

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران و داوطلبان آزاد - دی ماه ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			

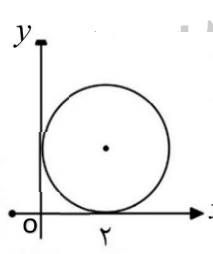
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
------	------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (چهار عمل اصلی و بدون حافظه) مجاز است

## سؤالات فصل اول

۱	الف) اگر در ماتریس $A$ تعداد سطرها با تعداد ستونها برابر باشد، ماتریس $A$ را مربعی می‌نامیم. (درست - نادرست) ب) $A = \begin{bmatrix} m & 2-m \\ 0 & n \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر است. مقدار عددی $n$ برابر ..... می‌باشد. پ) دترمینان ماتریس مربعی $A$ برابر ۲ می‌باشد. در این صورت مقدار $ A^{-1} $ برابر ..... است. گزینه درست قسمت (ت) را در پاسخ برگ بنویسید. ت) مقدار عددی $a_{۲۳}$ در ماتریس $A = [i - j]_{۳ \times ۳}$ کدام است؟ <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> -۱	۱
۲	با فرض $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ماتریس $A^{۴۹}$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۳	دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ را بر حسب ستون اول به دست آورید.	۱
۴	نشان دهید ماتریس $A = \begin{bmatrix}  2A  & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست.	۲
۵	$A = \begin{bmatrix} m-1 & 1 \\ 2 & m \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات یک دستگاه خطی هستند. دستگاه معادلات را تشکیل دهید و مقدار $m$ را طوری تعیین کنید که دستگاه بی‌شمار جواب داشته باشد.	۱/۵

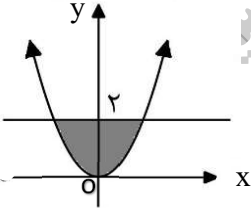
## سؤالات فصل دوم

۶	الف) هرگاه دو خط $d$ و $l$ موازی باشند، از دوران $d$ حول $l$ سطحی ایجاد می‌شود که آن را یک سطح ..... می‌نامیم. ب) نقطه دلخواه $M$ در صفحه بیضی مفروض است. اگر مجموع فاصله‌های نقطه مورد نظر از دو کانون بیضی، بیشتر از اندازه قطر بزرگ بیضی باشد، آنگاه نقطه $M$ در درون بیضی قرار دارد. (درست - نادرست)	۰/۵
۷	نقاط $A$ و $B$ و $C$ در یک صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از نقاط $A$ و $B$ به یک فاصله بوده و از نقطه $C$ به فاصله ۲ سانتی‌متر باشد (در مورد تعداد جواب‌های ممکن بحث کنید).	۱/۵
۸	در شکل مقابل، دایره $C(M, R)$ بر محورهای مختصات مماس است. مختصات مرکز و اندازه شعاع دایره را بیابید و سپس معادله ضمنی دایره را بنویسید.	۱/۲۵
		
صفحه ۱ از ۲		

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران و داوطلبان آزاد - دی ماه ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
۹	وضعیت خط به معادله $x + y = 4$ و دایره به معادله $x^2 + y^2 = 4$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۲۵
۱۰	در بیضی فاصله یک کانون از نزدیک ترین رأس برابر ۲ و اندازه قطر کوچک بیضی برابر ۸ است. مقدار خروج از مرکز بیضی را تعیین کنید.	۱/۵
۱۱	سهمی به معادله $y^2 = -2x - 4y$ مفروض است. (الف) معادله متعارف (استاندارد) سهمی را بنویسید. (ب) مختصات رأس و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۲	نقطه دلخواه M روی سهمی مفروض است. ثابت کنید هر دایره به مرکز M که از کانون سهمی بگذرد، بر خط هادی سهمی مماس است.	۰/۷۵

## سؤالات فصل سوم

۱۳	حاصل هر کدام از عبارات گروه A را از گروه B انتخاب کنید. (دو مورد از گروه B اضافی است)	۰/۵														
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td colspan="4" style="text-align: center;">گروه B</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td colspan="2" style="text-align: center;">گروه A</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\vec{i}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\vec{k}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\vec{j}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\vec{0}</math></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="text-align: center;">(الف) <math>(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})</math></td> <td style="text-align: center;">(ب) <math>(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}</math></td> </tr> </table>			گروه B					گروه A		$\vec{i}$	$\vec{k}$	$\vec{j}$	$\vec{0}$		(الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$	(ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$
گروه B					گروه A											
$\vec{i}$	$\vec{k}$	$\vec{j}$	$\vec{0}$		(الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$	(ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$										
۱۴	<p>برای موارد (الف) و (ب) پاسخ صحیح را از گزینه های داده شده انتخاب کنید و در پاسخ برگ بنویسید.</p> <p>(الف) رابطه مربوط به قسمت رنگی کدام است؟</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div> <input type="checkbox"/> <math>x^2 \leq y \leq 2</math> </div> <div> <input type="checkbox"/> <math>2 \leq y \leq x^2</math> </div> </div> <p>(ب) شرط هم صفحه بودن برای هر سه بردار غیر صفر <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> و <math>\vec{c}</math> کدام است؟</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div> <input type="checkbox"/> <math>\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{0}</math> </div> <div> <input type="checkbox"/> <math>\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0</math> </div> </div>	۰/۵														
۱۵	<p>بردارهای <math>\vec{a} = (2, -1, 1)</math> و <math>\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}</math> مفروض اند.</p> <p>(الف) زاویه بین دو بردار <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> را به دست آورید.</p> <p>(ب) مختصات بردار عمود بر دو بردار <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> را بیابید.</p>	۲														
۱۶	<p>بردارهای <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> به اندازه های ۳ و ۴ با یکدیگر زاویه <math>30^\circ</math> می سازند.</p> <p>مساحت مثلثی که توسط دو بردار <math>(-\vec{a})</math> و <math>(-\vec{b})</math> ساخته می شود را محاسبه کنید.</p>	۱/۵														
۱۷	<p>برای هر دو بردار دلخواه <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> ثابت کنید:</p> $ \vec{a} \times \vec{b} ^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 =  \vec{a} ^2  \vec{b} ^2$	۱/۵														
موفق باشید		جمع نمره														
صفحه ۲ از ۲		۲۰														

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینارگون و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) ۱۲ ص (ب) ۲ (۰/۲۵) ۱۲ ص (پ) ۱ (۰/۲۵) ۳۱ ص (ت) ۱- (۰/۲۵) ۱۱ ص	۱
۲	۲۰ ص $A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I \quad (۰/۵)$ $(A^2)^{24} = (-I)^{24} \rightarrow A^{48} = I^{24} = I \quad (۰/۵) \rightarrow A^{48} = A^{48} \times A = I \times A = A \quad (۰/۵)$	۱/۵
۳	۲۸ ص $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow  A  = (-1)^2 \times 2 \times \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^2 \times 0 \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^2 \times (-3) \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = (-32) + 0 + 12 = (-20) \quad (۰/۲۵)$	۱
۴	۳۰ و ۳۳ ص در نتیجه A وارون پذیر نیست. (۰/۲۵) $ A  =  2A  \times 1 - (0 \times 1) \rightarrow  A  =  2A  \quad (۰/۵) \rightarrow  A  = 4 A  \quad (۰/۲۵) \rightarrow  A  = 0 \quad (۰/۲۵)$	۱
۵	۳۱ و ۳۶ ص <b>روش اول:</b> $AX=B \Rightarrow \begin{bmatrix} m-1 & 1 \\ 2 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + my = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} = \frac{2}{4} \\ \frac{2m-4}{4} = \frac{4}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m-4=4 \rightarrow m=4 \\ 4m-4=4 \rightarrow m=2 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$ <b>روش دوم:</b> $\frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{m^2-m-2}{2} = 0 \rightarrow \begin{cases} m=-1 \Rightarrow \frac{-2}{2} = \frac{1}{-1} \neq \frac{2}{4} \quad (۰/۲۵) \\ m=2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ $m=2 \quad (۰/۲۵)$ قابل قبول است.	۱/۵
۶	الف) استوانه ای (۰/۲۵) ۳۹ ص (ب) نادرست (۰/۲۵) ۴۷ ص	۰/۵
۷	۳۹ ص مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله اند، عمود منصف پاره خط AB (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۲ cm باشند، دایره ای به مرکز نقطه C و شعاع ۲ cm است. (۰/۲۵) فصل مشترک دو مکان هندسی مورد نظر جواب مسأله است. (۰/۲۵) الف) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm را قطع کند، مسأله دو جواب دارد. (۰/۲۵) ب) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm مماس باشد، مسأله یک جواب دارد. (۰/۲۵) پ) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm را قطع نکند، مسأله فاقد جواب است. (۰/۲۵) به بحث در حالات مختلف به کمک رسم شکل نیز نمره منظور گردد.	۱/۵
۸	۴۱ و ۴۰ ص چون دایره بر محورهای مختصات مماس است، پس: $R=2$ . (۰/۲۵) $M(2,2) \quad (۰/۲۵)$ $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \quad (۰/۵) \rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0 \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵
	صفحه ۱ از ۳	

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینارکوان و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	<p>ص ۴۵ و ۴۶</p> <p><b>روش اول:</b></p> <p>فاصله مرکز دایره از خط مورد نظر</p> $OH = \frac{ x+y-4 }{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{ 0+0-4 }{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \quad (0/25)$ <p>چون <math>OH &gt; R</math>. بنابراین خط دایره را قطع نمی کند. (۰/۲۵)</p> <p><b>روش دوم:</b></p> $x^2 + y^2 = 4 \rightarrow x^2 + (4-x)^2 = 4 \quad (0/5) \rightarrow 2x^2 - 8x + 12 = 0 \quad (0/25) \rightarrow \Delta = -32 < 0 \quad (0/25)$ <p>معادله جواب ندارد. در نتیجه خط و دایره هیچ نقطه برخوردی ندارند. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۱۰	<p>ص ۴۸ و ۴۹</p> $a-c=2 \quad (0/25)$ $a^2 - c^2 = b^2 \rightarrow a^2 - c^2 = 16 \rightarrow (a-c)(a+c) = 16 \rightarrow a+c = 8 \quad (0/5)$ $\begin{cases} a-c=2 \\ a+c=8 \end{cases} \rightarrow a=3, c=3 \quad (0/5) \rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5} \quad (0/25)$	۱/۵
۱۱	<p>(الف)</p> $y^2 = -2x - 4y \rightarrow y^2 + 4y + 4 = -2x + 4 \rightarrow (y+2)^2 = -2(x-2) \quad (0/5)$ <p>(ب) ص ۵۴ و ۵۸</p> $\begin{cases} A(2, -2) \quad (0/25) \\ 4a = 2 \rightarrow a = \frac{1}{2} \quad (0/25) \end{cases} \quad x = \frac{5}{2} \quad (0/25)$	۱/۲۵
۱۲	<p>از آنجایی که M نقطه ای روی سهمی است، در نتیجه فاصله M از کانون و خط هادی برابر است. (۰/۲۵)</p> <p>پس هر دایره که مرکز آن نقطه M بوده و از کانون بگذرد شعاعی برابر MF خواهد داشت. (۰/۲۵)</p> <p>و بنابراین دایره به مرکز M و شعاع MF برخط هادی سهمی مماس است. (۰/۲۵)</p> <p>ص ۵۸</p>	۰/۷۵
۱۳	<p>(الف) <math>\vec{k}</math> (۰/۲۵) ص ۸۲</p> <p>(ب) <math>\vec{i}</math> (۰/۲۵) ص ۷۹</p>	۰/۵
۱۴	<p>(الف) <math>x^2 \leq y \leq 2</math> (۰/۲۵) ص ۶۳</p> <p>(ب) <math>\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0</math> (۰/۲۵) ص ۸۳ و ۸۴</p>	۰/۵
	صفحه ۲ از ۳	

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموzan روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارکوان و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	<p>(الف) ص ۷۳ و ۷۴ و ۷۸</p> <p><math>\vec{a} - \vec{b} = (1, 0, 1)</math> (۵/۲۵)</p> <p><math>(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b} =  \vec{a} - \vec{b}  \cdot  \vec{b}  \cos \theta \rightarrow 1 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \cos \theta \rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60^\circ</math> (۵/۲۵)</p> <p>(ب) ص ۸۴</p> <p><math>\begin{vmatrix} \vec{i} &amp; \vec{j} &amp; \vec{k} \\ 2 &amp; -1 &amp; 1 \\ 1 &amp; -1 &amp; 0 \end{vmatrix} = 1\vec{i} + 1\vec{j} - \vec{k} = (1, 1, -1)</math> (۵/۲۵)</p> <p>پاسخ نهایی به یکی از دو صورت <math>\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}</math> یا <math>(1, 1, -1)</math> یا مضاربش از بردار حاصل مورد پذیرش است.</p>	۲
۱۶	<p>ص ۷۴ و ۸۱ و ۸۴</p> <p><math>S = \frac{1}{2} \left  \begin{pmatrix} -2\vec{a} \\ -\vec{b} \end{pmatrix} \right  \rightarrow S = \frac{1}{2} \times 2 \left  \vec{a} \times \vec{b} \right  = \left  \vec{a} \times \vec{b} \right </math> (۵/۵)</p> <p><math>S = \left  \vec{a} \right  \left  \vec{b} \right  \sin 90^\circ = 3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 6</math> (۵/۵)</p>	۱/۵
۱۷	<p>ص ۷۸ و ۸۱</p> <p><math> \vec{a} \times \vec{b} ^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \underbrace{ \vec{a} ^2  \vec{b} ^2 \sin^2 \theta}_{(۵/۲۵)} + \underbrace{ \vec{a} ^2  \vec{b} ^2 \cos^2 \theta}_{(۵/۲۵)} = \underbrace{ \vec{a} ^2  \vec{b} ^2}_{(۵/۲۵)} (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = \underbrace{ \vec{a} ^2  \vec{b} ^2}_{(۵/۲۵)}</math></p>	۱/۵
جمع نمره ۲۰		
همکاران گرامی، خدا قوت		
صفحه ۳ از ۳		