}{x^۲+۲} \Rightarrow f'(۲) = m_{\text{مماس}} = \frac{۲}{۴+۲} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

پس معادلهٔ خط مماس به‌صورت زیر است:

$$y - ۰ = \frac{۱}{۳}(x-۲) \Rightarrow y = \frac{۱}{۳}(x-۲) \xrightarrow{\times ۳} ۳y = x - ۲ \Rightarrow ۳y - x + ۲ = ۰$$