

۳۰۰ سوال احکامی

برای نصاب ۹۷

مهندس بابک سادات

- 1 به ازای کدام مقادیر a معادله $2x^2 + ax + a - \frac{3}{2} = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز است؟ (تجربی ۸۱)
- (۱) $a < 2$ یا $a > 6$ (۲) $a < 2$ یا $a > 4$ (۳) $2 < a < 6$ (۴) $2 < a < 4$
- 2 مجموع ریشه‌های حقیقی معادله $(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0$ کدام است؟ (تجربی ۶۰)
- (۱) ۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) -۴
- 3 خط به معادله $y = mx + 4$ با منحنی به معادله $y = -x^2 + 2x$ هیچ نقطه‌ی مشترک ندارند. مجموعه مقادیر m به کدام صورت است؟ (تجربی ۸۴ قارچ)
- (۱) $m < 0$ (۲) $m > 4$ (۳) $-1 < m < 4$ (۴) $-2 < m < 6$
- 4 ریشه‌های کدام معادله از معکوس ریشه‌های معادله $2x^2 - 3x - 1 = 0$ یک واحد کمتر است؟ (تجربی ۹۴)
- (۱) $x^2 - 3x + 1 = 0$ (۲) $x^2 + 3x + 1 = 0$ (۳) $x^2 - 5x + 2 = 0$ (۴) $x^2 + 5x + 2 = 0$
- 5 اگر هر یک از ریشه‌های معادله $2x^2 + ax + b = 0$ دو برابر معکوس هر ریشه از معادله $4x^2 - 7x + 3 = 0$ باشد، a کدام است؟ (تجربی ۸۴)
- (۱) -۱۴ (۲) -۱۲ (۳) -۸ (۴) -۶
- 6 اگر α و β ریشه‌های معادله $2x^2 - 3x - 4 = 0$ باشند، مجموعه جواب‌های کدام معادله، به صورت $\left\{ \frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$ است؟ (ریاضی ۱۱۰)
- (۱) $4x^2 - 5x + 1 = 0$ (۲) $4x^2 - 3x + 1 = 0$ (۳) $4x^2 - 5x - 1 = 0$ (۴) $4x^2 - 3x - 1 = 0$
- 7 اگر α و β ریشه‌های معادله $4x^2 - 12x + 1 = 0$ باشند، مقدار $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ چقدر است؟
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶
- 8 اگر α و β ریشه‌های معادله $2x^2 - 3x = 1$ باشند، به ازای کدام مقدار k مجموعه جواب‌های معادله $8x^2 + kx - 1 = 0$ به صورت $\{\alpha^2\beta, \alpha\beta^2\}$ است؟ (آرکاشور ۶۰ قارچ)
- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۹
- 9 در معادله $2x^2 + ax + 9 = 0$ یک ریشه دو برابر ریشه‌ی دیگر است. مجموع دو ریشه‌ی مثبت کدام است؟
- (۱) $3/5$ (۲) ۴ (۳) $4/5$ (۴) ۵
- 10 به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، منحنی به معادله $y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 12$ محور x ها را در دو نقطه به طول‌های منفی، قطع می‌کند؟
- (۱) $m > 2$ (۲) $-1 < m < 2$ (۳) هر مقدار m (۴) هیچ مقدار m

1 جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $2\cos^2 x - \cos x - 3 = 0$ کدام است؟

(تقریبی ۱۸)

- (۱) $k\pi$ (۲) $2k\pi + \pi$ (۳) $2k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{4}$

2 جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\sqrt{2}\sin(\frac{\pi}{4} - x) = 1 + \sin(\frac{5\pi}{4} + x)$ کدام است؟

(تقریبی ۱۵)

- (۱) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۲) $2k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۳) $2k\pi - \frac{\pi}{2}$ (۴) $2k\pi + \frac{\pi}{4}$

3 جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $|\sin^2 x + 2\cos x| = 0$ کدام است؟

۹۵ داخل

- (۱) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$ (۴) $k\pi - \frac{\pi}{3}$

4 جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin(\frac{3\pi}{4} + x)$ به کدام صورت است؟

(تقریبی ۹)

- (۱) $\frac{k\pi}{3}$ (۲) $\frac{2k\pi}{3}$ (۳) $2k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

5 جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $(\sin x - \tan x) \tan(\frac{3\pi}{4} - x) = \cos \frac{4\pi}{3}$ ، کدام است؟

(تقریبی ۹۰ خارج)

- (۱) $k\pi - \frac{\pi}{6}$ (۲) $k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

6 جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ ، با شرط $\cos x \neq 0$ کدام است؟

(تقریبی ۹۴ خارج)

- (۱) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{4}$

7 جواب کلی معادله مثلثاتی $2\cos^2 x + 2\sin x \cos x = 1$ به کدام صورت است؟

(تقریبی ۱۳)

- (۱) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{8}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{8}$

8 جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\frac{\cos 2x}{\cos(x + \frac{\pi}{4})} = 0$ به کدام صورت است؟

(تقریبی ۸۱)

- (۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۳) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۴) $k\pi - \frac{\pi}{4}$

9 نمودار تابع $y = -4\cos(\frac{\pi}{4} - 2\pi x)$ روی بازه $[-1, 1]$ در چند نقطه بیشترین مقدار را دارد؟

(تقریبی ۹)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

10 نمودار تابع $y = 3\sin(\frac{\pi}{4} - 2x)$ روی بازه $[-\pi, \frac{3\pi}{4}]$ در چند نقطه محور xها را قطع می‌کند؟

(تقریبی ۹۱ خارج)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

1 جملات دوم و پنجم و دوازدهم از دنباله‌ی حسابی، می‌توانند سه جمله متوالی از دنباله‌ی هندسی باشند، قدرنسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

(تقریب ۳۰) $\frac{5}{3}$ (۱) $\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴)

2 در یک تصاعد عددی جملات سوم و هفتم و نهم می‌توانند، سه جمله‌ی متوالی از تصاعد هندسی باشند. چندمین جمله این تصاعد صفر است؟

(تقریب ۸۸) ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

3 در یک تصاعد عددی جمله‌ی n ام به صورت $a_n = \frac{2}{3}n - 5$ است. مجموع ۱۵ جمله‌ی اول این تصاعد کدام است؟

۹۰ (۱) ۱۰۵ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۳۵ (۴)

4 در یک تصاعد عددی جمله‌ی پنجم برابر ۳ و هر جمله از جمله‌ی ماقبل خود به اندازه‌ی $\frac{1}{3}$ کمتر است. مجموع ۱۰ جمله‌ی اول آن کدام است؟

۲۲/۵ (۱) ۲۵ (۲) ۲۷/۵ (۳) ۳۰ (۴)

5 مجموع تمام اعداد طبیعی بخش‌پذیر بر ۶ که بین دو عدد ۱۰۰ و ۲۰۰ است، کدام است؟

۲۴۲۰ (۱) ۲۴۵۰ (۲) ۲۵۲۰ (۳) ۲۵۵۰ (۴)

6 به ازای یک مقدار x اعداد x ، $12+x$ ، x و $8-x$ ، به ترتیب سه جمله‌ی اول دنباله هندسی نزولی‌اند. حد مجموع جملات این دنباله، کدام است؟

(تقریب ۹۳ خارج) ۱۸ (۱) ۲۱ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴)

7 اگر S_n مجموع n جمله‌ی اول تصاعد هندسی $\frac{a}{\sqrt{3}}, \frac{a}{3}, \frac{a}{3\sqrt{3}}, \dots$ باشد و $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 3$ ، آن‌گاه a کدام است؟

(تقریب ۸۰) $3\sqrt{3}-3$ (۱) $3-\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{3}-1$ (۳) $\sqrt{3}+3$ (۴)

8 مجموع n جمله‌ی اول از یک تصاعد عددی، به صورت $S_n = \frac{n(n-3)}{4}$ است. مجموع جملاتی از این تصاعد که از جمله‌ی بیست و پنجم شروع و به جمله‌ی سی و پنجم ختم شوند، کدام است؟

(تقریب ۸۶ خارج) ۱۳۲ (۱) ۱۴۵ (۲) ۱۴۸ (۳) ۱۵۴ (۴)

9 در یک تصاعد عددی، جمله‌ی هفتم نصف جمله‌ی سوم است. مجموع چند جمله‌ی اول از این تصاعد برابر صفر است؟

(تقریب ۸۸ خارج) ۱۸ (۱) ۱۹ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴)

10 در تصاعد هندسی $1, 2, 4, \dots$ مجموع چهارده جمله‌ی اول چند برابر مجموع هفت جمله‌ی اول آن است؟

(تقریب ۹۰ خارج) ۶۵ (۱) ۶۳ (۲) ۱۲۷ (۳) ۱۲۹ (۴)

11 در بیست جمله‌ی اول از تصاعد عددی، مجموع جملات ردیف فرد ۱۳۵ و مجموع جملات ردیف زوج ۱۵۰ می‌باشد. جمله‌ی اول کدام است؟

(تقریب ۸۵ خارج) صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

12 در یک تصاعد هندسی مجموع سه جمله‌ی متوالی ۱۹ و حاصل ضرب آنها ۲۱۶ می‌باشد. تفاضل کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین این سه عدد کدام است؟

(تقریب ۹۰) ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

13 در یک دنباله‌ی اعداد، $a_1 = 1$ و برای هر $n \geq 2$ داریم: $a_n = 2a_{n-1} + 1$ ، جمله‌ی هشتم این دنباله، کدام است؟

۱۲۷ (۱) ۱۵۹ (۲) ۲۴۷ (۳) ۲۵۵ (۴)

14 در یک دنباله‌ی هندسی نزولی هر جمله‌ی آن، نصف مجموع تمام جملات بعدی است. قدرنسبت آن کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

15 تعداد جملات یک دنباله‌ی هندسی عدد زوج است. اگر مجموع تمام جملات آن ۳ برابر مجموع جملات با ردیف فرد باشد، قدرنسبت آن کدام است؟

(ریاضی ۱۹۴) $\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

16 حاصل عبارت $\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$ به ازای $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ کدام است؟

(ریاضی ۳) ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

17 بین دو عدد ۳۲۴ و ۴، سه عدد چنان درج شده است که پنج عدد حاصل تشکیل یک دنباله‌ی هندسی دهند، مجموع این ۵ عدد مثبت کدام است؟

(ریاضی ۹۱ خارج) ۴۸۲ (۱) ۴۸۴ (۲) ۴۸۶ (۳) ۴۸۸ (۴)

- 1 فاصله‌ی نقطه برخورد تابع نمایی $y = 2^x$ با محور y ها و نقطه برخورد معکوس این تابع نمایی با محور x ها کدام است؟ (تقریبی ۸۲)
- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{2}$
- 2 دامنه‌ی تابع $f(x) = \sqrt{1 - \log(x-1)}$ به کدام صورت است؟ (تقریبی ۸۶ خارج)
- (۱) $(1, 2]$ (۲) $[2, 10]$ (۳) $(1, 11)$ (۴) $(1, 11]$
- 3 اگر $4^a = 2\sqrt{2}$ ، لگاریتم $(4a+1)$ در پایه‌ی ۴ کدام است؟ (تقریبی ۸۸)
- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{2}$
- 4 اگر لگاریتم a در پایه $\sqrt{3}$ برابر $\frac{4}{3}$ باشد، آنگاه لگاریتم $(a^2 + 7)$ در پایه‌ی ۸ کدام است؟ (تقریبی ۸۷)
- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$
- 5 اگر $\log \Delta = 2k$ باشد، $\log \sqrt[3]{1/6}$ کدام است؟ (تقریبی ۹۰ خارج)
- (۱) $1 - 4k$ (۲) $2 - 5k$ (۳) $1 - 2k$ (۴) $1 - k$
- 6 از تساوی $\log_x(x^2 + 4) = 1 + \log_x 5$ مقدار لگاریتم x در پایه ۲، کدام است؟ (تقریبی ۹۰ خارج)
- (۱) -۱ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) ۲
- 7 از معادله لگاریتمی $\log(x^2 - x - 6) - \log(x - 3) = \log(2x - 5)$ مقدار لگاریتم $\sqrt[3]{x+1}$ در پایه ۴ کدام است؟ (تقریبی ۹۵ خارج)
- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۱
- 8 از دو معادله‌ی $\log_3 x + \log_3 y = 2$ و $x^2 + y^2 = 46$ ، لگاریتم $(x+y)$ در پایه‌ی ۴ کدام است؟ (تقریبی ۸۹)
- (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) $2/5$ (۴) ۳
- 9 از معادلات $\log x = \log 2 + \log y$ ، $2^x \times 8^y = 4$ مقدار x کدام است؟ (تقریبی ۹۳)
- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$
- 10 از دو معادله‌ی $\log(x+1) + \log(2y+x^2) = 2$ و $4^x + 2^x = 72$ ، مقدار y کدام است؟ (تقریبی ۹۲ خارج)
- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۱۰
- 11 اگر a و b ریشه‌های معادله $x^2 - 10x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\log a + \log b - \log(a+b)$ کدام است؟ (تقریبی ۸۵ خارج)
- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۱
- 12 اگر $f(x) = \sqrt{3-x}$ و $g(x) = \log_2(x^2 + 2x)$ باشند، دامنه تابع $f \circ g$ ، کدام است؟ (تقریبی ۹۴)
- (۱) $[-4, 2]$ (۲) $[-2, 0]$ (۳) $[-4, -1] \cup (1, 2]$ (۴) $[-4, -2] \cup (0, 2]$
- 13 اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x^2+x+2}}$ و $g(x) = (\frac{1}{4})^x$ باشند، دامنه تابع $f \circ g$ کدام است؟ (تقریبی ۹۴ خارج)
- (۱) $(-\frac{1}{4}, +\infty)$ (۲) $(\frac{1}{4}, +\infty)$ (۳) $(-2, 0)$ (۴) $(-1, \frac{1}{4})$
- 14 بعد از $12/5$ سال سرمایه‌ی یک سرمایه‌گذار c برابر شده است. نرخ سود مشارکت در این سرمایه‌گذاری چند درصد مرکب پیوسته است؟ (تقریبی ۸۴)
- (۱) ۷ (۲) $7/5$ (۳) ۸ (۴) $8/5$
- 15 در شروع یک نوع کشت ۱۴۰۰ باکتری موجود است. تعداد باکتری‌ها پس از t دقیقه به صورت $f(t) = Ae^{0.4t}$ است، پس از چند دقیقه ۷۰۰۰ باکتری موجود است؟ ($\ln 2 = 0.69$) (تقریبی ۹۲)
- (۱) ۲۱ (۲) ۲۸ (۳) ۳۵ (۴) ۴۲
- 16 کارایی یک کارگر عادی، در کارخانه‌ای پس از t ماه، روزانه به تعداد $f(t) = 90 - 40e^{-0.2t}$ واحد است. پس از چند ماه تجربه‌ی کاری، روزانه ۷۰ واحد را کامل می‌کند؟ ($\ln 2 = 0.69$) (تقریبی ۹۴)
- (۱) ۱۷ (۲) ۳۴ (۳) ۵۱ (۴) ۶۸

- 1 اگر $X + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، وارون ماتریس X کدام است؟ (تجربی ۹۱)
- (۱) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$
- 2 اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس معکوس A^T کدام است؟ (تجربی ۸۳)
- (۱) -2 (۲) -1 (۳) 1 (۴) 3
- 3 اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ ، ماتریس $(AB)^{-1}$ کدام است؟ (تجربی ۸۴)
- (۱) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$
- 4 اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس B از معادله $A \cdot B = 2I$ کدام است؟ (تجربی ۹۱ خارج)
- (۱) $\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$
- 5 ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر $A \times B$ ماتریس واحد باشد، مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس B کدام است؟ (تجربی ۹۳)
- (۱) 1 (۲) $1/5$ (۳) 2 (۴) $2/5$
- 6 اگر $A = \begin{bmatrix} 12 & -8 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ باشند، ماتریس $(A - B)^{-1}$ کدام است؟ (تجربی ۸۷ خارج)
- (۱) $\begin{bmatrix} -0/2 & 0/1 \\ 0/3 & 0/2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0/3 & -0/2 \\ 0/2 & 0/4 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0/2 & -0/2 \\ 0/3 & 0/4 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0/2 & 0/2 \\ -0/3 & 0/2 \end{bmatrix}$
- 7 اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس $(2A) \cdot (3A^{-1})$ کدام است؟ (تجربی ۸۷)
- (۱) 12 (۲) 16 (۳) 18 (۴) 26
- 8 اگر $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس A^{-1} کدام است؟ (تجربی ۸۶)
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) 1 (۳) 2 (۴) 4
- 9 به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، معادله‌ی ماتریسی $\begin{bmatrix} a+1 & 2 \\ -1 & a-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 1 \end{bmatrix}$ جواب دارد؟ (تجربی ۸۸)
- (۱) $\{-1, 1\}$ (۲) $\mathbb{R} - \{0, 1\}$ (۳) \emptyset (۴) \mathbb{R}
- 10 به ازای کدام مقدار m ، معادله‌ی ماتریسی $\begin{bmatrix} m & 2 \\ 3 & m+5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m+2 \\ 2 \end{bmatrix}$ جواب ندارد؟ (تجربی ۸۸ خارج)
- (۱) -6 (۲) -3 (۳) 1 (۴) 2
- 11 به ازای کدام مقدار m دستگاه معادلات $\begin{cases} mx + y = m - 1 \\ 3x + (m - 2)y = 4 - 2m \end{cases}$ دارای بیشمار جواب است؟ (تجربی ۹۳)
- (۱) -2 (۲) -1 (۳) 3 (۴) هیچ مقدار m
- 12 دستگاه معادلات $\frac{3x-y}{3} = \frac{5x+y}{1} = \frac{7x+y}{2} = \frac{x-3y}{5}$ چند دسته جواب دارد؟ (تجربی ۸۷)
- (۱) یک (۲) دو (۳) فاقد جواب (۴) بی‌شمار
- 13 به ازای کدام مقدار a ، سه خط به معادلات $y + 3x = a$ ، $2y + ax + 5 = 0$ ، $y + 2x = 0$ متقاربانند؟ (تجربی ۸۸)
- (۱) -1 (۲) 1 (۳) 2 (۴) نشدنی

(تعمیری ۱۳)

از دستگاه معادلات $\begin{cases} \frac{x+y}{2} = \frac{y+z}{3} = z-3 \\ x+y+z=0 \end{cases}$ مقدار y کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۴ (۲)

-۵ (۱)

14

(تعمیری ۱۴ طرح)

از دستگاه معادلات $2x + y - z = 4$ ، $x + 2y + 3z = 13$ و $x + z = 9$ ، مقدار y کدام است؟

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

15

۱۵. اگر $A = \begin{bmatrix} a & -3 \\ 5 & a+2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشند، به ازای کدام مقدار a ماتریس $A + 2B$ وارون پذیر نیست؟

-۳، ۵ (۴)

-۷، ۴ (۳)

-۵، ۷ (۲)

-۷، ۵ (۱)

16

(تجربی ۹۳ تاریخ)

۱ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt{x+6}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{6}$ (۲) $-\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{6}$

(تجربی ۸۳)

۲ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\tan \pi x}{|x^2 - 1|}$ کدام است؟

- (۱) $-\pi$ (۲) $-\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) π

(تیم بی ۷۶)

۳ حد عبارت $\frac{\tan 2x \sqrt{1 - \cos 4x}}{x^2 + x^2}$ وقتی $x \rightarrow 0^+$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) ۶ (۴) $6\sqrt{2}$

(تیم بی ۹۰ تاریخ)

۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

(تجربی ۸۷ تاریخ)

۵ حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{\sin(x - \frac{\pi}{4})}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

(تجربی ۹۳)

۶ حاصل $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{3}{2x^2 + 5x + 2} - \frac{4}{x^2 - 4} \right)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{12}$ (۲) $-\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۴) $\frac{5}{12}$

(تجربی ۸۶)

۷ در بازه $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right]$ همواره $\frac{\sin \pi x}{1-x} \leq f(x) \leq g(x) = \frac{\sin \pi x}{1-x} - g(x) = 0$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ برابر کدام است؟

- (۱) $-\pi$ (۲) ۰ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) π

(تجربی ۸۶ تاریخ)

۸ اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x - 2}}{ax + b} = \frac{1}{2}$ باشد، آنگاه b کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

(تیم بی ۸۶ تاریخ)

۹ حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2 + 9x}}{3x + \sqrt{x}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

(تجربی ۸۴)

۱۰ حد کسر $\frac{x^{m+n} + nx + m}{mx^{n-2} - mx + n - 1}$ با شرط $n > 3$ وقتی $x \rightarrow \infty$ برابر -۲ است. m+n کدام است؟

- (۱) ۳/۵ (۲) ۴ (۳) ۴/۵ (۴) ۵

(تجربی ۸۴)

۱۱ در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{2x + 2}$ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{5}{2}$ باشد، آنگاه حد $f(x)$ وقتی $x \rightarrow -1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{4}$

(تجربی ۹۱)

۱۲ به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 5 & ; x > 2 \\ ax - 1 & ; x \leq 2 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است؟

- (۱) هر مقدار حقیقی a (۲) هیچ مقدار a (۳) فقط -۲ a (۴) فقط ۲ a

13 به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 3x - [x] & ; x < 2 \\ a & ; x = 2 \\ x + 2 & ; x > 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ پیوسته است؟ (تقریبی ۹۲)

(۱) ۴ (۲) ۴/۵ (۳) ۵ (۴) هیچ مقدار a

14 تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 + x - 2|}{x - 1} & ; x \neq 1 \\ a & ; x = 1 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a بر \mathbb{R} پیوسته است؟ (تقریبی ۹۰)

(۱) هر مقدار a (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) هیچ مقدار a

15 تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x - \sqrt{2x}}{2 - x} & ; x \neq 2 \\ a & ; x = 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ پیوسته است؟ (تقریبی ۸۷)

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) ۱

16 تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{2x + |x|} & ; x \neq 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases}$ از نظر پیوستگی در $x = 0$ چگونه است؟ (تقریبی ۸۵)

(۱) از چپ پیوسته - از راست پیوسته
(۲) از چپ پیوسته - از راست ناپیوسته
(۳) از چپ ناپیوسته - از راست پیوسته
(۴) از چپ ناپیوسته - از راست ناپیوسته

17 اگر تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x^3 + x} & ; x \neq 0 \\ a & ; x = 0 \end{cases}$ همواره پیوسته باشد، a کدام است؟ (تقریبی ۸۵ فارغ)

(۱) ۰ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۱ (۴) ۲

18 به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x - \sqrt{\cos x}}{\sin^2 x} & ; x \neq 0 \\ a & ; x = 0 \end{cases}$ در نقطه $x = 0$ پیوسته است؟

(۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) هیچ مقدار a

19 به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x - \sin x}{x^2} & ; x \neq 0 \\ a & ; x = 0 \end{cases}$ در نقطه $x = 0$ پیوسته است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) هیچ مقدار a

20 به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin \frac{\pi}{x}}{x} & ; 1 \leq x \leq 6 \\ a + \cos^2 \frac{\pi x}{36} & ; x > 6 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی بزرگتر از ۱ پیوسته است؟ (تقریبی ۹۴)

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

21 تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} & ; x > 0 \\ a \sin(x + \frac{\pi}{6}) & ; x \leq 0 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a در $x = 0$ پیوسته است؟ (تقریبی ۸۶)

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) هیچ مقدار (۴) هر مقدار a

22 مجموعه طول نقاط ناپیوستگی نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5x^2 - 4x} & ; |x| > 1 \\ 2x - 1 & ; |x| \leq 1 \end{cases}$ کدام است؟ (تقریبی ۸۱)

(۱) $\{-1, 1\}$ (۲) $\{1\}$ (۳) $\{-1\}$ (۴) \emptyset

- 1 اگر $f(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{2x+1}}$ آن گاه $f'(2)$ کدام است؟
 (1) $-0/2$ (2) $-0/1$ (3) $0/1$ (4) $0/2$ (تقریباً 81)
- 2 اگر $f(x) = \sqrt{2 \sin \pi x^2}$ ، آن گاه $f'(\frac{1}{\sqrt{6}})$ کدام است؟
 (1) $\frac{\sqrt{2}}{2} \pi$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{2} \pi$ (3) $\sqrt{2} \pi$ (4) $\sqrt{2} \pi$ (تقریباً 85)
- 3 مشتق $y = \sin^2 \sqrt{2x}$ به ازای $x = \frac{\pi^2}{18}$ ، کدام است؟
 (1) $\frac{9}{8\pi}$ (2) $\frac{9}{4\pi}$ (3) $\frac{27}{8\pi}$ (4) $\frac{27}{4\pi}$ (تقریباً 93)
- 4 مقدار مشتق تابع $y = \cos^2(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{4})$ به ازای $x = \frac{\pi}{3}$ کدام است؟
 (1) $-\frac{1}{4}$ (2) $-\frac{1}{8}$ (3) $\frac{1}{8}$ (4) $\frac{1}{4}$ (تقریباً 97)
- 5 مقدار مشتق عبارت $\sin(e^{2x})$ در $x=0$ کدام است؟
 (1) $2 \cos 1$ (2) $2 \cos 2$ (3) $4 \cos 1$ (4) $4 \cos 2$ (تقریباً 75)
- 6 اندازهی مشتق تابع $y = \ln e^{\sqrt{\sin x}}$ در نقطه‌ای به طول $x = \frac{\pi}{6}$ واقع بر آن، کدام است؟
 (1) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ (2) $\frac{\sqrt{6}}{8}$ (3) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (4) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ (تقریباً 92 شرح)
- 7 مقدار مشتق $\sqrt{1 + \tan^2 \frac{1}{x}}$ به ازای $x = \frac{2}{\pi}$ کدام است؟
 (1) $\frac{-2\pi^2 \sqrt{3}}{9}$ (2) $\frac{-2\pi^2}{9}$ (3) $\frac{2\pi^2}{9}$ (4) $\frac{2\pi^2 \sqrt{3}}{9}$ (تقریباً 96)
- 8 مقدار مشتق تابع $y = \frac{1 + \cos 2x}{\cos 2x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟
 (1) $-\frac{4}{3}$ (2) $-\frac{3}{4}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) $\frac{4}{3}$ (تقریباً 89 شرح)
- 9 اندازه مشتق $y = \frac{1 - \tan 2x}{1 + \tan 2x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{8}$ کدام است؟
 (1) -2 (2) -1 (3) $\frac{1}{2}$ (4) 1 (تقریباً 89)
- 10 مقدار مشتق $\frac{1 - \cos^2 x}{2 - \sin^2 x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟
 (1) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{5}{9}$ (3) $\frac{7}{9}$ (4) $\frac{8}{9}$ (تقریباً 97)
- 11 اگر $f(x) = \begin{cases} x e^{x^2} & ; x \leq 0 \\ \ln(x^2 + 1) & ; x > 0 \end{cases}$ آن گاه $f'(0^+) - f'(0^-)$ کدام است؟
 (1) 0 (2) 1 (3) -1 (4) -2 (تقریباً 93)
- 12 در تابع با ضابطه $f(x) = |x| \cdot [x]$ مقدار $f'_-(0) - f'_+(0)$ کدام است؟
 (1) -1 (2) 0 (3) 1 (4) 2 (تقریباً 87)
- 13 اگر $f(x) = x |\sin \pi x|$ ، مقدار $f'(1^+)$ کدام است؟
 (1) $-\pi$ (2) -1 (3) 1 (4) π (تقریباً 86 شرح)

14 اگر $f(x) = x^3 - [2x^2]x$ باشد، مقدار $f'_+(\sqrt{2}) - f'_-(\sqrt{2})$ ، کدام است؟ (تجربی ۹۴ ج)

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

15 اگر $f(x) = |x-2| + \sqrt{2x}$ حاصل $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x}$ کدام است؟ (تجربی ۸۳)

- (۱) -۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{2}$

۹۵ طرح

16 در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{\frac{4x+5}{x+3}}$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{48}$ (۲) $\frac{5}{24}$ (۳) $\frac{7}{24}$ (۴) $\frac{7}{16}$

۹۵-دانش

17 در تابع با ضابطه $f(x) = \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-2}}\right)^2$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$ ، کدام است؟

- (۱) -۲۱ (۲) -۱۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

18 از رابطه $y = \sin(x-2y) + \sqrt{x-y}$ ، مقدار مشتق y نسبت به x در نقطه $(2, 1)$ کدام است؟ (تجربی ۸۵)

- (۱) $\frac{2}{y}$ (۲) $\frac{2}{y}$ (۳) $\frac{2}{\Delta}$ (۴) $\frac{2}{\Delta}$

19 در تابع ضمنی $4\sqrt{xy} + \frac{1}{y} - 2x = 1$ ، تابع y بر حسب متغیر x منظور شده است. معادله خط مماس بر منحنی آن در نقطه $(4, 1)$ کدام است؟

- (۱) $y+2x=9$ (۲) $2y-x=-2$ (۳) $2y+x=7$ (۴) $2y-x=-1$ (تجربی ۷۴)

20 خط مماس بر منحنی به معادله $\ln(x^2 - y) = \sqrt{y+1} - x$ ، در نقطه $(2, 3)$ نیمساز ناحیه اول را با کدام طول قطع می کند؟ (تجربی ۷۲)

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$

21 خط قائم بر منحنی به معادله $e^{2y} + \ln x + \frac{y}{x} = 1$ در نقطه $(1, 0)$ ، محور y ها را با کدام عرض قطع می کند؟ (تجربی ۷۵ شرح)

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۱

22 عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی به معادله $y = \ln \sqrt{\frac{\sin x}{1 + \cos x}}$ در نقطه $x = \frac{\pi}{4}$ واقع بر آن، کدام است؟ (تجربی ۷۶)

- (۱) $-\frac{\pi}{4}$ (۲) $-\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

23 معادله خط قائم بر منحنی $y = \ln(2x-5)$ ، در نقطه تلاقی آن با محور x ها، کدام است؟ (تجربی ۸۸)

- (۱) $x+2y=2$ (۲) $x-2y=2$ (۳) $2x+y=6$ (۴) $2x-y=6$

24 خط به معادله $y = 2x - 5$ در نقطه ای به طول ۱ بر منحنی به معادله $y = ax^2 + bx + 1$ مماس است. a کدام است؟ (تجربی ۸۷)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

25 در تابع با ضابطه $f(x) = 3x^2 + 4x - 2$ ، تفاضل آهنگ لحظه ای در نقطه $a + \frac{h}{2}$ از آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر x از عدد a به عدد $a+h$ تغییر کند کدام است؟ (تجربی ۸۶ طرح)

- (۱) h (۲) $2h$ (۳) $3h$ (۴) صفر

26 آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 16}$ نسبت به متغیر x روی بازه $[0, 3]$ ، از آهنگ لحظه ای تغییر تابع در $x = \sqrt{2}$ چه قدر کمتر است؟ (تجربی ۸۸)

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{20}$

27 در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر x ، در نقطه $x = 1$ با نمو متغیر 0.21 ، از آهنگ لحظه ای تابع در این نقطه، چقدر کمتر است؟ (تجربی ۸۳)

- (۱) $\frac{1}{42}$ (۲) $\frac{1}{21}$ (۳) $\frac{3}{42}$ (۴) $\frac{2}{21}$

28 در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{x}{x-1}$ آهنگ متوسط از $x_1 = 2$ تا $x_2 = 5$ برابر آهنگ لحظه‌ای آن در $x = \alpha$ کدام است؟ (تقریباً ۶٪ نمره)

- (۴) 4 (۳) 3 (۲) $1 + \sqrt{3}$ (۱) $2/5$

29 در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \sqrt{(2x+6)^2} & ; x > 1 \\ ax+b & ; x \leq 1 \end{cases}$ مقدار $f'(1)$ موجود است. b کدام است؟ (نمره ۹۰ نمره)

- (۴) $1/3$ (۳) $8/3$ (۲) $7/3$ (۱) $4/3$

30 اگر $y = \tan^2(\pi U)$ و $U = x + \sqrt{x}$ مقدار $\frac{dy}{dx}$ به ازای $x = \frac{1}{4}$ کدام است؟ (نمره ۸۸ نمره)

- (۴) 8π (۳) 4π (۲) -4π (۱) -8π

95-راض

31 از نقطه $A(0, 4/5)$ خطی بر منحنی $y = x^2$ عمود شده است. طول پای عمود با علامت مثبت، کدام است؟

- (۴) $2/5$ (۳) $\sqrt{5}$ (۲) 2 (۱) $\sqrt{3}$

32 در نقطه‌ای از منحنی به معادله $x + \sqrt{xy} + y = 12$ خط مماس بر منحنی، عمود بر نیمساز ربع اول است. طول نقطه تماس، کدام است؟ (راض)

- (۴) 6 (۳) 4 (۲) 3 (۱) 2

33 اگر $f'(x) = \frac{1}{x}$ باشد مشتق $f(\sin x)$ نسبت به x برابر است با:

- (۴) $\frac{1}{\cos^2 x}$ (۳) $\tan x$ (۲) $\frac{\sin x}{\cos^2 x}$ (۱) $\cot x$

34 تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{1+|x|}$ در نقطه $x = \alpha$ مشتق ندارد. مقدار $f'_+(\alpha) - f'_-(\alpha)$ کدام است؟

- (۴) تعریف نشده (۳) 1 (۲) $1/2$ (۱) -1

35 از رابطه‌ی $\sqrt[3]{y} - \sin \frac{\pi}{x} = 0$ مقدار $\frac{dy}{dx}$ در نقطه‌ای $x = 3$ کدام است؟ (ساینس ۹۱)

- (۴) $\frac{\pi}{8}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۲) $-\frac{3}{8}$ (۱) $-\frac{\pi}{8}$

36 تابع با ضابطه $f(x) = (x-1)[x]$ در نقطه‌ای با کدام طول پیوسته است ولی مشتق پذیر نیست؟ (ساینس ۹۱)

- (۴) 1 (۳) $\sqrt{2}$ (۲) صفر (۱) -1

37 اگر $f(x) = \frac{x + \sqrt{2x}}{x-1} \cdot \cot \frac{\pi}{x}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$ کدام است؟

- (۴) π (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $-\frac{\pi}{2}$ (۱) $-\pi$

38 اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = \frac{-1}{2}$ مشتق $f(\sqrt{|x|+2})$ در نقطه‌ی $x = -1$ کدام است؟

- (۴) $-\frac{1}{12}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۱) $\frac{1}{6}$

39 اگر تابع $f(x) = (2x^2 + ax + b)(x-1)(x-2)$ در R مشتق پذیر باشد (a, b) کدام است؟

- (۴) $(0, 1)$ (۳) $(-6, 4)$ (۲) $(1, -3)$ (۱) $(1, 2)$

کتاب دروس

40 اگر $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 1| & ; x \leq 0 \\ x^2 - 1 & ; x > 0 \end{cases}$ آن‌گاه دامنه‌ی تابع f' کدام است؟

- (۴) $R - \{-1, 0, 1\}$ (۳) $R - \{-1, 1\}$ (۲) $R - \{-1\}$ (۱) $R - \{-1, 0\}$

- 1 تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 + ax^2 + x$ همواره صعودی است. تغییرات a کدام است؟
 (1) $a \leq a < 2$ (2) $-\sqrt{2} \leq a < 2$ (3) $|a| \leq \sqrt{2}$ (4) $|a| \leq 2$ (تجربی ۸۲)
- 2 منحنی نمایش تابع $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x$ در کدام بازه نزولی و تقعر آن رو به بالا است؟
 (1) $(-1, 1)$ (2) $(-1, 3)$ (3) $(1, 3)$ (4) $(1, \infty)$ (تجربی ۹۱ تاریخ)
- 3 تقعر نمودار تابع $y = (x+2)\sqrt{x}$ در بازه (a, b) رو به پایین است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟
 (1) ۱ (2) ۲ (3) ۳ (4) $+\infty$ (تجربی ۹۲ تاریخ)
- 4 در کدام بازه تقعر منحنی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^{\frac{6}{5}} - 12x^{\frac{1}{5}}$ رو به پایین است؟
 (1) $(-\infty, -8)$ (2) $(-8, 0)$ (3) $(-4, 2)$ (4) $(0, 2)$ (تجربی ۸۶ تاریخ)
- 5 تقعر منحنی به معادله‌ی $y = x^2 + \sqrt{x}$ در کدام بازه رو به پایین است؟
 (1) $(0, \frac{1}{4})$ (2) $(0, \frac{1}{2})$ (3) $(0, 1)$ (4) $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ (تجربی ۸۷ تاریخ)
- 6 مجموعه‌ی طول نقاطی که تقعر منحنی به معادله‌ی $f(x) = (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$ رو به پایین باشد، به کدام صورت است؟
 (1) $(-2, 0)$ (2) $(-1, 2)$ (3) $(0, 1)$ (4) $(0, 2)$ (تجربی ۸۹)
- 7 مجموعه‌ی طول نقاطی که تقعر منحنی به معادله‌ی $y = (x-1)\ln x$ رو به پایین باشد کدام است؟
 (1) $\{x : x > 0\}$ (2) $\{x : x < -1\}$ (3) \emptyset (4) $\{x : 0 < x < 1\}$ (تجربی ۸۹ تاریخ)
- 8 تقعر منحنی به معادله $y = x\sqrt{x^2+2}$ در بازه‌ی $(a, +\infty)$ رو به بالا است. کم‌ترین مقدار a ، کدام است؟
 (1) صفر (2) -۱ (3) ۱ (4) $-\infty$ (تجربی ۹۲ تاریخ)
- 9 در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = a \cos 2x + b \sin x$ اگر نقطه‌ی مینیم آن در $(-\frac{\pi}{6}, -3)$ باشد، a کدام است؟
 (1) -۴ (2) -۲ (3) -۱ (4) ۱ (تجربی ۸۹ تاریخ)
- 10 اگر تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x+a}$ دارای اکسترم نسبی باشد، مقدار a کدام است؟
 (1) $a > 0$ یا $a < -2$ (2) $a > 2$ یا $a < 0$ (3) $-2 < a < 0$ (4) $0 < a < 2$ (تجربی ۸۵ تاریخ)
- 11 فاصله‌ی نقطه‌ی ماکسیم نسبی و یک نقطه‌ی عطف منحنی به معادله‌ی $y = x^3 - 6x^2 + 5$ کدام است؟
 (1) $\sqrt{10}$ (2) $\sqrt{13}$ (3) $\sqrt{17}$ (4) $\sqrt{26}$ (تجربی ۸۳ تاریخ)
- 12 مقادیر ماکزیم و مینیم مطلق تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x$ در بازه $[-4, 3]$ ، کدام است؟
 (1) -18 و 24 (2) -45 و 27 (3) -36 و 27 (4) -27 و 24 (تجربی ۹۵ واضح)
- 13 خط مماس بر منحنی به معادله‌ی $y = x^2 - 2x^2 + 4$ در نقطه‌ی عطف آن، محور x را با کدام طول قطع می‌کند؟
 (1) $\frac{4}{3}$ (2) $\frac{5}{3}$ (3) ۲ (4) ۳ (تجربی ۸۶ تاریخ)
- 14 دو نقطه‌ی عطف نمودار تابع $y = x^2 e^x$ در کدام نواحی مختصات قرار دارند؟
 (1) هر دو در ناحیه دوم (2) هر دو در ناحیه سوم (3) یکی در ناحیه اول و یکی در ناحیه دوم (4) یکی در ناحیه سوم و یکی در ناحیه چهارم (تجربی ۸۴ تاریخ)
- 15 طول نقطه‌ی عطف نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{(2-x)^2}{x}$ کدام است؟
 (1) -۱ (2) صفر (3) ۱ (4) فاقد نقطه‌ی عطف (تجربی ۹۰ تاریخ)
- 16 طول نقطه‌ی عطف منحنی به معادله‌ی $y = \frac{x}{1+|x|}$ کدام است؟
 (1) -۱ (2) صفر (3) ۱ (4) فاقد نقطه عطف (تجربی ۹۰ تاریخ)

17 نقاط بحرانی تابع با ضابطه $f(x) = x^2(x-2)^2$ سه رأس یک مثلث اند. نوع این مثلث کدام است؟ (تجزیه ۸۵)

(۱) متساوی الاضلاع
(۲) متساوی الساقین
(۳) فقط قائم الزاویه
(۴) قائم الزاویه و متساوی الساقین

18 مجموعه‌ی طول‌های نقاط بحرانی تابع با ضابطه $f(x) = (x^2 - 28)\sqrt{x}$ کدام است؟ (تجزیه ۸۳)

(۱) $\{-2, 2\}$
(۲) $\{-\sqrt{7}, \sqrt{7}\}$
(۳) $\{-2, 0, 2\}$
(۴) $\{-7, 0, 1\}$

19 نقطه‌ی بحرانی تابع با ضابطه $f(x) = (x^3 - 3x^2 + 4)^{\frac{1}{3}}$ روی بازه $(-1, 2)$ چگونه است؟ (تجزیه ۸۶ - قارج)

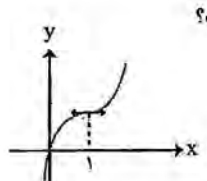
(۱) می‌نیم
(۲) ماکسیم
(۳) عطف
(۴) مشتق‌ناپذیر

20 دو نقطه به طول‌های ۳ و ۵- نقاط بحرانی تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ هستند. مقدار می‌نیم نسبتی این تابع، کدام است؟ (تجزیه ۸۹ - قارج)

(۱) -84
(۲) -81
(۳) -57
(۴) -75

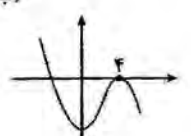
21 شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه $f(x) = ax^3 + bx^2 + 2x$ است. دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟ (تجزیه ۸۵)

(۱) $(-1, 2)$
(۲) $(-1, 3)$
(۳) $(1, -3)$
(۴) $(1, -2)$



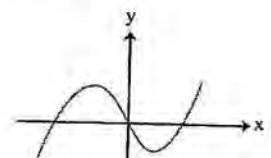
22 شکل رو به رو نمودار تابع به معادله $y = ax^3 + bx^2 - 16$ است. کدام است a ؟ (تجزیه ۸۳ - قارج)

(۱) -1
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{-1}{2}$
(۴) $\frac{-2}{3}$



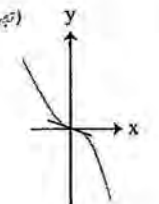
23 شکل مقابل، نمودار تابع $y = \frac{2}{3}x^3 + ax^2 + bx$ است. زوج مرتب (a, b) به کدام صورت می‌تواند باشد؟ (تجزیه ۸۸ - قارج)

(۱) $(-1, -4)$
(۲) $(-1, 4)$
(۳) $(1, -4)$
(۴) $(1, 4)$



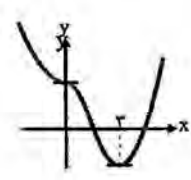
24 شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx$ است. دو تایی (a, b) کدام می‌تواند باشد؟ (تجزیه ۸۵ - قارج)

(۱) $(-1, 0)$
(۲) $(0, -1)$
(۳) $(0, 1)$
(۴) $(1, 0)$



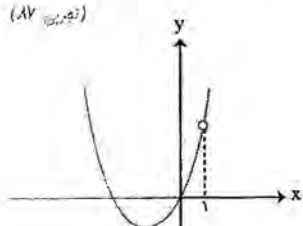
25 شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + ax^3 + bx^2 + 2$ است. $a + b$ کدام است؟ (تجزیه ۹۰)

(۱) -1
(۲) صفر
(۳) 1
(۴) 2

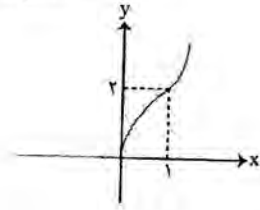


26 شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x^3 + ax + b}{x-1}$ است. دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟ (تجزیه ۸۷)

(۱) $(0, -4)$
(۲) $(-4, 0)$
(۳) $(-2, 1)$
(۴) $(4, 0)$



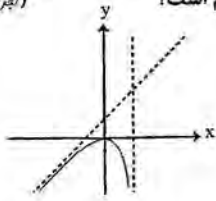
(تقریبی ۹۲ قارج)



شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = ax^{\frac{3}{2}} + bx^{\frac{1}{2}}$ است. مقدار b کدام است؟ 27

- ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)
- ۲ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳)

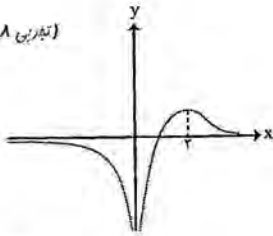
(تقریبی ۸۷ قارج)



شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{x^2 + a}{x + b}$ در بازه‌ی $(-\infty, 1)$ است. دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟ 28

- (۱) $(1, -1)$
- (۲) $(1, 0)$
- (۳) $(0, 1)$
- (۴) $(0, -1)$

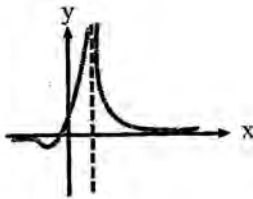
(تقریبی ۸۸ قارج)



شکل مقابل، نمودار تابع $y = \frac{x + b}{x^2 + a}$ است. دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟ 29

- (۱) $(-1, -1)$
- (۲) $(0, -1)$
- (۳) $(0, 1)$
- (۴) $(1, -2)$

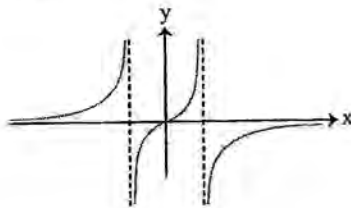
(تقریبی ۹۳)



شکل مقابل نمودار تابع $y = \frac{x + a}{x^2 + bx + 4}$ است. مقادیر a و b چگونه است؟ 30

- (۱) $b = 4, a < 0$
- (۲) $b = -4, a < 0$
- (۳) $b = 4, a > 0$
- (۴) $b = -4, a > 0$

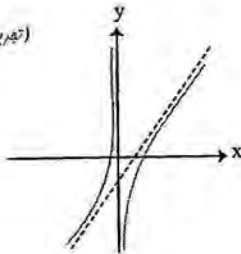
(تقریبی ۹۳ قارج)



شکل روبه‌رو، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x}{ax^2 + bx + 1}$ است. مقادیر a و b چگونه است؟ 31

- (۱) $a < 0, b = 0$
- (۲) $a > 0, b = 0$
- (۳) $a > 0, b = 1$
- (۴) $a < 0, b = 1$

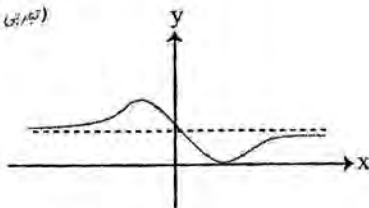
(تقریبی ۹۳ قارج)



شکل مقابل نمودار تابع $y = \frac{x^2 + ax - 2}{x + b}$ است. مقادیر a و b چگونه است؟ 32

- (۱) $b < 0, a < 0$
- (۲) $b > 0, a = 0$
- (۳) $b = 0, a > 0$
- (۴) $b = 0, a < 0$

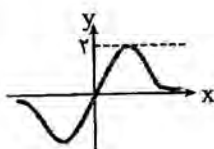
(تقریبی ۹۳)



شکل روبه‌رو، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{x^2 + 4}$ است. کدام $a + b$ است؟ 33

- (۱) -7
- (۲) -6
- (۳) 9
- (۴) 10

(تقریبی ۸۸)

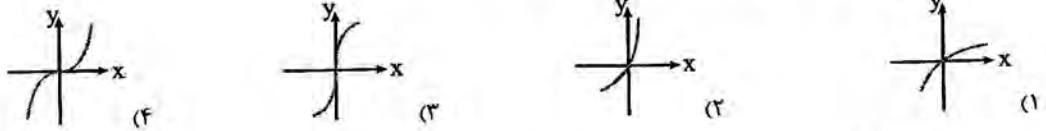


شکل مقابل نمودار با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + 1}$ است. کدام a است؟ 34

- (۱) 1
- (۲) 2
- (۳) 3
- (۴) 4

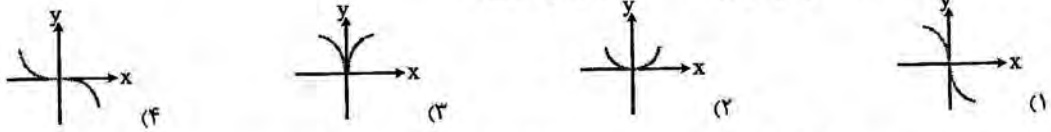
35 نمودار تابع $y = \frac{x^2}{x^2+1}$ در حوالی مبدأ مختصات چگونه است؟

(تقریبی ۹۱)



36 نمودار تابع $y = x^{\frac{1}{5}} - 4x^{\frac{2}{5}}$ در حوالی مبدأ مختصات چگونه است؟

(تقریبی ۹۱ فارغ)

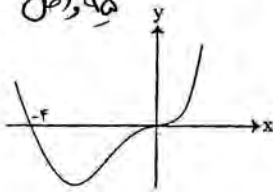


37 نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - x$ در نقطه $x=1$ کدام وضع را با محور x ها دارد؟

(تقریبی ۸۹)



۹۵ (اصل)



38 شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ است. با تعیین مقادیر a و b می‌تیمیم تابع، کدام است؟

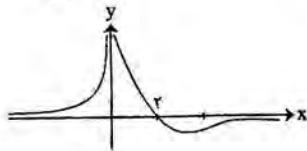
- (۱) -۳۶
- (۲) -۳۲
- (۳) -۲۷
- (۴) -۲۴

۹۵ (پنج)

39 اگر نقطه عطف نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ باشد، آنگاه مقدار $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۵
- (۴) ۶

۹۵ (پنج)



40 شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = \frac{ax+2}{x^2+b}$ است. با تعیین a و b می‌تیمیم نسبی این تابع کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{8}$
- (۲) $-\frac{1}{4}$
- (۳) $-\frac{3}{8}$
- (۴) $-\frac{1}{2}$

1 هر کدام بررسی، اندازه‌ی نمونه برابر با اندازه‌ی جامعه است؟

- (۱) نمونه تصادفی (۲) دسته‌بندی (۳) سرشماری (۴) متغیر کیفی

2 گروه خونی افراد، کدام نوع متغیر است؟

- (۱) کیفی - اسمی (۲) کیفی - ترتیبی (۳) کمی - پیوسته (۴) کمی - گسسته

3 نوع آلاینده‌ی هوا چگونه متغیر است؟

- (۱) کمی گسسته (۲) کمی پیوسته (۳) کیفی اسمی (۴) کیفی ترتیبی (تجربی ۹۱ طرح)

4 جمع آوری داده‌ها به کدام طریق مورد قبول نیست؟

- (۱) مصاحبه (۲) مشاهده (۳) انجام آزمایش (۴) پرسش هدایت‌کننده (تجربی ۹۱)

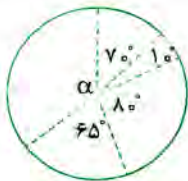
5 در توزیع فراوانی داده‌های پیوسته کدام نمودار مناسب است؟

- (۱) میله‌ای (۲) مستطیلی (۳) دایره‌ای (۴) چندبر فراوانی (تجربی ۹۲)

6 کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده‌های آماری ۳۱ و ۵۲ می‌باشد. این داده‌ها در ۷ طبقه دسته‌بندی می‌شوند. ۳۷ درصد داده‌ها کم‌تر از ۴۰ و ۴۸ درصد آن‌ها بیش‌تر یا مساوی ۴۳ می‌باشند. اگر فراوانی کل ۸۰ باشد، فراوانی دسته‌ی وسط کدام است؟ (تجربی ۹۵)

- (۱) ۹ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۲

7 افراد یک جامعه، به ۵ گروه سنی تقسیم شده‌اند که نمودار دایره‌ای آنها با زاویه مرکزی برحسب درجه رسم شده است. گروه سنی با زاویه مرکزی α ، شامل چند درصد این جامعه است؟ (تجربی ۹۳ طرح)



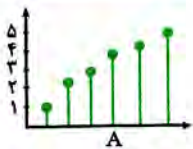
- (۱) ۲۳ (۲) ۳۲/۵ (۳) ۳۶ (۴) ۳۷/۵

8 در یک شرکت دارویی جدول توزیع کارکنان را با نمودار دایره‌ای نشان می‌دهیم زاویه مربوط به کارکنان ارشد، چند درجه است؟ (تجربی ۹۳)

نوع مدرک	دیپلم	کاردانی	کارشناسی	ارشد	دکترا
تعداد	۳۰	۹۰	۱۸۰	۱۲۰	۳۰

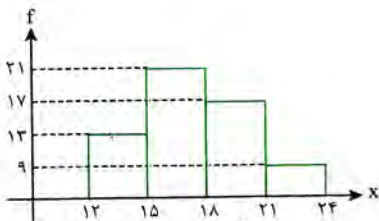
- (۱) ۸۴° (۲) ۹۲° (۳) ۹۶° (۴) ۱۰۵°

9 در مقایسه‌ی سطح زیر کشت غله‌ای در شش استان، نمودار میله‌ای مقابل رسم شده است. در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مرکزی متناظر استان A چند درجه است؟ (قسمت غیرصحیح هر دو میله ۰/۵ است) (تجربی ۹۰)



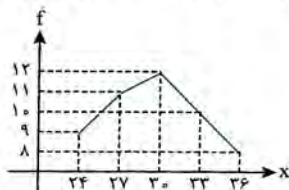
- (۱) ۶۴ (۲) ۷۲ (۳) ۸۰ (۴) ۹۶

10 از داده‌های آماری با نمودار مستطیلی مقابل، سه داده ۱۴ و ۱۶ و ۱۶ حذف شده است. در نمودار دایره‌ای داده‌های جدید، بزرگترین زاویه مرکزی نظیر دسته‌ها، چند درجه است؟ (تجربی ۹۴)



- (۱) ۹۰ (۲) ۱۰۵ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۳۵

11 اگر به داده‌های آماری با نمودار چند بر روبرو، دو داده‌ی ۲۹ و ۳۲ افزوده شود، درصد فراوانی نسبی در دسته‌ی وسط داده‌های جدید کدام است؟ (ریاضی ۹۴)



- (۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵ (۴) ۲۶

12 نمودار ساقه و برگ مقابل درصد نمرات قبولی یک کلاس است. اگر این نمرات به ۵ گروه دسته‌بندی شوند، در نمودار میله‌ای فراوانی نسبی، بلندی میله نظیر داده ۷۷/۵، کدام است؟ (تجربی ۹۳ طرح)

ساقه	برگ
۶	۰ ۲ ۴ ۷ ۹
۷	۲ ۳ ۳ ۵ ۶
۸	۱ ۴ ۵ ۵ ۸
۹	۰ ۱ ۳ ۳ ۵

- (۱) ۰/۱ (۲) ۰/۱۵ (۳) ۰/۲ (۴) ۰/۲۵

داده‌های آماری به صورت ساقه و برگ نشان داده شده‌اند. در نمودار جعبه‌ای، تفاضل میانه از میانگین داده‌های داخل جعبه، کدام است؟ (تجربی ۹۴)

13

ساقه	برگ
۵	۰ ۱ ۱ ۲ ۴ ۴ ۶ ۷ ۹ ۹
۶	۰ ۰ ۲ ۳ ۳ ۵ ۵ ۶
۷	۱ ۱ ۲ ۲ ۴ ۷ ۸

- (۱) صفر
- (۲) ۰/۵
- (۳) ۱
- (۴) ۱/۵

(تجربی ۸۶)

داده‌های آماری با یک رقم اعشار با نمودار ساقه و برگ داده شده‌اند، میانگین آن‌ها کدام است؟

14

ساقه	برگ
۸	۰ ۰ ۱ ۲ ۲ ۵ ۶ ۷
۹	۱ ۱ ۲ ۳ ۳ ۴ ۵ ۵
۱۰	۱ ۱ ۲ ۲

- (۱) ۹/۰۵
- (۲) ۹/۰۶
- (۳) ۹/۰۷
- (۴) ۹/۰۸

(تجربی ۹۲)

در جدول فراوانی تجمعی زیر میانگین داده‌ها، کدام است؟

15

مرکز دسته	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی تجمعی	۸	۲۴	۴۴	۶۸	۸۰

- (۱) ۹/۲
- (۲) ۹/۳
- (۳) ۹/۴
- (۴) ۹/۵

جدول زیر مقادیر انحراف از میانگین داده‌های آماری دسته‌بندی شده را مشخص می‌کند. فراوانی مطلق در دسته‌ی ششم چه قدر است؟

16

(تجربی ۸۵ خارج)

انحراف از میانگین	-۴	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳
فراوانی مطلق	۵	۱۱	۹	۴	۸	X	۳

- (۱) ۱۴
- (۲) ۱۵
- (۳) ۱۶
- (۴) ۱۷

دو نفر در یک آزمایشگاه در ۵ روز متوالی هم‌زمان شروع به کار کردند. امتیازات دقت کاری آنان، مطابق جدول زیر است. دقت کاری کدام بیش تر است؟

17

(تجربی ۸۷)

نفر اول	۷	۹	۸	۹	۷
نفر دوم	۱۰	۸	۶	۷	۹

- (۱) نفر اول
- (۲) نفر دوم
- (۳) یکسان
- (۴) نیاز به اطلاعات بیشتر

اگر داده‌های آماری ۱۱، ۱۵، ۱۷، ۱۶، ۱۴، ۹، ۱۱، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۱۴ را با نمودار جعبه‌ای نشان دهیم، انحراف معیار داده‌های داخل جعبه کدام است؟

18

(تجربی ۸۱)

- (۱) ۱/۱
- (۲) ۱/۲
- (۳) ۱/۲۵
- (۴) ۱/۳

(تجربی ۹۰ خارج)

در جدول فراوانی مقابل واریانس داده‌ها کدام است؟

19

مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴
فراوانی	۴	۳	۹	۷	۲

- (۱) ۱۱/۷۲
- (۲) ۱۱/۹۶
- (۳) ۱۲/۲۴
- (۴) ۱۲/۳۶

(تجربی ۸۶ خارج)

مجموع ۴۰ داده‌ی آماری برابر ۱۰۰ و مجموع مربعات این داده‌ها ۳۴۰ می‌باشد. انحراف معیار کدام است؟

20

- (۱) ۱/۲۵
- (۲) ۱/۵
- (۳) ۲/۲۵
- (۴) ۲/۵

میانگین اضلاع مربع‌هایی برابر ۸ و میانگین مساحت آنها ۶۵/۴۴ می‌باشد. ضریب تغییرات در طول اضلاع این مربع‌ها، کدام است؟ (تجربی ۹۴ خارج)

21

- (۱) ۰/۱۲
- (۲) ۰/۱۵
- (۳) ۰/۲
- (۴) ۰/۲۵

۸ داده‌ی آماری با میانگین ۱۵ و واریانس ۴ مفروض است، اگر دو داده‌ی ۱۲ و ۱۸ به آن‌ها اضافه شود، واریانس ۱۰ داده‌ی حاصل کدام است؟ (تجربی ۸۳)

22

- (۱) ۴
- (۲) ۴/۵
- (۳) ۴/۸
- (۴) ۵

میانگین چند داده برابر ۵۷ است. ابتدا از هر داده ۱۲ واحد کم و سپس داده‌های حاصل را سه برابر کرده‌ایم. میانگین داده‌های نهایی کدام است؟

23

(تجربی ۸۳ خارج)

- (۱) ۴۵
- (۲) ۷۰
- (۳) ۱۳۵
- (۴) ۱۵۹

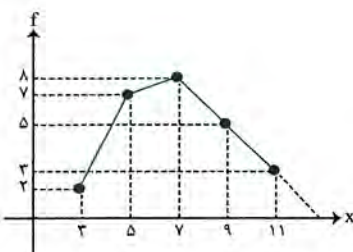
در ۱۵۰ داده‌ی آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هریک از داده‌ها ۳ واحد اضافه می‌کنیم تا داده‌های جدیدی حاصل شود. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟ (تجربی ۹۲)

24

جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟

- (۱) $\frac{7}{9}$
- (۲) $\frac{5}{6}$
- (۳) $\frac{7}{8}$
- (۴) $\frac{8}{9}$

(ریاضی ۹۵)



با توجه به نمودار چند بر فراوانی مقابل، واریانس کل داده‌ها، کدام است؟

25

- (۱) ۴/۵
- (۲) ۴/۸
- (۳) ۴/۹۲
- (۴) ۵/۱۲

ریاضی ۶۵

داده‌های $X_j = 1, 2, 3, 4, 5$ مفروض است. ضریب تغییرات داده‌های $u_j = 12X_j + 6$ کدام است؟ 26

۰/۶ (۴)

۰/۵۲ (۳)

۰/۴۸ (۲)

۰/۴ (۱)

1 از هر یک از مدارس A, B, C, D, E چهار نفر به اردوگاه دانش آموزی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان سه دانش آموز که دو به دو غیر هم مدرسه باشند را انتخاب کرد؟

(تجربی ۹۲)

$$160 \text{ (۱)} \quad 320 \text{ (۲)} \quad 480 \text{ (۳)} \quad 640 \text{ (۴)}$$

2 از بین ۵ دانش آموز تجربی و ۳ دانش آموز ریاضی، به چند طریق می‌توان سه نفر برای کار در آزمایشگاه انتخاب کرد؛ به طوری که لااقل دو نفر از آن‌ها دانش آموز تجربی باشند؟

(تجربی ۹۰ قارج)

$$25 \text{ (۱)} \quad 30 \text{ (۲)} \quad 35 \text{ (۳)} \quad 40 \text{ (۴)}$$

3 تعداد زیرمجموعه‌های سه‌عضوی از مجموعه $\{a, b, c, d, e, f\}$ شامل عضو a کدام است؟

(تجربی ۸۳)

$$8 \text{ (۱)} \quad 10 \text{ (۲)} \quad 12 \text{ (۳)} \quad 15 \text{ (۴)}$$

4 بر روی یک دایره ۸ نقطه‌ی متمایز وجود دارد. تعداد چهارضلعی‌های محدب که هر رأس یک چهارضلعی واقع بر نقاط مفروض باشد کدام است؟

(تجربی ۸۱)

$$56 \text{ (۱)} \quad 68 \text{ (۲)} \quad 70 \text{ (۳)} \quad 72 \text{ (۴)}$$

5 تعداد جایگشت‌های حروف کلمه SYSTEM به طور یکه S‌ها کنار هم نباشند، کدام است؟

(تجربی ۹۳ قارج)

$$120 \text{ (۱)} \quad 180 \text{ (۲)} \quad 240 \text{ (۳)} \quad 360 \text{ (۴)}$$

6 حروف کلمه «LAGRANGE» را با جایگشت‌های مختلف کنار هم قرار می‌دهیم. در چند حالت حروف یکسان کنار هم قرار می‌گیرند؟

(تجربی ۸۴)

$$360 \text{ (۱)} \quad 540 \text{ (۲)} \quad 720 \text{ (۳)} \quad 1440 \text{ (۴)}$$

7 چند عدد چهار رقمی با ارقام متمایز و فرد بزرگ‌تر از ۳۰۰۰ وجود دارد؟

(تجربی ۹۱)

$$72 \text{ (۱)} \quad 84 \text{ (۲)} \quad 96 \text{ (۳)} \quad 108 \text{ (۴)}$$

8 با ارقام متمایز ۱, ۲, ۳, ۴, ..., ۹ به چند طریق می‌توان یک عدد چهار رقمی ساخت، به طوری که فقط یکی از ارقام آن زوج باشد؟ (ریاضی ۹۳ قارج)

$$640 \text{ (۱)} \quad 720 \text{ (۲)} \quad 780 \text{ (۳)} \quad 960 \text{ (۴)}$$

9 در جعبه‌ای ۶ مهره‌ی سفید و ۹ مهره‌ی سیاه موجود است. دو مهره متوالیاً و بدون جای‌گذاری از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال بدون توجه به اولین مهره، دومین مهره خارج شده سفید است؟

(تجربی ۹۲)

$$\frac{5}{14} \text{ (۱)} \quad \frac{3}{7} \text{ (۲)} \quad \frac{2}{5} \text{ (۳)} \quad \frac{3}{5} \text{ (۴)}$$

10 در کیسه‌ای ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره‌ها را به‌طور تصادفی پی در پی و بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره با شماره فرد، متوالیاً خارج نمی‌شوند؟

(تجربی ۹۲)

$$0/1 \text{ (۱)} \quad 0/15 \text{ (۲)} \quad 0/2 \text{ (۳)} \quad 0/25 \text{ (۴)}$$

11 در جعبه‌ای هفت مهره سفید و پنج مهره سیاه و دو مهره قرمز موجود است به تصادف چهار مهره از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال یک مهره قرمز و حداقل دو مهره سفید خارج می‌شود؟

(تجربی ۹۳ قارج)

$$\frac{30}{91} \text{ (۱)} \quad \frac{25}{77} \text{ (۲)} \quad \frac{40}{143} \text{ (۳)} \quad \frac{50}{143} \text{ (۴)}$$

12 ظرف A دارای ۴ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه است و هر یک از دو ظرف یکسان B و C دارای ۶ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه است. به تصادف یکی از سه ظرف را انتخاب کرده و ۴ مهره از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره از مهره‌های خارج شده سفید است؟

(تجربی ۹۳)

$$\frac{26}{63} \text{ (۱)} \quad \frac{10}{21} \text{ (۲)} \quad \frac{25}{63} \text{ (۳)} \quad \frac{11}{21} \text{ (۴)}$$

13 در یک خانواده‌ی ۴ فرزند با کدام احتمال ۲ فرزند پسر یا ۳ فرزند دختر است؟

(تجربی ۹۰)

$$\frac{3}{8} \text{ (۱)} \quad \frac{9}{16} \text{ (۲)} \quad \frac{5}{8} \text{ (۳)} \quad \frac{3}{4} \text{ (۴)}$$

14 حروف کلمه‌ی ATAXIA را بریده به‌طور تصادفی کنار هم قرار می‌دهیم با کدام احتمال هر سه حرف A کنار هم قرار می‌گیرند؟

(تجربی ۸۹)

$$\frac{1}{6} \text{ (۱)} \quad \frac{1}{5} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{4} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{3} \text{ (۴)}$$

15 چهار رقم ۱، ۲، ۳ و ۰ را به تصادف در کنار هم قرار می‌دهیم تا عددی چهار رقمی حاصل شود با کدام احتمال یک عدد چهار رقمی مضرب ۶ حاصل می‌شود؟

(تجربی ۸۹ قارج)

$$\frac{1}{3} \text{ (۱)} \quad \frac{5}{12} \text{ (۲)} \quad \frac{4}{9} \text{ (۳)} \quad \frac{5}{9} \text{ (۴)}$$

16 در پرتاب دو سکه و یک تاس با هم، احتمال این که حداقل یک سکه رو و عدد تاس مضرب ۳ باشد، کدام است؟

(تجربی ۹۱ قارج)

$$\frac{1}{12} \text{ (۱)} \quad \frac{1}{6} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{4} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{3} \text{ (۴)}$$

(تجربی ۹۲)

17 دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده، مضرب ۴ است؟

$$\frac{5}{12} \text{ (۴)} \quad \frac{1}{4} \text{ (۳)} \quad \frac{5}{18} \text{ (۲)} \quad \frac{2}{9} \text{ (۱)}$$

18 در گروه زنان ساکن یک روستا ۶۰ درصد آنان تحصیلات ابتدایی و ۲۵ درصد از آنان مهارت قالی بافی دارند. اگر یک فرد از این گروه انتخاب شود، با کدام احتمال این فرد تحصیلات ابتدایی یا مهارت قالی بافی دارد؟

(تجربی ۹۰)

$$0.185 \text{ (۴)} \quad 0.18 \text{ (۳)} \quad 0.175 \text{ (۲)} \quad 0.17 \text{ (۱)}$$

(تجربی ۹۳ قارج)

19 چهار دانش آموز یک کلاس که بر یک نیمکت نشسته باشند. با کدام احتمال ماه تولد حداقل دو نفر آنان یکسان است؟

$$\frac{55}{96} \text{ (۴)} \quad \frac{23}{48} \text{ (۳)} \quad \frac{41}{96} \text{ (۲)} \quad \frac{19}{48} \text{ (۱)}$$

(تجربی ۸۷)

20 در یک خانواده‌ی سه فرزندی می‌دانیم اول آن‌ها دختر است. با کدام احتمال لااقل یکی از فرزندان پسر است؟

$$\frac{3}{4} \text{ (۴)} \quad \frac{5}{8} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{2} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{3} \text{ (۱)}$$

(تجربی ۸۹ قارج)

21 در یک خانواده‌ی سه فرزندی، می‌دانیم یکی از فرزندان دختر است. با کدام احتمال دو فرزند دیگر، پسر است؟

$$\frac{5}{8} \text{ (۴)} \quad \frac{4}{7} \text{ (۳)} \quad \frac{3}{7} \text{ (۲)} \quad \frac{3}{8} \text{ (۱)}$$

(تجربی ۸۸ قارج)

22 ۵۵ درصد دانشجویان سال اول، دختر و بقیه پسر هستند. ۶۰ درصد دختران و ۶۴ درصد پسران، تمام واحدهای درسی خود را گذرانده‌اند. چند درصد از کل دانشجویان، تمام واحدهای درسی را گذرانده‌اند؟

$$62/8 \text{ (۴)} \quad 62/4 \text{ (۳)} \quad 61/8 \text{ (۲)} \quad 61/4 \text{ (۱)}$$

(تجربی ۸۳)

23 انتقال نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزندان پسر ۱۰ درصد و به فرزند دختر ۶ درصد است. با کدام احتمال فرزندی که به دنیا می‌آید این نوع بیماری را ندارد؟

$$0.94 \text{ (۴)} \quad 0.93 \text{ (۳)} \quad 0.92 \text{ (۲)} \quad 0.91 \text{ (۱)}$$

(تجربی ۸۵)

24 آزمایشی فقط دو نتیجه‌ی شکست و پیروزی دارد. احتمال پیروزی $\frac{3}{4}$ است و X تعداد پیروزی‌ها در ۱۶ بار تکرار این آزمایش است. $P(0 \leq X \leq 16)$ کدام است؟

$$1 \text{ (۴)} \quad 2 \binom{16}{8} \left(\frac{3}{4}\right)^8 \text{ (۳)} \quad 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{16} \text{ (۲)} \quad \left(\frac{3}{4}\right)^{16} \text{ (۱)}$$

(سراسری ۹۱)

25 در آزمایشگاهی ۶ موش سیاه و ۴ موش سفید موجود است. به‌طور تصادفی ۲ موش از بین آن‌ها خارج می‌کنیم. X تعداد موش‌های سفید خارج شده است. بیش‌ترین مقدار در توزیع احتمال آن کدام است؟

$$\frac{3}{8} \text{ (۴)} \quad \frac{8}{15} \text{ (۳)} \quad \frac{7}{15} \text{ (۲)} \quad \frac{2}{5} \text{ (۱)}$$

(تجربی ۹۳)

26 احتمال انتقال نوعی بیماری مسری به افراد مستعد ۰/۲ است. اگر پنج نفر مستعد، با فردی که حامل این بیماری است ملاقات کنند با کدام احتمال سه نفر آنان مبتلا می‌شوند؟

$$0.2048 \text{ (۴)} \quad 0.1024 \text{ (۳)} \quad 0.0512 \text{ (۲)} \quad 0.0256 \text{ (۱)}$$

(تجربی ۹۲)

27 دانش‌آموزی به ۵ پرسش ۵ گزینه‌ای به تصادف پاسخ می‌دهد. با کدام احتمال فقط به ۳ پرسش پاسخ صحیح داده است؟

$$0.0768 \text{ (۴)} \quad 0.0625 \text{ (۳)} \quad 0.0512 \text{ (۲)} \quad 0.0256 \text{ (۱)}$$

28 به‌طور متوسط از هر ۱۰ مشتری مراجعه‌کننده به فروشگاه ۶ نفر خرید می‌کنند. در فاصله‌ی زمانی معین ۴ مشتری به این فروشگاه مراجعه می‌کنند؛ با کدام احتمال فقط ۳ نفر از آن‌ها خرید می‌کنند؟

(تجربی ۹۰ قارج)

$$0.3654 \text{ (۴)} \quad 0.3456 \text{ (۳)} \quad 0.3282 \text{ (۲)} \quad 0.3172 \text{ (۱)}$$

29 پدر و مادری هر یک دارای یک ژن رنگ چشم مغلوب (b) و یک ژن رنگ چشم غالب (B) اند و $p(B) = 3p(b)$. اگر این پدر و مادر دارای سه فرزند باشند با کدام احتمال فقط یکی از فرزندان دارای ژن رنگ چشم مغلوب است؟

(تجربی ۸۶ قارج)

$$\frac{9}{16} \text{ (۴)} \quad \frac{27}{64} \text{ (۳)} \quad \frac{9}{32} \text{ (۲)} \quad \frac{9}{64} \text{ (۱)}$$

30 در پرتاب یک سکه، اگر «رو» بیاید یک تیرانداز مجاز است ۵ تیر رها کند، اگر «پشت» بیاید، ۳ تیر رها می‌کند. می‌دانیم احتمال اصابت هر تیر رها شده $\frac{2}{5}$ است. با کدام احتمال فقط ۱ تیر اصابت می‌کند؟

(تجربی ۹۴ قارج)

$$\frac{138}{625} \text{ (۴)} \quad \frac{132}{625} \text{ (۳)} \quad \frac{114}{625} \text{ (۲)} \quad \frac{96}{625} \text{ (۱)}$$

31 هر یک از ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است، به تصادف سه کارت از آن‌ها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد سه رقمی حاصل مضرب ۳ می‌باشد؟

(تجربی ۹۵)

$$0.6 \text{ (۴)} \quad 0.5 \text{ (۳)} \quad 0.4 \text{ (۲)} \quad 0.3 \text{ (۱)}$$

32 در کیسه‌ای ۵ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه و ۳ مهره‌ی آبی وجود دارد. سه مهره به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال رنگ مهره‌های خارج شده، متفاوت است؟

$$\frac{4}{11} \text{ (۴)} \quad \frac{7}{22} \text{ (۳)} \quad \frac{3}{11} \text{ (۲)} \quad \frac{5}{22} \text{ (۱)}$$

(تجربی ۸۳)

مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $\frac{1}{x-1} > \frac{1}{x-3}$ به کدام صورت است؟

- (۱) $x < 3$ (۲) $1 < x < 3$ (۳) $2 < x < 3$ (۴) $-2 < x < 3$

1

(تجربی ۹۳)

اگر نمودار تابع $f(x) = a(b)^x - 1$ از دو نقطه $A(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ و $B(1, 1)$ بگذرد، $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

2

(تجربی ۸۵ قارج)

رابطه‌ی $\{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$ به ازای کدام مقدار m یک تابع است؟

- (۱) -2 (۲) -1 (۳) 2 (۴) هیچ مقدار m

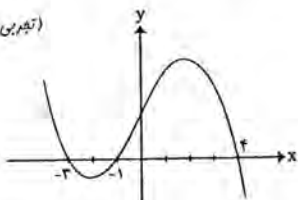
3

نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 + ax + b$ و خط به معادله‌ی $y + 2x = b$ در نقطه‌ای به طول ۱ روی محور x ها متقاطع‌اند. طول‌های دو نقطه‌ی تقاطع دیگر این منحنی و خط، کدام است؟

- (۱) 2 و -1 (۲) 3 و -1 (۳) -1 و 0 (۴) 2 و 0

4

(تجربی ۹۴ قارج)



شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = f(x-2)$ است. دامنه تابع با ضابطه $\sqrt{xf(x)}$ ، کدام است؟

- (۱) $[-1, 1] \cup [0, 6]$
 (۲) $[-3, 1] \cup [0, 2]$
 (۳) $[-5, -3] \cup [-1, 2]$
 (۴) $[-5, -3] \cup [0, 2]$

5

(تجربی ۹۲)

- (۱) $[0, 2]$ (۲) $[0, 3]$ (۳) $[1, 2]$ (۴) $[1, 3]$

6

اگر $f(x) = x^2 + 3x$ و $g(x) = -\frac{1}{2}x + 2$ ، مجموعه طول نقاطی از منحنی تابع $g \circ f$ که در بالای محور x ها قرار گیرد برابر کدام بازه است؟

- (۱) $(-4, 1)$ (۲) $(-3, 2)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(4, -1)$

(تجربی ۹۱)

7

اگر توابع f و g به‌عنوان ماشین به‌صورت $x \xrightarrow{f} \boxed{f} \xrightarrow{g} \boxed{g} \xrightarrow{2x}$ باشند و $g(x) = 3x + 4$ ، مقدار $f(5)$ کدام است؟

(تجربی ۹۱ قارج)

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

8

(تجربی ۹۱)

اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g = \{(1, 2), (5, 4), (6, 5), (2, 3)\}$ و $g(f(a)) = 5$ باشد عدد a کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

9

(تجربی ۸۵)

اگر $f = \{(1, 2), (2, 5), (0, 3), (4, -1)\}$ و $g = \{(2, 3), (-1, 4), (4, 1), (3, 0)\}$ ، تابع $g \circ f^{-1}$ کدام است؟

- (۱) $\{(1, 3) \text{ و } (0, 0)\}$ (۲) $\{(2, 4) \text{ و } (3, 5)\}$ (۳) $\{(2, 0) \text{ و } (-1, 4)\}$ (۴) $\{(5, 3) \text{ و } (-1, 1)\}$

10

(تجربی ۹۱)

ضابطه وارون تابع $y = \frac{x}{1+|x|}$ کدام است؟

- (۱) $y = \frac{x}{1-|x|}; |x| < 1$ (۲) $y = \frac{1-|x|}{|x|}; |x| > 1$ (۳) $y = \frac{x}{|x|-1}; |x| > 1$ (۴) $y = \frac{|x|-1}{x}; |x| < 1$

11

ضابطه‌ی وارون تابع $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ -x^2, & x > 0 \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) $f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{-x}, & x < 0 \\ \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$
 (۲) $f^{-1}(x) = \begin{cases} -\sqrt{x}, & x \geq 0 \\ \sqrt{-x}, & x < 0 \end{cases}$
 (۳) $f^{-1}(x) = \begin{cases} -\sqrt{-x}, & x < 0 \\ -\sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$
 (۴) $f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x}, & x < 0 \end{cases}$

12

(تجربی ۹۱ قارج)

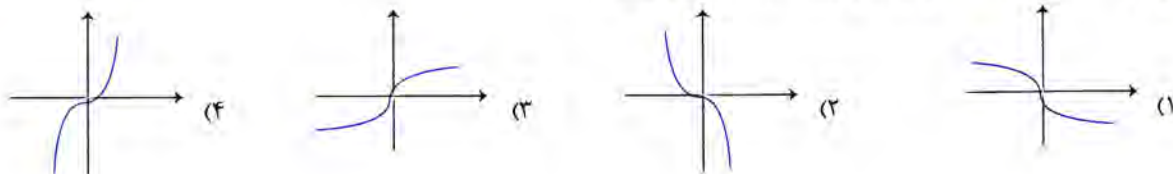
ضابطه وارون تابع $y = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x}, & x < 0 \end{cases}$ ، کدام است؟

- (۱) $y = x|x|, x \in \mathbb{R}$ (۲) $y = -x^2, x < 0$ (۳) $y = \pm x^2, x \in \mathbb{R}$ (۴) $y = \pm x|x|, x \in \mathbb{R}$

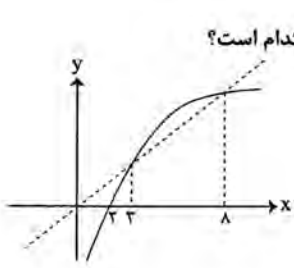
13

(تجربی ۹۵)

اگر $f(x) = x|x|$ باشد، نمودار تابع $y = f^{-1}(x)$ کدام است؟



14



شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = f(x)$ و تیمساز ناحیه اول و سوم است. دامنه تابع با ضابطه $\sqrt{x - f^{-1}(x)}$ کدام است؟

- (۱) $(0, 2]$
 (۲) $[2, 3]$
 (۳) $[2, 8]$
 (۴) $[3, 8]$

15

1 اگر α زاویه منفرجه و $\sin \alpha = \frac{2}{5}$ باشد، مقدار $\tan(\frac{\pi}{4} + \alpha)$ کدام است؟ (تجربی ۸۵ قارج)

- (۱) -7
- (۲) $-\frac{1}{7}$
- (۳) $\frac{1}{7}$
- (۴) 7

2 اگر $f(x) = x - \sqrt{x}$ و $g(x) = \sin^2 x$ باشند، ضابطه‌ی تابع $f \circ g$ کدام است؟ (تجربی ۹۲ قارج)

- (۱) $-\frac{1}{4} \sin^2 2x$
- (۲) $-\frac{1}{4} \sin^2 x$
- (۳) $\frac{1}{4} \cos^2 2x$
- (۴) $\frac{1}{4} \cos^2 x$

3 اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ و $g(x) = \tan x$ ، ضابطه‌ی تابع $f \circ g(x)$ در بازه‌ی $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ برابر کدام است؟ (تجربی ۸۰)

- (۱) $\sin x$
- (۲) $\cos x$
- (۳) $-\sin x$
- (۴) $-\cos x$

4 حاصل عبارت $\frac{\cos 285^\circ - \sin 285^\circ}{\sin 285^\circ - \sin 105^\circ}$ ، با فرض $\tan 15^\circ = \frac{1}{2}$ ، کدام است؟ (تجربی ۹۳)

- (۱) $-\frac{16}{9}$
- (۲) $-\frac{9}{16}$
- (۳) $\frac{9}{16}$
- (۴) $\frac{16}{9}$

5 اگر $\tan \frac{2\pi}{3} \sin(\frac{2\pi}{3} - x) = 1$ باشد، مقدار $\cos 2x$ کدام است؟ (تجربی ۸۸)

- (۱) $-\frac{2}{3}$
- (۲) $-\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{1}{3}$
- (۴) $\frac{2}{3}$

6 اگر $\cos(x + \frac{\pi}{4}) + \cos(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\cos 2x$ کدام است؟ (تجربی ۹۳)

- (۱) $-\frac{2}{9}$
- (۲) $-\frac{1}{9}$
- (۳) $\frac{1}{9}$
- (۴) $\frac{2}{9}$

7 اگر $\tan \beta = \frac{1}{4}$ و $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$ باشند، مقدار $\sin 2\alpha$ کدام است؟ (تجربی ۹۴)

- (۱) $\frac{1}{45}$
- (۲) $\frac{1}{6}$
- (۳) $\frac{1}{75}$
- (۴) $\frac{1}{8}$

8 اگر $\tan x = \frac{4}{3}$ باشد، مقدار $\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2}$ ، کدام است؟ (تجربی ۹۳)

- (۱) $-\frac{2}{4}$
- (۲) $-\frac{3}{2}$
- (۳) $\frac{4}{3}$
- (۴) $\frac{3}{2}$

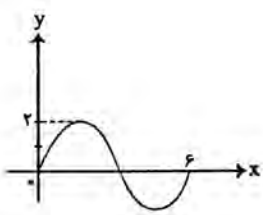
9 اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha)$ کدام است؟ (تجربی ۹۳)

- (۱) $-\frac{3}{4}$
- (۲) $-\frac{3}{8}$
- (۳) $\frac{3}{8}$
- (۴) $\frac{3}{4}$

10 اگر $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\tan(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2})$ ، کدام است؟ (تجربی ۹۳)

- (۱) -2
- (۲) $-\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) 2

11 شکل روبه رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a + b$ کدام است؟ (تجربی ۹۳ قارج)



- (۱) $\frac{4}{3}$
- (۲) $\frac{5}{3}$
- (۳) $\frac{7}{3}$
- (۴) $\frac{8}{3}$

12 در متوازی‌الاضلاعی اندازه‌ی دو قطر ۱۲ و ۸ واحد و زاویه بین دو قطر ۱۳۵ درجه است. مساحت متوازی‌الاضلاع چند برابر $\sqrt{2}$ است؟ (تجربی ۹۳)

- (۱) 18
- (۲) 24
- (۳) 32
- (۴) 36

13 مساحت مثلث ABC برابر ۱۶ واحد مربع است. اگر $b = 8$ و $c = 5$ باشد، اندازه ضلع متوسط a کدام است؟ (تجربی ۹۴ قارج)

- (۱) $\sqrt{39}$
- (۲) $\sqrt{41}$
- (۳) $3\sqrt{5}$
- (۴) $5\sqrt{2}$

(ریاضی ۹۳)

مساحت مثلثی با دو ضلع ۱۶ و ۹ واحد، برابر $۲۴\sqrt{۵}$ واحد مربع است. بزرگترین ضلع این مثلث کدام است؟

۲۴ (۴)

۲۳ (۳)

۲۲ (۲)

۲۱ (۱)

14

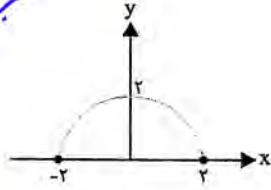
(ریاضی ۹۳)

مساحت مثلثی به اضلاع ۷، ۹، ۱۲ واحد کدام است؟

 $۱۴\sqrt{۵}$ (۴) $۱۲\sqrt{۵}$ (۳) $۱۴\sqrt{۳}$ (۲) $۱۵\sqrt{۲}$ (۱)15

- 1 اگر $[x] = 1$ باشد آنگاه حاصل $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $2x - 3$
- 2 در تابع یا ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - 2[x]$ مقدار $f(-\frac{1}{4}f(\sqrt{3}))$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)
 (۱) $1/75$ (۲) $2/25$ (۳) $2/5$ (۴) $2/75$
- 3 اگر $x^2 + x < 0$ باشد، حاصل $[x] + [x^2] + [x^3] + [x^4]$ کدام است؟
 (۱) -2 (۲) -1 (۳) صفر (۴) $+1$
- 4 از معادله‌ی $[x] + [-x] = x - [x]$ ، کدام مقادیر برای x قابل قبول است؟
 (۱) \emptyset (۲) \mathbb{R} (۳) \mathbb{Z} (۴) $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$
- 5 مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $x + |x| \leq \frac{1}{3}x + 3$ به کدام صورت است؟
 (۱) $[-4, 2]$ (۲) $[-6, 1]$ (۳) $[-6, 2]$ (۴) $[-2, 6]$
- 6 نمودار تابع $y = 4 - |x|$ ، در بازه‌ی (a, b) بالاتر از خط به معادله‌ی $2y + x = 5$ قرار دارد. بزرگترین مقدار $b - a$ کدام است؟
 (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶
- 7 مجموعه جواب نامعادله $|\frac{x-2}{3x+1}| > 1$ ، به صورت کدام بازه‌ها است؟
 (۱) $(-3, -\frac{1}{3}) \cup (-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ (۲) $(-2, -\frac{1}{3}) \cup (-\frac{1}{3}, 1)$ (۳) $(-3, -\frac{1}{3})$ (۴) $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$
- 8 مجموعه جواب نامعادله $|x^2 + 1| > |x - 2| + 1$ ، به صورت کدام بازه‌ها است؟
 (۱) $(-2, 1)$ (۲) $(-1, 1)$ (۳) $(-1, 2)$ (۴) $(1, 2)$
- 9 اگر $f(x) = [x]$ مجموعه‌ی مقادیر $f(x - f(x))$ کدام است؟
 (۱) $\{0\}$ (۲) $\{1\}$ (۳) $\{0, 1\}$ (۴) $\{-1, 0, 1\}$
- 10 تابع با ضابطه $f(x) = |2x - 6| - |x + 1|$ ، در یک بازه صعودی است. ضابطه معکوس آن در این بازه کدام است؟
 (۱) $-x + 7; x > 8$ (۲) $\frac{1}{3}x + 2; x > 3$ (۳) $x + 7; x > -4$ (۴) $\frac{1}{2} - 4 < x < 8$
- 11 نمودار تابع $y = x - [x]; x \in [-2, 3]$ پاره خط مساوی به اندازه‌ی L تشکیل شده است. دو تایی مرتب (n, L) کدام است؟ (تقریبی ۸۳)
 (۱) $(4, 1)$ (۲) $(4, \sqrt{2})$ (۳) $(5, 1)$ (۴) $(5, \sqrt{2})$
- 12 نمودار تابع $y = [x^2]$ ، روی بازه $x \in (-2, 2)$ از چند پاره خط تشکیل شده است؟ (نماد [] به مفهوم جزء صحیح است) (تقریبی ۹۱)
 (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
- 13 نمودار تابع $y = 2\left[\frac{x}{2}\right] + 1$ و $x \in [-2, 6]$ از چند پاره خط مساوی هم، تشکیل شده است؟ (تقریبی ۸۶)
 (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶
- 14 نمودار تابع $y = \left|\frac{1}{2}x\right| - 2$ را، f واحد به طرف x های منفی و یک واحد به طرف y های مثبت انتقال می دهیم. نمودار جدید و نمودار طول متقاطع اند؟
 (۱) $-3/5$ (۲) -3 (۳) $-2/5$ (۴) -2

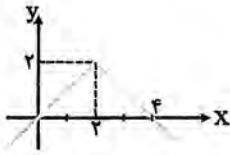
تجربه ۹۲ ضایع



1 با توجه به شکل روبه‌رو، حاصل $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx$ کدام است؟

- (۱) $2\pi - 2$
- (۲) $\pi + 2$
- (۳) 2π
- (۴) 4π

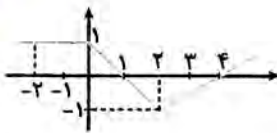
تجربه ۹۲



2 با توجه به شکل روبه‌رو، حاصل $\int_0^4 (2 - |x - 2|) dx$ ، کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۳/۵
- (۴) ۴

تجربه ۸۱



3 شکل مقابل نمودار تابع f است. حاصل $\int_{-2}^4 f(x) dx$ کدام است؟

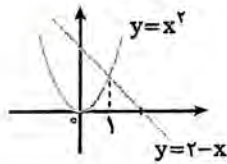
- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $-\frac{1}{2}$
- (۳) ۱
- (۴) $\frac{3}{2}$

4 مساحت ناحیه‌ی محصور بین نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x & ; -2 \leq x \leq 0 \\ x^2 & ; 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$ ، محور xها و دو خط $x = -2$ و $x = 3$ ، کدام است؟

تجربه ۹۴ ضایع

- (۱) ۸
- (۲) ۹
- (۳) ۱۰
- (۴) ۱۱

تجربه ۸۳

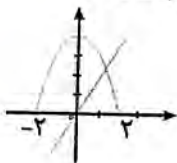


5 با توجه به شکل مساحت ناحیه‌ی سایه زده چه قدر است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$
- (۲) $\frac{7}{6}$
- (۳) $\frac{5}{6}$
- (۴) $\frac{2}{3}$

تجربه ۸۵

6 مساحت ناحیه محدود به منحنی $y = 4 - x^2$ و خط به معادله‌ی $y = 2x$ و محور xها واقع در ناحیه‌ی اول کدام است؟



- (۱) $\frac{13}{6}$
- (۲) $\frac{7}{3}$
- (۳) $\frac{8}{3}$
- (۴) $\frac{19}{6}$

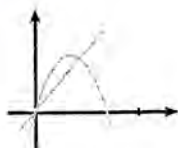
تجربه ۸۱



7 با توجه به نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x - \sqrt{x}$ ، مساحت ناحیه سایه‌زده کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$
- (۲) $\frac{1}{4}$
- (۳) $\frac{1}{3}$
- (۴) $\frac{2}{3}$

تجربه ۸۷



8 مساحت ناحیه‌ی زیر منحنی به معادله‌ی $y = -x^2 + 5x$ و بالای خط $y = x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{16}{3}$
- (۲) $\frac{22}{3}$
- (۳) $\frac{28}{3}$
- (۴) $\frac{22}{3}$

تجربه ۹۳ ضایع

- (۱) ۴
- (۲) ۴/۵
- (۳) ۵
- (۴) ۵/۵

9 مقدار انتگرال معین $\int_{-2}^1 (|x| - [x]) dx$ ، کدام است؟

تجربه ۹۵

۴ (۴)

۱۰ حاصل $\int_{-1}^1 (|3x| - [x]) dx$ ، کدام است؟ (نماد [] ، به مفهوم جزء صحیح است.)

$\frac{7}{2}$ (۳)

۳ (۲)

$\frac{5}{2}$ (۱)

تجربه ۹۵ ضمیمه

۲ (۴)

۱۱ حاصل $\int_{-1}^1 [x]|x| dx$ ، کدام است؟ (نماد [] ، به مفهوم جزء صحیح است.)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

تجربه ۹۳

۳۴ (۴)

۱۲ حاصل انتگرال $\int_1^6 [\sqrt{x}] dx$ کدام است؟ (نماد [] ، به مفهوم جزء صحیح است.)

۳۲ (۳)

۳۱ (۲)

۳۰ (۱)

تجربه ۹۵ ضمیمه

$2x+3$ (۴)

$2x+2$ (۳)

$x+3$ (۲)

$x+2$ (۱)

۱۳ اگر $\int \frac{\Delta x^2 + 3x}{\sqrt{x}} dx = x\sqrt{x}f(x) + C$ باشد، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

تجربه ۹۵

$x+2$ (۴)

$x-2$ (۳)

$2x-1$ (۲)

$2x+2$ (۱)

۱۴ اگر $\int \frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x})}{x^2} dx = \frac{1}{\sqrt{x}}f(x) + C$ باشد، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

تجربه ۹۲

$-\sin x - \cos x + c$ (۴)

$-\sin x + \cos x + c$ (۳)

$\sin x - \cos x + c$ (۲)

$\sin x + \cos x + c$ (۱)

۱۵ با شرط $x \neq k\pi + \frac{\pi}{4}$ حاصل $\int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx$ ، کدام است؟

تجربه ۸۲ ضمیمه

$x - \cos x + C$ (۴)

$-x + \cos x + C$ (۳)

$x - \sin x + C$ (۲)

$x + \sin x + C$ (۱)

۱۶ حاصل $\int \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} dx$ برابر کدام است؟

تجربه ۹۲ ضمیمه

$2 \sin x + c$ (۴)

$2 \cos x + c$ (۳)

$-2 \sin x + c$ (۲)

$-2 \cos x + c$ (۱)

۱۷ با شرط $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ ، حاصل $\int \sqrt{1 + \tan^2 x} \sin 2x dx$ کدام است؟

تجربه ۹۴

صفر (۴)

π (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۸ حاصل $\int_0^{\pi} \frac{dx}{\sqrt{1 + \tan^2 x}}$ ، برابر کدام است؟

تجربه ۹۴ ضمیمه

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۹ حاصل $\int_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2 \cos x} dx$ کدام است؟

تجربه ۸۷

$\frac{5}{3}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۲۰ اگر $G(x) = \int_2^x \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} dt$ باشد، آنگاه مشتق راست تابع $y = x \cdot G(x)$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط به معادلات $2y + x = 6$ و $2x - y = 7$ و یک رأس آن نقطه‌ی $A(8, 5)$ است. مساحت این مستطیل

کدام است؟

تجربه ۹۰

- ۱ (۱) $7/2$ (۲) $9/6$ (۳) $11/4$ (۴) $12/8$

تجربه ۹۲

دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط به معادلات $2x - 2y = 3$ و $y = x + 1$ هستند. مساحت این مربع کدام است؟

- ۲ (۱) $9/4$ (۲) $9/8$ (۳) $25/8$ (۴) $25/4$

تجربه ۹۳

به ازای کدام مجموعه مقادیر a منحنی به معادله‌ی $2x^2 + (a^2 - 7)y^2 + 4y + a = 0$ یک دایره است؟

- ۳ (۱) $\{-3\}$ (۲) $\{3\}$ (۳) $\{-3, 3\}$ (۴) \emptyset

تجربه ۹۴

شعاع دایره گذرا بر سه نقطه $(0, 0)$, $(2, 1)$, $(1, -2)$ برابر کدام است؟

- ۴ (۱) $1/2 \sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $1/2 \sqrt{13}$

تجربه ۹۵

دایره‌ای، محور x ها را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع کرده و مرکز آن، بر روی نیمساز ربع اول است. شعاع این دایره کدام است؟

- ۵ (۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) ۳

تجربه ۹۵

دایره‌ای به مرکز $(2, -1)$ و مماس بر خط به معادله $x - y = 1$ ، محور x ها را با کدام طول، قطع می‌کند؟

- ۶ (۱) ۱ و ۳ (۲) ۱ و ۴ (۳) ۲ و ۳ (۴) ۱/۵ و ۴

تجربه ۹۵

دایره‌ای از نقطه $(-1, 2)$ گذشته و بر هر دو محور مختصات مماس است. قطر دایره بزرگتر کدام است؟

- ۷ (۱) ۱۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۸

تجربه ۸۵

دو دایره به معادله‌های $x^2 + y^2 - 4x + 4y = 1$ و $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 19 = 0$ نسبت به یکدیگر چگونه‌اند؟

- ۸ (۱) مماس خارجی (۲) مماس داخلی (۳) متقاطع در دو نقطه (۴) یکی خارج دیگری

تجربه ۸۹

معادله‌ی وتر مشترک دو دایره به مراکز $(-1, 2)$ و $(2, 1)$ و به شعاع‌های ۲ واحد کدام است؟

- ۹ (۱) $y = 2x$ (۲) $y = 3x$ (۳) $2y = 2x$ (۴) $2y = 3x$

تجربه ۸۵

به ازای کدام مقدار a ، دایره به معادله‌ی $x^2 + y^2 - 2x + 4y + a = 0$ بر خطی به معادله‌ی $x + 3y = 0$ مماس است؟

- ۱۰ (۱) $3/2$ (۲) $5/2$ (۳) ۳ (۴) ۵

سهمی به کانون $F(2, 4)$ و خط هادی به معادله $x = -1$ ، محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- ۱۱ (۱) $17/6$ (۲) $19/6$ (۳) $10/3$ (۴) $11/3$

یک اشعه‌ی نورانی را در امتداد خط $x = 3$ و اشعه‌ی دیگر را در امتداد خط $x = -1$ ، از داخل سهمی به معادله‌ی $x^2 - 2x - 4y + 9 = 0$ ، بر آن

تجربه ۸۹

می‌تابانیم. مختصات نقطه‌ی تلاقی بازتاب این دو پرتو، کدام است؟

- ۱۲ (۱) $(1, 3)$ (۲) $(1, 4)$ (۳) $(2, 2)$ (۴) $(2, 3)$

تجربه ۹۲

مختصات دو سر قطر کوچک یک بیضی $(-1, 3)$, $(-1, -1)$ است. این بیضی از نقطه‌ی $(-4, 2)$ می‌گذرد، خروج از مرکز آن کدام است؟

- ۱۳ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

تجربه ۸۴

در بیضی به معادله‌ی $3x^2 + 4y^2 - 6x + 4y = 44$ فاصله‌ی یک کانون از دورترین رأس آن کدام است؟

- ۱۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) $4 + 2\sqrt{3}$

در بیضی به معادله $3x^2 + 4y^2 = 12$ یک خط از کانون بر قطر بزرگ آن عمود می‌کنیم تا بیضی را در A و B قطع کند اندازه وتر AB کدام است؟

تجربه ۹۵

- ۱۵ (۱) ۴ (۲) $5/2$ (۳) ۳ (۴) $3/4$

تجربه ۸۵

در هذلولی به معادله‌ی $4y^2 - 5x^2 + 8y + 20x + 4 = 0$ مختصات یکی از کانون‌ها کدام است؟

- ۱۶ (۱) $(-2, -1)$ (۲) $(-1, -1)$ (۳) $(2, -1)$ (۴) $(2, 2)$

جواب ۱۷

17 در هذلولی به معادله $4x^2 - y^2 - 8x - 4y = 4$ فاصله‌ی هر کانون از خط مجانب هذلولی کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) $\sqrt{3}$

(۱) $\sqrt{2}$

18 مجانب‌های یک هذلولی منطبق بر دو قطر یک مستطیل به ابعاد ۶ و ۸ واحد است. اگر این هذلولی بر ضلع بزرگ‌تر مستطیل مناس باشد خروج از مرکز آن کدام است؟

جواب ۱۸

(۴) $\frac{5}{3}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۲) $\frac{4}{3}$

(۱) $\frac{5}{4}$

19 نقطه‌ی $M(-2, 1)$ محل تلاقی مجانب‌های هذلولی به معادله $4x^2 + ay^2 + bx + 2y + 11 = 0$ است. معادله‌ی مجانب آن با شیب مثبت، کدام است؟

جواب ۱۹

(۴) $y = 4x + 9$

(۳) $y = 2x + 5$

(۲) $y = x + 1$

(۱) $2y = x + 4$

20 شیب خط قائم بر بیضی به معادله $x^2 + 3y^2 - 8x = 0$ در نقطه‌ی برخورد آن بیضی با نیمساز ناحیه‌ی اول و در این ناحیه کدام است؟

(۴) ۳

(۳) $\frac{1}{3}$

(۲) $-\frac{1}{3}$

(۱) -۳

1 کدام یک از دنباله‌های زیر صعودی و همگرا است؟

$U_n = \frac{2n+1}{n}$ (۴) $U_n = \left[\frac{(-1)^n}{n}\right]$ (۳) $U_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$ (۲) $U_n = \left(\frac{3}{2}\right)^n$ (۱)

2 دنباله‌ی با جمله عمومی $a_n = \frac{7+4^{n-1}}{2+4^n}$ چگونه است؟

(۱) بی کران - صعودی (۲) بی کران - نزولی (۳) کراندار - صعودی (۴) کراندار - نزولی

3 کوچک‌ترین کران بالای دنباله با جمله عمومی $U_n = \frac{3n^2-2n}{4n^2+5}$ کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۱)

4 بزرگ‌ترین کران پایین دنباله با جمله عمومی $U_n = \frac{3^n}{n^3}$ کدام است؟

صفر (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴)

5 کدام دنباله‌ی زیر از بالا کراندار است ولی از پایین کراندار نیست؟

$U_n = \cos \frac{n\pi}{2}$ (۴) $U_n = \cot \frac{\pi}{n}$ (۳) $U_n = \sin \frac{\pi}{n}$ (۲) $U_n = \log \frac{1}{n}$ (۱)

6 اگر $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n}$ آنگاه دنباله با جمله عمومی u_n چگونه است؟

(۱) کران دار - صعودی (۲) کران دار - نزولی (۳) بی کران - صعودی (۴) بی کران - نزولی

7 خط‌های مجانب منحنی تابع با ضابطه $y = \frac{2x^3-3x^2}{x^2-1}$ در دو نقطه‌ی A و B متقاطع‌اند. فاصله‌ی آن دو نقطه کدام است؟

$3\sqrt{2}$ (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

8 به‌ازای کدام مقدار a، خط به معادله‌ی $y = x + a$ از نقطه‌ی تلاقی مجانب‌های منحنی به معادله‌ی $y = \frac{2x^2-2x}{x^2+x-2}$ می‌گذرد؟

-۴ (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)

9 یکی از مجانب‌های منحنی به معادله‌ی $y = \frac{2x^3+ax^2+5}{x^2+x}$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲- قطع می‌کند. a کدام است؟

-۳ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

10 اگر محورهای تنها مجانب قائم نمودار تابع $f(x) = \frac{x^3+ax-2}{x^2-x}$ باشد آن گاه معادله مجانب مایل آن کدام است؟

$y = x - 2$ (۱) $y = x - 1$ (۲) $y = x + 1$ (۳) $y = x + 2$ (۴)

11 نقطه تلاقی مجانب‌های نمودار تابع $y = 2x - \sqrt{x^2-2x}$ کدام است؟

$(-1, 0)$ (۱) $(-1, 1)$ (۲) $(1, 2)$ (۳) $(1, 3)$ (۴)

$$3x^2 + ax + b \rightarrow \text{fermat } (5)$$

$$t = 2\left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow x = 2/t$$

$$4\left(\frac{2}{t}\right)^2 - 7\left(\frac{2}{t}\right) + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 3t^2 - 14t + 16 = 0$$

$3x^2 + ax + b = 0$ سیم‌ضلع

$$t = \frac{1}{x} + 1 \Rightarrow \frac{1}{x} = t - 1 \quad (6)$$

$$x = \frac{1}{t-1} \rightarrow 2\left(\frac{1}{t-1}\right)^2 - 3\left(\frac{1}{t-1}\right) - 4 = 0$$

$$\leftarrow -(t-1)^2 \times \text{طرفین}$$

$$4(t-1)^2 + 3(t-1) - 2 = 0$$

$$4(t^2 - 2t + 1) + 3t - 5 = 0$$

$$4t^2 - 5t - 1 = 0 \rightarrow (3) \text{ کریم}$$

$$4x^2 - 12x + 1 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} S = -\frac{b}{a} = 3 \\ P = \frac{1}{4} \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{\sqrt{S^2 + 4P}}{\sqrt{P}} = \frac{\sqrt{3+2(\frac{1}{4})}}{\frac{1}{2}}$$

$$2x^2 - 3x - 1 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} S_{\text{مجموع}} = -\frac{b}{a} = \frac{3}{2} \\ P_{\text{محصول}} = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2} \end{array} \right. \quad (8)$$

$$S_{\text{مجموع}} = \alpha\beta + \beta\alpha = 2\alpha\beta = P = -\frac{3}{4}$$

$$P_{\text{محصول}} = (\alpha\beta)(\beta\alpha) = (\alpha\beta)^2 = P^2 = -\frac{1}{8}$$

$$\text{طرفین} : x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{8} = 0$$

$$\times 8 \rightarrow 8x^2 + 6x - 1 = 0 \rightarrow \boxed{k=6}$$

$$\beta = 2\alpha \Rightarrow \alpha\beta = \alpha(2\alpha) = 2\alpha^2 = \frac{9}{2} \quad (9)$$

$$\alpha^2 = \frac{9}{4} \xrightarrow{\alpha} \alpha = \frac{3}{2} \Rightarrow \beta = 3$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

(2) در دو طرف

(1) در دو طرف ضرب

$$2x^2 + ax + (a-3) = 0$$

$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a & b & c \end{matrix}$

$$a^2 - 4(2)(a-3) > 0$$

$$a^2 - 8a + 12 > 0 \quad (a-6)(a-2) > 0$$

$$2 < a < 6$$

$$t^2 - 18t + 72 = 0 \quad (2)$$

$$(t-6)(t-12) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} t=6 \\ t=12 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + x = 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow S = -\frac{b}{a} = -1 \\ x^2 + x = 12 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \rightarrow S = -\frac{b}{a} = -1 \end{cases}$$

(2) در دو طرف S_{Total}

$$y = -x^2 + 2x \quad (3) \text{ سطح}$$

$$y = mx + 4 \quad \left\{ \begin{array}{l} -x^2 + 2x = mx + 4 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow x^2 + mx - 2x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 + (m-2)x + 4 = 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow (m-2)^2 - 4(1)(4) < 0 \Rightarrow (m-2)^2 < 16$$

$$\Rightarrow |m-2| < 4 \Rightarrow -4 < m-2 < 4$$

$$\Rightarrow -2 < m < 6$$

$$t = \frac{1}{x} - 1 \Rightarrow \frac{1}{x} = t + 1 \quad (4)$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{t+1} \Rightarrow 2\left(\frac{1}{t+1}\right)^2 - 3\left(\frac{1}{t+1}\right) + 1 = 0$$

طرفین در $(t+1)^2$ ضرب

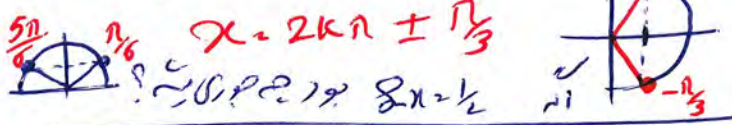
$$(t+1)^2 + 3(t+1) - 2 = 0$$

$$t^2 + 2t + 1 + 3t + 3 - 2 = 0$$

$$t^2 + 5t + 2 = 0 \rightarrow (4) \text{ کریم}$$

$(\sin - \tan) \cot x = -\frac{1}{2}$ (5)

$\sin \cdot \frac{\cos x}{\sin x} - 1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$



تبدیل از خط سینوس به خط کسینوس

$\sin 3x = -\sin x \Rightarrow \sin 3x = \sin(-x)$

$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi - x \\ 3x = 2k\pi + \pi - (-x) \end{cases}$

$\cos 3x = -\cos x \Rightarrow \cos 3x = \cos(\pi - x)$

$\Rightarrow 3x = 2k\pi \pm (\pi - x)$

$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ x = k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$

$2\cos^2 x - 1 = -2\sin x \cos x$ (7)

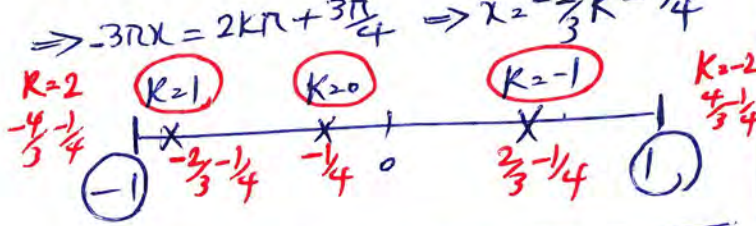
$\cos 2x = -\sin 2x \Rightarrow \tan 2x = -1$

$\Rightarrow 2x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$

معادله سینوس و کسینوس را می توان به معادله سینوس تبدیل کرد

$\frac{\pi}{4} - 3\pi x = 2k\pi + \pi$

$\Rightarrow -3\pi x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = -\frac{2}{3}k - \frac{1}{4}$



$\sin(\frac{\pi}{4} - 2x) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4} - 2x = k\pi$ (10)

$\Rightarrow 2x = \frac{\pi}{4} - k\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} - \frac{k\pi}{2}$

معادلات مثلثاتی

- 1) $S < 0$
- 2) $P > 0$
- 3) $D > 0$

$1) -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{2(m+1)}{m-2} < 0 \rightarrow (-1, 2)$

$2) P = \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{12}{m-2} > 0 \rightarrow m > 2$

$2\cos^2 x - \cos x - 3 = 0$ (1)

$a+c=b \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{3}{2} \end{cases}$

$\sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x) = 1 + \sin(\frac{\pi}{2} + x)$ (2)

$\cos x - \sin x = 1 + \cos x \Rightarrow \sin x = -1$

$\Rightarrow x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \vee 2k\pi - \frac{\pi}{2}$

$2(1 - \cos^2 x) + 3\cos x = 0$ (3)

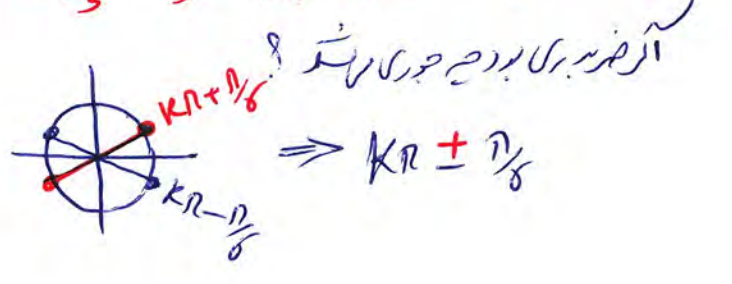
$2\cos^2 x - 3\cos x + 2 = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 2 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases}$

$f \cos 2x = f \cos x \rightarrow 1 - 2\sin^2 x = \cos x$ (4)

$2\cos^2 x - 1 = \cos x \Rightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases}$



$\frac{a_1}{\sqrt{3}}, \frac{a_2}{3}$ صد کجوع $\frac{a_1}{1-q} = 3$ (7)

$\frac{a_1}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}-1} = \frac{a}{\sqrt{3}-1} = 3 \Rightarrow a = 3\sqrt{3}-3$

$S_{24} + \dots + a_{24} + a_{25} + \dots + a_{35}$ (8)

$S_{35} \rightarrow x = S_{35} - S_{24}$

$S_{35} = \frac{35 \times 32}{4} = 280, S_{24} = \frac{24 \times 21}{4} = 125$

$x = 280 - 125 = 154$

$a_7 = \frac{1}{2} a_3 \Rightarrow 2(a+6d) = a+2d$ (9)

$\Rightarrow a+10d=0 \Rightarrow a_{11} = 0$

مجموعاً 21 عدد 10 جمله مثبت 10 جمله منفی

$S_{14} = \frac{a(1-q^{14})}{1-q} = \frac{(1-q^7)(1+q^7)}{1-q^7} = 129$ (10)

$S_7 = \frac{a(1-q^7)}{1-q}$

$a_1 + \dots + a_3 + \dots + a_{19} = 135$ (11)

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{20} = 135 + 150 = 285$

سؤال اینکه در ردیف فرد در ترتیب 2d

$S_{10} = \frac{10}{2}(2a+9(2d)) = 135 \Rightarrow \begin{cases} 2a+18d=27 \\ 2a+19d=285 \end{cases}$

$S_{20} = \frac{20}{2}(2a+19d) = 285$

$abc = 216 \Rightarrow b^3 = 216 \Rightarrow b = 6$ (12)

$a+c = 13, ac = 36 \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ c=9 \end{cases}$

$a_2 = 2a_1 + 1 = 3, a_3 = 2(3) + 1 = 7$ (13)

$a_4 = 2(7) + 1 = 15, a_5 = 2(15) + 1 = 31$

$a_6 = 2(31) + 1 = 63, a_7 = 2(63) + 1 = 127$

$a_8 = 2(127) + 1 = 255$

لصاحبه و مجموع جمله در تمام (1)

a_3, a_7, a_9 (2)

$a+2d, a+6d, a+8d \rightarrow b^2 = ac$

$a^2 + 12ad + 36d^2 = a^2 + 10ad + 16d^2$

$2ad + 20d^2 = 0 \Rightarrow 2d(a+10d) = 0$

علم بازرسی صورت

$a_n = \left(\frac{3}{2}\right)^n - 5$ مرتبه n در ترتیب (3)

$a_1 = 3\frac{1}{2}(1) - 5 = -\frac{7}{2}, S_n = \frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$

$S_{15} = 15\frac{1}{2}(2(-\frac{7}{2}) + (15-1)(\frac{3}{2}))$

$S_{15} = 15\frac{1}{2}(-7+21) = 15\frac{1}{2} \times 14 = 15 \times 7 = 105$

$a+4d=3 \xrightarrow{d=-\frac{1}{2}} a=5$ (4)

$S_{10} = \frac{10}{2}(2(5) + 9(-\frac{1}{2})) = 27.5$

$102, 108, \dots, 198$ (5)

$a_n \rightarrow a_n = a + (n-1)d$

$\Rightarrow 198 = 102 + (n-1)6 \Rightarrow 6n = 102$

$\Rightarrow n = 17 \rightarrow S_n = \frac{n}{2}(a+L) = \frac{17}{2}(102+198)$

$\Rightarrow S_n = 17\frac{1}{2} \times 300 = 150 \times 17 = 2550$

$12+x, x, 8-x$ (6)

$x^2 = (x+12)(-x+8)$

$x^2 = -x^2 - 4x + 96 \Rightarrow x^2 + 2x - 48 = 0$

$(x+8)(x-6) = 0 \Rightarrow x = 6$

$x = 6 \rightarrow 18, 6, 2$

$\frac{1}{3}, \frac{1}{3}$

$S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q} = \frac{a}{1-q} = \frac{18}{1-\frac{1}{3}} = \frac{18}{\frac{2}{3}} = 27$

$$\log_{\sqrt{3}} a = \frac{4}{3} \Rightarrow a = (3^{\frac{1}{2}})^{\frac{4}{3}} = 3^{\frac{2}{3}} \quad (4)$$

$$\log_8 ((3^{\frac{2}{3}})^3 + 7) = \log_8 16 = \frac{4}{3} \log_2 2 = \frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \log\left(\frac{16}{10}\right)^{\frac{1}{3}} &= \frac{1}{3} (\log 16 - \log 10) \quad (5) \\ &= \frac{1}{3} (\log 2^4 - 1) = \frac{1}{3} (4 \log 2 - 1) \\ &= \frac{1}{3} (4(1-3k) - 1) = \frac{1}{3} (3 - 12k) = 1 - 4k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log_x (x^2 + 4) &= \log_x x + \log_x 5 \quad (6) \\ \Rightarrow \log_x (x^2 + 4) &= \log_x 5x \Rightarrow x^2 + 4 = 5x \\ \Rightarrow x^2 - 5x + 4 &= 0 \Rightarrow x = 1 \text{ (مردود)}, x = 4 \Rightarrow \log_4 4 = 1 \end{aligned}$$

$$\log \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} = \log (2x - 5) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{(x-3)(x+2)}{x-3} &= 2x-5 \Rightarrow x=7 \rightarrow \log_4 \sqrt[3]{8} \\ &= \log_4 2 = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_2 2 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log_3 xy = 2 &\Rightarrow xy = 9 \quad (8) \\ x^2 + y^2 = 46 &\Rightarrow S^2 - 2P = 46 \quad \log_4 8 = \frac{3}{2} \\ \Rightarrow S^2 - 2(9) = 46 &\Rightarrow S^2 = 64 \Rightarrow S = 8 \end{aligned}$$

$$2^x \times (2^3)^y = 4 \Rightarrow 2^{x+3y} = 2^2 \Rightarrow x+3y = 2 \quad (9)$$

$$\log x = \log 2y \Rightarrow x = 2y$$

$$5y = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{4}{5}$$

توانم های دگراسی و البته اوله لاسد

$$\begin{aligned} \log a &= \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{a}}{1-a} \right) \quad (14) \\ \Rightarrow \frac{q}{2-2q} = 1 &\Rightarrow 2-2q = q \Rightarrow q = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

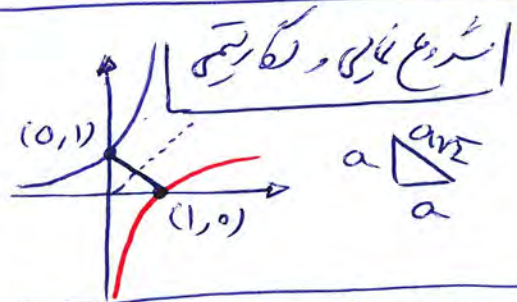
$$\{1, 2, \dots\} \Rightarrow q = 2 \quad (15)$$

الان مجموع این سه عدد برابر عدد فردی!

$$\begin{aligned} 1+t+\dots+t^{11} &= \frac{1(1-t^{12})}{1-t} = \frac{1-t^{12}}{1-t} \quad (16) \\ 1+t^3+\dots+t^9 &= \frac{1(1-(t^3)^4)}{1-t^3} = \frac{1-t^3}{1-t} \\ &= \frac{t^3-1}{t-1} = \frac{(t-1)(t^2+t+1)}{t-1} \end{aligned}$$

$$4, 12, 36, 108, 324 \quad (17)$$

$$q^4 = \frac{324}{4} = 81 \Rightarrow q = 3$$



$$\log_{gaw} faw \rightarrow \begin{cases} faw > 0 \\ gaw > 0, \neq 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (I) x-1 > 0 &\Rightarrow x > 1 \\ 1 - \log(x-1) > 0 &\Rightarrow \log(x-1) \leq 1 \Rightarrow x-1 \leq 10 \end{aligned}$$

$$a = 2 \times 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2 = 2^{\frac{3}{2}} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow a = \frac{3}{4} &\rightarrow \log_4 (4(\frac{3}{4}) + 1) \\ &= \log_4 4 = 1 \end{aligned}$$

X ماتریس و دترمینان

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$\rightarrow X^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow$ تزییه

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

حالا باید بفکرش کنیم : $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} -2 & -6 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$
مجموعه عناصر $-\frac{2}{4} + \frac{-6}{4} = -\frac{8}{4} = -2$

(3) AB در غیر متقابل و آخر ضرب 2

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(AB)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 2} \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{-1}_A A B = 2 \underbrace{-1}_A I \rightarrow B = 2A^{-1} \quad (4)$$

حقیقی $A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 2} \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

(5) $A \times B = I$ یعنی B معکوس A است

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

مجموعه $\frac{7}{2} - \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$$A - B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow$$
 حالا بفکرش کنیم (6)

$$\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 \\ -0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$$

اداره کسب و کار

$$(2^x)^x + 2^x - 72 = 0 \rightarrow (2^x)^2 + 2^x - 72 = 0 \quad (10)$$

$$t^2 + t - 72 = 0 \Rightarrow (t+9)(t-8) = 0$$

$t = 8 \rightarrow 2^x = 8 \Rightarrow x = 3$
 $t = -9$ ❌

$$\Rightarrow \log_4(2y+9) = 100 \xrightarrow{2y+9=25} y = 8$$

$$x^2 - 10x + 0.1 = 0 \rightarrow S = -\frac{b}{a} = 10 \quad (11)$$

$$\log ab - \log(a+b) = \log \frac{ab}{a+b} = \log \frac{1}{100} = \log 10^{-2} = -2$$

$$D_f(g \circ u) = \{x \in D_g \mid g \circ u \in D_f\} \quad (12)$$

$$= \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid \log_2(x^2 + 2x) \leq 3\}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x \leq 8 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 \leq 0$$

$$(x+4)(x-2) \leq 0 \Rightarrow -4 \leq x \leq 2$$

 $[-4, -2) \cup (0, 2]$ اشتراک (I)

$$\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < (\frac{1}{4})^x < 2\} \quad (13)$$

$$\frac{-2x}{2} < 2^1 \Rightarrow -2x < 2 \Rightarrow x > -\frac{1}{2}$$

$$e^{A_0} = A_0 e^{12.5K} \Rightarrow K = \frac{1}{12.5} = 0.08 \quad (14)$$

$$7000 = 1400 e^{0.04t} \Rightarrow e^{0.04t} = 5 \quad (15)$$

$$\Rightarrow \ln e^{0.04t} = \ln 5 \Rightarrow 0.04t = 1.68$$

$$t = \frac{1.68}{0.04} = 42 \text{ min}$$

$$90 - 40 e^{-0.2t} = 70 \Rightarrow 40 e^{-0.2t} = 20 \quad (16)$$

$$e^{-0.2t} = \frac{1}{2} \Rightarrow \ln e^{-0.2t} = -\ln 2$$

$$\Rightarrow t = \frac{0.68}{0.02} = 34$$

$$\frac{x+y}{2} = t \Rightarrow x+y = 2t \quad (14)$$

$$\frac{y+z}{3} = t \Rightarrow y+z = 3t$$

$$z-3 = t \Rightarrow z = t+3$$

با توجه به $x+y+z=0$ بر حسب t بنویسید
 $2t + t + 3 = 0 \Rightarrow t = -1$

$$z = 9 - x \quad \text{از معادله } z \text{ بنویسید} \quad (15)$$

مقادیر z های صحیح را بنویسید $(9-x)$

$$\begin{cases} x+2y+3(9-x) = 13 \\ 2x+y-(9-x) = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x+2y = -14 \\ 3x+y = 13 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-y = 7 \\ 3x+y = 13 \end{cases} \Rightarrow 4x = 20 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$A + 2B = \begin{bmatrix} a & 3 \\ 5 & a+2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \quad (16)$$

$$(a-2)(a+4) - 3(9) = 0 \quad \text{یا } \begin{bmatrix} a-2 & 3 \\ 9 & a+4 \end{bmatrix}$$

$$a^2 + 2a - 35 = 0 \Rightarrow (a+7)(a-5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -7 \\ a = 5 \end{cases} \quad \checkmark$$

$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ یا در صورتی
 دستگاه سازگار و جواب یکتا دارد $|A| \neq 0$
 $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$
 دستگاه سازگار و جواب نامتناهی دارد $|A| = 0$
 $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$
 هیچ جوابی ندارد $|A| = 0$
 $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ دستگاه سازگار و جواب نامتناهی دارد

ادامه کارهای درسیه

$$(2A)(3A^{-1}) \quad (7)$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$4|A| \times 9|A^{-1}| = 36$$

$$|A| = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2} \quad (8)$$

$$\Rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = 2$$

$$|A| \neq 0 \Rightarrow (a+1)(a-1) - (2)(-1) \neq 0 \quad (9)$$

$$\Rightarrow a^2 - 1 + 2 \neq 0 \Rightarrow a^2 + 1 \neq 0$$

در \mathbb{R} همیشه درست است

$$|A| = 0 \quad \text{دسته درستی که می باشد} \quad (10)$$

با جواب ریاضی است!

$$\frac{m}{3} = \frac{2}{m+5} \neq \frac{m+2}{2} \Rightarrow m = 1$$

$$\frac{m}{3} = \frac{1}{m-2} = \frac{m-1}{4-2m} \quad (11)$$

$m = -1$ جواب است

$$\frac{3x-y}{3} = \frac{5x+y}{1} = \frac{7x+y}{2} = \frac{x-3y}{5} \quad (12)$$

$$3x-y = 15x+3y \quad 10x+2y = 7x+y \quad 35x+5y = 2x-6y$$

$$y = -3x$$

$$y = -3x$$

$$y = -3x$$

$$y+2x = 0 \Rightarrow y = -2x \quad (13)$$

مقدار x را $x=a$ بنویسید
 $x=a \Rightarrow y = -2a$

$$a^2 - 4a + 5 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1-x} \stackrel{H}{=} \frac{\pi e^{\ln x}}{-1} = \pi \quad (7)$$

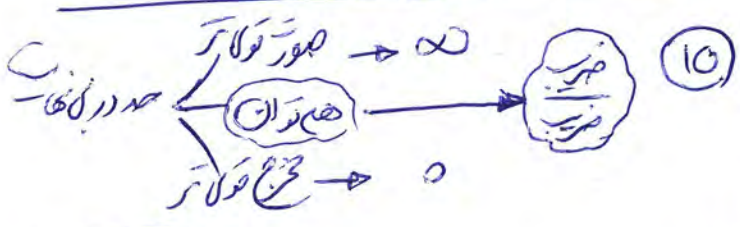
(8) صورت کسری + جبری، مخرج کسری جبری

صورت کسری + جبری، مخرج کسری جبری

$$\frac{2a+b=0}{|b-1|} \quad a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1 - \frac{3}{2\sqrt{4}}}{a} = \frac{1}{4a} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2 + 9x}}{3x + \sqrt{x}} = \frac{x - 2x}{3x} = -\frac{1}{3} \quad (9)$$



$$\frac{x^{m+3}}{x^{n-2}} = -2 \rightarrow \frac{1}{m} = -2 \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

$$m+3 = n-2 \Rightarrow n = \frac{9}{2} \rightarrow m+n = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{2x + 2} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{(a+2)x}{2x} \Rightarrow a = 3 \quad (11)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x + \sqrt{4x^2 + 5}}{2x + 2} \stackrel{H}{=} \frac{3 + \frac{8(-1)}{2\sqrt{9}}}{2} = \frac{5}{6}$$

$$2a-1 = 2a-1 \rightarrow \text{صورت کسری} \quad (12)$$

صورت کسری: $6 - [2] = 5$
 مخرج کسری: $2 + 2 = 4$ (13)

حد و پیوستگی
 خودت بیشتر یاد بگیر (ادباً) ... (1)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{x-2}$$

$$\stackrel{H}{=} \frac{\frac{1}{3\sqrt[3]{8^{3-1}}}}{1} = -\frac{1}{12}$$

... Zero \rightarrow ∞ (2)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan \pi x}{x^2 - 1} \stackrel{H}{=} \frac{\pi(1 + \tan^2 \pi x)}{2x} = \frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x \sqrt{\frac{(4x)^2}{2}}}{x^2} = \frac{3x \cdot 2\sqrt{2}|x|}{x^2} \quad (3)$$

$$= \frac{6\sqrt{2}x^2}{x^2} = 6\sqrt{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{(2x)^2}{2}}{x \cdot x} = \frac{2x^2}{x^2} = 2 \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{\ln(x - \frac{\pi}{4})} \stackrel{H}{=} \frac{-(1 + \tan^2 \frac{\pi}{4})}{0} = -2 \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3}{(x+2)(2x+1)} - \frac{4}{(x-2)(x+2)} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x - 6 - 8x - 4}{(x+2)(x-2)(2x+1)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-5(x+2)}{(x+2)(x-2)(2x+1)} = -\frac{5}{12}$$

استقراء

(1) $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ مشتق

$\left(\sqrt{\frac{3x-1}{2x+1}}\right)' = \frac{(3)(1) - (-1)(2)}{2\sqrt{\frac{5}{5}} \cdot \frac{5}{1}} = \frac{5}{25} = \frac{1}{10}$

(2) $\left(\sqrt{2 \sin \pi x^2}\right)' = \frac{2 \times 2\pi \left(\frac{1}{18}\right) \cos \frac{\pi}{9}}{2\sqrt{2} \left(\frac{1}{2}\right)}$
 $= 2\pi \frac{1}{18} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi\sqrt{3}}{12} = \frac{\pi\sqrt{3}}{2}$

(3) $y = 3 \left(\cos \sqrt{2x} \right)^{\frac{2}{3}}$
 $= 3 \cos^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{3}{n}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{27}{8\pi}$

(4) $(u^2)' = u' \cdot 2u$
 $(\cos^2 u)' = -u' \cdot 2u$
 $y' = -\left(\frac{1}{4}\right) \cdot 2\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{4} \cdot 2\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

(5) $(e^x)' = e^x, (e^u)' = u' e^u, (a^u)' = u' a^u \ln a$
 $\left(\ln(e^{2x})\right)' = 2e^0 \ln e = 2 \cos 1$

(6) $\ln e^{\sqrt{\sin x}} = \sqrt{\sin x} \ln e$
 $y' = \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}} = \frac{\sqrt{3}/2}{2/\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

(14) $\frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = \frac{x-1}{x-1} \cdot \frac{x+2}{1} = x+2$

(15) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{2x}}{2x - x} = \frac{2 - \sqrt{4}}{2 - 2} = \frac{2 - 2}{0} = \frac{0}{0}$

(16) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{2x+|x|}$
 +: $\frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$
 -: $\frac{x}{x} = 1$

(17) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{x} = 2$

(18) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-\sin x + \frac{1}{2\sqrt{x}}}{2x} = \frac{-\sin \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}}{4}$

(19) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - x}{x^2} = \frac{x}{x^2} = \frac{1}{x} = 0$

(20) $a + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$
 $a + \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$

(21) $\frac{x^2}{x^2/2} = 2$
 $a(1/2) = \frac{a}{2}$

(22) $x > 1$ or $x < -1$
 $-1 \leq x \leq 1$
 $(x-1)^3$ or $(x+1)^3$

Ex: $x^3 - [2x^2]x$ (14)

(14)⁺: $x^3 - 4x \rightarrow f' = 3x^2 - 4$

(14)⁻: $x^3 - 3x \rightarrow f' = 3x^2 - 3$

$f'_{+} - f'_{-} = (-4) - (-3) = -1$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$$
 (15)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = f'(2)$$
 (16)

$f: -x + 2 + \sqrt{2x} \rightarrow f'(2) = -1 + \frac{1}{\sqrt{2(2)}}$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = f'(1)$$
 (16)

$$\left(\sqrt{\frac{4x+5}{x+3}} \right)' = \frac{\frac{4}{2\sqrt{4x+5}}}{2\sqrt{\frac{9}{4}}} = \frac{7}{15} = \frac{7}{15}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = f'(2)$$
 (17)

$y = \left(\frac{x+2}{2x-3} \right)^{3/2} \Rightarrow y' = \frac{3}{2} \left(\frac{-7}{1} \right) (4)^{1/2}$

در اینجا: $\frac{d}{dx} \sqrt[3]{x} = \frac{1}{3} x^{-2/3} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$
 $\frac{d}{dx} \sqrt[3]{4x} = \frac{1}{3} (4x)^{-2/3} = \frac{1}{3} \frac{1}{\sqrt[3]{4x^2}}$
 $\frac{d}{dx} \frac{1}{\sqrt[3]{4x}} = -\frac{1}{3} (4x)^{-4/3} = -\frac{1}{3} \frac{1}{\sqrt[3]{4x^4}}$

$$\sqrt{\frac{1}{\cos^2 \frac{1}{x}}} = \frac{1}{|\cos \frac{1}{x}|} = \frac{1}{\cos \frac{1}{x}}$$
 (7)

$$y' = \frac{-\left(\frac{-1}{x^2} \left(-\sin \frac{1}{x}\right)\right)}{\cos^2 \frac{1}{x}} = \frac{-\frac{1}{x^2} \times \sqrt{3}/2}{1/4}$$

$$\left(\frac{\cos 2x + 1}{\cos 2x} \right)' = \frac{-1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} (-2 \cdot \frac{1}{2}) = \frac{2}{3}$$
 (8)

$$\left(\frac{au+b}{cu+d} \right)' = \frac{ad-bc}{(c^2)} u'$$
 (9)

$$\left(\frac{-\tan 2x + 1}{\tan 2x + 1} \right)' = \frac{-2}{(1+1)^2} 2(1+(1)^2) = -2$$

$$\left(\frac{\sin^2 x + 0}{\sin^2 x + 2} \right)' = \frac{2}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{8}{9}$$
 (10)

$$f' = \begin{cases} e^0 + 2(0)e^0 - f'(0) = 1 \\ \frac{2(0)}{0^2+1} \rightarrow f'(0) = 0 \end{cases}$$
 (11)

$$\begin{cases} +: (x)(0) = 0 \rightarrow f' = 0 \\ -: (-x)(-1) = x \rightarrow f' = 1 \end{cases}$$
 (12)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x-0} = f'(0)$$

$$y = x(-\sin x) \rightarrow y' = (1)(0) + (-\lambda \cos \pi)(1) = -\pi$$
 (13)

20

$$y=0 \leftarrow \text{بنا بر } y \text{ در } (23)$$

$$\rightarrow 2x-5=1 \rightarrow (x=3) \rightarrow (3,0)$$

$$y' = \frac{2}{2(3)-5} = 2 \Rightarrow m_{\perp} = -\frac{1}{2}$$

$$y-0 = -\frac{1}{2}(x-3) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

24

خط مماس و خط منطبق بر منحنی

ف(0) = 2-5 = -3

$$f = 2x-5, \quad g = ax^2 + bx + 1$$

$$a+b = -4 \quad \& \quad a+b+1 = -3$$

$$f'(x) = g'(x) \Rightarrow (2a(1)) + b = 2$$

25

نقطه وسط در طول بازه

توابع 2 واحد برابرند

نقطه اوج در مرکز

$$\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{\sqrt{25} - \sqrt{16}}{3} = \frac{1}{3}$$

$$f'(x) = \frac{2(x)}{2\sqrt{x}} = \frac{x}{\sqrt{x}} = \frac{1}{3}$$

27

$$[1, 1.21]$$

$$\frac{f(1.21) - f(1)}{0.21} = \frac{\sqrt{1.21} - \sqrt{1}}{0.21}$$

$$= \frac{1.1 - 1}{0.21} = \frac{0.1}{0.21} = \frac{10}{21}$$

$$f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} - \frac{10}{21} = \frac{1}{42}$$

$$1 \times 1 = 1, \quad 1.2 \times 1.2 = 1.44, \quad 1.5 \times 1.5 = 2.25$$

$$y' = (1-2y')e^{x-2y} + \frac{1-y'}{2\sqrt{x-y}} \quad (18)$$

$$y = 1 - 2y' + \frac{1}{2} - \frac{y'}{2} \Rightarrow y' = \frac{3}{7}$$

19

$$4 \left(\frac{(y(x) + y'(x))}{2\sqrt{4x+1}} \right) - \frac{y'}{y^2} - 2 = 0$$

$$1 + 4y' - y' - 2 = 0 \Rightarrow y' = \frac{1}{3}$$

$$(4,1) \rightarrow y-1 = \frac{1}{3}(x-4)$$

$$\Rightarrow x - 3y = 1$$

20

$$\frac{2x-y'}{x^2-y} = \frac{y'}{2\sqrt{y+1}} - 1$$

$$4 - y' = \frac{y'}{4} - 1 \rightarrow \frac{5}{4}y' = 5 \Rightarrow y' = 4$$

$$(2,3) \quad y=x \rightarrow y-3 = 4(x-2) \Rightarrow x-3 = 4x-8 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

21

$$2y'e^0 + \frac{1}{x} + \frac{y'(1) - (1)'(0)}{1^2} = 0$$

$$2y'+1+y' = 0 \Rightarrow y' = -\frac{1}{3} \Rightarrow m_{\perp} = 3$$

$$(1,0) \rightarrow y-0 = 3(x-1) \Rightarrow y = 3x-3$$

22

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \ln 1 = 0 \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$$

$$y = \ln\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(\ln \sin x - \ln(1+\cos x))$$

$$m = \frac{1}{2} \left(\frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1+\cos x} \right) = \frac{1}{2}$$

$$y-0 = \frac{1}{2}(x - \frac{\pi}{2}) \Rightarrow y = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$$

34) $x=0$ در جهت مثبت زودبار

$f'_+(0) = \sqrt{1+x} \rightarrow y' = \frac{1}{2\sqrt{1+x}} = \frac{1}{2}$

$f'_-(0) = \sqrt{1-x} \rightarrow y' = \frac{-1}{2\sqrt{1-x}} = -\frac{1}{2}$

35) $\sqrt[3]{y'} - \ln \frac{\pi}{x} = 0$

$\frac{1(y')}{3\sqrt[3]{y'^{3-1}}} - (-\frac{\pi}{x^2}) \text{Co} \frac{\pi}{x} = 0$ باید برای

36) $x=1$ تو روش 2 در کسین کوسین زودبار

37) $f(x) = \text{Co} \frac{\pi}{x} \left(\frac{x+\sqrt{2x}}{x-1} \right)$

$f'(2) = \frac{\pi}{x^2} (1 + \text{Co} \frac{\pi}{2}) \left(\frac{2+2}{2-1} \right) = \pi$

38) $x=1 \rightarrow y = f(\sqrt{-x+3})$

$y' = \frac{-1}{2\sqrt{4}} f'(2) = -\frac{1}{4} \times (-\frac{1}{3}) = \frac{1}{12}$

39) $2(1)^2 + a(1) + b = 0$
 $2(2)^2 + a(2) + b = 0$

$\rightarrow 2 \times 2$

40) $f' = D_f - \dots$

صافترین ...
 زودبار ...
 ...

28) $\frac{f(5)-f(2)}{5-2} = \frac{\frac{5}{5-1} - \frac{2}{2-1}}{3} = -\frac{1}{4}$

$f = \frac{x+0}{x-1} \rightarrow f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2} = -\frac{1}{4}$

29) شرط برعکس: $a(1)+b = \sqrt[3]{(2(1)+6)^2}$

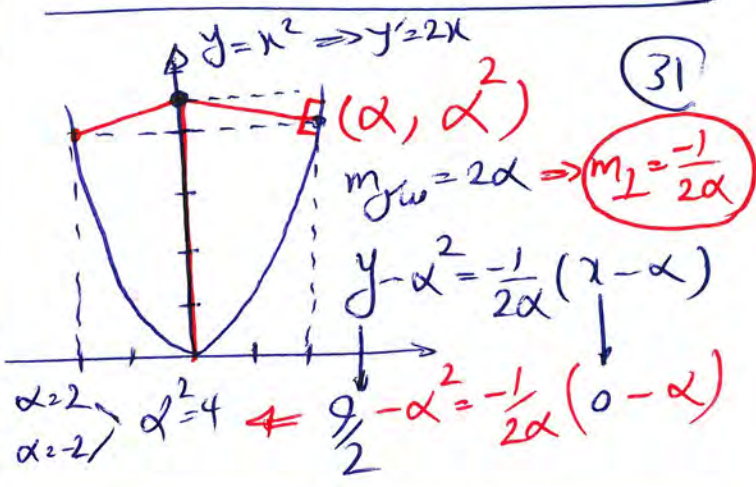
$\Rightarrow |a+b=4|$

2) $f' = \left\{ \begin{matrix} 3\sqrt[3]{(8)^{3-2}} \\ a \end{matrix} \right.$
 $b = \frac{10}{3} \leftarrow a = \frac{2}{3} \leftarrow a$

30) $y' = 2(\pi u'(1+\tan^2 \pi u)) \tan \pi u$

$u = \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ $u' = 1 + \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}}} = 2$

$2(\pi \times 2)(1+(-1)^2)(-1) = -8\pi$



32) $1 + \frac{y+yx}{2\sqrt{xy}} + y' = 0 \xrightarrow{m=-1} 1 + \frac{y-x}{2\sqrt{xy}} - 1 = 0$

$\Rightarrow y = x$ $\xrightarrow{\text{باید}} x+x+x=12 \Rightarrow x=4$

33) $f' = \frac{1}{x} \rightarrow f(\sin x) = \frac{1}{\sin x}$

$y = f(\sin x) \Rightarrow y' = \text{Co} x \cdot f'(\sin x)$

$y' = \text{Co} x \cdot \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{\text{Co} x}{\sin^2 x} = \text{Co} x \cdot \text{Co} x = \text{Co}^2 x$

$$f' = (2x+2)e^{-x} + (-e^{-x})(x^2+2x+2) \quad (6)$$

$$= e^{-x}(2x+2-x^2-2x-2) = e^{-x}(-x^2)$$

$$f'' = -e^{-x}(-x^2) + (-2x)(e^{-x})$$

$$= e^{-x}(x^2-2x) < 0 \Rightarrow 0 < x < 2$$

$$y' = \ln x + \frac{1}{x}(x-1) = \ln x + \frac{x-1}{x} \quad (7)$$

$$= \ln x + 1 - \frac{1}{x} \Rightarrow y'' = \frac{1}{x} - \left(-\frac{1}{x^2}\right)$$

$$\frac{x+1}{x^2} < 0 \Rightarrow x+1 < 0 \Rightarrow x < -1$$

در جواب $\{x \mid x < -1\}$ چون دامنه $x > 0$ است

$$x \sqrt{x^2} = x|x| \quad (8)$$

جواب: $(0, +\infty)$

(9) اگر $f(x) = a \cos 2\left(\frac{\pi}{8}\right) + b \sin \frac{\pi}{8} = 3$

$$f\left(\frac{\pi}{8}\right) = -3 \Rightarrow a \cos 2\left(\frac{\pi}{8}\right) + b \sin \frac{\pi}{8} = -3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(a+b) = -3 \Rightarrow |a+b| = -6 \quad (I)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0 \Rightarrow -2a \sin 2\left(\frac{\pi}{8}\right) + b \cos \frac{\pi}{8} = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \left[(-2a+b) = 0 \right] \Rightarrow a = -2$$

(10) برای $x \in (6, 7, 8, 9)$ مشتق $f(x)$ را

$$f' = (2x-2)(x+a) - x^2 + 2x = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2ax - 2a = 0 \xrightarrow{\Delta} 4a^2 - 4(-2a) > 0$$

$$4(a^2+2a) > 0 \Rightarrow a < -2 \text{ or } a > 0$$

بزرگترین

$$f' > 0 \rightarrow 3x^2 + 2ax + 1 > 0 \quad (1)$$

a) $\rightarrow ax^2 + bx + c \rightarrow$ $\Delta < 0$ \rightarrow $|a| \leq \sqrt{3}$

3) $(2a)^2 - 4(3)(1) < 0 \Rightarrow a^2 < 3$

$$y' = x^2 - 2x - 3 < 0 \rightarrow (-1, 3) \quad (2)$$

$$y'' = 2x - 2 > 0 \Rightarrow x > 1$$

استمرار $(1, 3)$

$$y = x\sqrt{x} + 3\sqrt{x} = x + 3x^{1/2} \quad (3)$$

$$y' = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}x^{-1/2} \Rightarrow y'' = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}x^{-3/2}$$

$$\frac{3}{4}x^{-1/2}(1-x) = \frac{3}{4\sqrt{x}} \left(1 - \frac{1}{x}\right) < 0$$

$$\Rightarrow \frac{x-1}{x} < 0 \Rightarrow 0 < x < 1$$

$$y = x^{6/5} - 12x^{1/5} \Rightarrow y' = \frac{6}{5}x^{1/5} - \frac{12}{5}x^{-4/5} \quad (4)$$

$$\rightarrow y'' = \frac{6}{25}x^{-4/5} + \frac{48}{25}x^{-9/5} = \frac{6}{25}x^{-4/5}(1+8x^{-1}) < 0$$

$$\frac{6}{25\sqrt[5]{x^4}} \left(1 + \frac{8}{x}\right) < 0 \Rightarrow \frac{x+8}{x} < 0 \rightarrow (-8, 0)$$

$$y = \frac{2}{x} + x^{1/2} \Rightarrow y' = -2x^{-2} + \frac{1}{2}x^{-1/2} \quad (5)$$

$$y'' = 2 - \frac{1}{4}x^{-3/2} = 2 - \frac{1}{4x\sqrt{x}} < 0$$

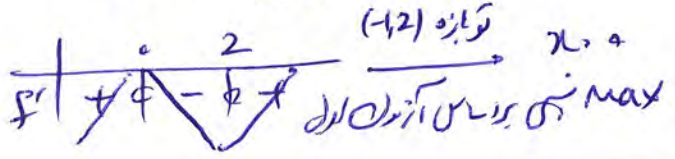
$$\frac{8x\sqrt{x} - 1}{4x\sqrt{x}} < 0 \Rightarrow 2\sqrt{x} < \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow x^3 < \frac{1}{64} \Rightarrow x < \frac{1}{4}$$

در طرفه $x > 0$ بنا بر این دلیل

18) $\sqrt{x} \rightarrow$ مشتق تابع $x=0$ در آنجا نرسید
 و چون در آنجا نرسید باره در آنجا نرسید

19) $f' = \frac{1}{3}(3x^2 - 6x)$ (حوزه) $x=0$
 $3x(x-2) = 0 \rightarrow x=0$ و $x=2$
 هتواند در آنجا نرسد



20) $x_1 = -1$, $-\frac{b}{3a} = -1$
 $-\frac{a}{3} = -1 \Rightarrow a=3$
 $f = x^3 + 3x^2 + bx \rightarrow f(3) = 0 \Rightarrow 3(3)^2 + 3(3) + b = 0$
 $\Rightarrow b = -45 \Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 - 45x$
 $f(3) = 27 + 3(9) - 45(3) = -81$

21) $-\frac{b}{3a} = 1$ اولاً $x=1$ عطف
 $f'(1) = 0 \Rightarrow 3a(1)^2 + 2b + 3 = 0$ ثانياً

22) $x=4$ انتریم است و در آنجا نرسید...

23) $-\frac{a}{3} > 0 \Rightarrow a < 0$
 $y = \frac{2}{3}x^3 - x^2 + bx$
 $a=1$
 $y' = 2x^2 - 2x + b \rightarrow b < 0$

24) عطف منته به $a=0$
 $y = -x^3 + bx$
 $y' = -3x^2 + b \rightarrow b < 0$

25) اولاً $x=0$ در آنجا نرسید $b < 0$
 ثانياً $x=1$ در آنجا نرسید

اداره کاربر است

11) $y = x - 6x^2 + 5$ (در مجزایه) \rightarrow Max
 $y' = 4x^3 - 12x = 0 \Rightarrow 4x(x^2 - 3) = 0 \rightarrow x_1 = \sqrt{3}, x_2 = -\sqrt{3}$
 $y'' = 12x^2 - 12 = 0 \rightarrow x_1 = 1 - (1,0), x_2 = -1 - (-1,0)$

12) $f(3) = \frac{1}{3}(3)^3 - 3^2 - 15(3) = -45$

13) $x_1 = -\frac{b}{3a} = \frac{3}{3} = 1 \rightarrow y_1 = 2$
 $y' = 3x^2 - 6x \rightarrow x=1$ (m=3)
 $y - 2 = -3(x - 1) \Rightarrow y = -3x + 5$

14) $y' = 2xe^x + e^x x^2 = e^x(x^2 + 2x)$
 $y'' = e^x(x^2 + 2x) + (2x + 2)e^x = e^x(x^2 + 4x + 2) = 0$
 $S_2 = -4 \rightarrow P = 2$

15) $f = \frac{(x-2)^2}{x} = \frac{x^2 - 4x + 4}{x} = x - 4 + \frac{4}{x}$
 $f' = 1 - \frac{4}{x^2} \Rightarrow f'' = \frac{4(2x)}{x^4} = \frac{8}{x^3}$
 در آنجا نرسید $P=2$

16) $f(x) = \frac{-x}{1+x} = -\frac{x}{1+x} = -f(x)$
 در آنجا نرسید و در آنجا نرسید

17) $f' = 2x(x-2)^2 + 2(x-2)x^2 = 0$
 $2x(x-2)(x-2+x) = 0$
 $x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = 1$

35) دو ضربیه

36) کافیه از x فاکتور بگیریم

نو صفر گرفته $\rightarrow x$

$$2^{3/5}(x-4) = \sqrt{x^3}(x-4)$$

37) کافیه از x فاکتور بگیریم

$$x(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) = x(x-1)^3$$

38) چون دو ضربیه همه جا با فاکتور x در آورده

$$x^4 + ax^3 = x^3(x+a) \quad b=0$$

پایه هم بگذاریم ساده 4 داریم $x+4$ در x برتر $x+4$ بود

$$\Rightarrow x^3(x+4) = x^4 + 4x^3 \Rightarrow y' = 4x^3 + 12x^2$$

$$4x^2(x+3) = 0 \Rightarrow x = -3$$

ریشه ساده f از $x = -3$ $f(-3) = (-3)^3 + 4(-3)^2 = -27 + 36 = 9$ \Rightarrow $\frac{9}{4}$ \Rightarrow 2.25

39) عطف استخراجه دو شرط f و f' در صفر

حالا چون f و f' در 3 رتبه نوازگانه f نیگو

$$\frac{-b}{3a} = 1 \Rightarrow a = -3$$

$$f = x^3 - 3x^2 + bx \xrightarrow{(1, -1)} (1)^3 - 3(1)^2 + b = -1$$

$$\Rightarrow b = -9 \Rightarrow f = x^3 - 3x^2 - 9x \rightarrow f(-1) = 5$$

40) تو صفر دیونه زنجیره کاشته x^2 چون $b=0$

$$x^2 + 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$2a + 2 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow f = \frac{-x+2}{x^2} \Rightarrow f' = \frac{-x^2 - 2x(-x+2)}{2x^3} = 0$$

$$x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x-4) = 0 \Rightarrow x = 4 \rightarrow f(4) = \frac{-1}{8}$$

۲۷) عطف استخراجه دو شرط f و f' در صفر

۲۸) اولاً بخاطر x صورت x^2 حال $a=0$ ثانیاً تو a در آورده x مجموع $x-1$ بود

۲۹) تو صفر زنجیره کاشته x^2 چون $a=0$ چون از y در صورت x از اول صفر $b=0$

$$x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$$

روانه x و $x+2$ عضو از سبب $a=0$

۳۱) تو دو نقطه قرینه دیونه شده x^2 چون $a=0$ درسته $b=0$ و a با ریشه x چون $a=0$ مثلاً x^2+1 که اصلاً x ریشه نماند

۳۲) مجموع تو صفر دیونه نکرده x چون $b=0$ صورت در x مختلف x_1, x_2 $a \neq 0$ \Rightarrow $-a < 0 < a$

۳۳) چون x مکرر x فاکتور x^2 است $a=0$

$$x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 \text{ چون مثلاً}$$

$$x^2 \rightarrow 2x^2 - 8x + 8 \Rightarrow a+b = 2-8 = -6$$

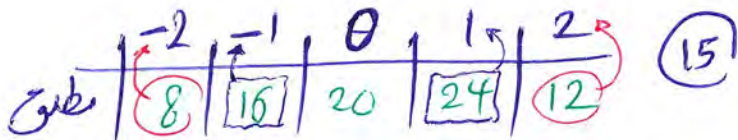
۳۴) اولاً y از x^2 که x^2 $y = \frac{ax}{x^2+1}$ \Rightarrow $\frac{ax}{x^2+1} = 2$

$$2x^2 + 2 = ax$$

$$x^2 - \frac{a}{2}x + 1 = 0 \Rightarrow a = 4$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

باز هم مربع کامل ها که هم x و x^2 معروف

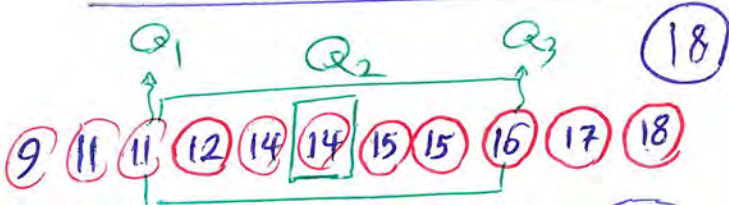


$$9 + \frac{8+8}{80} = 9\frac{1}{5} = 9.2$$

$$\begin{aligned} &(-4 \times 5) + (-2 \times 11) + (-1 \times 9) + (1 \times 8) + 2x + (3 \times 3) = 0 \\ &(-20) + (-22) + (-9) + (8) + (9) + 2x = 0 \end{aligned}$$

$$2x = 34 \rightarrow x = 17$$

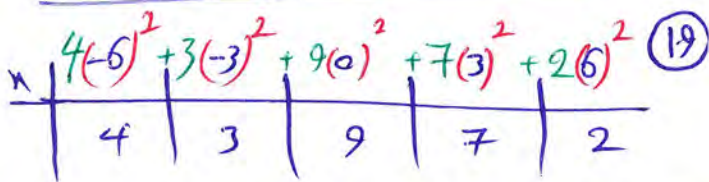
17) نوزاد پسران کمتر و صغیر



$$\bar{x} = 14 + \frac{-2 + 0 + 0 + 1 + 1}{5} = 14$$

$$\frac{(12-14)^2 + (14-14)^2 + (14-14)^2 + (15-14)^2 + (15-14)^2}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\Delta = \sqrt{1.2} = \sqrt{1.21} = 1.1$$



$$\text{مجموع مربعات} = \frac{6(36) + 10(9)}{25} = \frac{306}{25} = 12.24$$

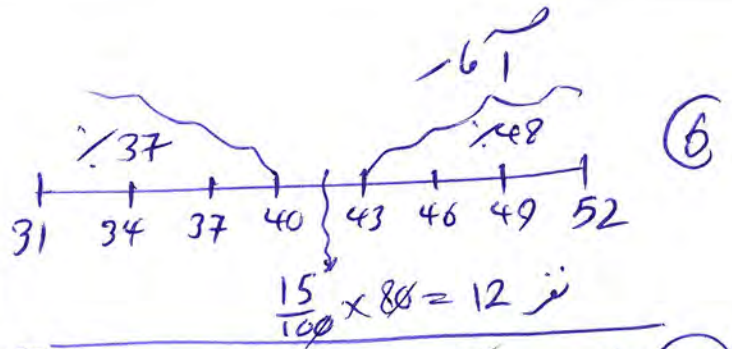
$$\Delta^2 = \frac{\text{مجموع مربعات}}{\text{تعداد}} - \left(\frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}\right)^2 = \frac{340}{40} - \left(\frac{100}{40}\right)^2$$

$$= 8.5 - 6.25 = 2.25 \Rightarrow \Delta = 1.5$$

$$\Delta^2 = (\text{میانگین})^2 - (\text{میانگین مربع})^2$$

$$\Delta^2 = 65.44 - (8)^2 = 1.44$$

$$\Rightarrow \Delta = 1.2 \rightarrow CV = \frac{\Delta}{\bar{x}} = \frac{1.2}{8} = 0.15$$



$$\frac{15}{100} \times 80 = 12 \text{ نفر}$$

$$(37.5\%) \text{ معادل } = 225 \rightarrow \alpha = 135^\circ$$

3 تا 45° غیر 3 یا 8 ← 3 × 12.5%

$$(120 + 180) + (90 + 60) = 450 \text{ نفر}$$

$$\frac{120}{450} \mid x = 96$$

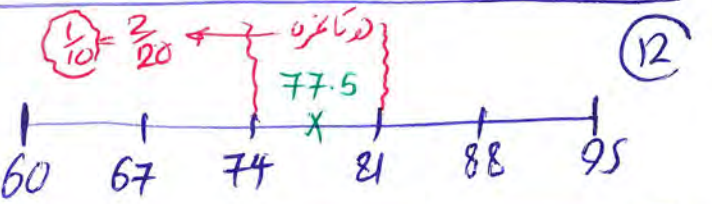
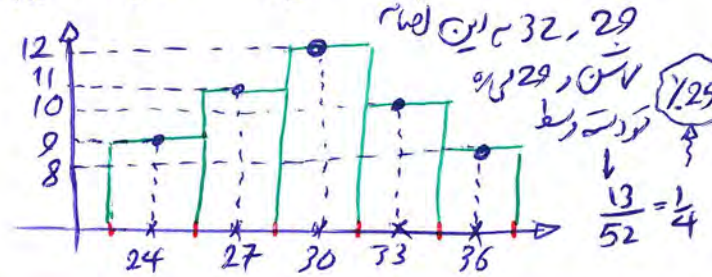
$$\frac{90}{360} \mid 360 \rightarrow 8$$

$$A \text{ سال} = 4, \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = \frac{1}{20} = 72^\circ$$

10) نوزاد 21 نفر است و یک نفر از دست است

$$\frac{17}{57} = \frac{1}{3} \rightarrow 120^\circ$$

11) هیئت ضد برابری است و برابری را ایجاد می کند



13) 56 57 59 59 60 60 62 63 63 65 65 66 71

$$62 + \frac{-6 - 5 - 3 - 3 - 2 - 2 + 0 + 1 + 1 + 3 + 3 + 4 + 9}{13} = 62$$

14) صورت اولی

$$\frac{(8 \times 8) + (8 \times 9) + (4 \times 10)}{64 + 72 + 40} = \frac{181.3}{9.06} \approx 5.3$$

۲۶ { آنکیز و لک } نت لک این ست را

(5)(3) + (5)(3) = 40 (2)

(5)(2) = 10 (3)

(8)(4) = $\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2} = 70$ (4)

(5) چون قدرت تو در کلاسها مساوی است پس

0 5 0 5 0 5 0 5 0
 (5)(4) = 240 ← کلاسها مساوی است پس
 طبیعت سبزهها

(A) (G) (L) (R) (N) (E) → 6! = 720 (6)

(4)(4)(3)(2) = 96 (7)
 3 5
 5 7
 7 9

{2, 4, 6, 8} {1, 3, 5, 7, 9} (8)

(4)(5) × 4! = 240
 طبیعت لک این ست را آنکیز و لک

مادر کلاس: ارباب آنکیز و لک در کلاس
 طبیعت لک این ست را آنکیز و لک
 و مادر کلاس: هر چند که لک این ست را آنکیز و لک
 محدودیت در سطح صبر سازی

ادامه نگاه
 $\frac{(x_1-15)^2 + \dots + (x_8-15)^2}{8} = 4$ (22)
 $A = 32$

$\sigma_{10 \text{ data}}^2 = \frac{A + (12-15)^2 + (18-15)^2}{10} = 5$

57-12 = 45 × 3 → 135 (23)

$CV_{\text{new}} = \frac{2(12) + 3}{27} = \frac{24}{27} = \frac{8}{9}$ (24)
 $CV_{\text{old}} = \frac{8}{12}$

(25)

x	3	5	7	9	11
f_i	2	7	8	5	3

$\sigma^2 = \frac{80 + 48}{25} = \frac{128}{25} = 5.12$

(26) واریانس 5 عدد طبیعی متوالی که مجموع آن 12 است

$b = \sqrt{2}$ هر 12 برابر +
 $\sigma = 12\sqrt{2}$, $\bar{x} = (12 \times 3) + 6 = 42$

$CV_{\text{new}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{12\sqrt{2}}{42} = \frac{2 \times 1.4}{7} = 0.4$

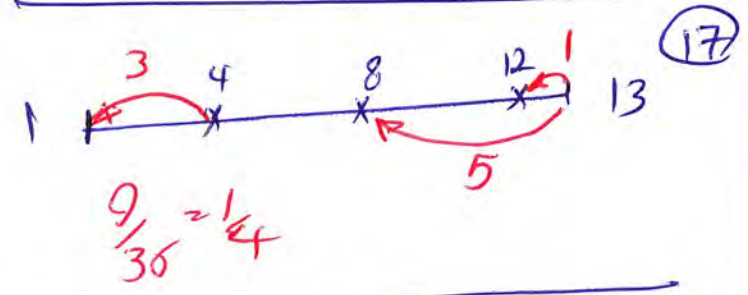
(27) آنکیز: لک این ست را آنکیز و لک این ست را

دانش آموزان در کلاس آنکیز و لک این ست را

$10 \times 4 \times 4 \times 4 = 640$

$P(\text{نه قطره}) = 1 - P(\text{قطره}) = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ (16)

$P(\text{3 قطره}) = \frac{2}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ (3, 4)



$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$ (18)

$= \frac{50}{100} + \frac{25}{100} - \frac{50}{100} \times \frac{25}{100} = 70\%$

$\frac{1}{40} \times \frac{1}{75} = \frac{4}{10} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$ (بکسر)

نتیجه 10.7

نتیجه حاصل 2 نفری هیچ دو نفری در یک ماه (19)

ستاره سه ای: $\frac{12}{12} \times \frac{11}{12} \times \frac{10}{12} \times \frac{9}{12}$

$= 4 \times \frac{11}{12} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{55}{96} \rightarrow$ نتایج = $\frac{41}{96}$

فرزندان عمده شدن (20)

دو نفری با هم در یک ماه $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

نتیجه حاصل $\frac{3}{4}$

دو نفری عمده شده فقط با هم هر سه به هم (21)

$S_{new} = \{ (999), (99b), (9bb) \}$ (3, 7)

تعداد 1, 3, 3

$\frac{55}{100} \times \frac{50}{100} = \frac{330}{1000}$

$\frac{45}{100} \times \frac{54}{100} = \frac{288}{1000}$

$\frac{330}{1000} + \frac{288}{1000} = \frac{618}{1000} = 61.8\%$ (22)

احتمال

$\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ (9) انبار انبار

$\frac{3! \times 2!}{5!} = \frac{1}{10}$ (10)

2 نفری (2) (7) (5) (35) (14) (4) (12) (14) (4) (14) (4)

$\frac{\binom{2}{1} \binom{7}{2} \binom{5}{1} + \binom{2}{1} \binom{7}{3}}{\binom{14}{4}} = \frac{2(140)}{14 \times 13 \times 12 \times 11 / (4 \times 3 \times 2)}$

A: $\frac{1}{3} \times \frac{\binom{4}{2} \binom{5}{2}}{\binom{9}{4}} = \frac{20}{126}$ (12)

B: $\frac{1}{3} \times \frac{\binom{5}{2} \binom{7}{2}}{\binom{9}{4}} = \frac{15}{126}$

C: $\frac{1}{3} \times \frac{\binom{6}{2} \binom{3}{2}}{\binom{9}{4}} = \frac{15}{126}$

جمع $\rightarrow \frac{50}{126} = \frac{25}{63}$

$\frac{\binom{4}{2} + \binom{4}{3}}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$ (13)

AAA TXI $\rightarrow \frac{4!}{1} = \frac{4!}{6 \times 5 \times 4 \times 3!} = \frac{1}{5}$ (14)

با سینه های نو به 3 بخش کرده - کافیه زود (15)

چون عدد داریم همه فردا را جمع با هم به هم فرستاده

$P(A) = \frac{\text{تعداد A}}{\text{تعداد کل}} = \frac{4}{9} \rightarrow P(A) = \frac{5}{9}$

$P(B) = 3/4, P(b) = 1/4$ (29)

$\binom{3}{1} \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3 \times 9}{64} = \frac{27}{64}$

$\frac{1}{2} \times \binom{5}{1} \left(\frac{3}{5}\right)^1 \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{24}{5^4}$ (30)

$\frac{1}{2} \times \binom{3}{1} \left(\frac{3}{5}\right)^1 \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{18}{5^3} = \frac{90}{5^4}$

$= \frac{24 + 90}{(5^2)^2} = \frac{114}{625}$

(31) جمع هر سه عدد سوال ۳ بجس ازاره
 اگر سه عدد تشکیل دهنده عددی بین هم هستند

- $(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), (1, 3, 5)$
- 3! 3! 3! 3!

$P(A) = \frac{4 \times 3!}{\binom{5}{3} \times 3!} = \frac{4}{10}$

(32) و تم که در تفاوت اینجا چه با سه مرتبه
 مختلف باشند

$\frac{\binom{5}{1} \binom{4}{1} \binom{3}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{5 \times 4 \times 3}{1}$
 $= \frac{1}{\frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2}}$
 $= \frac{1}{2 \times 12 \times 11 \times 10 / 6} = \frac{3}{11}$

اگر سوال

$\frac{1}{2} \times \frac{90}{100} = \frac{45}{100}$ یا به
 $\frac{1}{2} \times \frac{94}{100} = \frac{47}{100}$ یا در
 $\rightarrow \frac{92}{100}$ (23)

$P(0.5X < 10) = P(X=20) + \dots + P(X=10)$ (24)

معنای آنست که هر دو یک باشد!
 فرغ
 $\sum_{i=0}^{10} P(X=i) = P(X=20) + \dots + P(X=10)$

(25) 4 سیاه 6 سفید

X	0	1	2
	$\frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}}$	$\frac{\binom{6}{1} \binom{4}{1}}{\binom{10}{2}}$	$\frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}}$

$\binom{5}{3} \left(\frac{2}{10}\right)^3 \left(\frac{8}{10}\right)^2$ (26)
 $= 10 \times \frac{2^3 \times 2^6}{10^5} = \frac{2^9}{10^4} = 0.0512$

$\binom{5}{3} \left(\frac{2}{10}\right)^3 \left(\frac{8}{10}\right)^2$ (27)
 $10 \times \frac{2^3 \times 2^6}{10^5} = \frac{2^9}{10^4} = 0.0512$

$\binom{4}{3} \left(\frac{6}{10}\right)^3 \left(\frac{4}{10}\right)^1$ (28)
 $= \frac{4 \times 216 \times 4}{10^4} = 0.3456$

29

$$g(f(a)) = 5 \rightarrow a + \sqrt{a} = 6 \Rightarrow \underline{a=4} \text{ (9)}$$

$$f^{-1} = \{(2,1), (5,2), (3,0), (-1,4)\} \text{ (10)}$$

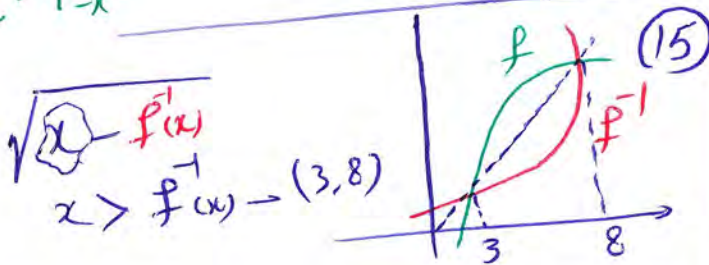
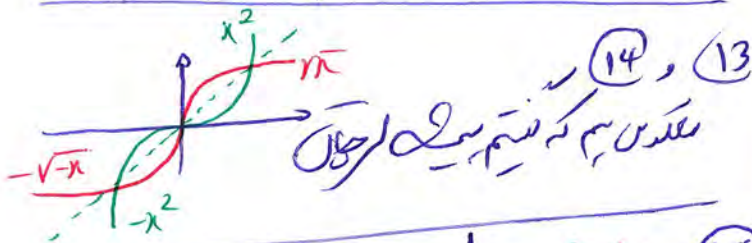
$$g = \{(2,3), (-1,4), (4,1), (3,0)\}$$

$$g(f^{-1}(u)) = \{(5,3), (-1,1)\}$$

$$y = \frac{x}{1+|x|} \quad (x,y) \in f \rightarrow (y,x) \in f^{-1} \text{ (11)}$$

$(1, \frac{1}{2}) \in f \rightarrow$ *نقطه 1*

$$f = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ -x^2 & x > 0 \end{cases} \text{ (12)}$$



$\sin \alpha = \frac{3}{5}$

$x = \pm 4 \rightarrow x = -4$ (1)

$$\tan(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{1}{4}} = 7$$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = \ln^4 x - \sqrt{\ln^4 x} \text{ (2)}$$

$$= \ln^2 x (\ln^2 x - 1) = -(\ln x \cos x)^2 = -(\frac{1}{2} \ln x)^2$$

$$= -\frac{1}{4} \ln^2 2x$$

بج

$$\frac{1}{x-1} > \frac{1}{x-3} \Rightarrow \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} > 0 \text{ (1)}$$

$$\Rightarrow \frac{x-3-x+1}{(x-1)(x-3)} > 0 \Rightarrow \frac{-2}{(x-1)(x-3)} > 0$$

$$(x-1)(x-3) < 0 \Rightarrow 1 < x < 3$$

$$ab^{-\frac{1}{2}} - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{3}{2} \quad \begin{matrix} a=3 \\ b=4 \end{matrix} \text{ (2)}$$

$(1,1) \rightarrow ab=12$ *و ک*

$$f(x) = 3(4)^x - 1 \Rightarrow f(-1) = 3 \times 4^{-1} - 1 = -\frac{1}{4}$$

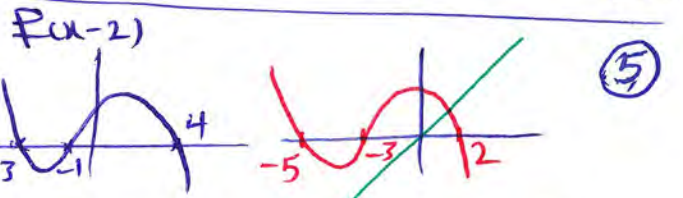
$$m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases} \text{ (3)}$$

$(2,1)$ زوج، $(2,4)$ زوج، $m=2$

$$y + 2x = b \quad (1,0) \rightarrow \underline{b=2} \text{ (4)}$$

$$x^3 + ax + b = f(x) \Rightarrow 0 = 1 + a + b = \sqrt{a} - 3$$

$$-2x + 2 = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow x^3 - x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{cases}$$



$$x f(x) > 0 \Rightarrow [-5, -3] \cup [0, 2]$$

$$D_f: 2x - x^2 > 0 \quad \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases} \quad 0 \leq x \leq 2 \text{ (6)}$$

$$\Rightarrow 0 \leq 3-x \leq 2 \Rightarrow -3 \leq -x \leq -1 \Rightarrow 1 \leq x \leq 3$$

$$g \circ f(x) > 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}(x^2 + 3x) + 2 > 0 \text{ (7)}$$

$$\xrightarrow{x(-2)} x^2 + 3x - 4 < 0 \Rightarrow -4 < x < 1$$

$$3f + 4 = 2x \Rightarrow 3f = 2x - 4 \text{ (8)}$$

$$f = \frac{2x-4}{3} \Rightarrow f(5) = \frac{2(5)-4}{3} = 2$$

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2} \xrightarrow{2015} 1 - \sin 2\alpha = \frac{1}{4} \quad (9)$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{3}{4}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha = -\frac{3}{4}$$

$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{\cancel{2} \sin \frac{\alpha}{2} \cancel{\cos \frac{\alpha}{2}}}{\cancel{2} \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \quad (10)$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) = -\cot \frac{\alpha}{2} = -2$$

$$d = aR(b\pi x) \quad \frac{2\pi}{bR} = 6 \Rightarrow b = \frac{1}{3} \quad (11)$$

$$a = 2 \Rightarrow a + b = \frac{7}{3}$$

$$S = \frac{1}{2} (12)(8) \times R 135^\circ = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 24\sqrt{2} \quad (12)$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \theta \Rightarrow \frac{1}{2} \times 8 \times 5 \times \sin \theta = 16 \quad (13)$$

$$\sin \theta = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \theta = \frac{3}{5} \quad \text{دائرة}$$

$$a^2 = 5^2 + 8^2 - 2(5)(8)\left(\frac{3}{5}\right) = 41 \Rightarrow a = \sqrt{41}$$

$$\frac{1}{2} \times 9 \times 16 \times \sin \theta = 24\sqrt{5} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad (14)$$

$$\cos \theta = -\sqrt{1 - \frac{5}{9}} = -\frac{2}{3} \quad \text{دائرة}$$

$$c^2 = 9^2 + 16^2 - 2(9)(16)\left(-\frac{2}{3}\right) = 529$$

$$\boxed{c = 23}$$

$$P_i \text{ بسط: } P = 14 \quad (15)$$

$$S = \sqrt{14(7)(5)(2)} = 14\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} f \circ g(x) &= f(g(x)) = \frac{\tan x}{\cos x} = \frac{\sin x}{\cos^2 x} \quad (3) \\ &= \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{1}{\cos x}} = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x \end{aligned}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + 15^\circ\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 15^\circ\right) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{R(\pi - 15^\circ) - R\left(\frac{\pi}{2} + 15^\circ\right)}{R(15^\circ - \cos 15^\circ)} &= \frac{128}{100} \\ &= \frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\cos 15^\circ} = \tan 15^\circ + 1 = \frac{128}{100} \\ &= \frac{R(15^\circ - \cos 15^\circ)}{\cos 15^\circ} = \tan 15^\circ - 1 = \frac{-72}{100} \end{aligned}$$

$$(-\sqrt{3})(-\cos x) = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (5)$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{3}$$

$$\cos x \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \sin \frac{\pi}{3} + \cos x \cos \frac{\pi}{3} + \sin x \sin \frac{\pi}{3} = \frac{2}{3} \quad (6)$$

$$\frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{2} \cos x = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos x = \frac{2}{3}$$

$$\cos 2x = 2\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \tan \frac{\pi}{4} = 1 \quad \tan \beta = \frac{1}{2} \quad (7)$$

$$\frac{\tan \alpha - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2} \tan \alpha} = 1 \Rightarrow 1 + \frac{1}{2} \tan \alpha = \tan \alpha - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \tan \alpha = \frac{3}{2} \Rightarrow \tan \alpha = 3$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2(3)}{1 + (3)^2} = \frac{6}{10}$$

$$\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = -2 \cot \left(2\left(\frac{x}{2}\right)\right) \quad (8)$$

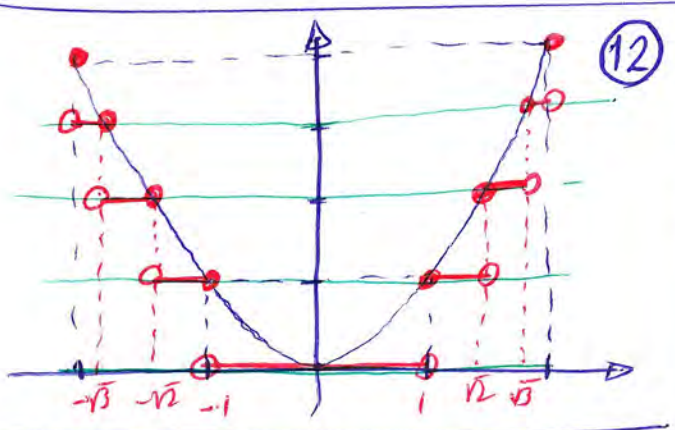
$$\tan x = \frac{4}{3} \Rightarrow -2\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{2}$$

$2u+1 - |x-2| > x^2+1$ (8)
 همه کس از 2 هستن پس قرینه این بار بدون
 $2u+1 + x - 2 > x^2+1 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 < 0$
 $\Rightarrow (1, 2)$

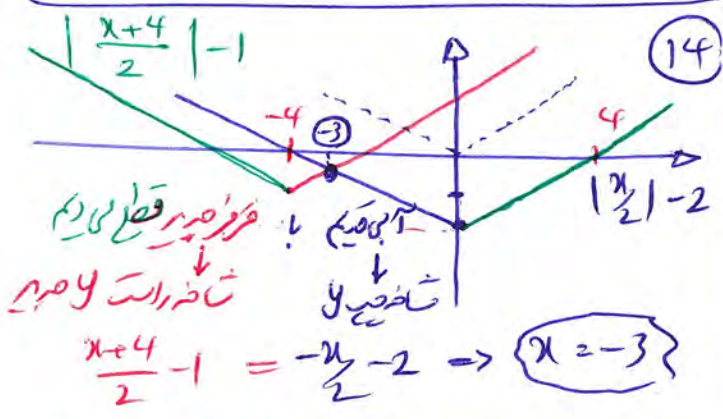
$f(x) - f(x) = [x - [u]]$ (9)
 $0 \leq x - [u] < 1 \Rightarrow [u - [u]] = 0$

$f(x) = |2x-6| - |x+1|$ (10)
 $x < -1: 2(-x+3) - (x-1) = -u+7 \rightarrow$ جز
 $-1 < x < 3: 2(-u+3) - (x+1) = -3x+5 \rightarrow$ جز
 $x > 3: 2(x-3) - (x+1) = x-7 \rightarrow$ جز
 مقدره: $f(3) = -4$

$5 \leq 3 \leq 2$ (11)
 $l, \sqrt{2}$



$! \text{ km } [kx] \leftarrow [n] [m]$ (13)



قدر مطلق برابر است

$\sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x^2-4x+4}$ (1)
 $\left\{ \begin{aligned} [u] &= 1 \\ 1 \leq x < 2 \end{aligned} \right.$

$f(u) = x^2 - 2[u]$ (2)
 $f(\frac{1}{2} f(\sqrt{3})) \Rightarrow f(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 - 2[1.7] = 1$
 $\Rightarrow f(-\frac{1}{2}) = (-\frac{1}{2})^2 - 2(-1) = \frac{9}{4} = 2.25$

$x^2+x < 0 \Rightarrow -1 < x < 0$ (3)
 $[u] + [x^2] + [u^3] + [u^4] = -1 + 0 - 1 + 0 = -2$

$[u] + [-x] = x - [u]$ (4)
 $\begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$

$|x| \leq -\frac{1}{2}u + 3 \Rightarrow \frac{1}{2}u - 3 \leq x \leq -\frac{1}{2}u + 3$ (5)
 $x > -6 \quad x \leq 2$
 $\Rightarrow -6 \leq x \leq 2$

$4 - |x| > -\frac{x}{2} + \frac{5}{2}$ (6)
 $\Rightarrow |x| < \frac{x}{2} + 3 \Rightarrow \frac{-x-3}{2} < x < \frac{x+3}{2}$
 $\Rightarrow -1 < x < 3$
 $b-a = 3 - (-1) = 4$

$\frac{|x-2|}{|2u+1|} > 1 \Rightarrow |x-2| > |2u+1|$ (7)
 $\Rightarrow x^2 - 4x + 4 > 4u^2 + 4u + 1$
 $\Rightarrow 3x^2 + 8x - 3 < 0 \quad \Delta = 100$
 $-3 < x < \frac{1}{3}$

7) تابع معروف است

$\int_0^1 x - \sqrt{x} = \int_0^1 x - \int_0^1 \sqrt{x} = \frac{1}{2} - \frac{2}{3}$

8)

$-x^2 + 5x = x$
 $x^2 - 4x = 0$
 $x(x-4) = 0 \Rightarrow x=0, x=4$

$\int_0^4 (-x^2 + 5x) - (x) = \int_0^4 -x^2 + 4x$
 $= -\frac{x^3}{3} + 2x^2 \Big|_0^4 = -\frac{64}{3} + \frac{96}{3} = \frac{32}{3}$

9)

$\int_{-2}^2 |x| - \int_{-2}^2 [x]$

$5\frac{1}{2} - (-3) = 8\frac{1}{2}$

10)

$\int_{-1}^1 |3x| - \int_{-1}^1 [x]$

$2(\frac{3}{2}) - (-1) = 4$

11)

$\int_{-1}^0 (-1)(x) + \int_0^1 (0)(x) + \int_1^2 (1)(x)$

1 = جواب است

1)

مساحت: $\frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi (2)^2}{2} = 2\pi$

2)

$\frac{4 \times 2}{2} = 4$

3)

$2-1=1$

$\frac{2 \times 2}{2} = 2$

4)

$\int_0^3 x^2 - \frac{x}{3} = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{6} \Big|_0^3 = 9 - 0 = 9$

$9 + 2 = 11$

$\frac{2 \times 2}{2} = 2$

5)

$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$

6)

$\sqrt{4-x^2} = \frac{5}{3} + \frac{1}{2}$

$\frac{19}{6}$

$4 - \frac{7}{3} = \frac{5}{3}$

$\int_1^2 (4-x^2) = \int_1^2 4 - \int_1^2 x^2$

$\frac{3}{2}$

$$\int \frac{1 - \cos^2 x}{1 - \cos x} dx \quad (16)$$

$$= \int \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{1 - \cos x} = x + \sin x + C$$

$$\int \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} \times 2 \sin x \cos x \quad (17)$$

$|\cos x| \rightarrow$ نهی $3\frac{1}{2}$ و $1\frac{1}{2}$ کی صورت میں

$$= \int \frac{1}{-\cos x} \cdot 2 \sin x \cos x = -2 \int \sin x$$

$$= -2(-\cos x) + C = 2 \cos x + C$$

$$\int_c^n \frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}} = \int_c^n |\cos x| dx = 2 \quad (18)$$

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{2(1 - \cos x)} = \int_0^{2\pi} \sqrt{2(2\sin^2 \frac{x}{2})} \quad (19)$$

$$= 2 \int_0^{2\pi} |\sin \frac{x}{2}| \rightarrow \begin{matrix} 0 \leq x \leq 2\pi \\ \Rightarrow 0 \leq \frac{x}{2} \leq \pi \end{matrix}$$

sin کے مثبت و منفی دونوں حصوں پر غور کریں

$$= 2 \int_0^{2\pi} \sin \frac{x}{2} = 2 \times 2 \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2}$$

$$= 4(-\cos \frac{x}{2}) \Big|_0^{\pi} = -4(-1-1) = 8$$

$$G'(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^3}} \quad x=2 \quad \frac{2}{3} \quad (20)$$

$$(2G(x))'_{(2)} = G(2) + 2G'(2) = 0 + \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$

ادراہہ انتگرال

$$\int_1^4 \left[\frac{x}{\sqrt{x}} \right] + \int_4^9 \left[\frac{x}{\sqrt{x}} \right] + \int_9^{16} \left[\frac{x}{\sqrt{x}} \right] \quad (12)$$

$$= \int_1^4 1 + \int_4^9 2 + \int_9^{16} 3$$

$$= \underbrace{1(4-1)}_3 + \underbrace{2(9-4)}_{10} + \underbrace{3(16-9)}_{21}$$

$$\int \frac{5x^2 + 3x}{x^{\frac{1}{2}}} = \int 5x^{\frac{3}{2}} + 3x^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

$$= 5 \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + 3 \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$$

$$= 2x^2 \sqrt{x} + 2x \sqrt{x} + C$$

$$= x \sqrt{x} (2x + 2) + C$$

$$\int \frac{x\sqrt{x} - \sqrt{x}}{x^2} = \int x^{-\frac{1}{2}} - x^{-\frac{3}{2}} \quad (14)$$

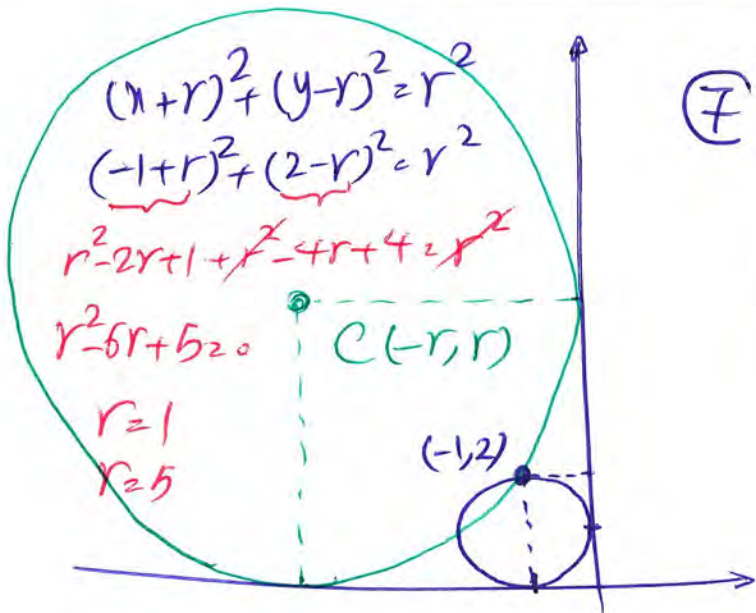
$$= \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} - \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + C$$

$$= 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} + C = \frac{2x+2}{\sqrt{x}} + C$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x}} (2x+2) + C$$

$$\int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x} dx = \quad (15)$$

$$\int \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cos x - \sin x} = \sin x - \cos x + C$$



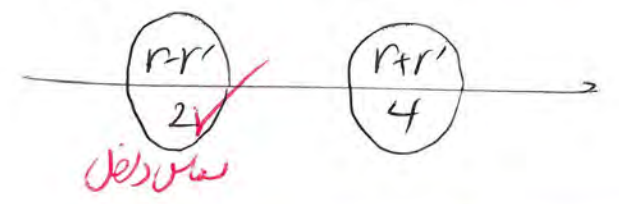
7

$x^2 + y^2 - 4x + 4y - 1 = 0$ (8)

$r = \frac{1}{2} \sqrt{(-4)^2 + 4^2 - 4(-1)} = 3$, $C(2, -2)$

$x^2 + y^2 - 4x + 8y + 19 = 0$ (9)

$r' = \frac{1}{2} \sqrt{(-4)^2 + 8^2 - 4(19)} = 1$, $C'(2, -4)$



$(-1, 2)$ $r=2$ $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$ (9)

$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0 \Rightarrow 6x - 2y = 0$

$(2, 1)$ $r=2$ $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ (10)

$y = 3x$

$x^2 + y^2 - 2x + 4y + a_2 = 0$ (10)
 $x = -3y$

مركزها $(-3y)$ بنام

$10y^2 + 10y + a_2 = 0$
 $100 - 4(10)a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{5}{2}$

مركزها $(-3y)$ بنام

$x + 2y - 6 = 0$, $2x - y - 7 = 0$ (1)
 $\frac{|(8) + 2(5) - 6|}{\sqrt{5}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$, $\frac{|2(8) - (5) - 7|}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$

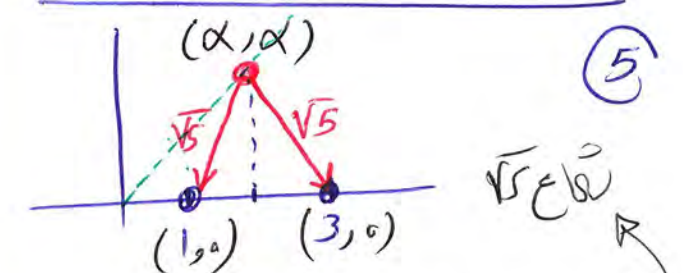


$x - y + 1 = 0$ (2)
 $\times 2 \rightarrow 2x - 2y + 2 = 0$
 لکھو: $2x - 2y - 3 = 0 \rightarrow \frac{5}{\sqrt{8}}$
 مرکزها 2 بنام

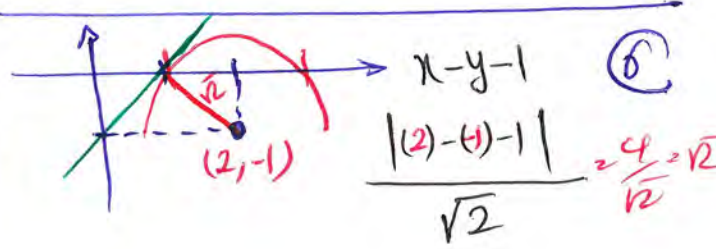
$a^2 - 7 = 2$ $\left\{ \begin{array}{l} a=3 \rightarrow \text{check} \\ a=2 \rightarrow \text{check} \end{array} \right.$ (3)

$2x^2 + 2y^2 + 4y + 3 = 0$
 $x^2 + y^2 + x + 2y + \frac{3}{2} = 0$
 $a^2 + b^2 - 4c = 4 - 4(\frac{3}{2}) < 0$

$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ (4)
 مرکزها $(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})$ بنام



$(\alpha-1)^2 + \alpha^2 = (\alpha-3)^2 + \alpha^2 \Rightarrow \alpha = 2$



$$\frac{3x^2}{12} + \frac{4y^2}{12} = \frac{12}{12} \quad (15)$$

$\frac{4}{12} \rightarrow a^2$ $\frac{3}{12} \rightarrow b^2 \rightarrow \frac{2(3)}{2} = 3$

$$4(y^2 + 2y) - 5(x^2 - 4x) = -4 \quad (16)$$

$$4((y+1)^2 - 1) - 5((x-2)^2 - 4) = -4$$

$$\frac{4(y+1)^2}{-20} - \frac{5(x-2)^2}{-20} = \frac{-20}{-20}$$

$$\frac{(x-2)^2}{a^2} - \frac{(y+1)^2}{b^2} = 1 \Rightarrow C=3$$



$$4(x^2 - 2x) - (y^2 + 4y) = 4 \quad (17)$$

$$4((x-1)^2 - 1) - ((y+2)^2 - 4) = 4$$

$$\frac{4(x-1)^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{4} = \frac{4}{4} \Rightarrow b=2$$

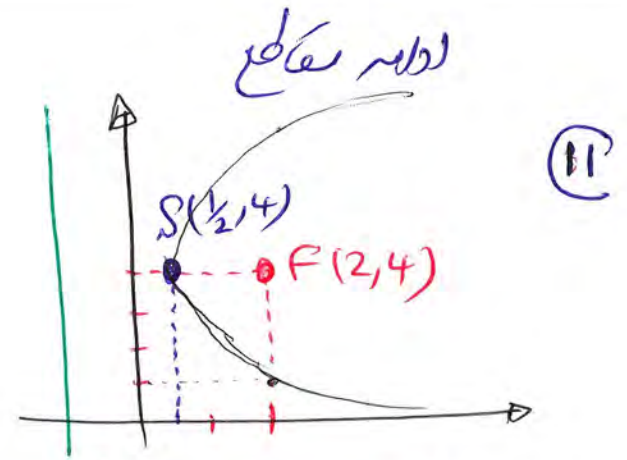
$$e = \frac{c}{a} = \frac{5}{3} \quad (18)$$

$$\begin{cases} 8x + b = 0 \Rightarrow b = 16 \\ 2ay + 2 = 0, \beta = 1 \Rightarrow a = -1 \end{cases} \quad (19)$$

$$x^2 + 3y^2 - 8x = 0, \quad y = x \quad (20)$$

$$4x^2 - 8x = 0 \Rightarrow 4x(x-2) = 0$$

$x=0$ or $x=2$
 $y=2$



$$(y-4)^2 = 6(x - \frac{1}{2})$$

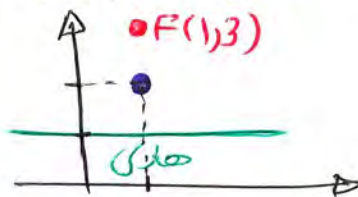
$$16 = 6x - 3 \Rightarrow 6x = 19 \Rightarrow x = \frac{19}{6}$$

$$x^2 - 2x = 4y - 9 \quad (12)$$

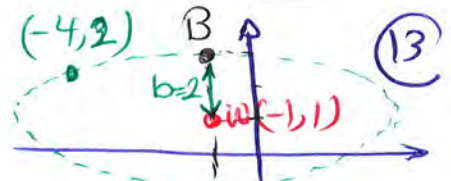
$$(x-1)^2 - 1 = 4y - 9$$

$$(x-1)^2 = 4y - 8 \Rightarrow (x-1)^2 = 4(y-2)$$

$F(1, 3)$ $a=1$ $\beta=2$



$$\frac{(x+1)^2}{a^2} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1 \quad (13)$$



$$\begin{aligned} \text{At } (-4, 2): \frac{9}{a^2} + \frac{1}{4} &= 1 \Rightarrow \frac{9}{a^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow a^2 = 12 \\ \Rightarrow a^2 = 12, b^2 = 4 &\Rightarrow c^2 = 8 \Rightarrow e = \frac{c}{a} \\ &= \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{12}} = \frac{2}{3} \Rightarrow e = \frac{\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

$$3x^2 - 6x + 4y^2 + 4y = 44 \quad (14)$$

$$3(x^2 - 2x) + 4(y^2 + y) = 44$$

$$3((x-1)^2 - 1) + 4((y + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}) = 44$$

$$\frac{3(x-1)^2}{16} + \frac{4(y + \frac{1}{2})^2}{48} = \frac{48}{48}$$

$a^2 = 16$ $b^2 = 12$ $c^2 = 4$

$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$ (7)

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 \quad | \quad x^2 - 1 \\ 2x^3 - 2x \quad | \quad 2x - 3 \rightarrow y = 2x - 3 \end{array}$$

$A \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -5 \end{vmatrix} B \begin{vmatrix} -1 \\ -5 \end{vmatrix}$

لیم $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 2x}{x^2 + x - 2} = 2 \Rightarrow y = 2$ (8)

$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

$y = x + a \Rightarrow 2 = -2 + a \Rightarrow a = 4$

$2x^3 + ax^2 + 5 \quad | \quad x^2 - x$ (9)

$$\begin{array}{r} 2x^3 + ax^2 + 5 \\ 2x^3 + x^2 \\ \hline (a-2)x^2 + 5 \end{array}$$

$y = 2x + a - 2$
 $0 = 2(-2) + a - 2 \Rightarrow a = 6$

$x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$ (10)

$1 + a - 2 = 0 \Rightarrow a = 1$

$x^3 + x - 2 \quad | \quad x^2 - x$

$$\begin{array}{r} x^3 + x - 2 \\ x^3 - x^2 \\ \hline x^2 + x - 2 \end{array}$$

$y = x + 1$

لیم $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x - (\sqrt{|x-1|}) \begin{cases} +\infty: x+1 \\ -\infty: 3x-1 \end{cases}$ (11)

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = 3x - 1 \end{cases} \Rightarrow 3x - 1 = x + 1$$

$x = 1, y = 2$

لمربع $mx + h \pm \sqrt{ax^2 + bx + c}$

$\sqrt{a} = |m| \rightarrow$ بصورتی و دوسری

$2x + \sqrt{4x^2 + 8x} = 2x + 2|x+1|$

$\begin{cases} +\infty: y = 4x + 2 \\ -\infty: y = -2 \end{cases}$

حقیقی و واکریلی و حجاب

(1) e^n و $e > 1$ واکریلی

$\frac{n}{n} = 1$ و $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (2)

(3) عالم نرسان درون برکت واکریلی

$\frac{2n}{n} = 2$ و $\frac{3}{3} = 1$ (4)

$\frac{4^{n-1}}{4^n} = \frac{4^n \times 4^{-1}}{4^n} = \frac{1}{4}$ (2)

$\frac{4}{3} =$ عالم نرسان

$\frac{3n^2}{4n^2} = \frac{3}{4}$ (3)

$\frac{3^n}{n^3} = \left\{ 3, \frac{9}{8}, \frac{27}{27}, \dots \right\}$ (4)

لیم $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{n^3} = \infty$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} n^{-1} = -\lim_{n \rightarrow \infty} \ln n = -\infty$ (5)

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\infty} = \lim_{n \rightarrow \infty} 0 = 0$

$\cos \frac{n\pi}{2} = \{ 0, -1, 0, 1, 0, \dots \}$

$u_n = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{1-\frac{1}{2}} \right\}$ (6)

لیم $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$