بام نهایی

((سؤالات موضوعی نهایی ریاضی ۳))

پایه ی دوازدهم رشته ی علوم تجربی

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

آخرین نسخه: مرداد ۱۴۰۳

(جلد دوم؛ خرداد ۱۴۰۱ به بعد)

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان

باسمه تعالی

معرفی کتاب

ریاضی و آمار۲

ریاضی و آمار۳

ریاضیات گسسته

آمار و احتمال

حسابان۱

هندسه۳

هندسه۲

کتاب های زیر برای آموزش مفهومی و کسب نمره بالا در امتحانات نهایی بسیار مفید هستند.

مطالعه این کتاب ها به دانش آموزان و علاقه مندان به یادگیری ریاضی دبیرستانی و کسب نمره ی بالا در امتحانات نهایی توصیه می شود.

برای تهیه می توانید از لینک زیر استفاده نمایید.

https://zil.ink/ameri.math

فصل اوّل

((ریاضی ۳))

❋❋❋

درس ۱ : توابع چند جمله‌ای

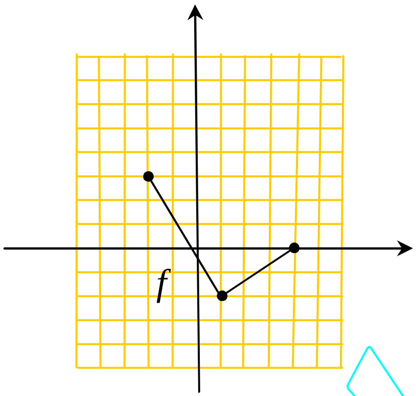
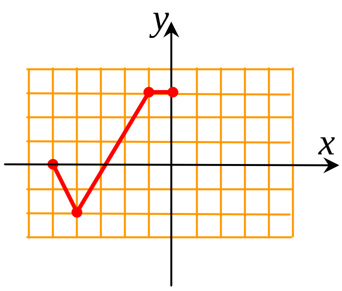
۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x)=\sqrt{۲}\,x-x^{۲}$ یک تابع درجه‌ی دوم است.	خرداد ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (خارج از کشور) تابع $y=\sqrt{۲}\,x^{۳}-\frac{۳}{۴}x$ یک تابع چند جمله ای است.	خرداد ۱۴۰۱	۰/۵ نمره
۳	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) تابع $y=۲x(۱-۳x^{۲})+۱$ یک تابع چند جمله‌ای از درجه‌ی سوم است. ب) نمودار تابع $y=x^{۲}$ در بازه‌ی $(۰,۱)$ پایین تر از نمودار تابع $y=x^{۳}$ است.	دی ۱۴۰۱	۰/۵ نمره
۴	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. تابع $y=\sqrt{۳}x^{۳}-\pi x+۱$ ، یک تابع چند جمله‌ای است.	شهریور ۱۴۰۲	۰/۲۵ نمره

توابع یکنوا

۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x)=x^{۳}$ ، تابع اکیداً صعودی است.	خرداد ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۲	نمودار تابع $y=x+\|x\|$ را رسم کنید و مشخص کنید، در چه بازه هایی تابع صعودی یا نزولی یا ثابت است. (خارج از کشور)	خرداد ۱۴۰۱	۰/۷۵ نمره
۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر تابع یکنوا ، یک به یک است.	دی ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. بی شمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی است.	خرداد ۱۴۰۲	۰/۲۵ نمره
۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $y=\frac{۱}{x}$ ، در دامنه‌اش یکنواست.	شهریور ۱۴۰۲	۰/۲۵ نمره
۶	جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.	خرداد	۰/۲۵

	تابع $g(x)=x^{۲}-۴x+۵$ ، در بازه‌ی $(-\infty\ ,\ a]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار a برابر .... است.	۱۴۰۳	نمره
۷	جمله‌ی زیر را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید. تابع .... هم صعودی و هم نزولی است.	مرداد ۱۴۰۳	۰/۲۵ نمره
۸	نمودار تابع $f(x)=-x^{۳}+۲$ را رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن آن را مشخص کنید.	مرداد ۱۴۰۳	۰/۷۵ نمره

تبدیل نمودار توابع

۱	برد تابع f بازه‌ی $[-۳,۱)$ است. برد تابع $y=-۲f(۳x-۱)+۳$ ، کدام یک از موارد زیر است؟ الف) $(-۸,۰]$ ب) $[-۱۲,۰)$ پ) $(۱,۹]$ ت) $[-۱۰,۲]$	خرداد ۱۴۰۱	۰/۵ نمره
۲	نمودار تابع f به صورت روبرو است. الف) نمودار تابع $g(x)=۲f(x-۱)$ را رسم کنید. ب) دامنه‌ی تابع g را به دست آورید.  	شهریور ۱۴۰۱	۲ نمره
۳	اگر دامنه تابع $y=f(x)$ برابر $[-۱,۳)$ و برد آن $[۰,۲)$ باشد. دامنه و برد تابع $y=f(\frac{x}{۲})$ را بیابید.	دی ۱۴۰۱	۰/۷۵ نمره
۴	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. نقطه‌ی $(-۲,۴)$ روی نمودار تابع $y=f(x)$ می باشد. نقطه‌ی متناظر آن روی نمودار تابع $y=f(۲x)$ برابر .... است.	خرداد ۱۴۰۲	۰/۲۵ نمره
۵	نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x}$ را ابتدا سه واحد به سمت راست انتقال می دهیم و سپس عرض نقاط را دو برابر می کنیم. ضابطه‌ی تابع جدید را بنویسید.	شهریور ۱۴۰۲	۰/۵ نمره
۶	نمودار تابع f به صورت مقابل است. دامنه و برد تابع $g(x)=۲f(-x)$ را بنویسید.  	دی ۱۴۰۲	۱ نمره
۷	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. نمودار تابع $y=f(\frac{x}{۳})$ ، از انقباض افقی نمودار تابع $y=f(x)$ به دست می‌آید.	دی ۱۴۰۲	۰/۲۵ نمره

۸	به کمک انتقال نمودار تابع $y = x^{۳}$ ، نمودار تابع $f(x) = (x-۲)^{۳} + ۱$ را رسم کنید.	خرداد ۱۴۰۳	۰/۵ نمره
۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $y = f(x)$ با دامنه‌ی R مفروض است. در این صورت برد تابع های $y = f(۳x)$ و $y = f(۵x)$ یکسان است.	مرداد ۱۴۰۳	۰/۲۵ نمره

تهیه کننده : جابرعامری

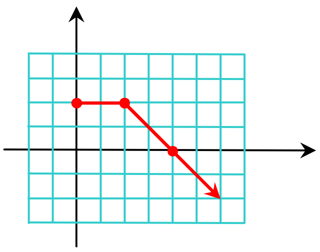
عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل اوّل

((ریاضی۳))

❋❋❋

درس ۲ : ترکیب توابع

۱	اگر ورودی ماشین مقابل ۳ باشد، مقدار خروجی آن چقدر است؟ ورودی $x \to ۲x-۲ \to \frac{x}{\sqrt{x}+۱} \to$ خروجی	خرداد ۱۴۰۱	۰/۷۵ نمره
۲	اگر $f(x)=\frac{x+۲}{x-۳}$ و $g(x)=\sqrt{x-۱}$ باشد، دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. (خارج از کشور)	خرداد ۱۴۰۱	۱ نمره
۳	اگر $f=\{(۰,-۱),(۵,۹),(۳,۷),(-۲,۴)\}$ و $g=\{(۱,۲),(۳,-۱),(۹,۰),(-۱,۴),(۷,۷)\}$، تابع gof را در صورت وجود بنویسید.	شهریور ۱۴۰۱	۰/۷۵ نمره
۴	اگر $f(x)=۷-۴x^۲$ و $g(x)=\sqrt{x+۳}$ باشد: الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورد. ب) مقدار $(gof)(۱)$ را محاسبه کنید.	دی ۱۴۰۱	۱/۲۵ نمره
۵	اگر $f(x)=\sqrt{x+۱}$ و $g(x)=x-۱$، آنگاه الف) دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف بدست آورید. ب) ضابطه‌ی تابع fog را بنویسید.	خرداد ۱۴۰۲	۱/۲۵ نمره
۶	اگر $f(g(x))=۴x^۲+۱$ و $f(x)=\frac{x}{۲}-۱$ ، آنگاه ضابطه‌ی تابع $g(x)$ را بیابید.	شهریور ۱۴۰۲	۰/۷۵ نمره
۷	جای خالی را با عبارات مناسب پرکنید. اگر $f(x)=\frac{\lvert x\rvert}{۱+\lvert x\rvert}$ ، مقدار $(fof)(۱)$ برابر ...... است.	دی ۱۴۰۲	۰/۲۵ نمره
۸	در شکل روبرو ، نمودار تابع f رسم شده است. الف) نمودار تابع g با ضابطه‌ی $g(x)=f(۲x)$ را رسم کنید. ب) مقدار $(gof)(۰)$ را بدست آورید. 	خرداد ۱۴۰۳	۰/۷۵ نمره

۹	اگر $f(x)=\frac{۲}{x-۱}$ و $g(x)=\sqrt{x+۱}$ باشند، آنگاه D_{fog} را با استفاده از تعریف بـه دسـت آورید.	مرداد ۱۴۰۳	۱ نمره

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل اوّل

((ریاضی ۳))

❀❀❀

درس ۳ : تابع وارون

۱	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. اگر $f=\{(۲,۳),(۳,۵)\}$ باشد، حاصل $f^{-۱}(۳)$ برابر .... است.	خرداد ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۲	نشان دهید که توابع $f(x)=-\frac{۷}{۲}x-۳$ و $g(x)=-\frac{۲x+۶}{۷}$ وارون یکدیگرند. (خارج از کشور)	خرداد ۱۴۰۱	۱ نمره
۳	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. ضابطه‌ی تابع وارون $y=x^۳$ ، برابر ..... است.	شهریور ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۴	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. اگر $f(x)=۲x^۳-۱$ باشد، حاصل $f^{-۱}(۱۵)$ برابر .... است.	دی ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۵	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. اگر $f(x)=۳+\sqrt{۲x-۱}$ باشد، مقدار $(fof^{-۱})(۵)$ برابر با ...... است.	خرداد ۱۴۰۲	۰/۲۵ نمره
۶	اگر دامنه‌ی تابع $f(x)=x^۲+۴x+۳$ برابر $[-۲,+\infty)$ باشد، ضابطه و دامنه‌ی تابع وارون را بدست آورید.	شهریور ۱۴۰۲	۱/۲۵ نمره
۷	ضابطه و دامنه‌ی تابع وارون تابع زیر را به دست آورید. $f(x)=-x^۲-۲ \quad ; \quad x\ge ۰$	دی ۱۴۰۲	۱/۵ نمره
۸	تابع $f(x)=\sqrt{x+۴}-۱$ را در نظر بگیرید. دامنه و ضابطه‌ی تابع وارون آن را بیابید.	خرداد ۱۴۰۳	۱/۲۵ نمره
۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در تابع $f(x)=۴+\sqrt{x-۱}$ ، دامنه‌ی $y=(f^{-۱}of)(x)$ تابع برابر $[۱,+\infty)$ است.	خرداد ۱۴۰۳	۰/۲۵ نمره
۱۰	فرض‌کنید $f(x)=۱+\sqrt{x-۲}$ و $g(x)=x^۳-۱$ باشند. در این صورت $(gof)^{-۱}(۷)$ را بیابید.	مرداد ۱۴۰۳	۰/۷۵ نمره

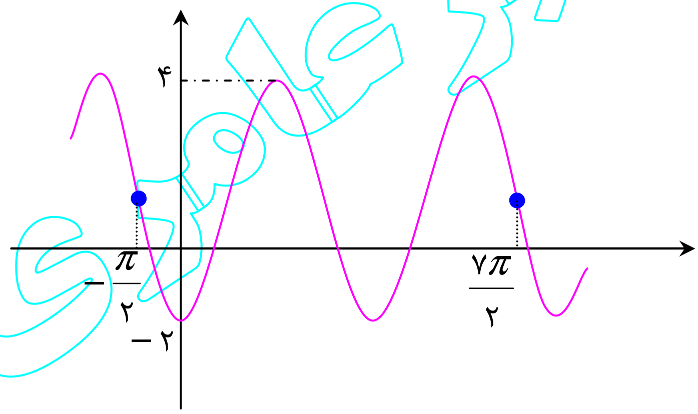
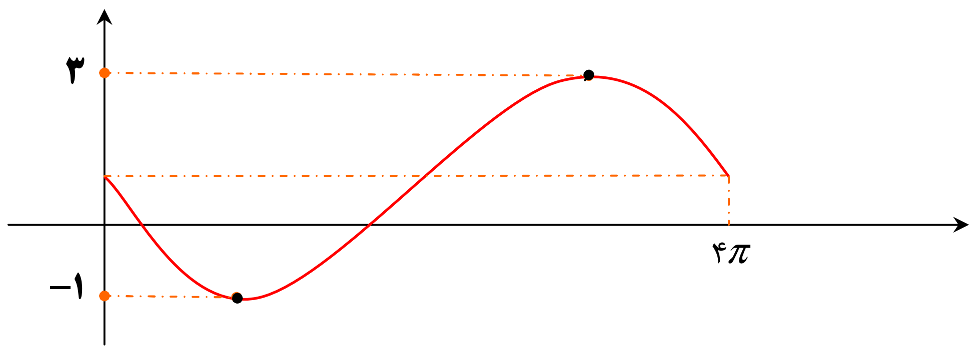
تهیه کننده : جابرعامری

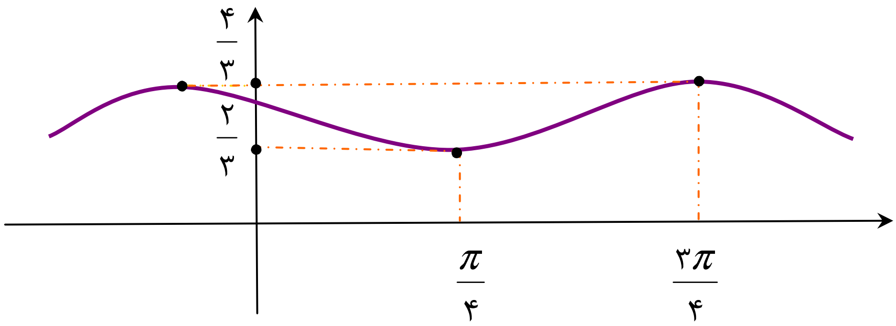
فصل دوّم

((ریاضی۳))

❋❋❋

درس ۱ : توابع متناوب

۱	معادله‌ی یک تابع سینوسی $y=a\sin(bx)+c$ را بنویسید که برد آن $[-۴,۴]$ و دوره‌ی تناوب اصلی آن ۲ است.	خرداد ۱۴۰۱	۱ نمره
۲	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع $y=۱+۲\sin ۷x$ را به دست آورید. (خارج از کشور)	خرداد ۱۴۰۱	۱ نمره
۳	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y=۳\cos(\pi x)+۲$ را به دست آورید.	شهریور ۱۴۰۱	۱/۵ نمره
۴	نمودار تابع با ضابطه‌ی $y=a\cos bx+c$ به صورت مقابل رسم شده است. مقادیر c و b و a را به دست آورید. 	دی ۱۴۰۱	۱/۷۵ نمره
۵	نمودار زیر ، قسمتی از نمودار تابع $y=a\sin bx+۱$ است. حاصل ab را بیابید. 	خرداد ۱۴۰۲	۱/۲۵ نمره

۶	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع زیر را بدست آورید. $f(x)=\sqrt{۳}-\sin(\frac{\pi}{۲}x)$	شهریور ۱۴۰۲	۱/۵ نمره
۷	مقدار ماگزیمم تابع $۳+f(x)=a\cos\frac{x}{۲}$ برابر ۶ می باشد. مقدار $\lvert a\rvert$ و دوره‌ی تناوب را به دست آورید.	دی ۱۴۰۲	۱ نمره
۸	اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع $y=a\sin(۸x)+c$ به ترتیب ۹ و ۳ باشد. الف) مقادیر $\lvert a\rvert$ و c را بیابید. ب) دوره‌ی تناوب تابع را به دست آورید.	خرداد ۱۴۰۳	۱/۵ نمره
۹	نمودار تابع $y=a\sin(bx)+c$ به صورت زیر است. ضابطه‌ی آن را مشخص کنید. 	مرداد ۱۴۰۳	۱ نمره

تابع تانژانت

۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. (خارج از کشور) دوره تناوب تابع $y=\tan x$ ، برابر ۲π است.	خرداد ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۲	با توجه به محورهای کسینوس و تانژانت، اگر $\frac{\pi}{۴}<\alpha<\frac{\pi}{۲}$ باشد، آنگاه مقادیر $\cos\alpha$ و $\tan\alpha$ را با هم مقایسه کنید.	مرداد ۱۴۰۳	۰/۷۵ نمره
۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $y=\tan x$ در بازه‌ی $(۰,۲\pi)$، صعودی است.	مرداد ۱۴۰۳	۰/۲۵ نمره

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل دوّم

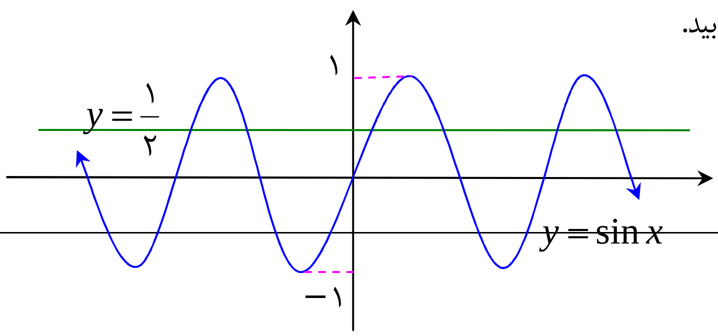
((ریاضی ۳))

❋❋❋

درس ۲ : روابط مثلثاتی

۱	حاصل $\cos 15^\circ$ را به دست آورید.	خرداد ۱۴۰۱	۱ نمره
۲	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. مقدار عددی عبارت $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است.	دی ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۳	جای خالی را با عبارات مناسب پرکنید. اگر α یک زاویه‌ی حاده و $\sin\alpha = \frac{2}{5}$ حاصل $\cos 2\alpha$ برابر ...... است.	دی ۱۴۰۲	۰/۲۵ نمره
۴	جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید. مقدار عددی عبارت $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ برابر .... است.	خرداد ۱۴۰۳	۰/۲۵ نمره

معادلات مثلثاتی

۱	معادله‌ی مثلثاتی $\sin 2x = \sin x$ را حل کنید.	خرداد ۱۴۰۱	۱ نمره
۲	معادله‌ی مثلثاتی $2\sin 3x - \sqrt{2} = 0$ را حل کنید. (خارج کشور)	خرداد ۱۴۰۱	۱ نمره
۳	معادله‌ی زیر را حل کنید. $\cos 2x - 3\sin x + 4 = 0$	شهریور ۱۴۰۱	۱/۵ نمره
۴	نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \sin x$ و خط به معادله‌ی $y = \frac{1}{2}$ در دستگاه زیر، رسم شده است. طول نقاط برخورد آنها را بیابید.  	دی ۱۴۰۱	۱ نمره

۵	جواب (های) معادله‌ی مثلثاتی $\cos ۲x - \cos x = ۰$ را در بازه‌ی $(۰,\pi)$ مشخص کنید.	خرداد ۱۴۰۲	۰/۷۵ نمره
۶	معادله‌ی $۲\sin x \cos x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ را حل کنید.	شهریور ۱۴۰۲	۱/۲۵ نمره
۷	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. خط $y = \frac{۱}{۲}$ ، نمودار تابع $y = \sin x$ را در فاصله‌ی $[۰,۲\pi]$ ، در یک نقطه قطع می کند.	شهریور ۱۴۰۲	۰/۲۵ نمره
۸	جواب های معادله‌ی مثلثاتی $۲\sin ۴x = ۱$ را به دست آورید. کدام جـواب هـا در بـازه‌ی $[۰ , \frac{\pi}{۲}]$ هستند؟	دی ۱۴۰۲	۱/۵ نمره
۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. فقط دو زاویه وجود دارد که مقدار کسینوس آنها $\frac{۲}{۵}$ باشد.	دی ۱۴۰۲	۰/۲۵ نمره
۱۰	جواب های معادله‌ی $\cos(۲x) = -\frac{۱}{۲}$ را در بازه‌ی $(۰,\pi)$ به دست آورید.	خرداد ۱۴۰۳	۱/۲۵ نمره
۱۱	معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید. $\cos ۲x - ۱۳\cos x - ۶ = ۰$	مرداد ۱۴۰۳	۱ نمره

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل سوّم

((ریاضی۳))

❋❋❋

درس ۱ : تقسیم چند جمله‌ای ها

۱	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. باقی مانده تقسیم عبارت $۲x^۲-۵x+۱$ بر $x-۳$ برابر .... است.	خرداد ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. باقی مانده‌ی تقسیم چند جمله ای $P(x)=۲x^۳-x^۲+۱$ بر $x-۱$ برابر ۲ است.	دی ۱۴۰۲	۰/۲۵ نمره
۳	جمله‌ی زیر را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید. در تقسیم چند جمله‌ای $f(x)=۲x^۳+۵x^۲-۳x-۱۰$ بر $x+۲$ ، باقی مانده‌ی تقسیم برابر .... است.	مرداد ۱۴۰۳	۰/۲۵ نمره

حدهای مبهم

۱	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim\limits_{x\to ۳}\dfrac{x^۲-۵x+۶}{۲x^۲-۷x+۳}$	خرداد ۱۴۰۱	۰/۷۵ نمره
۲	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. (خارج کشور) $\lim\limits_{x\to -۳}\dfrac{x^۲-۹}{x^۲+۳x}$	خرداد ۱۴۰۱	۱ نمره
۳	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim\limits_{x\to ۹}\dfrac{\sqrt{x}-۳}{x-۹}$	شهریور ۱۴۰۱	۰/۷۵ نمره
۴	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim\limits_{x\to ۱}\dfrac{\sqrt{x}-۱}{x^۲-۱}$	دی ۱۴۰۱	۱ نمره
۵	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim\limits_{x\to ۱}\dfrac{x-۱}{\sqrt[۳]{x}-۱}$	خرداد ۱۴۰۲	۰/۵ نمره

۶	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $$\lim_{x\to ۱}\frac{\sqrt{۳x+۱}-۲}{x-۱}$$	شهریور ۱۴۰۲	۱ نمره
۷	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $$\lim_{x\to ۱}\frac{x-۱}{\sqrt{x}-۱}$$	خرداد ۱۴۰۳	۰/۵ نمره
۸	حد زیر را محاسبه کنید. $$\lim_{x\to -۱}\frac{x^۲+۳x+۲}{\sqrt[۳]{x}+۱}$$	مرداد ۱۴۰۳	۰/۷۵ نمره

همسایگی یک نقطه

۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. بازه‌ی $(۲,۵)$، یک همسایگی ۴ است.	شهریور ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پرکنید. بازه‌ی $(-۲,۰)$، یک همسایگی چپ برای عدد ...... است.	دی ۱۴۰۲	۰/۲۵ نمره

تهیه کننده : جابرعامری

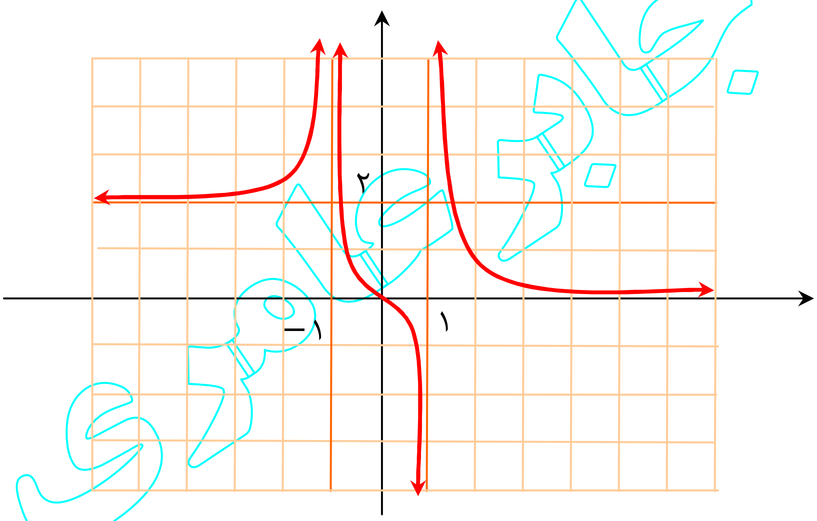
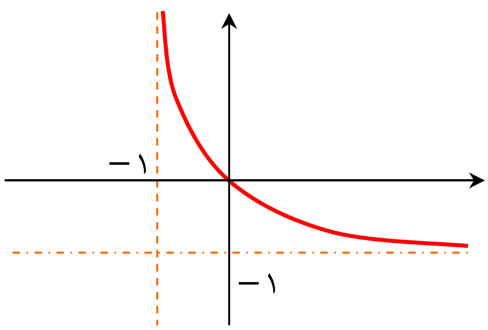
عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

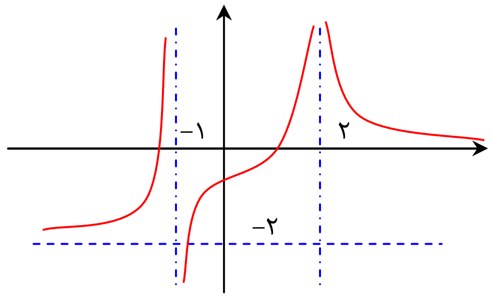
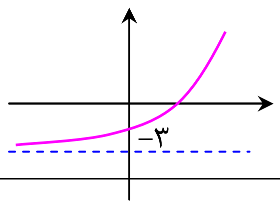
فصل سوّم

((ریاضی۳))

❋❋❋

درس ۲ : حد بی نهایت و حد در بینهایت

۱	نمودار تابع f به صورت شکل مقابل است. حدود خواسته شده است را محاسبه کنید. الف) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=$ ب) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=$ پ) $\lim\limits_{x\to -۱} f(x)=$ ت) $\lim\limits_{x\to ۱^-} f(x)=$ 	خرداد ۱۴۰۱	۱ نمره
۲	حاصل حدهای زیر را در صورت وجود حساب کنید. (خارج از کشور) $\lim\limits_{x\to ۰} \dfrac{x+۱}{\sin^۲ x}$	خرداد ۱۴۰۱	۰/۵ نمره
۳	با توجه به نمودار تابع $f(x)$ ، طرف دوم تساوی ها را کامل کنید. (خارج کشور) الف) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=...$ ب) $\lim\limits_{x\to (-۱)^+} f(x)=...$ 	خرداد ۱۴۰۱	۰/۵ نمره

ردیف	سؤال	تاریخ	نمره
۴	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{2})^+}\frac{1}{\cos x}$ ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2-x}{5x+4}$	شهریور ۱۴۰۱	۱ نمره
۵	نمودار تابع f به شکل زیر است. حدهای زیر را محاسبه کنید.  الف) $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)$ ب) $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$ پ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$	دی ۱۴۰۱	۰/۷۵ نمره
۶	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. حاصل حد تابع $f(x)=\frac{2x^2}{3x^2-1}$ وقتی $x\to+\infty$ میل می کند، برابر .... است.	دی ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۷	آیا مقدار $\lim\limits_{x\to1^+}\frac{1}{[x]-1}$ وجود دارد؟ چرا؟	خرداد ۱۴۰۲	۰/۵ نمره
۸	حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim\limits_{x\to0^-}\frac{x-2}{\lvert\sin x\rvert}$ ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x^2+4x^5}{x^3-x}$	خرداد ۱۴۰۲	۱ نمره
۹	با توجه به نمودار تابع f ، حاصل حدهای زیر را به دست آورید.  الف) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\dots$ ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\dots$	شهریور ۱۴۰۲	۰/۵ نمره
۱۰	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim\limits_{x\to2}\frac{3}{\lvert 2-x\rvert}$	شهریور ۱۴۰۲	۰/۵ نمره
۱۱	حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim\limits_{x\to2^-}\frac{[x]}{x-2}$ ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1+x-4x^2}{3x+x^2}$	دی ۱۴۰۲	۱/۵ نمره
۱۲	حدود زیر را محاسبه کنید. (نماد[ ] علامت جزء صحیح است.) الف) $\lim\limits_{x\to5}\frac{1}{(x-5)^4}$ ب) $\lim\limits_{x\to3^-}\frac{3-[x]}{x-3}$ ج) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-6x^3+7x-9}{2x^3-4x^2+x}$	خرداد ۱۴۰۳	۱/۵ نمره
۱۳	حدود زیر را محاسبه کنید.	مرداد ۱۴۰۳	۱ نمره

	الف) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\dfrac{۱}{x} - ۱}{۲ - \dfrac{۳}{x^۳}}$ ب) $\lim\limits_{x \to (-\pi)^+} \dfrac{۱}{\sin x}$		

تهیه کننده : جابرعامری

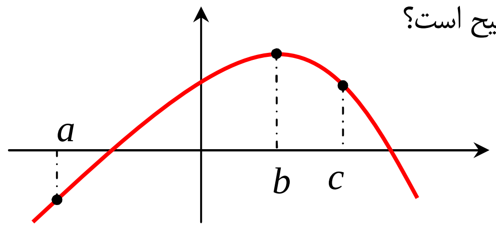
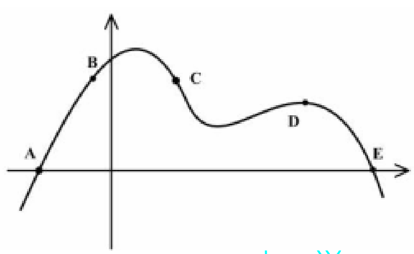
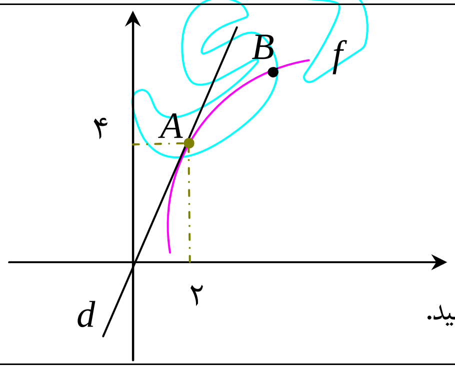
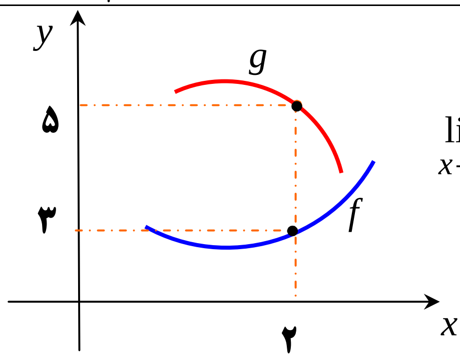
عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

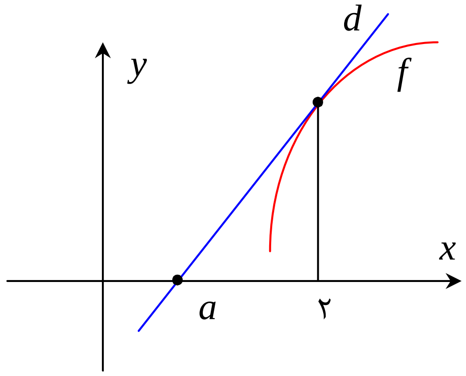
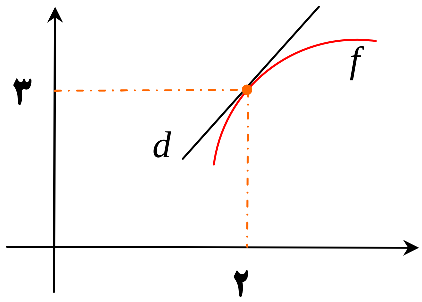
فصل چهارم

((ریاضی ۳))

❋❋❋

درس ۱ : آشنایی با مفهوم مشتق

۱	با توجه به نمودار تابع f ، اگر شیب خط مماس در نقاط a و b و c به ترتیب با m_a و m_b و m_c نمایش داده شود. کدامیک از گزینه های زیر صحیح است؟  الف) $m_c > m_b > m_a$ ب) $m_b > m_a > m_c$ پ) $m_a > m_b > m_c$ ت) $m_c = m_b = m_a$	خرداد ۱۴۰۱	۰/۵ نمره
۲	از بین نقاط مشخص شده روی نمودار زیر، در کدام نقطه:  الف: مقدار تابع صفر، ولی مشتق آن مثبت است. ب: مقدار تابع مثبت، ولی مشتق آن منفی است.	شهریور ۱۴۰۱	۰/۵ نمره
۳	نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده است. اگر خط d در نقطه‌ی A بر نمودار تابع f مماس باشد:  الف) حاصل $\lim\limits_{x \to ۲} \dfrac{f(x) - f(۲)}{x - ۲}$ را بیابید. ب) شیب خط های مماس در نقاط A و B را مقایسه کنید.	دی ۱۴۰۱	۰/۷۵ نمره
۴	با توجه به نمودارهای توابع f و g، تعیین کنید که حاصل $\lim\limits_{x \to ۲} \dfrac{f(x)g(x) - ۳g(x)}{x - ۲}$ چند برابر $f'(۲)$ است؟  	خرداد ۱۴۰۲	۱ نمره

۵	خط d در نقطه‌ای با طول $x=2$ بر نمودار تابع $f(x)=-x^{2}+6x-5$ مماس است. با توجه به شکل مقدار a (نقطه‌ی برخورد خط d با محور x ها) را بیابید. 	دی ۱۴۰۲	۱/۵ نمره
۶	اگر نمودار تابع f از نقطه‌ی $A(2,4)$ بگذرد و $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=3$ باشد، معادله‌ی خط مماس بر نمودار f را در نقطه‌ی A به دست آورید.	خرداد ۱۴۰۳	۱ نمره
۶	با توجه به شکل زیر، اگر $\lim\limits_{x\to 2}\frac{5f(x)-15}{x-2}=10$ باشد، معادله‌ی خط d را به دست آورید. 	مرداد ۱۴۰۳	۱/۲۵ نمره

مشتق تابع در یک نقطه

۱			

تهیه کننده : جابرعامری

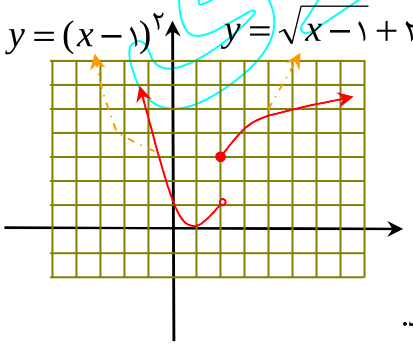
عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل چهارم

((ریاضی ۳))

❋❋❋

درس ۲ : مشتق پذیری یک تابع در یک نقطه

۱	اگر $f(x)=\begin{cases} ax+۱ & x<۰ \\ x^{۲}+۳x+۱ & x\geq ۰ \end{cases}$ در $x=۰$ مشتق پذیر باشد، مقدار a را محاسبه کنید.	خرداد ۱۴۰۱	۱/۵ نمره
۲	مشتق پذیری تابع $f(x)=\lvert x^{۲}-۱\rvert$ را در نقطه‌ی $x=۱$ بررسی کنید. (خارج کشور)	خرداد ۱۴۰۱	۱/۲۵ نمره
۳	جای خالی را با عبارت مناسب پرکنید. (خارج کشور) الف : در تابع $f(x)=\sqrt[۳]{x}$ خط $x=۰$ را .... می گویند.	خرداد ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۴	معادله‌ی نیم مماس راست تابع $f(x)=\lvert x^{۲}-۱\rvert$ را در نقطه‌ای به طول $x=۱$ واقع بر منحنی بنویسید.	شهریور ۱۴۰۱	۱/۵ نمره
۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $y=[x]$ در صفر مشتق پذیر است.	شهریور ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۶	نمودار تابع $f(x)=\begin{cases} \sqrt{x-۱}+۲ & x\geq ۲ \\ (x-۱)^{۲} & x<۲ \end{cases}$ به صورت زیر است.  الف) آیا تابع f در نقطه‌ی $x=۲$ مشتق پذیر است؟ ب) آیا تابع در بازه‌ی $(-\infty,۲)$ مشتق پذیر است؟ چرا؟ پ) مشتق راست تابع f در نقطه‌ی $x=۲$ را به دست آورید.	دی ۱۴۰۱	۱/۵ نمره
۷	با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم مماس چپ تابع $f(x)=\lvert x^{۲}-۴\rvert$ را در $x=۲$ بیابید.	خرداد ۱۴۰۳	۱/۲۵ نمره
۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x)=\sqrt[۳]{x}$ در $x=۰$ مشتق پذیر است.	خرداد ۱۴۰۳	۰/۲۵ نمره

۹	مشتق پذیری تابع $f(x)=\begin{cases} ۲x^۲ & x<۲ \\ ۶x-۴ & x=۲ \\ ۲\sqrt{x-۱}+۶ & x>۲ \end{cases}$ را در نقطه‌ی $x=۲$ بررسی کنید.	مرداد ۱۴۰۳	۱/۲۵ نمره
۱۰	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x)=\|x\|$ در تمام نقاط حقیقی پیوسته است. پس در R مشتق پذیر است.	مرداد ۱۴۰۳	۰/۲۵ نمره

تابع مشتق

۱	اگر $f(x)=\frac{۱}{x}$ ، آنگاه به کمک تعریف مشتق نشان دهید؛ $f'(x)=-\frac{۱}{x^۲}$	شهریور ۱۴۰۲	۱ نمره

محاسبه‌ی مشتق تابع

۱	اگر توابع f و g مشتق پذیر باشند $f(۲)=۳$ و $f'(۲)=۵$ و $g(۲)=۸$ و $g'(۲)=-۶$ حاصل $(f\times g)'(۲)$ را به دست آورید.	خرداد ۱۴۰۱	۱ نمره
۲	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $f(x)=\sqrt{\frac{۹x-۲}{x+۱}}$	خرداد ۱۴۰۱	۰/۷۵ نمره
۳	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر $f'(۱)=۳$ و $g'(۱)=۵$ باشد، آنگاه $(۳f+۲g)'(۱)$ برابر.......... است.	خرداد ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۴	مشتق توابع داده شده را بیابید.(ساده کردن الزامی نیست.) (خارج کشور) الف) $f(x)=(x^۲-\sqrt{x}+۱)^۴$ ب) $g(x)=\frac{۳x^۲+x-۱}{۲x-۳}$	خرداد ۱۴۰۱	۱/۷۵ نمره
۵	مشتق توابع زیر را به دست آورید.(ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x)=\frac{-۲x+۳}{x+۴}$ ب) $g(x)=(\sqrt{۳x+۱})(x^۲+۲x)$	شهریور ۱۴۰۱	۱/۷۵ نمره
۶	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x)=x(x-۱)(x+۱)$ ب) $g(x)=(\frac{۲x-۱}{x+۱})^۳$	دی ۱۴۰۱	۱/۵ نمره
۷	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x)=(\sqrt{۳x+۲})(x^۳+۴)$ ب) $g(x)=\frac{-۷x^۲+۱}{x-۶}$ پ) $h(x)=(۲x^۵-۱)^۴$	خرداد ۱۴۰۲	۲/۲۵ نمره
۸	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)	شهریور ۱۴۰۲	۲/۲۵ نمره

	الف) $f(x)=\dfrac{(۲x-۱)^۴}{x^۳+۸}$ ب) $g(x)=\sqrt[۳]{۲x+۱}$			
۹	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x)=(۲\sqrt{x}+۱)(x^۴-۲x)$ ب) $g(x)=\dfrac{۳x+۱}{x^۵-x+۱}$	دی ۱۴۰۲	۲ نمره
۱۰	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $f(x)=(x-۶)^۳+\dfrac{۵x+۳}{\sqrt{۲x-۱}}$	خرداد ۱۴۰۳	۱/۲۵ نمره
۱۱	مشتق تابع مقابل را به دست آورید. $f(x)=\left(\dfrac{\sqrt{۱-۳x}}{۷+x}\right)^۶$	مرداد ۱۴۰۳	۱ نمره

مشتق تابع مرکب و قاعده‌ی زنجیری

۱			

مشتق پذیری تابع در یک فاصله

۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. نقطه‌ی $(۱,۱)$ یک نقطه‌ی گوشه ای برای تابع $f(x)=\|۲-x^۲\|$ است.	خرداد ۱۴۰۲	۰/۲۵ نمره

مشتق مرتبه‌ی دوم تابع در یک نقطه

۱	جمله‌ی زیر را کامل کنید. اگر $f(x)=-x^۳$ ، آنگاه $f''(۱)$ برابر ...... است.	شهریور ۱۴۰۲	۰/۲۵ نمره

تهیه کننده : جابرعامری

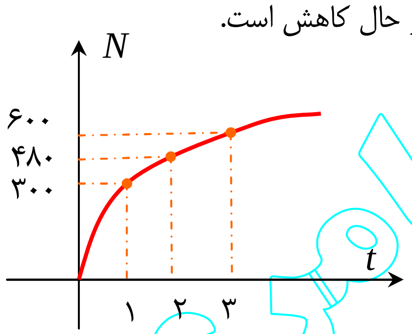
عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل چهارم

((ریاضی ۳))

❋❋❋

درس ۳ : آهنگ تغییر

۱	معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $f(t)=t^{۲}-t+۱۰$ بر حسب متر در بازه‌ی $[۰,۵]$ (t بر حسب ثانیه) داده شده است. سرعت متوسط را در بازه‌ی زمانی $[۰,۵]$ و سرعت لحظه ای را در لحظه‌ی $t=۲$ به دست آورید.	خرداد ۱۴۰۱	۱/۲۵ نمره
۲	نمودار مقابل نمایش فروش نوعی کالا (N) پس از صرف t میلیون تومان هزینه برای تبلیغ است. الف) آهنگ تغییر متوسط N را وقتی t از ۲ به ۳ تغییر می کند، به دست آورید. ب) چرا آهنگ تغییرات وقتی مقادیر t افزایش می یابد. در حال کاهش است. 	خرداد ۱۴۰۱	۱/۵ نمره
۳	تابع $f(x)=۴\sqrt{x}+۵۰$ قد متوسط کودکان را بر حسب سانتی متر تا حدود شصت ماهگی نشان می دهد، که در آن x مدت زمان پس از تولد (برحسب ماه) است.آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی $[۰,۲۵]$ چقدر است؟	شهریور ۱۴۰۱	۱ نمره
۴	جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم. جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می گیریم. فرض کنیم ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله‌ی $h(t)=-۴t^{۲}+۴۰t$ به دست می آید. الف) سرعت متوسط در بازه‌ی $[۲,۴]$ را بیابید. ب) در چه زمانی سرعت لحظه ای آن برابر ۱۶ متر بر ثانیه است؟	دی ۱۴۰۱	۱/۲۵ نمره
۵	آهنگ تغییر لحظه ای تابع $f(x)=۲x^{۲}+۵x+۱$ در نقطه ای به طول $x=۲$ چند برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه‌ی $[-۲,۰]$ است؟	خرداد ۱۴۰۲	۱/۵ نمره
۶	معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $f(t)=t^{۲}+۲t+۳$ ، بر حسب متر در بازه‌ی زمانی $[۰,۲]$ (t بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه، سرعت لحظه ای با سرعت متوسط، در بازه‌ی	شهریور ۱۴۰۲	۱/۵ نمره

	زمانی $[0,2]$، با هم برابرند؟			
۷	معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $f(t)=2t^3+t-1$ است. الف) سرعت متوسط متحرک در بازه‌ی $[1,2]$ را محاسبه کنید. ب) سرعت لحظه ای متحرک در لحظه‌ی $t=2$ را تعیین کنید.	دی ۱۴۰۲	۱/۵ نمره
۸	تابع $f(x)=x^2-x$ را در نظر بگیرید. الف) آهنگ تغییر متوسط تابع f را در بازه‌ی $[0,2]$ به دست آورید. ب) حدود x را چنان بیابید که آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f از آهنگ تغییر متوسط آن، در بازه-ی $[0,2]$ بزرگتر باشد.	خرداد ۱۴۰۳	۱/۲۵ نمره
۹	گنجایش ظرفی ۲۰ لیتر مایع است. در لحظه‌ی $t=0$ ، سوراخی در ظرف ایجاد می شود. اگر حجم مایع باقی مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه‌ی $v=20(1-\frac{t}{50})^2$ به دست آید، تعیین کنید در چه زمانی آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم مایع برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه‌ی $[0,50]$ می شود؟	مرداد ۱۴۰۳	۱/۲۵ نمره

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل پنجم

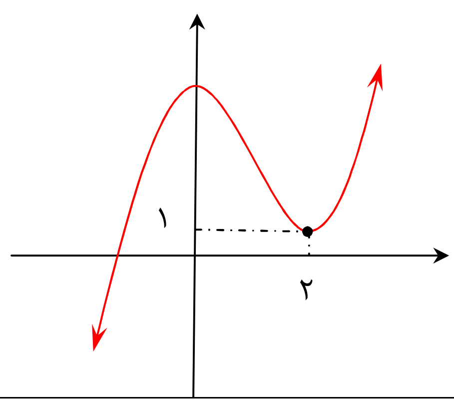
((ریاضی ۳))

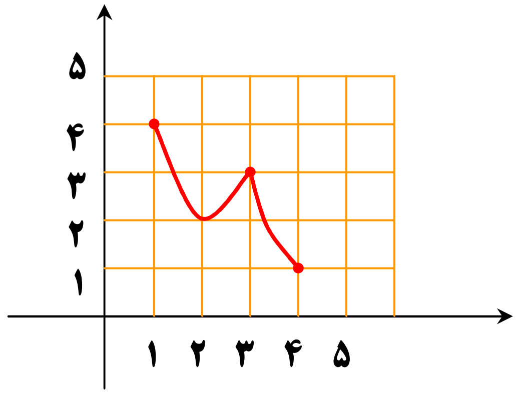
❋❋❋

درس ۱ : بررسی یکنوایی توابع و تعیین اکسترمم های آن

۱	اکسترمم های نسبی تابع $f(x)=\frac{۱}{۳}x^{۳}-x^{۲}-۳x+\frac{۲}{۳}$ را در صورت وجود به دست آورید.	خرداد ۱۴۰۱	۲ نمره
۲	با تشکیل جدول تغییرات تابع $f(x)=x^{۳}-۱۲x+۴$ ، مشخص کنید، تابع در چه بازه هایی صعودی اکید است؟	شهریور ۱۴۰۱	۱/۵ نمره
۳	بزرگترین بازه از R که تابع $f(x)=-۲x^{۳}+۶x+۱۱$ در آن صعودی اکید باشد، را با استفاده از جدول تغییرات بیابید.	خرداد ۱۴۰۲	۱/۵ نمره
۴	با رسم جدول تغییرات تابع $f(x)=x^{۳}-۲۷x+۱$ ، مشخص کنید تابع در کدام بـازه هـا اکیـداً صعودی است؟	دی ۱۴۰۲	۱/۵ نمره

نقاط بحرانی

۱	تابع $y=x^{۳}-۳x+۲$ را در نظر بگیرید. نقاط بحرانی و مقادیر اکسترمم های مطلق تابع را در صورت وجود در بازه‌ی $[۰,۲]$ به دست آورید. (خارج کشور)	خرداد ۱۴۰۱	۱/۷۵ نمره
۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر نقطه‌ی دلخواه از دامنه‌ی تابع ثابت، یک نقطه‌ی بحرانی است.	شهریور ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۳	نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x)=x^{۳}+bx^{۲}+d$ به صورت مقابل رسم شده است. مقادیر b و d را بیابید.  	دی ۱۴۰۱	۱/۵ نمره
۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.	خرداد	۰/۲۵

	هر نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه‌ی بحرانی آن تابع است.	۱۴۰۲	نمره
۵	نقاط بحرانی تابع زیر را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع ، نقاط ماکزیمم نسبی و می نیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. $f(x) = -۲x^{۳} + ۳x^{۲} + ۱۲x - ۹$	شهریور ۱۴۰۲	۱/۷۵ نمره
۶	با توجه به نمودار مقابل، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق نمودار تابع را بیابید. 	خرداد ۱۴۰۳	۱ نمره
۷	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه‌ی بحرانی آن تابع است.	خرداد ۱۴۰۳	۰/۲۵ نمره
۸	با رسم جدول تغییرات، تابع، طول نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع زیر را در صورت وجود بیابید. $f(x) = \frac{۲}{۳}x^{۳} - \frac{۱}{۲}x^{۲} - ۱۵x + ۴$	مرداد ۱۴۰۳	۱/۵ نمره

تهیه کننده : جابرعامری

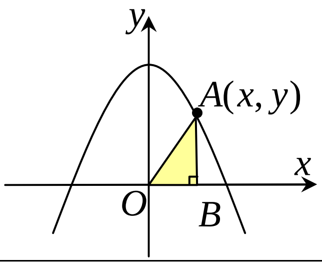
عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

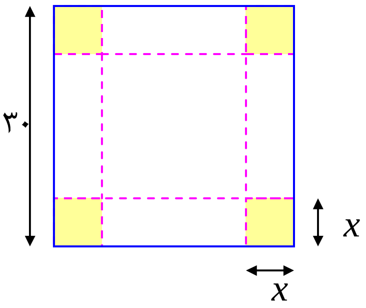
فصل پنجم

((ریاضی ۳))

❋❋❋

درس ۲ : بهینه سازی

۱	اگر بین دو عدد حقیقی x و y رابطه‌ی $۵x - y = ۱۰$ برقرار باشد، مقادیر x و y را طوری به دست آورید که حاصل ضرب این دو عدد مینیمم گردد.	خرداد ۱۴۰۱	۱/۵ نمره
۲	ورق فلزی مربع شکل به طول ضلع ۳۰ را در نظر بگیرید. می خواهیم از چهارگوشه‌ی آن مربع های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن ها را کنار بگذاریم. سپس لبه‌ی جعبه را به اندازه‌ی x بر می گردانیم تا یک جعبه‌ی در باز ساخته شود، طوری که حجم آن به صورت $V = x(۳۰ - ۲x)^۲$ است. مقدار x چقدر باشد، تا حجم جعبه حداکثر شود؟ (خارج کشور)	خرداد ۱۴۰۱	۱/۲۵ نمره
۳	نشان دهید در بین مستطیل هایی با محیط ۱۶ سانتی متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشند.	شهریور ۱۴۰۱	۱/۲۵ نمره
۴	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.	دی ۱۴۰۱	۱/۵ نمره
۵	پنجره ای به شکل یک مستطیل و نیم دایره ای بر آن وجود دارد، طوری که قطر نیم دایره برابر با پهنای مستطیل است. اگر محیط این پنجره ۶ متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد.	خرداد ۱۴۰۲	۱/۷۵ نمره
۶	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۸ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.	شهریور ۱۴۰۲	۱/۲۵ نمره
۷	می خواهیم یک قوطی استوانه ای شکل و در باز بسازیم، طوری که گنجایش آن دقیقاً ۹۰۰ سانتی متر مکعب باشد. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن مینیمم شود؟ ($\pi \cong ۳$)	دی ۱۴۰۲	۱/۵ نمره
۸	مطابق شکل زیر، نقطه‌ی A در ناحیه‌ی اول دستگاه مختصات روی منحنی $y = ۱۲ - x^۲$ قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه‌ی A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم الزاویه‌ی OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. 	خرداد ۱۴۰۳	۱/۷۵ نمره

۹	ورق فلزی مربع شکلی به طول ضلع ۳۰ سانتی‌متر را در نظر بگیرید. مطابق شکل می‌خواهیم از چهارگوشه‌ی آن مربع های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آنها را کنار بگذاریم. سپس با تا کردن ورق در امتداد خط چین‌های مشخص شده در شکل، یک جعبه‌ی در باز بسازیم. تعیین کنید مقدار x چقدر باشد تا حجم قوطی، حداکثر مقدار ممکن گردد؟ 	مرداد ۱۴۰۳	۱/۵ نمره

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل ششم

((ریاضی۳))

❋❋❋

درس ۱ : تفکر تجسمی (دوران و برش)

۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. جسم حاصل از دوران یک مستطیل حول طول آن، مخروط نام دارد.	خرداد ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۲	جای خالی را با عبارت مناسب پرکنید. (خارج کشور) شکل حاصل از دوران یک نیم دایره ، حول شعاع عمود بر قطر آن یک .... است.	خرداد ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۳	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می شود، ..... آن نامیده می شود.	شهریور ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره

مقاطع مخروطی

۱	جمله‌ی زیر را کامل کنید. اگر صفحه ای بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل ...... است.	شهریور ۱۴۰۲	۰/۲۵ نمره
۲	جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید. اگر صفحه‌ی P در یکی از موقعیت ها با مولد مخروطی موازی باشد و از رأس آن عبور نکند. شکل حاصل .... است.	خرداد ۱۴۰۳	۰/۲۵ نمره
۳	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. اگر صفحه‌ای سطح مخروطی را هم در قسمت بالایی و هم در قسمت پایینی قطع کند و از رأس نگذرد، شکل حاصل را .... می نامیم.	مرداد ۱۴۰۳	۰/۲۵ نمره

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل ششم

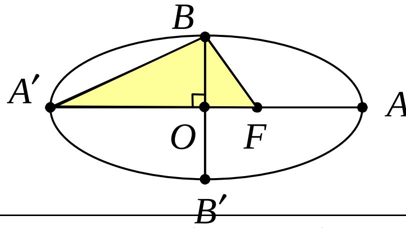
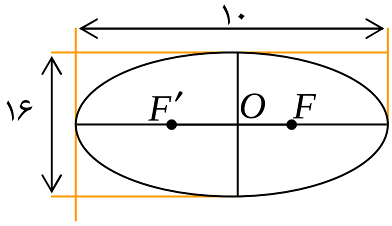
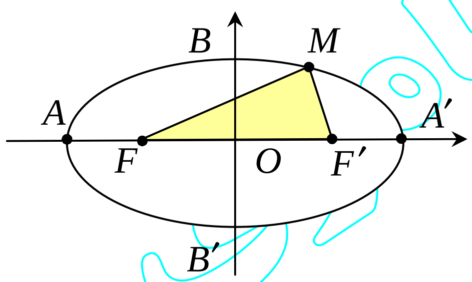
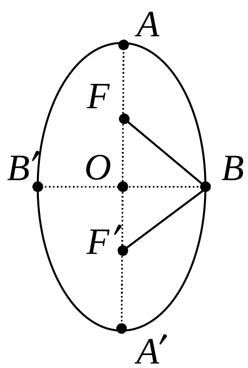
((ریاضی۳))

❋❋❋

درس ۲ : دایره

۱	کدامیک از نقاط زیر روی محیط دایره به معادله‌ی $x^۲+y^۲-۲x+۴y+۱=۰$ قرار دارد؟ الف) $(۰,۰)$ ب) $(۱,۰)$ پ) $(۰,-۱)$ ت) $(-۱,۰)$	خرداد ۱۴۰۱	۰/۵ نمره
۲	معادله دایره‌ای بنویسید که مرکز آن $(۰,۳)$ و بر خط $۳x-۴y=۳$ مماس باشد.	خرداد ۱۴۰۱	۱ نمره
۳	دایره‌ی A به مرکز $O(-۱,۲)$ و شعاع یک و دایره‌ی $B:x^۲+y^۲-۲x+۴y+۱=۰$ را در نظر بگیرید. وضعیت دو دایره‌ی A و B را نسبت به هم مشخص کنید. (خارج کشور)	خرداد ۱۴۰۱	۱ نمره
۴	معادله‌ی گسترده‌ی دایره‌ی $C(O,R)$ به شکل $x^۲+y^۲+۲y-۴x-۴=۰$ است. الف) مختصات مرکز و شعاع دایره‌ی C را محاسبه کنید. ب) آیا نقطه‌ی $A(۰,۳)$ روی محیط دایره‌ی C قرار دارد؟ چرا؟	شهریور ۱۴۰۱	۱/۵ نمره
۵	معادله‌ی گسترده‌ی یک دایره به شکل $x^۲+y^۲+۲x+۲y-۸=۰$ است. مختصات مرکز دایره و اندازه‌ی شعاع دایره را بیابید.	دی ۱۴۰۱	۱ نمره
۶	اگر دو دایره به معادله های $x^۲+y^۲+۲x-۴y+۱=۰$ و $(x-۲)^۲+(y+۱)^۲=m^۲$ مماس خارج باشند، مقدار m را بیابید.	خرداد ۱۴۰۲	۱/۷۵ نمره
۷	وضعیت خط $۳x+۴y=۰$ را نسبت به دایره به معادله‌ی $(x-۲)^۲+(y+۲)^۲=۹$، مشخص کنید.	شهریور ۱۴۰۲	۱/۲۵ نمره
۸	معادله‌ی دایره ای به صورت $x^۲+y^۲-۲x-۶y+۶=۰$ است. مختصات مرکز این دایره را به دست آورید.	دی ۱۴۰۲	۰/۷۵ نمره
۹	اگر مرکز دایره $x^۲+y^۲+ax-۴y-۴=۰$ ، نقطه‌ی $O(۱,۲)$ باشد. الف) مقدار a را بیابید. ب) شعاع دایره را محاسبه کنید.	خرداد ۱۴۰۳	۱ نمره
۱۰	معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که بر خط $۳x+۴y-۱=۰$ مماس بوده و مرکز آن $(۱,۲)$ باشد.	مرداد ۱۴۰۳	۱ نمره

بیضی

ردیف	سؤال	تاریخ	نمره
۱	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. خروج از مرکز بیضی با قطر بزرگ ۸ و فاصله‌ی کانونی ۶ برابر .... است.	خرداد ۱۴۰۱	۰/۷۵ نمره
۲	اگر طول قطر بزرگ AA' و قطر کوچک BB' بیضی مقابل به ترتیب ۱۰ و ۸ باشد : الف) مقدار $A'F$ را به دست آورید. (F کانون بیضی است.) ب) مساحت مثلث هاشور خورده (مثلث BFA') چقدر است؟  	خرداد ۱۴۰۱	۱/۵ نمره
۳	مشخص کنید کدام یک از جملات زیر درست و کدام نادرست است. (خارج کشور) هر چه خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیکتر باشد، شکل بیضی کشیده تر است.	خرداد ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۴	اگر در یک بیضی داشته باشیم : $a=5$ و $b=3$، اندازه‌ی فاصله‌ی کانونی را محاسبه کنید.	خرداد ۱۴۰۱	۱ نمره
۵	در بیضی مقابل، فاصله‌ی کانونی را محاسبه کنید. (F و F' کانون های بیضی هستند.)  	شهریور ۱۴۰۱	۰/۷۵ نمره
۶	اگر در بیضی مقابل مختصات کانون $F'(4,0)$ و مختصات رأس $B(0,3)$ باشد: الف) قطر بزرگ بیضی را بیابید. ب) محیط مثلث MFF' را بیابید.  	دی ۱۴۰۱	۱/۵ نمره
۷	در بیضی مقابل، کانون ها به مختصات $F(1,5)$ و $F'(1,1)$ و یک رأس قطر بزرگ آن $A(1,6)$ می باشد. الف) فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید. ب) معادله‌ی قطر کوچک بیضی را بنویسید. پ) مساحت مثلث $B'FF'$ را بنویسید.  	خرداد ۱۴۰۲	۱/۷۵ نمره
۸	مختصات دو سر قطر بزرگ یک بیضی، نقاط $(1,6)$ و $(1,-2)$ است. اگر خروج از مرکز این بیضی	شهریور ۱۴۰۲	۱ نمره

	$\frac{۱}{۲}$ باشد. فاصله‌ی کانونی آن را بیابید.		
۹	معادله‌ی قطر کانون یک بیضی، $y=-۱$ و معادله‌ی قطر کوچک، $x=۲$ است، اگر طول قطرهای بزرگ و کوچک به ترتیب ۱۲ و ۸ واحد باشند. مختصات مرکز و فاصله‌ی کانونی را به دست آورید؟	دی ۱۴۰۲	۱/۷۵ نمره
۱۰	در یک بیضی فاصله‌ی کانونی با طول قطر کوچک آن برابر است. خروج از مرکز بیضی را بیابید.	خرداد ۱۴۰۳	۱/۲۵ نمره
۱۱	اگر خروج از مرکز یک بیضی $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ و طول قطر کوچک آن ۱۰ باشد، آنگاه فاصله‌ی کانونی را محاسبه کنید.	مرداد ۱۴۰۳	۱/۲۵ نمره

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل هفتم

((ریاضی۳))

❁❁❁

درس ۱ : یادآوری مفاهیم مرتبط با احتمال

۱	مشخص کنید کدام یک از جمله‌ی زیر درست و کدام نادرست است. دو پیشامد A و B مستقل‌اند، هرگاه تساوی $P(A \bigcap B)=P(A).P(B)$ برقرار است.	خرداد ۱۴۰۱	۰/۲۵ نمره
۲	جمله‌ی زیر را کامل کنید. هرگاه برای دو پیشامد A و B، داشته باشیم، $P(A \bigcap B)=P(A).P(B)$، آنگاه دو پیشامد A و B، .... هستند.	شهریور ۱۴۰۲	۰/۲۵ نمره
۳	جمله‌ی زیر را با عبارت مناسب کامل کنید. دو پیشامد را .... گوییم، هرگاه وقوع هر یک بر احتمال وقوع دیگری تأثیر نداشته باشد.	مرداد ۱۴۰۳	۰/۲۵ نمره

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل هفتم

((ریاضی ۳))

❋❋❋

درس ۲ : احتمال کل

۱	دو ظرف یکسان داریم، اوّلی شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوّم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اوّل یک مهره برداشته و بدون رؤیت در ظرف دوّم قرار می دهیم. سپس از ظرف دوّم یک مهره به تصادف بیرون می آوریم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟	خرداد ۱۴۰۱	۲ نمره
۲	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر ۰/۰۸ و نوزاد دختر ۰/۰۳ باشد و خانواده ای قصد بچه دار شدن داشته باشد، به چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد شد؟ (خارج کشور)	خرداد ۱۴۰۱	۱/۲۵ نمره
۳	چهار ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۰ مهره قرار دارد که ۶ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم همه‌ی مهره قرمزند. در ظرف سوم ۱۲ مهره قرار دارد که ۴ تای آنها قرمز هستند. در ظرف چهارم هیچ مهره ی قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرفها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم. احتمال اینکه مهره‌ی انتخابی قرمز باشد، چقدر است؟	شهریور ۱۴۰۱	۱/۵ نمره
۴	دو ظرف یکسان داریم، ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۳ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره سبز و ۶ مهره آبی است. از ظرف اول مهره ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می کنیم. با چه احتمالی این مهره سبز است؟	دی ۱۴۰۱	۱/۵ نمره
۵	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. اگر A مجموعه‌ی اعداد طبیعی اول و B مجموعه‌ی اعداد طبیعی مرکب و $C=....$ باشند، آنگاه A و B و C یک افراز روی مجموعه‌ی اعداد طبیعی است.	خرداد ۱۴۰۲	۰/۲۵ نمره
۶	مدرسه‌ی A، سه برابر مدرسه‌ی B دانش آموز دارد. ۳۵ درصد دانش آموزان مدرسه‌ی A و ۱۵ درصد دانش آموزان مدرسه‌ی B، معدلی بالای ۱۸ دارند. اگر همه‌ی دانش آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آنها را انتخاب کنیم. الف : با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه‌ی A و با چه احتمالی از مدرسه‌ی B است؟ ب : با چه احتمالی فرد انتخابی، معدلی بالای ۱۸ دارد؟	خرداد ۱۴۰۲	۱/۷۵ نمره
۷	دو جعبه داریم، درون یکی از آنها ۹ لامپ سالم و ۳ لامپ معیوب قرار دارد و درون جعبه‌ی دیگر ۱۵ لامپ قرار دارد که ۵ تای آنها معیوب است. به تصادف جعبه ای انتخاب کرده و یک لامپ از آن بیرون می آوریم. چقدر احتمال دارد، لامپ مورد نظر سالم باشد؟	شهریور ۱۴۰۲	۱/۲۵ نمره
۸	فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۴۵ درصد مرد و ۵۵ درصد زن باشد و شیوع یک بیماری	دی	۱/۵

	ویروسی به ترتیب در این دو دسته ۴ درصد و ۶ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود. با چه احتمالی به بیماری مورد نظر مبتلا است؟	۱۴۰۲	نمره
۹	سه ظرف یکسان داریم، در اولین ظرف ۱۵ مهره قرار دارد که سه‌تای آنها قرمز است. در ظرف دوم هیچ مهره‌ی قرمزی وجود ندارد و در ظرف سوم ۱۲ مهره داریم که ۶ تای آنها قرمز است. با چشم بسته یک ظرف را انتخاب کرده و یک مهره از آن خارج می کنیم. با چه احتمالی این مهره قرمز است؟	خرداد ۱۴۰۳	۱/۵ نمره
۱۰	یک سکه را پرتاب می کنیم. اگر «پشت» بیاید، ۳ سکه‌ی دیگر را با هم پرتاب می کنیم و اگر « رو» بیاید ۲ سکه‌ی دیگر را با هم پرتاب می کنیم. در این آزمایش احتمال اینکه دقیقاً دو سکه « رو» ظاهر شود، چقدر است؟	مرداد ۱۴۰۳	۱/۲۵ نمره

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل اوّل

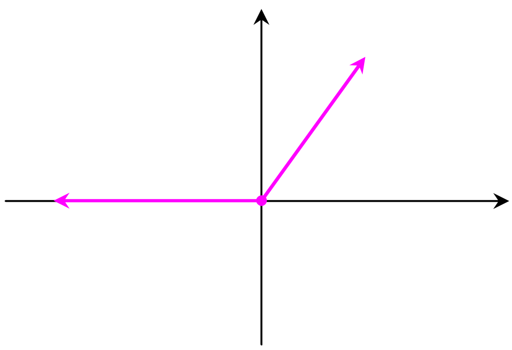
((ریاضی۳))

❇❇❇

درس ۱ : توابع چند جمله ای

۱	درست، بیشترین توان متغیر برابر ۲ است.
۲	درست، مطابق تعریف این تابع یک تابع چند جمله ای درجه ۳ است.
۳	الف) درست، زیرا $y=۲x(۱-۳x^۲)+۱=۲x-۶x^۳+۱$ ب) نادرست. در این فاصله، نمودار تابع $y=x^۲$ بالاتر از نمودار تابع $y=x^۳$ است.
۴	درست ، طبق تعریف تابع چند جمله ای، این تابع، یک تابع چند جمله ای می باشد.

توابع یکنوا

۱	درست ، تابع $f(x)=x^۳$ ، همواره اکیداً صعودی است.
۲	$f(x)=x+\|x\|=\begin{cases}۲x & x\geq ۰\\ ۰ & x<۰\end{cases}$  مشاهده می شود که تابع f در بازه‌ی $(-\infty,۰]$ ثابت و در بازه‌ی $[۰,+\infty)$ اکیداً صعودی است. به طور کلی تابع f در $(-\infty,+\infty)$ صعودی است.
۳	نادرست، ممکن است، تابع یک به یک نباشد. تابع اکیداً یکنوا یک به یک است.
۴	درست ، در واقع، بیشمار تابع ثابت (موازی محور طول ها) وجود دارد.
۵	نادرست ، تابع $y=\frac{۱}{x}$ ، در دامنه اش نه صعودی و نه نزولی است..
۶	۲ ؛ چون در این سهمی مقدار ضریب $x^۲$ مثبت است، لذا سهمی رو به بالا است. این یعنی در سمت چپ طول رأس

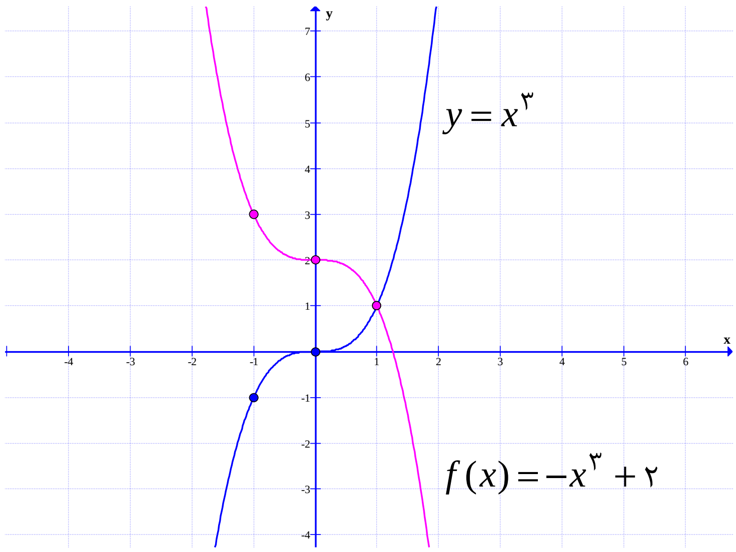
سهمی نزولی است. لذا حداکثر مقدار a برابر ۲ $= x = -\frac{-۴}{۲(۱)}$ است.

۷ ثابت ؛ زیرا شرایط تعریف توابع صعودی و نزولی را دارد.

۸ طبق قوانین تبدیلات، عرض نقاط اصلی نمودار تابع $y = x^۳$ را ابتدا قرینه و سپس با ۲ جمع می کنیم.

$y = x^۳$	x	-۱	۰	۱
	y	-۱	۲	۱

$f(x) = -x^۳ + ۳$	x	-۱	۰	۱
	y	۳	۰	۱



با توجه به نمودار معلوم است که تابع $f(x) = -x^۳ + ۲$ نزولی اکید است.

تبدیل نمودار توابع

۱ طبق ویژگی های تبدیلات عرض نقاط نمودار تابع f ابتدا در ۲− ضرب می شوند و سپس با ۳ جمع می شوند. لذا برد تابع بدین شکل تغییر خواهد کرد.

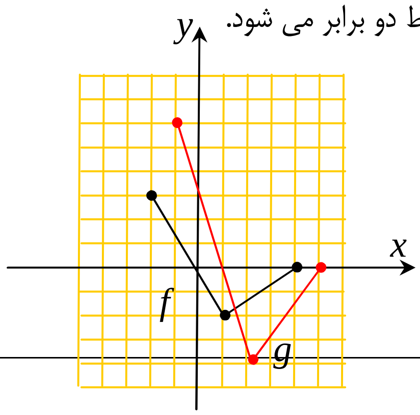
$$-۳ < y \leq ۱ \xrightarrow{\times(-۲)} ۶ > -۲y \geq -۲ \xrightarrow{+۳} ۹ > -۲y + ۳ \geq ۱ \rightarrow ۱ \leq -۲y + ۳ < ۹$$

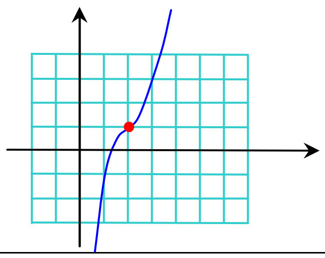
لذا گزینه‌ی پ درست است.

۲ الف) طول نقاط نمودار تابع f یک واحد اضافه می شوند ولی عرض نقاط دو برابر می شود.

f	x	-۲	۱	۴
	y	۳	-۲	۰

g	x	-۱	۲	۵
	y	۶	-۴	۰



	ب) $[-۱,۵]$
۳	طول نقاط دو برابر می شود ولی عرض نقاط تغییر نمی کند. $-۱< x \leq ۳ \xrightarrow{\times ۲} -۲< \frac{x}{۲} \leq ۶ \Rightarrow D_{f(\frac{x}{۲})} = (-۲,۶]$ $R_{f(\frac{x}{۲})} = R_f = (۰,۲]$
۴	$(-۱,۴)$ ، زیرا فقط طول نقطه را نصف می کنیم.
۵	با توجه به مفاهیم تبدیل نمودار توابع می توان نوشت، $y = ۲\sqrt{x-۳}$
۶	دامنه و برد تابع f به صورت زیر است. $D_f = [-۵,۰]$ و $R_f = [-۲,۳]$ اکنون با توجه به اینکه برای رسم نمودار تابع g ، مطابق قوانین تبدیلات، طول نقاط را قرینه و عرض نقاط را دو برابر می کنیم. پس : $D_f = [-۵,۰] \to D_g = [۰,۵]$ $R_f = [-۲,۳] \to R_g = [-۴,۶]$
۷	نادرست؛ نمودار تابع از انبساط افقی بدست می آید.
۸	طبق قوانین انتقال، کافی است، نمودار تابع $y = x^۳$ را ابتدا دو واحد سمت راست و سپس یک واحد به سمت بالا منتقل می کنیم. در این صورت نمودار مقابل بدست می آید. 
۹	درست ؛ زیرا در چنین تبدیلاتی، عرض های نقاط هیچ تغییری نمی کنند.

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

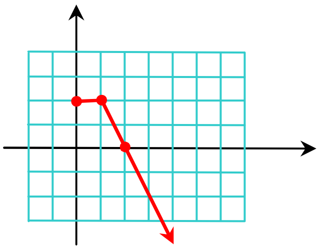
فصل اوّل

((ریاضی ۳))

❋❋❋

درس ۲ : ترکیب توابع

$x=۳$ $\rightarrow ۲x-۲=۲(۳)-۲=۴$ $\rightarrow \frac{x}{\sqrt{x}+۱}=\frac{۴}{\sqrt{۴}+۱}=\frac{۴}{۳}$	۱
$f(x)=\frac{x+۲}{x-۳}\xrightarrow{x-۳=۰\rightarrow x=۳}D_f=R-\{۳\}$ $g(x)=\sqrt{x-۱}\xrightarrow{x-۱\geq ۰\rightarrow x\geq ۱}D_g=[۱,+\infty)$ $D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=\{x\geq ۱ \mid \sqrt{x-۱}\neq ۳\}=[۱,+\infty)-\{۱۰\}$	۲
$D_f=\{۰,۵,۳,-۲\}$ $D_g=\{۱,۳,۹,-۱,۷\}$ $f(۰)=-۱\in D_g\rightarrow g(f(۰))=g(-۱)=۴$ $f(۵)=۹\in D_g\rightarrow g(f(۵))=g(۹)=۰$ $f(۳)=۷\in D_g\rightarrow g(f(۳))=g(۷)=۷$ $f(-۲)=۴\notin D_g\rightarrow \times$ $D_{gof}=\{x \mid x\in D_f : f(x)\in D_g\}=\{۰,۳,۵\}$ $gof=\{(۰,۴),(۳,۷),(۵,۰)\}$	۳
الف) $D_f=R$ و $D_g=[-۳,+\infty)$ $D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=\{x\geq -۳ \mid \sqrt{x+۳}\in R\}=[-۳,+\infty)$ ب) $(gof)(۱)=g(f(۱))=g(۳)=\sqrt{۶}$	۴
الف) $D_{fog}=\{x\in R \mid x-۱\geq -۱\}=\{x\in R \mid x\geq ۰\}=[۰,+\infty)$ ب) $(fog)(x)=f(g(x))=f(x-۱)=\sqrt{(x-۱)+۱}=\sqrt{x}$	۵
$f(g(x))=\frac{g(x)}{۲}-۱\xrightarrow{f(g(x))=۴x^۲+۱}\frac{g(x)}{۲}-۱=۴x^۲+۱$	۶

	$\to g(x)-۲=۸x^{۲}+۲ \to g(x)=۸x^{۲}+۴$
۷	$\frac{۱}{۳}$ زیرا ؛ $(fof)(۱)=f(f(۱))=f(\frac{۱}{۱+۱})=f(\frac{۱}{۲})=\frac{\frac{۱}{۲}}{۱+\frac{۱}{۲}}=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۲}}=\frac{۱}{۳}$
۸	طبق قوانین تبدیلات، کافی است طول نقاط نمودار تابع f را در $\frac{۱}{۲}$ ضرب کنیم. تانمودار تابع g بدست آید. در این صورت نمودار مقابل به دست می آید.  $(gof)(۰)=g(f(۰))=g(۲)=۰$
۹	$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=\{x\geq -۱ \mid \sqrt{x+۱}\in R-\{۱\}\}$ $=\{x\geq -۱ \mid x-۱\neq ۱\}=\{x\geq -۱ \mid x\neq ۰\}=[-۱,+\infty)-\{۰\}$

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل اوّل

((ریاضی ۳))

❋❋❋

درس ۳ : تابع وارون

۱	$f(۲)=۳ \to f^{-۱}(۳)=۲$
۲	کافی است که نشان دهیم، $(fog)(x)=x$ و $(gof)(x)=x$ $(fog)(x)=f(g(x))=f(-\frac{۲x+۶}{۷})=-\frac{۷}{۲}(-\frac{۲x+۶}{۷})-۳=\frac{۲x+۶}{۲}-۳=\frac{۲x}{۲}=x$ $(gof)(x)=g(f(x))=g(-\frac{۷}{۲}x-۳)=-\frac{۲(-\frac{۷}{۲}x-۳)+۶}{۷}=-\frac{(-۷x-۶)+۶}{۷}=x$
۳	$y=\sqrt[۳]{x}$
۴	$f(x)=۲x^۳-۱ \xrightarrow{f^{-۱}(۱۵)=\alpha \to f(\alpha)=۱۵} ۲\alpha^۳-۱=۱۵ \to \alpha=۲$
۵	می دانیم که $(fof^{-۱})(x)=x$ ، پس : $(fof^{-۱})(۵)=۵$
۶	تابع $f(x)=x^۲+۴x+۳$ ، یک سهمی است و دامنه‌ی آن ، مجموعه‌ی اعداد حقیقی است. این تابع در دامنه اش یک به یک نیست و وارون پذیر نمی باشد، ولی در بازه‌ی $[-۲,+\infty)$ یک به یک و وارون پذیر است. $f(x)=x^۲+۴x+۳ \to f(x)=(x^۲+۴x+۴)-۱ \to f(x)=(x+۲)^۲-۱$ رأس سهمی $(-۲,-۱)$، می باشد. برد این تابع نیز به شکل $R_f=[-۱,+\infty)$ است. برای تعیین وارون تابع ، به شکل زیر عمل می کنیم. $y=(x+۲)^۲-۱$ $\xrightarrow{x\leftrightarrow y} x=(y+۲)^۲-۱ \to x+۱=(y+۲)^۲ \to \sqrt{x+۱}-۲=y$ $\Rightarrow f^{-۱}(x)=\sqrt{x+۱}-۲$ $D_{f^{-۱}}=R_f=[-۱,+\infty)$
۷	$y=-x^۲-۲ \xrightarrow{x\geq ۰ \quad , \quad x\leftrightarrow y} x=-y^۲-۲$ $\to y^۲=-x-۲ \to y=\sqrt{-x-۲} \to f^{-۱}(x)=\sqrt{-x-۲}$ $-x-۲\geq ۰ \to x+۲\leq ۰ \to x\leq -۲$

	$D_{f^{-1}}=(-\infty,-2]$ توجه : دامنه‌ی تابع f^{-1} برابر برد تابع f در محدوده‌ی تعیین شده است.
۸	$f(x)=\sqrt{x+4}-1 \xrightarrow{x\geq -4} R_f=[-1,+\infty) \to D_{f^{-1}}=R_f=[-1,+\infty)$ $f(x)=\sqrt{x+4}-1 \xrightarrow{x\leftrightarrow y} x=\sqrt{y+4}-1 \to x+1=\sqrt{y+4}$ $\to (x+1)^2=y+4 \to y=(x+1)^2-4 \to f^{-1}(x)=(x+1)^2-4$
۹	درست ؛ زیرا $f(x)=4+\sqrt{x-1} \to D_f=[1,+\infty)\ ,\quad R_f=[4,+\infty)$ $\to D_{f^{-1}}=R_f=[4,+\infty)$ و لذا $D_{(f^{-1}of)}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_{f^{-1}}\}=\{x\geq 1 \mid (4+\sqrt{x-1})\geq 4\}=[1,+\infty)$
۱۰	$(gof)(x)=g(f(x))=g(1+\sqrt{x-2})=(1+\sqrt{x-2})^3-1$ $(gof)^{-1}(x)=2+\sqrt{\sqrt[3]{x+1}-1}$ $(gof)^{-1}(7)=2+\sqrt{\sqrt[3]{7+1}-1}=2+\sqrt{\sqrt[3]{8}-1}=2+\sqrt{2-1}=2+1=3$ روش دوم : $g(x)=x^3-1 \to g^{-1}(x)=\sqrt[3]{x+1} \to g^{-1}(7)=\sqrt[3]{7+1}=2$ $f(x)=1+\sqrt{x-2} \to f^{-1}(x)=(x-1)^2+2 \to f^{-1}(2)=(2-1)^2+2=3$ $(gof)^{-1}(7)=(f^{-1}og^{-1})(7))=f^{-1}(g^{-1}(7))=f^{-1}(2)=3$ روش سوم : قرار می دهیم. $(gof)^{-1}(7)=\alpha$ لذا $(gof)(\alpha)=7$ $(gof)(\alpha)=7 \to g(f(\alpha))=7 \to g(1+\sqrt{\alpha-2})=7$ $\to (1+\sqrt{\alpha-2})^3-1=7 \to (1+\sqrt{\alpha-2})^3=8 \to 1+\sqrt{\alpha-2}=2$ $\to \sqrt{\alpha-2}=1 \to \alpha-2=1 \to \alpha=3$

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل دوّم

((ریاضی۳))

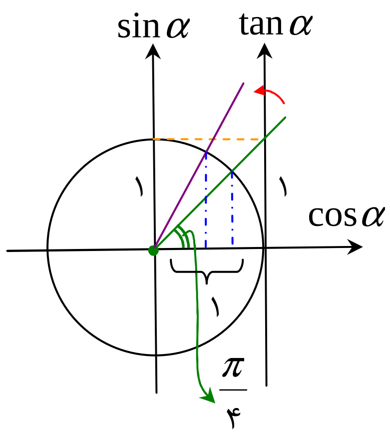
❋❋❋

درس ۱ : توابع متناوب

۱	چون برد تابع $y = a\sin(bx)+c$ بازه‌ی $[-۴,۴]$ است. پس : $\max(f)=۴$ و $\min(f)=-۴$ از طرفی می توان نوشت : $a=\pm\frac{\max(f)-\min(f)}{۲}=\pm\frac{۴-(-۴)}{۲}=\pm۴$ $b=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۲}=\pi$ $c=\frac{\max(f)+\min(f)}{۲}=\frac{۴+(-۴)}{۲}=۰$ پس می توان گفت که این تابع به یکی از شکل های زیر است. $f(x)=۴\sin\pi x$ یا $f(x)=-۴\sin\pi x$
۲	مقدار ماکزیمم $\max(f)=\|a\|+c=۲+۱=۳$ مقدار می نیمم $\min(f)=-\|a\|+c=-۲+۱=-۱$ دوره‌ی تناوب $T=\frac{۲\pi}{\|b\|}=\frac{۲\pi}{۷}$
۳	دوره تناوب $T=\frac{۲\pi}{\|b\|}=\frac{۲\pi}{\pi}=۲$ مقدار ماکزیمم $\max(f)=\|a\|+c=۳+۲=۵$ مقدار می نیمم $\max(f)=-\|a\|+c=-۳+۲=-۱$
۴	دوره تناوب $۲T=\frac{۷\pi}{۲}-(-\frac{\pi}{۲})=۴\pi \rightarrow T=۲\pi$ $b=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۲\pi}=۱$ $c=\frac{M+m}{۲}=\frac{۴+(-۲)}{۲}=۱$

$a=\pm\frac{M-m}{۲}=\pm\frac{۴-(-۲)}{۲}=۳\to a=\pm۳$ در این صورت داریم $y=۳\cos x+۱$ یا $y=-۳\cos x+۱$ که با بررسی نقاط واضح است که پاسخ $y=۳\cos x+۱$ قابل قبول نیست.	
$T=۴\pi-۰=۴\pi\xrightarrow{T=\frac{۲\pi}{\lvert b\rvert}}\frac{۲\pi}{\lvert b\rvert}=۴\pi\to\lvert b\rvert=\frac{۱}{۲}\to b=\pm\frac{۱}{۲}$ $a=\pm\frac{M-m}{۲}=\pm\frac{۳-(-۱)}{۲}=\pm۲\to a=\pm۲$ با توجه به نمودار تابع، مقدار ab باید عددی منفی شود، بنابراین $ab=-۱$ باشد.	۵
$\max(f)=\lvert a\rvert+c=-۱+\sqrt{۳}$ مقدار ماکزیمم $\min(f)=-\lvert a\rvert+c=-(-۱)+\sqrt{۳}=۱+\sqrt{۳}$ مقدار می نیمم $T=\frac{۲\pi}{\lvert b\rvert}=\frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۲}}=۴$ دوره‌ی تناوب	۶
$\max(f)=\lvert a\rvert+c\to ۶=\lvert a\rvert+۳\to\lvert a\rvert=۳$ و $T=\frac{۲\pi}{\lvert b\rvert}=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}}=۴\pi$	۷
الف) $\begin{cases}M=\lvert a\rvert+c\xrightarrow{M=۹}\lvert a\rvert+c=۹\\ m=-\lvert a\rvert+c\xrightarrow{m=۳}-\lvert a\rvert+c=۳\end{cases}\to ۲c=۱۲\to c=۶\to\lvert a\rvert=۹-۶=۳$ ب) $T=\frac{۲\pi}{\lvert b\rvert}=\frac{۲\pi}{۸}=\frac{\pi}{۴}$	۸
$a=\pm\frac{M-m}{۲}\to a=\pm\frac{\frac{۴}{۳}-\frac{۲}{۳}}{۲}=\pm\frac{۱}{۳}$ $c=\frac{M+m}{۲}\to c=\frac{\frac{۴}{۳}+\frac{۲}{۳}}{۲}=۱$ $T=\frac{۲\pi}{\lvert b\rvert}\to\lvert b\rvert=\frac{۲\pi}{T}\xrightarrow{T=۲(\frac{۳\pi}{۴}-\frac{\pi}{۴})=\pi}\lvert b\rvert=\frac{۲\pi}{\pi}=۲$ و لذا تابع $y=a\sin(bx)+c$ به یکی از شکل های زیر خواهد بود. $y=a\sin(bx)+c=\pm\frac{۱}{۳}\sin(۲x)+۱$ توجه کنید که این توابع را با فرض $b=۲$ نوشته شده‌اند و اگر قرار دهیم $b=-۲$ باز همین توابع به دست می آیند.	۹

تابع تانژانت

۱	نادرست، دوره تناوب تابع $y=\tan x$ برابر $T=\pi$ است.
۲	در فاصله‌ی داده شده، هر چه اندازه‌ی زاویه‌ی α از $\frac{\pi}{۴}$ بیشتر شود. مقدار $\tan\alpha$ بسیار بالاتر از یک می شود، در حالی مقدار $\cos\alpha$ به صفر نزدیک می شود. لذا در این فاصله $\tan\alpha > \cos\alpha$ 
۳	نادرست ؛ در این بازه نمی توان صحبت از یکنوایی تابع کرد. زیرا این بازه، شامل نقاطی خارج از دامنه‌ی تابع است.

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل دوّم

((ریاضی۳))

❋❋❋

درس ۲ : روابط مثلثاتی

۱	$\cos^{۲}\alpha=\frac{۱}{۲}(۱+\cos ۲\alpha)\xrightarrow{\alpha=۱۵^\circ}\cos^{۲}(۱۵)=\frac{۱}{۲}(۱+\cos ۲(۱۵))$ $\to\cos^{۲}(۱۵)=\frac{۱}{۲}(۱+\cos(۳۰))$ $\to\cos^{۲}(۱۵)=\frac{۱}{۲}(۱+(\frac{\sqrt{۳}}{۲}))$ $\to\cos^{۲}(۱۵)=\frac{۱}{۲}(\frac{۲+\sqrt{۳}}{۲})$ $\to\cos^{۲}(۱۵)=\frac{۲+\sqrt{۳}}{۴}$ $\to\cos(۱۵)=\frac{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{۲}$
۲	درست ، زیرا ؛ $\cos^{۲}۱۵^\circ-\sin^{۲}۱۵^\circ=\cos(۲\times۱۵)=\cos۳۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۳	$\frac{۱۷}{۲۵}$ ، زیرا؛ $\cos۲\alpha=۱-۲\sin^{۲}\alpha=۱-۲(\frac{۲}{۵})^{۲}=۱-\frac{۸}{۲۵}=\frac{۱۷}{۲۵}$
۴	$\frac{۱}{۴}$ ؛ زیرا $\sin۱۵^\circ\cos۱۵^\circ=\frac{۱}{۲}(۲\sin۱۵^\circ\cos۱۵^\circ)=\frac{۱}{۲}(\sin۳۰^\circ)=\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲})=\frac{۱}{۴}$

معادلات مثلثاتی

۱

روش اول : $k\in Z$

$$\sin 2x=\sin x \to \begin{cases} 2x=2k\pi+x \to x=2k\pi \\ 2x=2k\pi+\pi-x \to 3x=2k\pi+\pi \to x=\dfrac{2k\pi}{3}+\dfrac{\pi}{3} \end{cases}$$

روش دوم : $k\in Z$

$$\sin 2x=\sin x \to \sin 2x-\sin x=0 \to 2\sin x\cos x-\sin x=0$$
$$\to \sin x(2\cos x-1)=0$$
$$\to \begin{cases} \sin x=0 \to x=k\pi \\ 2\cos x-1=0 \to \cos x=\dfrac{1}{2} \xrightarrow{\alpha=\frac{\pi}{3}} \to x=2k\pi\pm\dfrac{\pi}{3} \end{cases}$$

۲

$$2\sin 3x-\sqrt{2}=0 \to \sin 3x=\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\xrightarrow{\alpha=\frac{\pi}{4}} \begin{cases} 3x=2k\pi+\dfrac{\pi}{4} \to x=\dfrac{2k\pi}{3}+\dfrac{\pi}{12} \quad k\in Z \\ 3x=2k\pi+\pi-\dfrac{\pi}{4} \to x=\dfrac{2k\pi}{3}+\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\pi}{12}=x=\dfrac{2k\pi}{3}+\dfrac{\pi}{4} \end{cases}$$

۳

$$(1-2\sin^2 x)-3\sin x+4=0 \to -2\sin^2 x-3\sin x+5=0$$
$$\to \begin{cases} \sin x=-\dfrac{5}{2} \to \times \\ \sin x=1 \to x=2k\pi+\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

۴

$$\sin x=\frac{1}{2} \to \sin x=\sin\frac{\pi}{6} \xrightarrow{k\in Z} \begin{cases} x=2k\pi+\dfrac{\pi}{6} \\ x=2k\pi+\pi-\dfrac{\pi}{6} \end{cases} \to \begin{cases} x=2k\pi+\dfrac{\pi}{6} \\ x=2k\pi+\dfrac{5\pi}{6} \end{cases}$$

۵

$$\cos 2x-\cos x=0 \to \cos 2x=\cos x$$
$$\to 2x=2k\pi\pm x \to \begin{cases} 2x-x=2k\pi \to x=2k\pi \\ 2x+x=2k\pi \to 3x=2k\pi \to x=\dfrac{2k\pi}{3} \end{cases}$$

با انتخاب مقادیر صحیح برای k به سادگی معلوم می شود که $x=\dfrac{2\pi}{3}$ ، تنها جواب این معادله، در بازه‌ی $(0,\pi)$ می باشد.

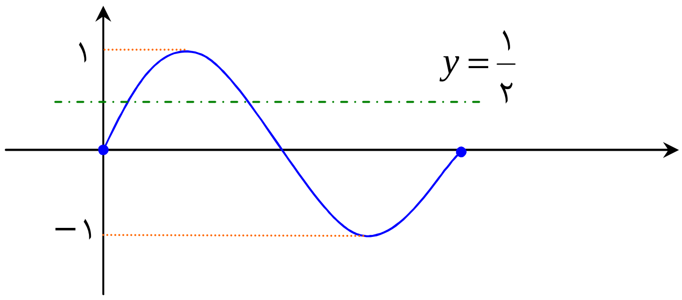
۶

$$\sin x\cos x=\frac{\sqrt{۳}}{۴}\xrightarrow{\times ۲}۲\sin x\cos x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\rightarrow \sin ۲x=\sin\frac{\pi}{۳}$$

$$\xrightarrow{\alpha=\frac{\pi}{۳}}\begin{cases}۲x=۲k\pi+\frac{\pi}{۳}\rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۶}\\ ۲x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۳}\rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۳}\end{cases}\quad ;\quad k\in Z$$

۷

نادرست، خط $y=\frac{۱}{۲}$ ، نمودار تابع $y=\sin x$ را در فاصله‌ی $[۰,۲\pi]$ ، در دو نقطه قطع می کند. به نمودار زیر توجه کنید.



۸

$$۲\sin ۴x=۱\rightarrow \sin ۴x=\frac{۱}{۲}$$

$$\xrightarrow{\alpha=\frac{\pi}{۶}}\begin{cases}۴x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶}\rightarrow x=\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۱۲}\\ ۴x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۶}\rightarrow x=\frac{k\pi}{۲}+\frac{۵\pi}{۱۲}\end{cases}\quad ;\quad k\in Z$$

۹

نادرست؛ بیشمار زاویه وجود دارد که مقدار کسینوس آنها $\frac{۲}{۵}$ است.

۱۰

$$\cos(۲x)=-\frac{۱}{۲}\xrightarrow{\alpha=\pi-\frac{\pi}{۳}=\frac{۲\pi}{۳}}۲x=۲k\pi\pm\frac{۲\pi}{۳}\rightarrow x=k\pi\pm\frac{\pi}{۳}$$

و انتخاب مقدار صحیح برای k نتیجه می شود که جواب های $\frac{\pi}{۳}$ و $\frac{۲\pi}{۳}$ در بازه‌ی $(۰,\pi)$ قرار دارند.

۱۱

$$\cos ۲x-۱۳\cos x-۶=۰\rightarrow ۲\cos^۲ x-۱-۱۳\cos x-۶=۰$$

$$\rightarrow ۲\cos^۲ x-۱۳\cos x-۷=۰\xrightarrow{\Delta=۱۶۹+۵۶=۲۲۵}\cos x=\frac{۱۳\pm ۱۵}{۴}$$

$$\rightarrow \cos x=-\frac{۲}{۴}=-\frac{۱}{۲}\quad ,\quad \cos x=\frac{۲۸}{۴}=۷\ (\text{غیر ممکن})$$

$$\cos x=-\frac{۱}{۲}\xrightarrow{\alpha=\pi-\frac{\pi}{۳}=\frac{۲\pi}{۳}}x=۲k\pi\pm\frac{۲\pi}{۳}\quad (k\in Z)$$

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل سوّم

((ریاضی ۳))

❋❋❋

درس ۱ : تقسیم چند جمله‌ای ها

۱	$x-۳=۰ \to x=۳$ $R=۲(۳)^۲-۵(۳)+۱=۱۸-۱۵+۱=۴$
۲	درست؛ $x-۱=۰ \to x=۱$ $\to P(۱)=۲(۱)^۳-(۱)^۲+۱=۲$
۳	صفر ؛ زیرا $x+۲=۰ \to x=-۲$ $f(-۲)=۲(-۲)^۳+۵(-۲)^۲-۳(-۲)-۱۰=-۱۶+۲۰+۶-۱۰=۰$

حد های مبهم

۱	$\lim\limits_{x\to ۳}\frac{x^۲-۵x+۶}{۲x^۲-۷x+۳}=\lim\limits_{x\to ۳}\frac{(x-۲)(x-۳)}{\frac{۱}{۲}(۲x-۶)(۲x-۱)}=\lim\limits_{x\to ۳}\frac{(x-۲)(x-۳)}{(x-۳)(۲x-۱)}$ $=\lim\limits_{x\to ۳}\frac{x-۲}{۲x-۱}=\frac{۳-۲}{۲(۳)-۱}=\frac{۱}{۵}$
۲	$\lim\limits_{x\to -۳}\frac{x^۲-۹}{x^۲+۳x}=\lim\limits_{x\to -۳}\frac{(x-۳)(x+۳)}{x(x+۳)}=\lim\limits_{x\to -۳}\frac{x-۳}{x}=\frac{-۶}{-۳}=۲$
۳	$\lim\limits_{x\to ۹}\frac{\sqrt{x}-۳}{x-۹}=\lim\limits_{x\to ۹}\frac{\sqrt{x}-۳}{x-۹}\times\frac{\sqrt{x}-۳}{\sqrt{x}-۳}=\lim\limits_{x\to ۹}\frac{x-۹}{x-۹}\times\frac{۱}{\sqrt{x}-۳}=\frac{۱}{\sqrt{۹}-۳}=\frac{۱}{۶}$
۴	$\lim\limits_{x\to ۱}\frac{\sqrt{x}-۱}{x^۲-۱}=\lim\limits_{x\to ۱}\frac{\sqrt{x}-۱}{x^۲-۱}\times\frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}+۱}=\lim\limits_{x\to ۱}\frac{x-۱}{(x-۱)(x+۱)(\sqrt{x}+۱)}$ $=\lim\limits_{x\to ۱}\frac{۱}{(x+۱)(\sqrt{x}+۱)}=\frac{۱}{(۱+۱)(\sqrt{۱}+۱)}=\frac{۱}{۴}$

۵	$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}\times\frac{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}$ $=\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{(\sqrt[3]{x})^3-(1)^3}\times\frac{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}{1}=\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x-1}\times(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)$ $=\lim_{x\to 1}(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)=3$
۶	$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}\times\frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2}$ $=\lim_{x\to 1}\frac{(3x+1)-4}{x-1}\times\frac{1}{\sqrt{3x+1}+2}=\lim_{x\to 1}\frac{3x-3}{x-1}\times\frac{1}{\sqrt{3x+1}+2}$ $=\lim_{x\to 1}\frac{3(x-1)}{x-1}\times\frac{1}{\sqrt{3x+1}+2}=\lim_{x\to 1}3\times\frac{1}{\sqrt{3x+1}+2}=3\times\frac{1}{2+2}=\frac{3}{4}$
۷	$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\times\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}=\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x-1}\times(\sqrt{x}+1)=2$
۸	$\lim_{x\to -1}\frac{x^2+3x+2}{\sqrt[3]{x}+1}=\lim_{x\to -1}\frac{x^2+3x+2}{\sqrt[3]{x}+1}\times\frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}$ $=\lim_{x\to -1}\frac{x^2+3x+2}{\sqrt[3]{x^3}+(1)^3}\times(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(x+2)}{x+1}\times(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)$ $=\lim_{x\to -1}(x+2)\times(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)=1(1+1+1)=3$

همسایگی یک نقطه

۱	درست
۲	بازه‌ی $(-2,0)$، یک همسایگی چپ برای عدد **صفر** است.

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل سوّم

((ریاضی ۳))

❋❋❋

درس ۲ : حد بینهایت و حد در بی نهایت

۱	با توجه به نمودار داده شده، واضح است که الف) $\lim_{x\to -\infty} f(x)=۲$ ب) $\lim_{x\to +\infty} f(x)=۰$ پ) $\lim_{x\to -۱} f(x)=+\infty$ ت) $\lim_{x\to ۱^-} f(x)=-\infty$
۲	$\lim_{x\to ۰}\frac{x+۱}{\sin^۲ x}=\frac{۱}{۰^+}=+\infty$
۳	الف) $\lim_{x\to +\infty} f(x)=-۱$ ب) $\lim_{x\to (-۱)^+} f(x)=+\infty$
۴	الف) $\lim_{x\to (\frac{\pi}{۲})^+}\frac{۱}{\cos x}=\frac{۱}{\cos(\frac{\pi}{۲})^+}=\frac{۱}{۰^-}=-\infty$ ب) $\lim_{x\to -\infty}\frac{۲-x}{۵x+۴}=\lim_{x\to -\infty}\frac{-x}{۵x}=-\frac{۱}{۵}$
۵	الف) $\lim_{x\to (-۱)^+} f(x)=-\infty$ ب) $\lim_{x\to ۲^-} f(x)=+\infty$ پ) $\lim_{x\to -\infty} f(x)=-۲$
۶	$\lim_{x\to +\infty} f(x)=\lim_{x\to +\infty}\frac{۲x^۲}{۳x^۲-۱}=\lim_{x\to +\infty}\frac{۲x^۲}{۳x^۲}=\frac{۲}{۳}$
۷	خیر، وجود ندارد. می دانیم که $[x]-۱=۰\to [x]=۱\to ۱\le x<۲$ $D_f=R-[۱,۲)$ لذا تابع در همسایگی راست $x=۱$ تعریف نشده است. از اینجا نتیجه می شود که $\lim_{x\to ۱^+}\frac{۱}{[x]-۱}$ نمی تواند معنی داشته باشد.
۸	الف) $\lim_{x\to ۰^-}\frac{x-۲}{\lvert\sin x\rvert}=\frac{۰-۲}{\lvert\sin(۰^-)\rvert}=\frac{-۲}{\lvert ۰^-\rvert}=\frac{-۲}{۰^+}=-\infty$

	ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{۳x^{۲}+۴x^{۵}}{x^{۳}-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{۴x^{۵}}{x^{۳}}=\lim\limits_{x\to-\infty}۴x^{۲}=۴(-\infty)^{۲}=+\infty$
۹	با توجه به نمودار داده شده، داریم: الف) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-۳$ ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$
۱۰	$\lim\limits_{x\to۲}\frac{۳}{\|۲-x\|}=\frac{۳}{۰^{+}}=+\infty$
۱۱	الف) $\lim\limits_{x\to۲^{-}}\frac{[x]}{x-۲}=\frac{۱}{۰^{-}}=-\infty$ ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{۱+x-۴x^{۲}}{۳x+x^{۲}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-۴x^{۲}}{x^{۲}}=-۲$
۱۲	الف) $\lim\limits_{x\to۵}\frac{۱}{(x-۵)^{۴}}=\frac{۱}{۰^{+}}=+\infty$ ب) $\lim\limits_{x\to۳^{-}}\frac{۳-[x]}{x-۳}=\lim\limits_{x\to۳^{-}}\frac{۳-۲}{x-۳}=\lim\limits_{x\to۳^{-}}\frac{۱}{x-۳}=\frac{۱}{۳^{-}-۳}=\frac{۱}{۰^{-}}=-\infty$ ج) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-۶x^{۳}+۷x-۹}{۲x^{۳}-۴x^{۲}+x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-۶x^{۳}}{۲x^{۳}}=-۳$
۱۳	الف) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\frac{۱}{x}-۱}{۲-\frac{۳}{x^{۳}}}=\frac{۰-۱}{۲-۰}=-\frac{۱}{۲}$ ب) $\lim\limits_{x\to(-\pi)^{+}}\frac{۱}{\sin x}=\lim\limits_{x\to\pi^{+}}\frac{۱}{-\sin x}=\frac{۱}{۰^{-}}=-\infty$ توجه : $\sin(-\alpha)=-\sin(\alpha)$

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل چهارم

((ریاضی۳))

❊❊❊

درس ۱ : آشنایی با مفهوم مشتق

۱	$m_a > ۰$ و $m_b = ۰$ و $m_c < ۰ \to m_a > m_b > m_c$ لذا گزینه‌ی پ درست است.
۲	الف) A ب) C
۳	الف) معادله‌ی خط گذرا از مبدأ مختصات و نقطه‌ی A را می نویسیم. $y = \frac{۴}{۲}x \to y = ۲x$ $\Rightarrow \lim\limits_{x\to ۲} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} = f'(۲) \xrightarrow{m=۲} f'(۲) = ۲$ ب) $m_A > m_B$
۴	$\lim\limits_{x\to ۲} \frac{f(x)g(x)-۳g(x)}{x-۲} = \lim\limits_{x\to ۲} \frac{f(x)g(x)-f(۲)g(x)}{x-۲}$ $= \lim\limits_{x\to ۲} g(x) \times \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} = \lim\limits_{x\to ۲} g(x) \times \lim\limits_{x\to ۲} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} = ۵ \times f'(۲)$
۵	$f(x) = -x^۲ + ۶x - ۵ \to f(۲) = -(۲)^۲ + ۶(۲) - ۵ = ۳$ لذا مختصات نقطه‌ی تماس به شکل $(۲,۳)$ می باشد. $\to f'(x) = -۲x + ۶$ $f'(۲) = -۲(۲) + ۶ = ۲ \to m = ۲$ **شیب خط مماس** حال چون خط مماس محور طول ها را در نقطه‌ی $(a,۰)$ قطع می کند، شیب خط مماس را نیز به شکل زیر به دست می آوریم. $m = \frac{۰-۳}{a-۲} = -\frac{۳}{a-۲}$ در نهایت دو شیب بدست آمده را برابر هم قرار می دهیم. $-\frac{۳}{a-۲} = ۲ \to ۲a - ۴ = -۳ \to ۲a = ۱ \to a = \frac{۱}{۲}$
۶	فرض کنیم که $y = mx + b$ معادله‌ی خط مماس در نقطه‌ی $x = ۲$ باشد. چون $\lim\limits_{x\to ۲} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} = ۳$ ، پس

	طبق تعریف (شیب خط مماس) $m=۳$ می باشد. حال معادله‌ی خط مماس به صورت $y=۳x+b$ نوشته مـی شـود. اکنون چون خط مماس از نقطه‌ی $A(۲,۴)$ می گذرد، پس : $y=۳x+b \xrightarrow{A(۲,۴)} ۴=۳(۲)+b \to b=-۲$ لذا در نهایت ، معادله‌ی خط مماس به شکل $y=۳x-۲$ خواهد شد.
۷	برای تعیین معادله‌ی خط مماس، لازم شیب خط مماس را داشته باشیم. برای تعیین شیب خط ممـاس از تعریـف مـشتق استفاده می کنیم. $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{۵f(x)-۱۵}{x-۲}=۱۰ \to ۵\lim\limits_{x\to ۲}\frac{f(x)-۳}{x-۲}=۱۰ \to \lim\limits_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}=۲$ $y=mx+b \to \xrightarrow{m=۲} y=۲x+b \xrightarrow{(۲,۳)} ۳=۲(۲)+b \to b=-۱$ لذا معادله‌ی خط مماس به شکل زیر است. $y=۲x-۱$

مشتق تابع در یک نقطه

۱	

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل چهارم

((ریاضی ۳))

❋❋❋

درس ۲ : مشتق پذیری یک تابع در یک نقطه

۱	تابع در نقطه‌ی $x=\circ$ پیوسته بوده و همچنین مشتق راست و چپ تابع در این نقطه برابرند. $f'(x)=\begin{cases} a & x<\circ \\ ۲x+۳ & x\geq \circ \end{cases}$ $f'_{+}(\circ)=۲(\circ)+۳=۳$ و $f'_{-}(\circ)=a$ $\Rightarrow a=۳$
۲	ابتدا تابع را به صورت زیر می نویسیم. $f(x)=\lvert x^{۲}-۱\rvert=\begin{cases} x^{۲}-۱ & x>۱ \\ -(x^{۲}-۱) & -۱\leq x\leq ۱ \\ x^{۲}-۱ & x<-۱ \end{cases}$ اکنون پیوستگی تابع و مشتق های یک طرفه را در نقطه‌ی $x=۱$ بررسی می کنیم. حد راست $\lim\limits_{x\to ۱^{+}} f(x)=(۱)^{۲}-۱=۰$ حد چپ $\lim\limits_{x\to ۱^{-}} f(x)=-(۱)^{۲}+۱=۰$ مقدار $f(۱)=(۱)^{۲}-۱=۰$ مشتق راست $f'_{+}(۱)=\lim\limits_{x\to ۱^{+}}\dfrac{f(x)-f(۱)}{x-۱}=\lim\limits_{x\to ۱^{+}}\dfrac{(x^{۲}-۱)-(۰)}{x-۱}=\lim\limits_{x\to ۱^{+}}(x+۱)=۲$ مشتق چپ $f'_{-}(۱)=\lim\limits_{x\to ۱^{-}}\dfrac{f(x)-f(۱)}{x-۱}=\lim\limits_{x\to ۱^{-}}\dfrac{-(x^{۲}-۱)-(۰)}{x-۱}=\lim\limits_{x\to ۱^{-}}-(x+۱)=-۲$ تابع در نقطه‌ی $x=۱$ پیوسته است ولی چون مشتق های یک طرفه در این نقطه برابر نیستند، لذا تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.
۳	مماس قائم

۴	$f(x)=\lvert x^{۲}-۱\rvert=\begin{cases} x^{۲}-۱ & x>۱ \\ -(x^{۲}-۱) & -۱\leq x\leq ۱ \\ x^{۲}-۱ & x<-۱ \end{cases}$ $f(۱)=-(۱^{۲}-۱)=۰$ $f'_{+}(۱)=\lim_{x\to ۱^{+}}\frac{f(x)-f(۱)}{x-۱}=\lim_{x\to ۱^{+}}\frac{(x^{۲}-۱)-۰}{x-۱}=\lim_{x\to ۱^{+}}\frac{(x-۱)(x+۱)}{x-۱}=۲$ $y=۲(x-۱)+۰\to y=۲x-۲$ معادله‌ی نیم مماس
۵	نادرست
۶	الف) خیر ، زیرا در این نقطه پیوسته نمی باشد. ب) بله، در تمام نقاط بازه‌ی $(-\infty,۲)$ مشتق پذیر است. پ) $x\geq ۲\ ;\ f'_{+}(۲)=\lim_{x\to ۲^{+}}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}=\lim_{x\to ۲^{+}}\frac{(\sqrt{x-۱}+۲)-۳}{x-۲}$ $=\lim_{x\to ۲^{+}}\frac{\sqrt{x-۱}-۱}{x-۲}=\lim_{x\to ۲^{+}}\frac{(\sqrt{x-۱}-۱)(\sqrt{x-۱}+۱)}{(x-۲)(\sqrt{x-۱}+۱)}=\lim_{x\to ۲^{+}}\frac{۱}{\sqrt{x-۱}+۱}=\frac{۱}{۲}$
۷	$f(x)=\lvert x^{۲}-۴\rvert=\begin{cases} x^{۲}-۴ & x\geq ۲\ or\ x\leq -۲ \\ -(x^{۲}-۴) & -۲<x<۲ \end{cases}$ $f(۲)=(x^{۲}-۴)\rvert_{x=۲}=(۲)^{۲}-۴=۰$ $f'_{-}(۲)=\lim_{x\to ۲^{-}}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}=\lim_{x\to ۲^{-}}\frac{-(x^{۲}-۴)-۰}{x-۲}$ $=\lim_{x\to ۲^{-}}\frac{-(x+۲)(x-۲)}{x-۲}=\lim_{x\to ۲^{-}}-(x+۲)=-۴$
۸	نادرست ؛ زیرا مشتق تابع در این نقطه برابر بی نهایت می شود.
۹	ابتدا، پیوستگی تابع را در نقطه‌ی $x=۲$ بررسی می کنیم. برای این کار، حد راست و حد چپ و مقدار تابع را این نقطه، تعیین و مقایسه می کنیم. $f(۲)=۶(۲)-۴=۸$ $\lim_{x\to ۲^{+}}f(x)=۲\sqrt{۲-۱}+۶=۸$ $\lim_{x\to ۲^{-}}f(x)=۲(۲)^{۲}=۸$ پس تابع در نقطه‌ی $x=۲$ ، پیوسته است. اکنون مشتق راست و مشتق چپ را در این نقطه بررسی و مقایسه می کنیم.

	$f'_+(2)=(2\times\frac{1}{2\sqrt{x-1}})\Big\vert_{x=2}=2\times\frac{1}{2\sqrt{2-1}}=1$ $f'_-(2)=(4x)\Big\vert_{x=2}=4\times2=8$ حال چون $f'_+(2)\neq f'_-(2)$ ، لذا تابع f در نقطه‌ی $x=2$ مشتق پذیر نیست.
۱۰	نادرست ؛ زیرا تابع $f(x)=\vert x\vert$ با اینکه در نقطه‌ی $x=0$ پیوسته است، ولی در این نقطه مشتق های راست و چپ آن نابرابرند و لذا در این نقطه و به تبع آن در R مشتق پذیر نیست.

تابع مشتق

۱	$f'(x)=\lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to0}\frac{\frac{1}{x+h}-\frac{1}{x}}{h}=\lim_{h\to0}\frac{\frac{x-(x+h)}{x(x+h)}}{h}$ $=\lim_{h\to0}\frac{\frac{-h}{x(x+h)}}{h}=\lim_{h\to0}\frac{-h}{hx(x+h)}=\lim_{h\to0}\frac{-1}{x(x+h)}=\frac{-1}{x(x+0)}=-\frac{1}{x^2}$

محاسبه‌ی مشتق تابع

۱	$(f\times g)'(2)=f'(2)g(2)+g'(2)f(2)=(5)(8)+(-6)(3)=40-18=22$
۲	کافی است به صورت همزمان فرمول های زیر را بکار بگیریم. $y=\frac{u}{v}\to y'=\frac{u'v-v'u}{v^2}$ $y=\sqrt{u}\to y'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$ $f(x)=\sqrt{\frac{9x-2}{x+1}}\to f'(x)=\frac{\frac{9(x+1)-1(9x-2)}{(x+1)^2}}{2\sqrt{\frac{9x-2}{x+1}}}$
۳	۱۶ ، زیرا مطابق فرمول های مشتق گیری می توان نوشت $(3f+2g)'(1)=3f'(1)+2g'(1)=3(3)+2(5)=6+10=16$
۴	الف) $f(x)=(x^2-\sqrt{x}+1)^4\to f'(x)=4(2x-\frac{1}{2\sqrt{x}})(x^2-\sqrt{x}+1)^3$ برای مشتق گیری از این تابع از فرمول زیر استفاده شد. $y=au^n\to y'=anu'u^{n-1}$ ب) $g(x)=\frac{3x^2+x-1}{2x-3}\to g'(x)=\frac{(6x+1)(2x-3)-(2)(3x^2+x-1)}{(2x-3)^2}$ برای مشتق گیری از این تابع از فرمول زیر استفاده شد.

$$y=\frac{u}{v}\rightarrow y'=\frac{u'v-v'u}{v^{۲}}$$

۵

الف) $f'(x)=\frac{-۲(x+۴)-۱(-۲x+۳)}{(x+۴)^{۲}}$

ب) $g'(x)=\frac{۳}{۲\sqrt{۳x+۱}}(x^{۲}+۲x)+(۲x+۲)(\sqrt{۳x+۱})$

۶

الف) $f(x)=x^{۳}-x\rightarrow f'(x)=۳x^{۲}-۱$

ب) $g'(x)=۳(\frac{۲(x+۱)-۱(۲x-۱)}{(x+۱)^{۲}})(\frac{۲x-۱}{x+۱})^{۲}$

۷

الف) $f'(x)=(\frac{۳}{۲\sqrt{۳x+۲}})(x^{۳}+۴)+(۳x^{۲})(\sqrt{۳x+۲})$

$$y=u.v\rightarrow y'=u'.v+v'.u \quad و \quad y=\sqrt{u}\rightarrow y'=\frac{u'}{۲\sqrt{u}}$$

ب) $g'(x)=\frac{(-۱۴x)(x-۶)-(۱)(-۷x^{۲}+۱)}{(x-۶)^{۲}}$

$$y=\frac{u}{v}\rightarrow y'=\frac{u'.v-v'.u}{v^{۲}}$$

پ) $h'(x)=۴(۱۰x^{۴})(۲x^{۵}-۱)^{۳}$

$$y=u^{n}\rightarrow y'=۲u'u^{n-۱}$$

۸

الف) $f(x)=\frac{(۲x-۱)^{۴}}{x^{۳}+۸}\rightarrow f'(x)=\frac{۴(۲)(۲x-۱)^{۳}(x^{۳}+۸)-۳x^{۲}(۲x-۱)^{۴}}{(x^{۳}+۸)^{۲}}$

$$y=\frac{u}{v}\rightarrow y'=\frac{u'.v-v'.u}{v^{۲}} \quad و \quad y=u^{n}\rightarrow y'=n\,u'u^{n-۱}$$

ب) $g(x)=\sqrt[۳]{۲x+۱}\rightarrow g(x)=\sqrt[۳]{(۲x+۱)^{۱}}\rightarrow g'(x)=\frac{۱(۲)}{۳\sqrt[۳]{(۲x+۱)^{۲}}}$

$$y=\sqrt[n]{u^{m}}\rightarrow y'=\frac{mu'}{m\sqrt[n]{u^{m-n}}}$$

۹

الف) $f'(x)=(\frac{۱}{۲\sqrt{x}})(x^{۴}-۲x)+(۴x^{۳}-۲)(۲\sqrt{x}+۱)$

ب) $g'(x)=\frac{۳(x^{۵}-x+۱)-(۵x^{۴}-۱)(۳x+۱)}{(x^{۵}-x+۱)^{۲}}$

۱۰	به کمک فرمول های مشتق می توان نوشت؛ $f'(x)=۳(۱)(x-۶)^{۲}+\dfrac{۵(\sqrt{۲x-۱})-(\dfrac{۲}{۲\sqrt{۲x-۱}})(۵x+۳)}{(\sqrt{۲x-۱})^{۲}}$
۱۱	$f'(x)=۶\times\dfrac{\dfrac{-۳}{۲\sqrt{۱-۳x}}\times(۷+x)-۱\times\sqrt{۱-۳x}}{(۷+x)^{۲}}\times\left(\dfrac{\sqrt{۱-۳x}}{۷+x}\right)^{۵}$

مشتق تابع مرکب و قاعده‌ی زنجیری

۱	

مشتق پذیری تابع در یک فاصله

۱	نادرست

مشتق مرتبه‌ی دوم تابع در یک نقطه

۱	۶- ؛ زیرا $f(x)=-x^{۳}\rightarrow f'(x)=-۳x^{۲}\rightarrow f''(x)=-۶x$ $\rightarrow f''(۱)=-۶(۱)=-۶$

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل چهارم

((ریاضی۳))

❋❋❋

درس ۳ : آهنگ تغییر

۱	سرعت متوسط $f(۵)=(۵)^۲-(۵)+۱۰=۳۰$ $f(۰)=(۰)^۲-(۰)+۱۰=۱۰$ $\frac{\Delta f}{\Delta t}=\frac{f(۵)-f(۰)}{۵-۰}=\frac{۳۰-۱۰}{۵}=۴$ سرعت لحظه ای $f'(t)=۲t-۱\rightarrow f'(۲)=۲(۲)-۱=۳$
۲	الف) $\frac{\Delta N}{\Delta t}=\frac{۶۰۰-۴۸۰}{۳-۲}=۱۲۰$ ب) زیرا شیب خط مماس بر نمودار تابع به تدریج افقی می شود.
۳	آهنگ متوسط $\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{f(۲۵)-f(۰)}{۲۵-۰}=\frac{۸۵-۵۰}{۲۵}=\frac{۷}{۵}$
۴	الف) $h(۴)=-۴(۴)^۲+۴۰(۴)=-۶۴+۱۶۰=۹۶$ $h(۲)=-۴(۲)^۲+۴۰(۲)=-۱۶+۸۰=۶۴$ سرعت متوسط $\frac{\Delta h}{\Delta t}=\frac{h(۴)-h(۲)}{۴-۲}=\frac{۹۶-۶۴}{۲}=۱۶$ ب) $h'(t)=-۸t+۴۰\xrightarrow{h'(t)=۱۶}-۸t+۴۰=۱۶\rightarrow t=۳$
۵	$f(x)=۲x^۲+۵x+۱\rightarrow f'(x)=۴x+۵\rightarrow f'(۲)=۴(۲)+۵=۱۳$ $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}=\frac{f(۰)-f(-۲)}{۰-(-۲)}=\frac{۱-(-۱)}{۲}=\frac{۲}{۲}=۱$ پس آهنگ تغییر لحظه ای تابع در نقطه‌ی $x=۲$، ۱۳ برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه‌ی $[-۲,۰]$ است.

۶	آهنگ متوسط تغییر $\dfrac{f(2)-f(0)}{2-0}=\dfrac{11-3}{2}=4$ $f'(t)=2t+2$ آهنگ لحظه ای تغییر $f'(t)=4 \to 2t+2=4 \to t=1$
۷	$f(2)=2(2^3)+2-1=17$ $f(1)=2(1^3)+1-1=2$ الف) $\dfrac{f(2)-f(1)}{2-1}=17-2=15$ ب) $f(t)=2t^3+t-1 \to f'(t)=6t^2+1$ $\to f'(2)=6(2)^2+1=25$
۸	الف) آهنگ متوسط تغییر در بازه‌ی $[0,2]$ $=\dfrac{f(2)-f(0)}{2-0}=\dfrac{2-0}{2}=1$ ب) $f(x)=x^2-x \to f'(x)=2x-1$ $\xrightarrow{f'(x)>1} 2x-1>1 \to x>1$
۹	$v(t)=20(1-\dfrac{t}{50})^2 \to \begin{cases} t=0 \to v(0)=20 \\ t=50 \to v(50)=0 \end{cases}$ $\dfrac{v(t_2)-v(t_1)}{t_2-t_1}=\dfrac{v(50)-v(0)}{50-0}=\dfrac{0-20}{50-0}=-\dfrac{2}{5}$ آهنگ متوسط تغییر $v=20(1-\dfrac{t}{50})^2 \to v'=20(2)(-\dfrac{1}{50})(1-\dfrac{t}{50})=-\dfrac{4}{5}(1-\dfrac{t}{50})$ آهنگ لحظه‌ای تغییر از برابری آهنگ متوسط و اهنگ لحظه‌ای داریم: $-\dfrac{4}{5}(1-\dfrac{t}{50})=-\dfrac{2}{5} \xrightarrow{\times\frac{5}{2}} 2(1-\dfrac{t}{50})=1 \to 1-\dfrac{t}{50}=\dfrac{1}{2} \to \dfrac{t}{50}=\dfrac{1}{2} \to t=25$

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل پنجم

((ریاضی۳))

***

درس ۱ : بررسی یکنوایی توابع و تعیین اکسترمم های آن

۱

$$f'(x)=x^{2}-2x-3 \xrightarrow{f'(x)=0} x^{2}-2x-3=0$$
$$\rightarrow (x-3)(x+1)=0 \rightarrow x=3 \ , \quad x=-1$$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{7}{3}$ max	$\searrow$	$-\frac{25}{3}$ min	$\nearrow$	

۲

$$f(x)=x^{3}-12x+4 \rightarrow f'(x)=3x^{2}-12 \xrightarrow{f'(x)=0} x=2 \ , \quad x=-2$$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

تابع در بازه های (۲,∞−) و (۲,+∞) اکیدا صعودی است.

۳

$$f(x)=-2x^{3}+6x+11 \rightarrow f'(x)=-6x^{2}+6 \xrightarrow{f'(x)=0} -6x^{2}+6=0$$
$$\rightarrow -6x^{2}=-6 \rightarrow x^{2}=1 \rightarrow x=\pm 1$$

x		-1		1	
$f'(x)$	$-$.	0	$+$	0	$-$.
$f'(x)$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$

پس تابع در بازه‌ی (۱,۱−) اکیداً صعودی است.

۴

$$f'(x)=۳x^{۲}-۲۷\xrightarrow{f'(x)=۰}۳x^{۲}-۲۷=۰\rightarrow x=\pm ۳$$

x		-۳		۳	
$f'(x)$	$+$		$-$.		$+$

لذا نمودار تابع در بازه های $[۳,+\infty)$ و $(-\infty,-۳]$ اکیداً صعودی است.

نقاط بحرانی

۱

$$y=x^{۳}-۳x+۲\rightarrow y'=۳x^{۲}-۳\xrightarrow{y'=۰}x=۱\ \ ,\ \ x=-۱$$

نقطه‌ی $x=۱$ نقطه‌ی بحرانی است.

$$x=۰\rightarrow y=(۰)^{۳}-۳(۰)+۲=۲\rightarrow A(۰,۲)$$

$x=۱\rightarrow y=(۱)^{۳}-۳(۱)+۲=۰\rightarrow B(۱,۰)$ مینیمم مطلق

$x=۲\rightarrow y=(۲)^{۳}-۳(۲)+۲=۴\rightarrow C(۲,۴)$ ماکزیمم مطلق

۲

درست

۳

$$f'(x)=۳x^{۲}+۲bx\xrightarrow{f'(۲)=۰}۳(۲)^{۲}+۲b(۲)=۰\rightarrow x=-۳$$

$$f(x)=x^{۳}+bx^{۲}+d$$

$$\xrightarrow{f(۲)=۱}۱=(۲)^{۳}+(-۳)(۲)^{۲}+d\rightarrow ۸-۱۲+d=۱\rightarrow d=۵$$

۴

درست ، زیرا در این نقطه یا مشتق برابر صفر است و یا اینکه تابع مشتق پذیر نمی باشد.

۵

$$f'(x)=-۶x^{۲}+۶x+۱۲\xrightarrow{f'(x)=۰}-۶x^{۲}+۶x+۱۲=۰$$

$$\xrightarrow{\div(-۶)}x^{۲}-x-۲=۰\rightarrow (x+۱)(x-۲)=۰\rightarrow x=-۱\ \ ,\ \ x=۲$$

x	$-\infty$		-۱		۲		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-۱۶	$\nearrow$	۱۱	$\searrow$	$-\infty$
			max		min		

۶

با دقت در نمودار داده شده، می توان نوشت:

$x=۳$ طول ماکزیمم نسبی

$x=۱$ طول ماکزیمم مطلق

$x=۲$ طول مینیمم نسبی

$x=۴$ طول مینیمم مطلق

۷

درست ؛ زیرا مشتق تابع در این نقطه یا برابر صفر است و یا وجود ندارد.

۸

$f'(x)=2x^2-x-15 \xrightarrow{f'(x)=0} 2x^2-x-15=0 \rightarrow x=3\ ,\ x=-\frac{5}{2}$

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

اکنون با توجه به جدول فوق، معلوم است که نقطه‌ی $x=-\frac{5}{2}$ ماکزیمم نسبی و نقطه‌ی $x=3$ مینیمم نسبی است.

تهیه کننده : جابرعامری

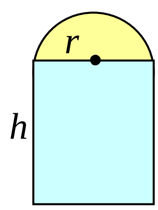
عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل پنجم

((ریاضی۳))

❋❋❋

درس ۲ : بهینه سازی

۱	$۵x-y=۱۰\to y=۵x-۱۰$ تابع حاصل ضرب $P=xy\to P=x(۵x-۱۰)\to P=۵x^۲-۱۰x$ $P'(x)=۱۰x-۱۰\xrightarrow{P'(x)=0}۱۰x-۱۰=۰\to x=۱$ $y=۵x-۱۰\xrightarrow{x=۱}y=۵(۱)-۱۰=-۵$
۲	$V=x(۳۰-۲x)^۲\to V'=(۳۰-۲x)^۲+۲x(-۲)(۳۰-۲x)$ $\xrightarrow{V'=0}(۳۰-۲x)^۲+۲x(-۲)(۳۰-۲x)=0$ $\to(۳۰-۲x)(۳۰-۲x-۴x)=0\to(۳۰-۲x)(۳۰-۶x)=0$ $\to x=۱۵\quad,\quad x=۵$ مقدار $x=۱۵$ قابل قبول است.
۳	$y=۸-x\to S(x)=-x+۸x\xrightarrow{S'(x)=0}-۲x+۸=0\ x=۴$ $\to y=۴$
۴	$x-y=۱۰\to y=x-۱۰$ $p=xy\to p=x(x-۱۰)=x^۲-۱۰x$ $p'=۲x-۱۰\xrightarrow{p'=۰}۲x-۱۰=۰\to x=۵$ $y=x-۱۰=۵-۱۰=-۵$
۵	$۲h+۲r+\pi r=۶\to h=\dfrac{۶-۲r-\pi r}{۲}$ $S=۲rh+\dfrac{۱}{۲}\pi r^۲$ $S(r)=۲r(\dfrac{۶-۲r-\pi r}{۲})+\dfrac{۱}{۲}\pi r^۲=۶r-۲r^۲-\dfrac{۱}{۲}\pi r^۲$ $S'(r)=۶-۴r-\pi r\to r=\dfrac{۶}{۴+\pi}$ 

	$h=\frac{6-r(2-\pi)}{2}=\frac{6-(\frac{6}{4+\pi})(2-\pi)}{2}=\frac{6}{4+\pi}$
۶	ابتدا با شرایط داده شده ، یک تابع تشکیل می دهیم. $y-x=8\rightarrow y=8+x$ $P=xy\rightarrow P=x(8+x)\rightarrow P=8x+x^2$ $P'=8+2x\xrightarrow{P'=0}8+2x=0\rightarrow x=-4$ $\rightarrow\begin{cases}x=-4\\ y=8+x=8+(-4)=4\end{cases}$
۷	کافی است به کمک مفهوم بهینه سازی، اندازه‌ی شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را تعیین کنیم. $v=900\xrightarrow{v=\pi r^2h}\pi r^2h=900\xrightarrow{\pi\cong 3}3r^2h=900\rightarrow h=\frac{300}{r^2}$ مساحت فلز بکار رفته برابر مساحت جانبی، بعلاوه‌ی مساحت یک قاعده‌ی آن است. $S=2\pi rh+\pi r^2\rightarrow S=2(3)(r)(\frac{300}{r^2})+(3)(r^2)$ $\rightarrow S=\frac{1800}{r}+3r^2$ $\rightarrow S'=-\frac{1800}{r^2}+6r\xrightarrow{S'=0}-\frac{1800}{r^2}+6r=0\xrightarrow{\times r^2}-1800+6r^3=0$ $\rightarrow 6r^3=1800\rightarrow r^3=300\rightarrow r=\sqrt[3]{300}$ شعاع قاعده استوانه $h=\frac{300}{r^2}=\frac{300}{(\sqrt[3]{300})^2}=\frac{300}{(\sqrt[3]{300})^2}\times\frac{\sqrt[3]{300}}{\sqrt[3]{300}}=\sqrt[3]{300}$ ارتفاع استوانه
۸	$S(AOB)=\frac{1}{2}xy\rightarrow S(x)=\frac{1}{2}x(12-x^2)=6x-\frac{1}{2}x^3\rightarrow S'(x)=6-\frac{3}{2}x^2$ $\xrightarrow{S'(x)=0}6-\frac{3}{2}x^2=0\rightarrow x=\pm 2\xrightarrow{x>0}x=2$ $\rightarrow S(2)=6(2)-\frac{1}{2}(2)^3=12-4=8\qquad\rightarrow\max(S)=8$
۹	$2x+l=30\rightarrow l=30-2x$ $v=xl^2\rightarrow v(x)=x(30-2x)^2=4x^3-120x^2+900x\quad:\quad x\in(0,15)$ $v'(x)=12x^2-240x+900\xrightarrow{v'(x)=0}12x^2-240x+900=0\rightarrow x=5\ ,\ x=15$ واضح است که مقدار $x=15$ غیرقابل قبول است.

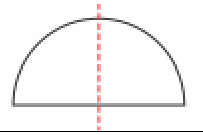
تهیه کننده : جابرعامری

فصل ششم

((ریاضی۳))

❋❋❋

درس ۱ : تفکر تجسمی (دوران و برش)

۱	نادرست، جسم حاصل از دوران یک مستطیل حول طول آن، استوانه است.
۲	نیم کره 
۳	سطح مقطع

مقاطع مخروطی

۱	دایره ؛ در این حالت ، سطح مخروطی حاصل، **دایره** است.
۲	سطح مقطع تشکیل شده ، **سهمی** است.
۴	هذلولی

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل ششم

((ریاضی۳))

❋❋❋

درس ۲ : دایره

۱

نقطه ای روی محیط دایره قرار دارد، هرگاه مختصات آن در معادله‌ی دایره صدق کند. نقطه ای $(۱,۰)$ این ویژگی را دارد.

$$x^{۲}+y^{۲}-۲x+۴y+۱=۰\rightarrow(۱)^{۲}+(۰)^{۲}-۲(۱)+۴(۰)+۱=۰$$

$$\rightarrow ۱+۰-۲+۰+۱=۰\rightarrow ۰=۰$$

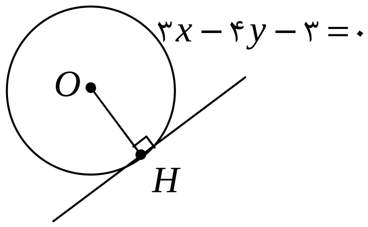
لذا گزینه‌ی ب درست است.

۲

فاصله‌ی مرکز دایره تا خط مماس بر دایره با اندازه‌ی شعاع دایره برابر است:

$$OH=R\rightarrow R=\frac{|a\alpha+b\beta+c|}{\sqrt{a^{۲}+b^{۲}}}$$

$$\rightarrow R=\frac{|۳(۰)-۴(۳)-۳|}{\sqrt{(۳)^{۲}+(-۴)^{۲}}}=\frac{۱۵}{۵}=۳$$



لذا معادله‌ی دایره به شکل زیر خواهد شد.

$$(x-\alpha)^{۲}+(y-\beta)^{۲}=R^{۲}\rightarrow(x-۰)^{۲}+(y-۳)^{۲}=۹$$

۳

$$A:\begin{cases}O(-۱,۲)\\ R_{۱}=۱\end{cases}$$

$$B:x^{۲}+y^{۲}-۲x+۴y+۱=۰\rightarrow\begin{cases}O_{۲}(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲})\rightarrow O_{۲}(۱,-۲)\\ R_{۲}=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^{۲}+b^{۲}-۴c}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۱۶-۴}=۲\end{cases}$$

$d=O_{۱}O_{۲}=\sqrt{(۱+۱)^{۲}+(-۲-۲)^{۲}}=\sqrt{۴+۱۶}=۲\sqrt{۵}$ اندازه‌ی خط المرکزین

$$R_{۱}+R_{۲}=۱+۲=۳$$

$\Rightarrow R_{۱}+R_{۲}<d$ پس دو دایره متخارج هستند.

۴

$O(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲})=(۲,-۱)$ مرکز دایره

اندازه‌ی شعاع دایره $R=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}=3$

ب) خیر ، زیرا $(0)^2+(3)^2+2(3)-4(0)-4\neq 0$

۵

$$\begin{cases}\alpha=-\frac{a}{2}=-\frac{2}{2}=-1\\ \beta=-\frac{b}{2}=-\frac{2}{2}=-1\end{cases}\rightarrow O(-1,-1)$$ مختصات مرکز دایره

اندازه‌ی شعاع دایره $R=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}=\frac{1}{2}\sqrt{(2)^2+(2)^2-4(-8)}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{10}=\sqrt{10}$

۶

$x^2+y^2+2x-4y+1=0\rightarrow O(-1,2)\ ,\ R=\frac{1}{2}\sqrt{4+16-4}=2$

$(x-2)^2+(y+1)^2=m^2\rightarrow O'(2,-1)\ ,\ R'=m$

$OO'=\sqrt{(2+1)^2+(-1-2)^2}=\sqrt{9+9}=3\sqrt{2}$

$OO'=R+R'\rightarrow m+2=3\sqrt{2}\rightarrow m=3\sqrt{2}-2$

$\rightarrow m=3\sqrt{2}-2$

۷

ابتدا با استفاده از معادله‌ی داده شده $(x-2)^2+(y+2)^2=9$، مختصات مرکز و شعاع دایره را تعیین می کنیم.

مختصات مرکز دایره $O(2,-2)$ اندازه‌ی شعاع دایره $R=\sqrt{9}=3$

اکنون فاصله‌ی مرکز دایره را تا خط داده شده، تعیین و با شعاع دایره مقایسه می کنیم.

$$OH=\frac{|a\alpha+b\beta+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|3(2)+(4)(-2)+(0)|}{\sqrt{(3)^2+(4)^2}}=\frac{|6-8|}{\sqrt{25}}=\frac{2}{5}$$

چون اندازه‌ی شعاع دایره بزرگتر از فاصله‌ی مرکز دایره تا خط می باشد، پس خط و دایره متقاطع هستند.

۸

$$\begin{cases}\alpha=-\frac{a}{2}=-\frac{-2}{2}=1\\ \beta=-\frac{b}{2}=-\frac{-6}{2}=3\end{cases}\rightarrow O(1,3)$$ مختصات مرکز دایره

۹

الف) $\alpha=-\frac{a}{2}\xrightarrow{\alpha=1}-\frac{a}{2}=1\rightarrow a=-2$

ب) $R=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}$

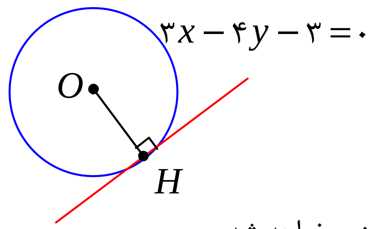
$\rightarrow R=\frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2+(4)^2-4(-4)}=\frac{1}{2}\sqrt{4+16+16}=\frac{1}{2}\sqrt{36}=3$

۱۰

فاصله‌ی مرکز دایره تا خط مماس بر دایره با اندازه‌ی شعاع دایره برابر است:

$$OH=R\rightarrow R=\frac{|a\alpha+b\beta+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\to R=\frac{|3(1)+4(2)-1|}{\sqrt{(3)^2+(4)^2}}=\frac{10}{5}=2$$



لذا معادله‌ی دایره به شکل زیر خواهد شد.

$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=R^2\to(x-1)^2+(y-2)^2=4$$

بیضی

۱

$AA'=2a=8\to a=4$

$FF'=2c=6\to c=3$

$e=\frac{c}{a}=\frac{3}{4}$ خروج از مرکز بیضی

۲

$AA'=10\to 2a=10\to a=5$

$\to A'O=a=5$

$BB'=8\to 2b=8\to b=4$

$\to OB=b=4$

$a^2=b^2+c^2\to 25=16+c^2\to c^2=9\to c=3$

$\to OF=c=3$

$A'F=A'O+OF=a+c=5+3=8$

حال می توان مساحت مثلث $A'BF$ را نیز به شکل زیر به دست آورد.

$S(A'BF)=\frac{1}{2}A'F\times OB=\frac{1}{2}(8)\times(4)=16$ واحد سطح

۳

نادرست، هر چه خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیکتر باشد، شکل بیضی به دایره شبیه تر است.

۴

$a^2=b^2+c^2\to 25=9+c^2\to c^2=16\to c=4\to FF'=2c=8$

۵

$a^2=b^2+c^2\xrightarrow{a=5\ ,\ b=3}c=4\to FF'=2c=8$

۶

$\begin{cases}b=3\\c=4\end{cases}\xrightarrow{a^2=b^2+c^2}a^2=9+16\to a^2=25\to a=5\to 2a=10$ طول قطر بزرگ

$P(MFF')=MF+MF'+FF'=2a+2c=10+8=18$ محیط مثلث MFF'

۷

مرکز بیضی وسط کانون های آن است. پس :

$$\begin{cases}\alpha=\frac{1+1}{2}=1\\ \beta=\frac{5+1}{2}=3\end{cases}\to O(1,3)$$

$FF'=5-1=4$ فاصله‌ی کانونی

قطر کوچک موازی محور عرض ها است و از مرکز بیضی می گذرد، پس معادله‌ی آن $y=3$ است.

$OB'^{۲}=OA^{۲}-OF^{۲}\to OB'^{۲}=(۳)^{۲}-(۲)^{۲}=۵\to OB'=\sqrt{۵}$ $S=\frac{۱}{۲}(OB')(FF')=\frac{۱}{۲}(\sqrt{۵})(۴)=۲\sqrt{۵}$	
$\left.\begin{matrix}A(۱,۶)\\A'(۱,-۲)\end{matrix}\right\}\to AA'=\sqrt{(۱-۱)^{۲}+(-۲-۶)^{۲}}=\sqrt{۶۴}=۸\to ۲a=۸\to a=۴$ $e=\frac{۱}{۲}\to\frac{c}{a}=\frac{۱}{۲}\xrightarrow{a=۴}\frac{c}{۴}=\frac{۱}{۲}\to c=۲$ $FF'=۲c=۲(۲)=۴$ فاصله‌ی کانونی	۸
مرکز بیضی، محل برخورد قطر های آن است، پس مختصات آن می شود $O(۲,-۱)$ ، از طرفی : $AA'=۱۲\xrightarrow{AA'=۲a}۲a=۱۲\to a=۶$ $BB'=۱۲\xrightarrow{BB'=۲b}۲b=۸\to b=۴$ $a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}\to ۳۶=۱۶+c^{۲}\to c^{۲}=۲۰\to c=۲\sqrt{۵}$ بنابراین: $FF'=۲c=۲(۲\sqrt{۵})=۴\sqrt{۵}$ فاصله‌ی کانونی	۹
اگر FF' را فاصله‌ی کانونی و BB' طول قطر کوچک بیضی باشد. در این صورت داریم؛ $FF'=BB'\to ۲c=۲b\to c=b$ $a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}\xrightarrow{b=c}a^{۲}=c^{۲}+c^{۲}\to a^{۲}=۲c^{۲}\to a=\sqrt{۲}c$ $\to e=\frac{c}{a}=\frac{c}{\sqrt{۲}c}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ خروج از مرکز بیضی	۱۰
$e=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\xrightarrow{e=\frac{c}{a}}\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\to c=\frac{\sqrt{۳}}{۲}a$ $BB'=۲b\xrightarrow{BB'=۱۰}۲b=۱۰\to b=۵$ $a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}\to a^{۲}=(۵)^{۲}+(\frac{\sqrt{۳}}{۲}a)^{۲}\to a^{۲}=۲۵+\frac{۳}{۴}a^{۲}$ $\xrightarrow{\times ۴}۴a^{۲}=۱۰۰+۳a^{۲}\to a^{۲}=۱۰۰\to a=۱۰$ $c=\frac{\sqrt{۳}}{۲}a\xrightarrow{a=۱۰}c=\frac{\sqrt{۳}}{۲}(۱۰)=۵\sqrt{۳}$ $FF'=۲c=۲(۵\sqrt{۳})=۱۰\sqrt{۳}$ فاصله‌ی کانونی	۱۱

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل هفتم

((ریاضی۳))

❋❋❋

درس ۱ : یادآوری مفاهیم مرتبط با احتمال

۱	درست، مستقل بودن دو پیشامد A و B معادل با تساوی $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ است.
۲	مستقل؛ تعریف بیان شده ، تعریف دو پیشامد مستقل می باشد.
۳	مستقل

تهیه کننده : جابرعامری

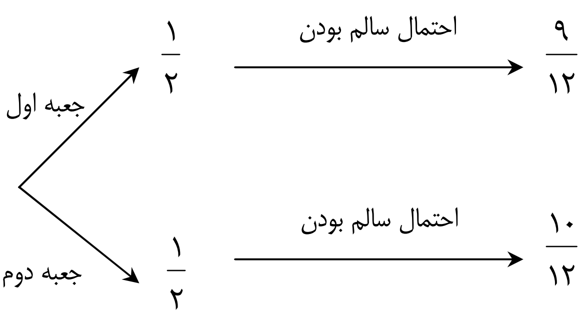
عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل هفتم

((ریاضی۳))

❋❋❋

درس ۲ : احتمال کل

۱	$P(A)=\frac{۶}{۶+۴}\times\frac{۵+۱}{۵+۷+۱}+\frac{۴}{۶+۴}\times\frac{۵}{۵+۷+۱}$ $P(A)=\frac{۶}{۱۰}\times\frac{۶}{۱۳}+\frac{۴}{۱۰}\times\frac{۵}{۱۳}=\frac{۵۶}{۱۳۰}$
۲	$P(A)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۸}{۱۰۰}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۱۰۰}=\frac{۱۱}{۲۰۰}$
۳	به کمک نمودار درختی می توان نوشت: $P(R)=(\frac{۱}{۴}\times\frac{۶}{۱۰})+(\frac{۱}{۴}\times ۱)+(\frac{۱}{۴}\times\frac{۴}{۱۲})+(\frac{۱}{۴}\times ۰)=\frac{۲۹}{۶۰}$
۴	$P(A)=\frac{۵}{۸}\times\frac{۵}{۱۱}+\frac{۳}{۸}\times\frac{۴}{۱۱}=\frac{۲۵}{۸۸}+\frac{۱۲}{۸۸}=\frac{۳۷}{۸۸}$
۵	$\{۱\}$
۶	الف) $P(A)=\frac{۳}{۴}$ و $P(B)=\frac{۱}{۴}$ ب) $P=\frac{۳}{۴}\times\frac{۳۵}{۱۰۰}+\frac{۱}{۴}\times\frac{۱۵}{۱۰۰}=\frac{۱۰۵+۱۵}{۴۰۰}=\frac{۱۲۰}{۴۰۰}=\frac{۳}{۱۰}$
۷	به روش درختی می توان نوشت :  $P(A)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۹}{۱۲}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۱۰}{۱۵}=\frac{۱۷}{۲۴}$
۸	$P(A)=(۰/۴۵)(۰/۰۴)+(۰/۵۵)(۰/۰۶)=۰/۰۵۱$

۹	طبق قانون احتمال کل داریم؛ $P(A)=\frac{۱}{۳}(\frac{۳}{۱۵})+\frac{۱}{۳}(۰)+\frac{۱}{۳}(\frac{۶}{۱۲})=\frac{۱}{۱۵}+\frac{۱}{۶}=\frac{۲+۵}{۳۰}=\frac{۷}{۳۰}$
۱۰	$P(A)=(\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۸})+(\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۴})=\frac{۳}{۱۶}+\frac{۱}{۴}=\frac{۷}{۱۶}$ توجه: فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی هم شانس نیست.

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان