

## آمار و مدل‌سازی

## تعاریف و حفظیات :

- **آمار :** حقایقی که با اعداد و ارقام بیان می‌شوند (آمار داوطلبان رشته علوم تجربی در کنکور ۹۷ 😊)
- **روش‌های آماری :** مجموعه‌ای از روش‌ها که برای جمع‌آوری، خلاصه کردن، طبقه‌بندی و تجزیه و تحلیل کردن اطلاعات آماری به کار می‌رود
- **مدل‌سازی:** بیان مسأله به زبان ریاضی، **مدل مناسب:** ابتدایی و ساده و نتیجه به پدیده موردنظر نزدیک‌تر
- **اندازه‌گیری:** برای مدل‌سازی عدد و رقم لازم هست و اندازه‌گیری اولین گام برای رسیدن به اطلاعات عددی می‌باشد که قابل تفسیر نیست و معنای واحد دارد ( اگر واحد اندازه‌گیری عوض شود ، مدل‌سازی کلا باید از اول نوشته شود)
- **خطای اندازه‌گیری:** تفاضل مقدار واقعی و مقدار اندازه‌گیری شده (مقدار واقعی منهای مقدار اندازه‌گیری شده) ؛  $|E| < 1$  و از جملات  $E^2$  به بالا صرف‌نظر می‌کنیم چون کم هستند! (خطای اندازه‌گیری همیشه از واحد اندازه‌گیری کمتر می‌باشد)
- **جامعه آماری:** مجموعه‌ای از افراد یا اشیا که می‌خواهیم در موردشون موضوعی را مطالعه کنیم. به تعداد اعضای جامعه می‌گن اندازه جامعه که متناهی می‌باشد.
- **نمونه آماری:** به دلیل مشکلات سرشماری و بررسی کل جامعه که در خط پایین اشاره می‌کنیم ؛ زیرمجموعه‌ای از جامعه انتخاب می‌کنیم شامل همه خصوصیات و ویژگی‌های جامعه (اندازه نمونه با اندازه جامعه باید متناسب باشد)
- **سرشماری :** اگر تمام اعضای جامعه رو مورد مطالعه قرار بدهیم و نمونه‌گیری نکنیم درواقع سرشماری کردیم.  
اندازه جامعه = اندازه نمونه (تعداد اعضای نمونه)
- **مشکلات سرشماری:** در دسترس نبودن تمام اعضای جامعه، وقت‌گیر بودن، مقرون‌به‌صرفه نبودن، از بین رفتن جامعه یا قسمتی از آن
- **نمونه تصادفی و ویژگی‌هایش:** امکان پذیر بودن انتخاب هر عضو از جامعه، اعضا دارای شانس یکسان جهت انتخاب
- **روش‌های جمع‌آوری داده:** استفاده از داده‌های قبلی (داده‌های از پیش تهیه شده)، پرسش یا مصاحبه، مشاهده و ثبت وقایع، انجام آزمایش
- **پرسشنامه:** سازمان‌دهی محتوای پرسشنامه، هدف، فهرست، سؤالات واضح و ساده و یک کلمه و چندگزینه‌ای ، عدم جمع‌آوری اطلاعات اضافی، عدم استفاده از سؤالات هدایت‌کننده، دستورالعمل و تشکر قدردانی
- **متغیرهای تصادفی:** به موضوع یا موضوعات مورد مطالعه مثل قد و وزن و رنگ و سن و ... که به دودسته کمی و کیفی تقسیم می‌شوند:

۱- پیوسته: وزن ، قد، طول، میزان آلودگی هوای، معدل

- **متغیرهای کمی:** قابل اندازه‌گیری: ۲- گسسته: تعداد هرچی، طبقات ساختمان حتی اگر نیم‌طبقه داشت، درصد تو کنکور

۱- اسمی: گروه خونی،  $R_H$  ، رنگ مو، رنگ پوست، نوع آلودگی

- **متغیرهای کیفی:** قابل اندازه‌گیری نیستند: ۲- ترتیبی: فصل‌های سال، مراحل زندگی، مراحل تحصیلی، مراحل رشد.

- اولین‌ها! اولین گام جهت رسیدن به اطلاعات عددی اندازه‌گیری، اولین قدم در بررسی جامعه داده‌ای، دسته‌بندی
- مهم‌ترین بخش آمار: عمل نمونه‌گیری که باید به‌اندازه کافی بزرگ باشد و اگر جامعه کوچک باشد سرشماری بهتره.
- الگوهای آماری: آنچه بین نتایج دو نمونه‌گیری تصادفی مناسب مشترک است. نتایج دو نمونه‌گیری هرگز دقیقاً مساوی نیستن.
- مطالعه متغیرها: در مطالعه متغیرهای گسسته جدول فراوانی بدون دسته‌بندی ولی اگر پیوسته باشد این روش عملی نیست. داده‌ها یک کاسه نمی‌شوند.
- روش تعیین اعداد تصادفی: عدد RAN رو که بهش عدد تصادفی می‌گن در تعداد اعضای نمونه ضرب می‌کنیم و آخرش :  
براکتس رو + یک (اولین شماره)

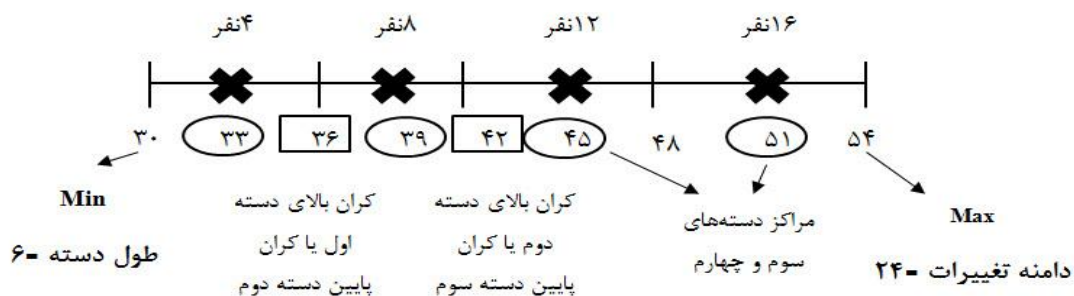
- دسته‌بندی داده‌ها و انواع فراوانی و نمودارهای آماری : ( اول برای حل سؤالات دسته‌بندی حتماً محور بکش )

(مثال) یک کلینیک فوق تخصصی در شهر مقدس قم افتتاح شده !! که برای ۴۰ پزشک متخصص از ۳۰ ساله تا ۵۴ ساله در این کلینیک اشتغال‌زایی شده . بریم سراغ داده‌های مربوط به سن پزشکان عزیز:

اولین قدم برای بررسی و کار آماری دسته‌بندی.

ساقه	برگ													
۳	۰	۱	۲	۵	۶	۷	۷	۸	۸	۸	۹	۹		
۴	۲	۲	۲	۳	۳	۴	۵	۵	۵	۵	۶	۶	۸	۸
۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲	۲	۳	۴	۴

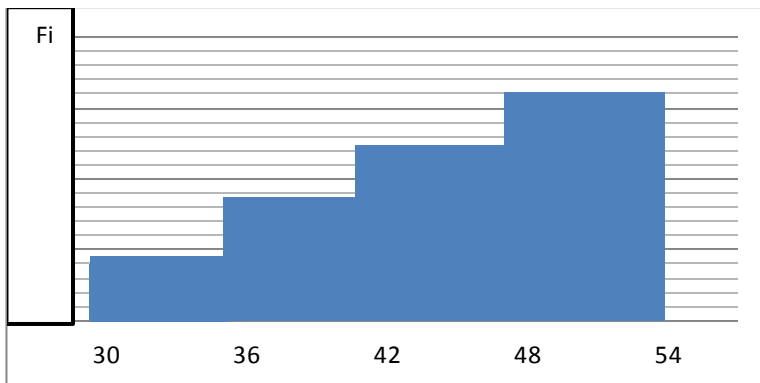
سپس به محور می‌کشیم: مثلاً به ۴ دسته تقسیم می‌کنیم.



حالا به جدول فراوانی کامل براش تنظیم می‌کنیم:

حدود دسته	[۳۰-۳۶)	[۳۶-۴۲)	[۴۲-۴۸)	[۴۸-۵۴]
مرکز دسته	۳۳	۳۹	۴۲	۵۱
فراوانی مطلق	۴	۸	۱۲	۱۶
فراوانی نسبی	$\frac{۴}{۴۰}$	$\frac{۸}{۴۰}$	$\frac{۱۲}{۴۰}$	$\frac{۱۶}{۴۰}$
درصد	٪۱۰	٪۲۰	٪۳۰	٪۴۰
زاویه	۳۶°	۷۲°	۱۰۸°	۱۴۴°
فراوانی تجمعی	۴	۱۲	۲۴	۴۰

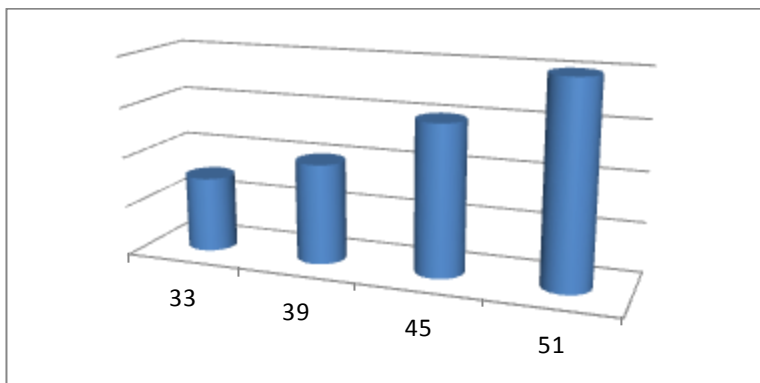
نمودار مستطیلی (هیستوگرام):



حدود دسته‌ها روی محور X ها  
 فراوانی مطلق روی محور Y ها  
 مناسب برای متغیرهای کمی پیوسته  

$$\frac{\text{مساحت یک مستطیل}}{\text{مساحت کل مستطیل‌ها}} = \text{فراوانی نسبی هر دسته}$$

نمودار میله‌ای :



مرکز دسته‌ها یا خود داده‌ها روی محور افقی  
 فراوانی مطلق روی محور عمودی  
 مناسب برای متغیرهای کیفی و کمی گسسته

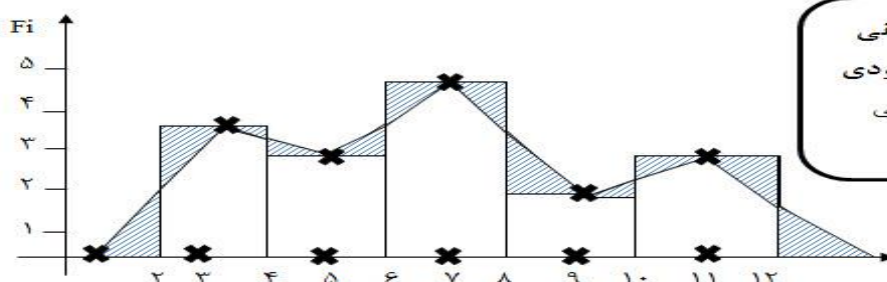
اگر نوک میله‌ها را تو نمودار میله‌ای به هم وصل کنیم چند بر فراوانی به دست میاد ولی کامل نیست. برای کامل شدن از مرکز دسته اول به اندازه طول دسته به عقب و از مرکز دسته آخر به اندازه طول دسته جلو می‌رویم و دو نقطه با فراوانی صفر روی محور افقی اضافه می‌کنیم؛ به این ترتیب نمودار چند بر کامل ساخته می‌شود. با این تدبیر سطح زیر چند بر کامل و مستطیلی باهم برابر می‌شوند. یک مثال جدید :

حدود	[۲-۴]	[۴-۶]	[۶-۸]	[۸-۱۰]	[۱۰-۱۲]
مرکز	۳	۵	۷	۹	۱۱
فراوانی	۴	۳	۵	۲	۳
تجمعی	۴	۷	۱۲	۱۴	۱۷

طول دسته داده‌ها  $\times$  مساحت زیر نمودار مستطیلی = مساحت زیر نمودار چند بر فراوانی

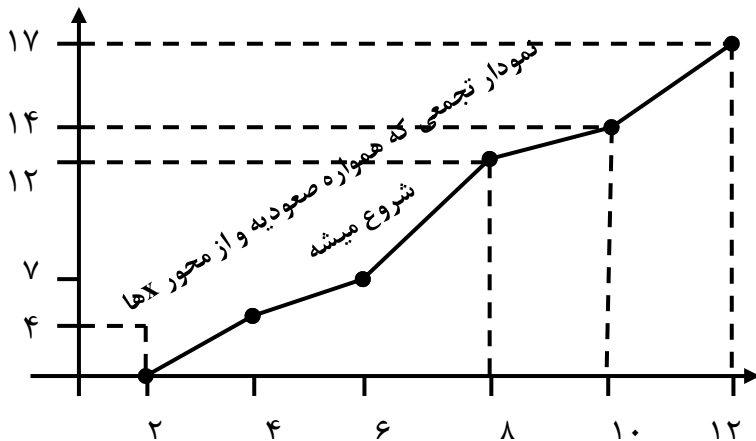
$$\bar{n} \times \bar{c} = \text{چند بر فراوانی}$$

نمودار چند بر فراوانی :



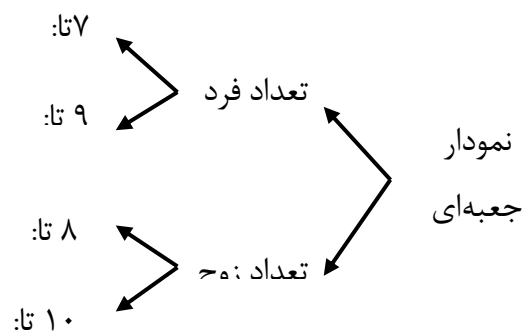
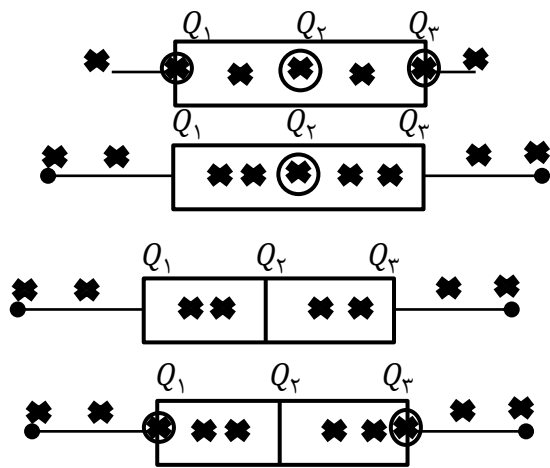
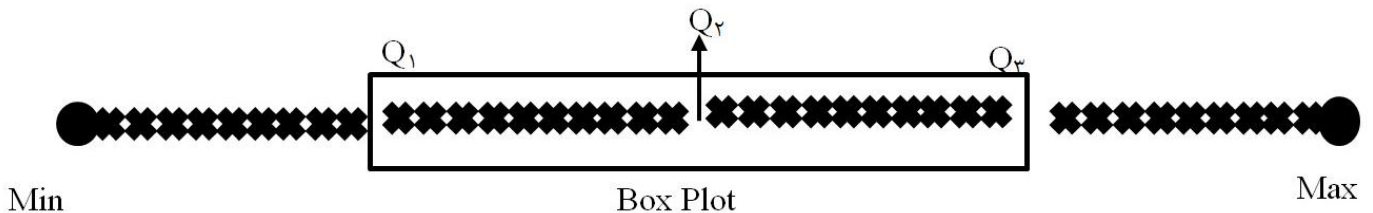
مرکز دسته‌ها روی محور افقی  
 فراوانی مطلق روی محور عمودی  
 مناسب برای متغیرهای کمی پیوسته

نمودار تجمعی :



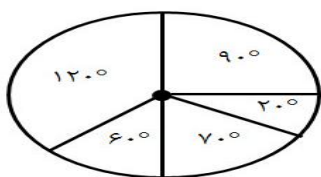
حدود یا کران ها دسته ها روی محور افقی  
 فراوانی تجمعی روی محور عمودی  
 اگر قسمتی از نمودار افقی باشد یعنی فراوانی مطلق آن دسته صفر است

نمودار جعبه‌ای (بهترین نمودار برای نمایش پراکندگی داده‌ها و باید داده‌ها از کوچک به بزرگ (صعودی) مرتب شوند) :



نکته مهم:

نمودار دایره‌ای :

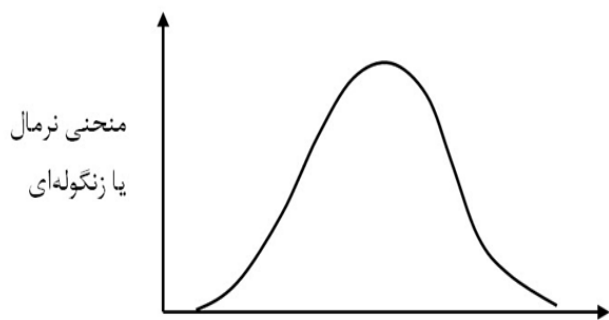


$$\alpha = \frac{f_i}{n} \times 360$$

$$F_i = \frac{\text{مساحت قطاع}}{\text{مساحت دایره}} = \frac{\text{زاویه هر دسته}}{360}$$

مناسب برای متغیرهای کیفی  
 مجموع زوایای داخلی (قطاع‌ها) برابر ۳۶۰ درجه  
 پس هر ۳۶ درجه برابر است با ۱۰ درصد

نمودار توزیع نرمال (زنگوله‌ای):

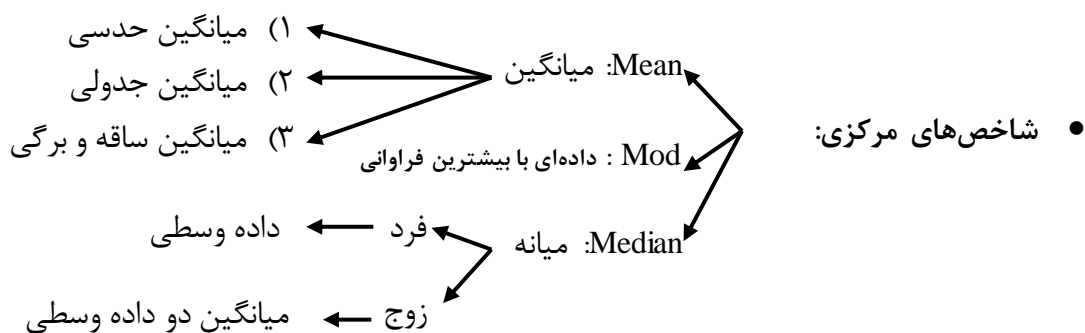


در یک منحنی نرمال ۶۸ درصد از داده‌ها در بازه‌ای به مرکز میانگین و شعاع یک برابر انحراف معیار قرار می‌گیرند

در یک منحنی نرمال ۹۶ درصد از داده‌ها در بازه‌ای به مرکز میانگین و شعاع دو برابر انحراف معیار قرار می‌گیرند

در یک منحنی نرمال تقریباً ۱۰۰ درصد از داده‌ها در بازه‌ای به مرکز میانگین و شعاع سه برابر انحراف معیار قرار می‌گیرند

مناسب‌ترین نمودار برای نمایش متغیرهای کمی پیوسته به ترتیب اولویت (۱) زنگوله‌ای (۲) چند بر فراوانی (۳) مستطیلی



در شاخص‌های مرکزی اگر همه داده‌ها با هم برابر باشند؛ تمام شاخص‌های مرکزی هم برابر همان داده می‌شود.

در شاخص‌های مرکزی اگر داده‌ها تشکیل تصاعد عددی بدهند میانگین با میانه برابر و همیشه داده‌ی وسطی.

مد خود داده است نه فراوانی آن؛ ضمناً در نمودار میله‌ای بلندترین میله و در نمودار دایره‌ای بیشترین زاویه بیانگر مد هستند.

### روش میانگین حدسی:

برای داده‌هایی که فراوانی ندارند بهترین راه، اول یک عددی که تقریباً وسطه و به میانگین نزدیکه انتخاب می‌کنیم. بعد انحرافات از اون عدد رو باهم جمع می‌کنیم و آخر تقسیم بر تعداد. مثلاً می‌خواهیم میانگین این نمرات رو حساب کنیم:

نمرات وزن ندارند یعنی همه یک واحدی ۲۰, ۲۰, ۱۹, ۱۹, ۱۸, ۱۸, ۱۶, ۱۵, ۱۲

من حدس می‌زنم ۱۸! اول ۱۸ رو می‌نویسیم و بعد دونه دونه از ۱۸ کم می‌کنیم. به اعدادی که به دست میاد می‌گن انحراف از میانگین که اگه میانگین حدسی درست باشه جمع اون‌ها حتماً صفر می‌شه!

$$18 + \frac{12-18}{6} - \frac{15-18}{3} - \frac{16-18}{3} + 0 + 0 + 1 + 1 + \frac{19-18}{1} + 2 + \frac{20-18}{3} = 18 - \frac{4}{10} = 17\frac{6}{10}$$

اگر ۱۷ هم حدس می‌زدیم به اضافه ۰/۶ می‌شد و همین عدد به دست می‌ومد.

• روش میانگین جدولی :

وقتی جدول فراوانی به ما داده میشه دو حالت وجود داره:   
 تعداد دسته‌های فرد: داده وسط را از همه کم می‌کنیم   
 تعداد زوج:   
 یا یکی از دو داده وسط کم میشه؛   
 یا میانگین دو داده وسط

$\begin{array}{c ccccc} & -12 & -6 & 0 & 6 & 12 \\ \hline x_i & 110 & 116 & 122 & 128 & 134 \\ \hline f_i & 5 & 8 & 15 & 12 & 10 \end{array}$	<p>میانگین ۱۸</p> $\begin{array}{c cccc} & -6 & -2 & 2 & 6 \\ \hline x_i & 14 & 16 & 18 & 20 \\ \hline f_i & 1 & 2 & 4 & 3 \end{array}$	$\begin{array}{c cccc} & -6 & -3 & 0 & 3 \\ \hline x_i & 14 & 15 & 18 & 21 \\ \hline \%f_i & \%15 & \%30 & \%25 & \%30 \end{array}$
<p>مرکز دسته وسط ۱۲۲ پس همه منهای ۱۲۲</p> <p>ستون اول و آخر رو ببین: ۱۰ تا ۱۲ و ۵ تا ۱۲ -</p> <p>میشه ۵ تا ۱۲ یعنی ۶۰</p> <p>ستون دوم و یکی به آخر رو ببین: ۱۲ تا ۶ و ۸ تا ۶ -</p> <p>میشه ۴ تا ۶ یعنی ۲۴</p> $122 + \frac{60 + 24}{50} = 122 + \frac{84}{50}$ $= 122 + \frac{168}{100} = 122 + 1/68 = 123/68$	<p>مرکز شد میانگین دو داده‌ی وسطی که چون رند بود از همه‌ی داده‌ها ۱۸ واحد کم کردیم.</p> <p>تو ستون اول و آخر ۳ تا ۶ و یه دونه ۶ داریم که می‌مونه ۱۲ = ۲ × ۶</p> <p>تو دو تا ستون وسط هم می‌مونه</p> $2 \times 2 = 4$ $\bar{X} = 18 + \frac{12 + 4}{10}$ $\bar{X} = 19/6$	<p>اینجا دیگه درصد فراوانی هستند و نیازی به تقسیم بر کل نیست اگه دقت کنید میانگین ۱۵ و ۱۸ که میشه ۱۶/۵ و اصلاً انتخاب مناسبی نیست. اگه ۱۸ تا از همه کم کنیم ستون دوم و آخر کاملاً قرینه می‌شن و باهم میرن و فقط می‌مونه:</p> $-6 \times \frac{15}{100} = -0/9$ $\bar{X} = 17/1$

• روش میانگین ساقه و برگي :

اگر داده‌ها برخلاف اولین نمودار ساقه و برگ درسمون اعشار داشته باشن صورت سؤال به این موضوع اشاره می‌کند ولی اگر چیزی نگفت یکان-دهگان هست. برای محاسبه میانگین تو این حالت بهتره ساقه‌ها جدا محاسبه بشه و برگ‌ها هم جدا:

ساقه	برگ							
۸	۰	۰	۱	۲	۲	۵	۶	۷
۹	۱	۱	۲	۳	۳	۴	۵	۵
۱۰	۱	۱	۲	۲				

مثلاً تو نمودار روبرو ۸ تا ۸، ۸ تا ۹ و ۴ تا ۱۰ داریم که در مجموع میشه ۶۴ + ۷۲ + ۴۰ یعنی ۱۷۶. حالا وقتشه که برگ‌ها رو بشماریم. ۵ تا ۰/۱ داریم که می‌شه. ۰/۵ تا ۵/۰ داریم که میشه ۱. دو تا ۰/۳ ریه ۰/۴ که اونم میشه ۱. ۳ تا ۰/۵ که میشه ۱/۵. آخرش هم یه ۰/۶ و یه ۰/۷ که میشه ۱/۳ و جمع همه اعشار یا ۵/۳ که اگه این عدد رو با ۱۷۶ جمع کنیم میشه ۱۸۱/۳ و حالا تقسیم بر ۲۰.

$$181.3 \div 20 = 9.06$$

ویژگی های نمودار ساقه و برگ: مناسب برای متغیرهای کمی که تفاوت کوچک ترین و بزرگ ترین داده از نظر تعداد ارقام کم باشد؛ سمت راست رقم یکان و سمت چپ بقیه ارقام نوشته می شود؛ هم تو ساقه هم تو برگ داده ها باید صعودی باشند پس داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کند.

### • شاخص های پراکندگی:

• دامنه تغییرات (R) ← بردر نمی خوره چون فقط کوچک ترین و بزرگ ترین داده در آن تأثیر دارد

• واریانس ( $\delta^2$ ) ← خوبه ولی دو تا اشکال داره!

• انحراف معیار ( $\delta$ ) ← یه اشکال داره! (برای هم واحد کردن معیار پراکندگی داده ها)

• ضریب تغییرات (CV) ← اشکال نداره!! (بدون واحد هست و ویژگی آن سنجیدن پراکندگی نسبت به میانگین)

$$CV = \frac{\delta}{\bar{x}}$$

گام اول: میانگین ← کلاً هر شاخصی رو که بخوای اول باید  $\bar{X}$  رو حساب کنی

گام دوم: دونه دونه داده ها منهای میانگین  $(x_1 - \bar{X}) + \dots + (x_n - \bar{X})$

گام سوم: به بالایی می گن مجموع انحرافات از میانگین که چون صفره تک تک پرانتزها به توان دو

گام چهارم: تقسیم بر تعداد کل. اگر فراوانی داشتیم پشت هر پرانتز فراوانیش و آخر تقسیم بر کل فراوانی ها (مجموع فراوانی ها)

### روش تعیین واریانس

۱- تو مرحله سوم مجبوریم به توان ۲ برسونیم؛ پس بعد یا معیار تغییر می کنه پس

جذر می گیریم که همیشه ( $\delta$ ) انحراف معیار

۲- تقسیم بر میانگین می کنیم همیشه ضریب تغییرات

### اشکالات واریانس

۱، ۲، ۳، ۴، ۵

$$\delta^2 = \frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}{5} = 2$$

$x_i$	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
$f_i$	۳	۲	۱۲	۶	۱

$$\bar{x} = 10 + \frac{-4 + 4}{24} = 10$$

$$\delta = \sqrt{2} \Rightarrow CV = \frac{\delta}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\delta^2 = \frac{3(8-10)^2 + 2(9-10)^2 + 6(11-10)^2 + 1(12-10)^2}{24} = 1$$

• اگر مجموع مربعات یا مجموع مجذورات یا میانگین مساحت‌ها رو داد ، واریانس این جوری محاسبه می‌شه:

$$\delta^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2 = \frac{\text{مجموع مربعات}}{\text{تعداد}} - (\bar{x})^2 = \text{میانگین مساحت‌ها} - (\bar{x})^2$$

• اثر تغییرات بر شاخص‌های مرکزی و پراکنندگی :

$$(ax_1 \pm b, ax_2 \pm b, \dots, ax_n \pm b)$$

میانگین جدید  $\bar{X} = a\bar{X} \pm b$

جدید  $R = |a|R$

واریانس جدید  $\sigma^2 = a^2\sigma^2$

میان جدید  $\tilde{X} = a\tilde{X} \pm b$

جدید  $\sigma = |a|\sigma$

مد جدید  $mod = a(mod) \pm b$

ضریب تغییرات جدید به قدیم  $= \frac{CV_{new}}{CV_{old}} = \frac{\frac{\delta'}{\bar{x}'}}{\frac{\delta}{\bar{x}}}$

تغییرات CV هم باید بررسی شود

این قسمت هم خلاصه فرمول‌ها برای عشق فرمول‌ها :

دامنه تغییرات  $R$   
 تعداد دسته‌ها  $K$   
 $C = \frac{R}{K}$  (طول دسته)

کوچکترین داده - بزرگترین داده =  $R$

طول دسته  $\Rightarrow \tilde{c} = b_i - a_i$   
 کران پایین  $a_i$   
 کران بالا  $b_i$   
 $x_i = \frac{a_i + b_i}{2}$

$x_i$ : (مرکز دسته، نشان دسته، نماینده دسته، مقدار مشترک)

(میانگین)  $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

(میانگین با فراوانی)  $\bar{X} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$

(واریانس)  $\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$

(واریانس با فراوانی)  $\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \bar{x})^2 + f_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_n(x_n - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}$

$f_i$ : فراوانی دسته‌ی  $i$  ام

$x_i$ : مرکز دسته  $i$  ام



نکات مهم شاخص‌های پراکندگی :

۱. در صورت مساوی بودن همه داده‌ها ؛ همه شاخص‌های پراکندگی صفر می‌شوند.
۲. اگر  $n$  داده آماری تشکیل تصاعد عددی بدهند با قدر نسبت  $d$  واریانس اینجوری محاسبه می‌شود :

$$\delta^2 = \left(\frac{n^2 - 1}{12}\right)d^2$$

۳. انحراف داده‌ها از میانگین (یعنی تک‌تک داده‌ها رو از میانگین کم کنیم):  
مجموع انحراف داده‌ها از میانگین همیشه برابر با صفر است

$$(x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + \dots + (x_n - \bar{x}) = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

$$f_1(x_1 - \bar{x}) + f_2(x_2 - \bar{x}) + \dots + f_n(x_n - \bar{x}) = \sum_{i=1}^n f_i(x_i - \bar{x}) = 0$$

۴. در محاسبه واریانس یا انحراف معیار، در صورتی که اعداد بزرگ باشند با توجه به اینکه اضافه و کم کردن، تأثیری در واریانس یا انحراف معیار ندارد ؛ می‌توان همه‌ی اعداد را از عدد ثابتی کم کرده و واریانس یا انحراف معیار داده‌های جدید را محاسبه نمود.
۵. برای مقایسه‌ی دقت کاری (عمل) دودسته آماری باید ضریب تغییرات آن‌ها را باهم مقایسه کنیم ولی اگر میانگین‌های دودسته باهم برابر باشند کافی است واریانس‌ها را مقایسه نماییم.  
شاخص‌های پراکندگی (واریانس) هر دسته کمتر باشد ؛ دقت عمل یا تمرکز داده‌ها بیشتر است.

مساحت‌ها و حجم‌های لازم برای محاسبه خطای اندازه‌گیری اشکال هندسی :

$$S_{\text{دایره}} = \pi r^2, S_{\text{دایره}} = 4\pi r^2, S_{\text{دو زنگه}} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده}}{2}$$

$$V_{\text{استوانه}} = \pi r^2 h, S_{\text{جانبی استوانه}} = 2\pi r h, V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi r^3, V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

تیپ اول: یک سؤال حفظی و تا حدودی مفهومی:

۱. جمع آوری داده‌ها به کدام طریق مورد قبول نیست؟

(۱) مصاحبه (۲) مشاهده (۳) انجام آزمایش (۴) پرسش هدایت کننده (تجربی ۹۱)

۲. نوع آلاینده‌گی هوا چگونه متغیری است؟

(۱) کمی گسسته (۲) کمی پیوسته (۳) کیفی اسمی (۴) کیفی ترتیبی (تجربی ۹۱ خارج)

۳. در کدام بررسی، اندازه‌ی نمونه برابر اندازه‌ی جامعه است؟

(۱) نمونه تصادفی (۲) دسته بندی (۳) سرشماری (۴) متغیر کیفی (تجربی ۸۹)

۴. در توزیع فراوانی داده‌های پیوسته کدام نمودار مناسب است؟

(۱) میله‌ای (۲) مستطیلی (۳) دایره‌ای (۴) چند بر فراوانی (تجربی ۸۷)

تیپ دوم: سؤال دسته بندی و انواع فراوانی:

۵. کوچکترین و بزرگترین داده‌های آماری  $17/2$  و  $22/6$  هستند. اگر کران پایین دسته دوم  $17/8$  باشد، مرکز دسته آخر کدام است؟

(۱)  $21/7$  (۲)  $21/8$  (۳)  $22/3$  (۴)  $22/4$

۶. کوچکترین و بزرگترین داده‌های آماری  $31$  و  $52$  می‌باشد. این داده‌ها در  $7$  طبقه دسته بندی می‌شوند.  $37$  درصد داده‌ها کم‌تر از  $40$  و  $48$  درصد آن‌ها بیش‌تر یا مساوی  $43$  می‌باشند. اگر فراوانی کل  $80$  باشد، فراوانی دسته‌ی وسط کدام است؟

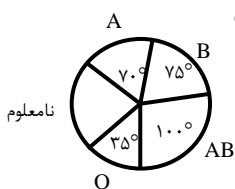
(۱)  $9$  (۲)  $15$  (۳)  $16$  (۴)  $12$  (تجربی ۸۵)

۷. داده‌های جدول مقابل، داده‌های آماری پیوسته است. چند درصد از داده‌ها در فاصله‌ی  $(21/5 - 18/5)$  قرار دارند؟ (تجربی ۸۸)

مرکز دسته	۱۴	۱۷	۲۰	۲۳	۲۶	(۲) ۲۵	(۱) ۲۰
فراوانی تجمعی	۵	۱۳	۲۵	۳۴	۴۰	(۴) ۴۰	(۳) ۳۰

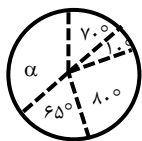
تیپ سوم: نمودارها:

۸. نمودار دایره‌ای روبه‌رو، متناسب با تعداد کارکنان سازمانی با گروه خونی متمایز است. گروه خونی  $32$  نفر از آنان تعیین نشده است. چند نفر از آن‌ها دارای نوع خون  $B$  هستند؟ (تجربی ۹۵)



(۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۳۶ (۴) ۴۰

۹. افراد یک جامعه، به  $5$  گروه سنی تقسیم شده‌اند که نمودار دایره‌ای آن‌ها با زاویه مرکزی برحسب درجه رسم شده است. گروه سنی با زاویه مرکزی  $\alpha$ ، شامل چند درصد این جامعه است؟ (تجربی ۹۴ خارج)



(۱) ۲۳ (۲)  $32/5$  (۳) ۳۶ (۴)  $37/5$

۱۰. در یک شرکت دارویی جدول توزیع کارکنان را با نمودار دایره‌ای نشان می‌دهیم زاویه مربوط به کارکنان ارشد، چند درجه است؟ (تجربی ۹۳)

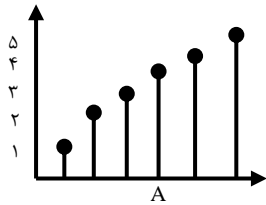
نوع مدرک	دیپلم	کاردانی	کارشناسی	ارشد	دکتر	(۲) $92^\circ$	(۱) $84^\circ$
تعداد	۳۰	۹۰	۱۸۰	۱۲۰	۳۰	(۴) $105^\circ$	(۳) $96^\circ$

۱۱. شرکتی ۱۶۰ کارمند دارد که مدارک تحصیلی آنان با ۶ کد متمایز مشخص شده‌اند. در نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی هر گروه با واحد درجه مطابق جدول روبه‌رو است. تعداد کارکنان با کد ۴ کدام است؟ (تجربی ۹۰ خارج)

کد	۱	۲	۳	۴	۵	۶
زاویه مرکزی	۲۷	۴۵	۹۹	α	۵۴	۱۸

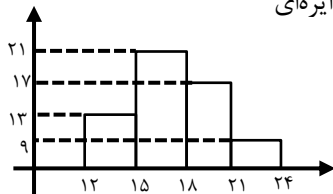
(۱) ۵۲ (۲) ۵۴  
(۳) ۵۶ (۴) ۵۸

۱۲. در مقایسه سطح زیر کشت غله‌ای در شش استان، نمودار میله‌ای مقابل رسم شده است. در نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی متناظر استان A چند درجه است؟ (قسمت غیر صحیح هر دو میله ۰/۵ است). (تجربی ۹۰)



(۱) ۶۴ (۲) ۷۲ (۳) ۸۰ (۴) ۹۶

۱۳. از داده‌های آماری با نمودار مستطیلی مقابل، سه داده ۱۶ و ۱۶ و ۱۶ حذف شده است. در نمودار دایره‌ای داده‌های جدید، بزرگ‌ترین زاویه مرکزی نظیر دسته‌ها، چند درجه است؟ (تجربی ۹۴)



(۱) ۹۰ (۲) ۱۰۵ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۳۵

تیپ چهارم: محاسبه میانگین و میانه و مد در نمودار ساقه و برگ و جعبه‌ای :

۱۴. در نمودار جعبه‌ای ۲۳ داده‌ی آماری، میانگین دنباله‌های سمت چپ و راست به ترتیب  $\frac{21}{6}$  و ۳۳ و میانگین داده‌های داخل و روی جعبه ۲۵ می‌باشد. میانگین کل این داده‌ها کدام است؟ (تجربی ۹۵ خارج)

(۱)  $\frac{25}{8}$  (۲) ۲۶ (۳)  $\frac{26}{1}$  (۴)  $\frac{26}{2}$

۱۵. در داده‌های ۳۵، ۲۰، ۲۱، ۲۶، ۱۲، ۱۴، ۱۵، ۲۴، ۲۰، ۱۶، ۱۴، ۱۸ میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم کدام است؟

(۱)  $\frac{18}{25}$  (۲)  $\frac{18}{33}$  (۳)  $\frac{18}{66}$  (۴)  $\frac{18}{75}$  (تجربی ۸۵ خارج)

۱۶. داده‌های آماری به صورت ساقه و برگ نشان داده شده‌اند. در نمودار جعبه‌ای، تفاضل میانه از میانگین داده‌های داخل جعبه، کدام است؟ (تجربی ۹۴)

ساقه	برگ									
۵	۰	۱	۱	۲	۴	۴	۶	۷	۹	۹
۶	۰	۰	۲	۳	۳	۵	۵	۶		
۷	۱	۱	۲	۲	۴	۷	۸			

(۱) صفر (۲) ۰/۵  
(۳) ۱ (۴) ۱/۵

تیپ پنجم: میانگین جدولی :

۱۷. در جدول فراوانی تجمعی زیر میانگین داده‌ها، کدام است؟ (تجربی ۹۲)

مرکز دسته	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی تجمعی	۸	۲۴	۴۴	۶۸	۸۰

(۱)  $\frac{9}{2}$  (۲)  $\frac{9}{3}$   
(۳)  $\frac{9}{4}$  (۴)  $\frac{9}{5}$

۱۸. در جدول فراوانی زیر، اگر میانگین داده‌ها  $\frac{18}{4}$  باشد، در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی مربوط به بازه‌ی (۲۵، ۲۱) چند درجه است؟ (تجربی ۹۰)

حدود دسته	۹-۱۳	۱۳-۱۷	۱۷-۲۱	۲۱-۲۵	۲۵-۲۹
فراوانی	۳	۴	۷	x	۱

(۱) ۶۰ (۲) ۷۵  
(۳) ۸۰ (۴) ۹۰

۱۹. جدول زیر مقادیر انحراف از میانگین داده‌های آماری دسته‌بندی شده را مشخص می‌کند. فراوانی مطلق در دسته‌ی ششم چه قدر است؟ (تجربی ۸۵ خارج)

انحراف از میانگین	-۴	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳
فراوانی مطلق	۵	۱۱	۹	۴	۸	x	۳

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

۱۷ (۴)

۱۶ (۳)

تیپ ششم: محاسبه شاخص‌های پراکندگی :

۲۰. دو نفر در یک آزمایشگاه در ۵ روز متوالی هم‌زمان شروع به کار کردند. امتیازات دقت کاری آنان، مطابق جدول زیر است. دقت کاری کدام بیش‌تر است؟ (تجربی ۸۷)

نفر اول	۷	۹	۸	۹	۷
نفر دوم	۱۰	۸	۶	۷	۹

(۲) نفر دوم

(۱) نفر اول

(۴) نیاز به اطلاعات بیشتر

(۳) یکسان

۲۱. در داده‌های آماری به نمودار ساقه و برگ مقابل، واریانس داده‌های کمتر از مد و بیش‌تر از میانه کدام است؟ (تجربی ۸۸ خارج)

ساقه	برگ					
۲	۰	۲	۳	۵	۶	۸
۳	۲	۴	۶	۷	۹	
۴	۴	۵	۵	۶		

(۲) ۰/۵

(۱) صفر

(۴) ۱/۵

(۳) ۱

۲۲. اگر داده‌های آماری ۱۱، ۱۵، ۱۷، ۱۶، ۱۴، ۹، ۱۱، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۱۴ را با نمودار جعبه‌ای نشان دهیم، انحراف معیار داده‌های داخل جعبه کدام است؟

(تجربی ۸۸)

(۴) ۱/۳

(۳) ۱/۲۵

(۲) ۱/۲

(۱) ۱/۱

۲۳. در جدول فراوانی مقابل واریانس داده‌ها کدام است؟ (تجربی ۹۰ خارج)

مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴
فراوانی	۴	۳	۹	۷	۲

(۲) ۱۱/۹۶

(۱) ۱۱/۷۲

(۴) ۱۲/۳۶

(۳) ۱۲/۲۴

تیپ هفتم: محاسبه واریانس و انحراف معیار با استفاده از مجموع مجذورات :

۲۴. مجموع ۴۰ داده‌ی آماری برابر ۱۰۰ و مجموع مربعات این داده‌ها ۳۴۰ می‌باشد. انحراف معیار کدام است؟

(تجربی ۸۶ خارج)

(۴) ۲/۵

(۳) ۲/۲۵

(۲) ۱/۵

(۱) ۱/۲۵

۲۵. در ۳۰ داده‌ی آماری، مجموع تمام داده‌ها برابر ۲۴۰ و مجموع مربعات این داده‌ها ۲۱۹۰ می‌باشد. ضریب تغییرات، کدام است؟ (تجربی ۹۵ خارج)

(۴) ۰/۳۷۵

(۳) ۰/۳۲۵

(۲) ۰/۲۷۵

(۱) ۰/۲۲۵

۲۶. میانگین طول اضلاع مربع‌هایی ۱۵ واحد با ضریب تغییرات ۰/۲ محاسبه شده است. میانگین مساحت این مربع‌ها، کدام است؟ (تجربی ۹۵)

(۴) ۲۳۶

(۳) ۲۳۴

(۲) ۲۳۲

(۱) ۲۹۹

۲۷. میانگین اضلاع مربع‌هایی برابر ۸ و میانگین مساحت آن‌ها  $۶۵/۴۴$  می‌باشد. ضریب تغییرات در طول اضلاع این مربع‌ها، کدام است؟

- (۱)  $۰/۱۲$  (۲)  $۰/۱۵$  (۳)  $۰/۲$  (۴)  $۰/۲۵$  (تجربی ۹۴ خارج)

۲۸. میانگین محیط مربع‌هایی برابر ۸۴ و میانگین مساحت این مربع‌ها  $۴۹۰$  می‌باشد. ضریب تغییرات در طول ضلع این مربع‌ها، کدام است؟

- (۱)  $۰/۲۵$  (۲)  $۰/۲۷$  (۳)  $۰/۲۸$  (۴)  $۰/۳۳$  (تجربی ۹۲ خارج)

**تیپ هشتم: واریانس ادغامی :**

۲۹. میانگین و انحراف معیار ۱۸ داده آماری به ترتیب ۲۵ و ۳ می‌باشد. اگر داده‌های ۲۰، ۲۷ و ۲۸ به آن‌ها افزوده شود. واریانس ۲۱ داده جدید کدام است؟

- (۱)  $۹/۲۵$  (۲)  $۹/۳۶$  (۳)  $۹/۵۲$  (۴)  $۹/۶۳$  (تجربی ۹۳ خارج)

۳۰. در ۲۵ داده آماری میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می‌باشد. اگر داده‌های ناچور ۱۰، ۱۵، ۴۵ و ۵۰ از بین آن‌ها حذف شوند، واریانس داده‌های باقیمانده کدام است؟

- (۱)  $۱۴/۷۲$  (۲)  $۱۴/۸۱$  (۳)  $۱۵/۳۳$  (۴)  $۱۶/۶۶$  (تجربی ۹۳)

**تیپ نهم: اثر تغییرات بر شاخص‌های عددی :**

۳۱. میانگین چند داده برابر ۵۷ است. ابتدا از هر داده ۱۲ واحد کم و سپس داده‌های حاصل از سه برابر کرده‌ایم. میانگین داده‌های نهایی کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۷۰ (۳) ۱۳۵ (۴) ۱۵۹ (تجربی ۸۴ خارج)

۳۲. در ۶۰ داده‌ی آماری، میانگین ۳ و انحراف معیار  $۱/۲$  محاسبه شده است. اگر به تمام داده‌ها ۹ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

- (۱)  $۰/۱$  (۲)  $۰/۲$  (۳)  $۰/۳$  (۴)  $۰/۴$  (تجربی ۸۵)

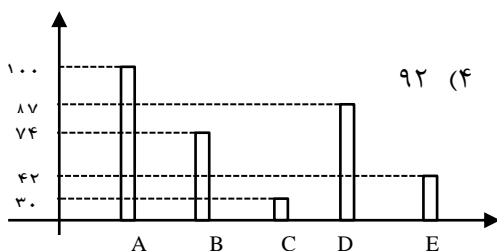
۳۳. در داده‌های آماری با میانگین  $\bar{x}$  و انحراف معیار  $\delta$  اگر به هر یک از داده‌ها مقدار  $\bar{x}$  را اضافه کنیم تا داده‌های جدید حاصل شود، ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات در داده‌های قبلی است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴) ۲ (تجربی ۸۶)

۳۴. در ۱۵۰ داده‌ی آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هر یک از داده‌ها ۳ واحد اضافه می‌کنیم تا داده‌های جدید حاصل شود. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟

- (۱)  $\frac{7}{9}$  (۲)  $\frac{5}{6}$  (۳)  $\frac{7}{8}$  (۴)  $\frac{1}{9}$  (تجربی ۹۲)

۳۵. نمودار میله‌ای روبه‌رو، تعداد کارکنان بامهارت فنی، در ۵ گروه متمایز است. در نمایش آن با نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مربوط به گروه B، چند درجه است؟ (تجربی ۹۶)



- (۱) ۷۵ (۲) ۸۰ (۳) ۸۴ (۴) ۹۲

۳۶. ضریب تغییرات، در داده‌های آماری زیر، با فراوانی تجمعی داده شده، کدام است؟ (تجربی ۹۶)

مرکز دسته	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۰/۱۸ (۲)	۰/۱۶ (۱)
فراوانی تجمعی	۷	۱۶	۳۳	۴۴	۵۰	۰/۲۸ (۴)	۰/۲۴ (۳)

۳۷. داده‌های آماری با نمودار ساقه و برگ داده شده است. اگر این داده‌ها در ۵ طبقه دسته‌بندی شوند، درصد فراوانی نسبی دسته وسط، کدام است؟ (تجربی ۹۶ خارج)

ساقه	برگ								۱۸ (۲)	۱۶ (۱)
۱	۱	۱	۲	۴	۵	۷	۹	۲۴ (۴)	۲۰ (۳)	
۲	۰	۰	۱	۱	۳	۴	۵	۸		
۳	۱	۲	۲	۲	۴	۶	۷	۸		

۳۸. ضریب تغییرات، در داده‌های آماری زیر، کدام است؟ (تجربی ۹۶ خارج)

مرکز دسته	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰	۰/۱۵ (۲)	۰/۱۰ (۱)
فراوانی مطلق	۷	۹	۱۷	۱۱	۶	۰/۲۵ (۴)	۰/۲۰ (۳)

بخش آخر: تیپ های جدید :

چهره شماره ۱: تا به حال در سال های اخیر سؤال محاسباتی از خطاهای اندازه گیری ، مطرح نشده

۳۹. در مدل سازی ریاضی برای مساحت دایره به قطر تقریبی ۱۰ واحد اگر خطای اندازه گیری قطر کمتر از  $\frac{1}{6\pi}$  واحد طول باشد خطای مساحت تقریباً کمتر از چند واحد مربع است؟

۴۰. در مدل سازی ریاضی برای حجم یک مکعب به ضلع تقریبی ۲ cm ؛ اگر خطای حجم کمتر از  $1 \text{ cm}^3$  باشد حداکثر خطای اندازه گیری مکعب چقدر است؟

چهره شماره ۲: سؤالات خاص دسته بندی و فراوانی با محاسبات خاص + روش اعداد تصادفی :

۴۱. تعدادی داده آماری در ۸ طبقه دسته بندی شده اند اگر کران پایین دسته اول برابر  $\frac{2}{8}$  و مرکز دسته ششم برابر  $\frac{7}{2}$  باشد کران بالای دسته آخر کدام است؟

(۱) $\frac{8}{4}$	(۲) $\frac{8}{8}$	(۳) $\frac{9}{2}$	(۴) $\frac{9}{6}$	(کانون ۹۴)
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	------------

۴۲. در جدول فراوانی ۲۰ داده آماری، فراوانی تجمعی دسته پنجم ۹ واحد از فراوانی تجمعی دسته سوم بیشتر است. اگر فراوانی مطلق دسته چهارم ۳ باشد، فراوانی نسبی دسته پنجم کدام است؟

(۱) $\frac{0}{35}$	(۲) $\frac{0}{25}$	(۳) $\frac{0}{9}$	(۴) $\frac{0}{3}$	(کانون ۹۲)
--------------------	--------------------	-------------------	-------------------	------------

۴۳. هشتاد داده آماری در ۷ طبقه دسته بندی شده اند. اگر ۲۰ داده جدید به این جدول افزوده شود، فراوانی نسبی دسته وسط تغییر نمی کند. نسبت افزایش داده های دسته مذکور، به فراوانی مطلق قبلی آن کدام است؟

(۱) $\frac{1}{8}$	(۲) $\frac{1}{5}$	(۳) $\frac{1}{4}$	(۴) $\frac{2}{8}$
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

۴۴. در ۸۰ داده‌ی آماری دسته‌بندی شده، فراوانی نسبی دسته‌ی اول ۰/۱۱۲۵ می‌باشد. اگر ۱۰ داده‌ی دیگر بزرگ‌تر از میانه به آن‌ها افزوده شود، فراوانی نسبی جدید در دسته‌ی اول کدام است؟

- (۱) ۰/۱ (۲) ۰/۱۰۲ (۳) ۰/۱۰۵ (۴) ۰/۱۱ (ریاضی ۹۰ خارج)

چهره شماره ۳: سوالات مفهومی و ترکیبی از نمودار با شاخص‌های عددی:

۴۵. در جدول فراوانی داده‌های پیوسته و دسته‌بندی شده، دونقطه‌ی (۲۱, ۴۲) و (۲۴, ۵۱) متوالیاً از نمودار فراوانی تجمعی است. کدام نقطه در رسم چند بر فراوانی به کار می‌رود؟

- (۱) (۲۱, ۵۱) (۲) (۲۲/۵, ۹) (۳) (۲۲/۵, ۴۲) (۴) (۲۴, ۹)

۴۶. در نمودار دایره‌ای یک جامعه‌ی آماری که جمع فراوانی‌ها ۴۰ است. زاویه‌ی نظیر دودسته  $36^\circ$  اختلاف دارند. اگر دسته با فراوانی کم‌تر دارای فراوانی ۸ باشد، فراوانی دسته‌ی دیگر کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

۴۷. اگر به داده‌های جدول زیر ۱۲ داده بیافزاییم، در نمودار دایره‌ای داده‌های جدید، زاویه‌ی متناظر دسته‌ای به مرکز ۴،  $70^\circ$  افزایش می‌یابد. چند داده به دسته‌ی چهارم افزوده شده است؟ (کانون ۹۵)

مرکز دسته	۱	۲	۳	۴
فراوانی تجمعی	۴	۱۰	۱۸	۲۴

- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ۱۰

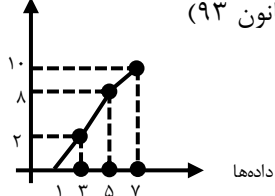
۴۸. در نمودار جعبه‌ای ۳۶ داده‌ی آماری، میانگین داده‌های دوطرف جعبه جداگانه به ترتیب ۲۲ و ۳۰ می‌باشد. اگر میانگین تمام داده‌ها ۲۷/۵ باشد، آنگاه میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۲۸/۵ (۳) ۲۹ (۴) ۲۹/۵

۴۹. اگر سطح زیر منحنی نمودار چند بر فراوانی داده‌های دسته‌بندی شده‌ای که مراکز دسته‌های آن‌ها ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۲۱ است ۴۸ و فراوانی دسته‌ی سوم ۴ باشد، زاویه‌ی مرکزی دسته‌ی سوم در نمودار دایره‌ای کدام است؟

- (۱)  $72^\circ$  (۲)  $90^\circ$  (۳)  $108^\circ$  (۴)  $120^\circ$  (کانون ۹۲)

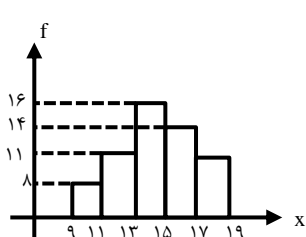
فراوانی تجمعی



۵۰. نمودار فراوانی تجمعی یک سری داده‌ی آماری به صورت مقابل است: ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟ (کانون ۹۳)

- (۱)  $\sqrt{10}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{\sqrt{10}}{10}$  (۴)  $\frac{5}{4}$

۵۱. با توجه به نمودار مستطیلی روبه‌رو، میانگین داده‌های آماری کدام است؟ (ریاضی ۹۴ خارج)



- (۱) ۱۴/۲ (۲) ۱۴/۳ (۳) ۱۴/۴ (۴) ۱۴/۵

چهارم شماره ۴: سوالات خاص محاسبه شاخص های عددی:

۵۲. جدول روبه‌رو فراوانی نسبی داده‌های دسته‌بندی شده است. با تعیین  $\alpha$ ، مقدار واریانس کدام است؟ (ریاضی ۹۳ خارج)

مرکز دسته	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۱۶/۸ (۲)	۱۶/۵ (۱)
فراوانی نسبی	۰/۱	۰/۲۵	۰/۲	$\alpha$	۴ نشدنی	۶۶ (۳)

۵۳. با توجه به جدول آماری دسته‌بندی شده‌ی روبه‌رو، مقدار ضریب تغییرات داده‌های  $X$  کدام است؟ (ریاضی ۹۳)

$X-44$	-۳	-۱	۱	۳	۵	۰/۰۸ (۲)	۰/۰۵ (۱)
فراوانی	۴	۷	۵	۳	۱	۰/۲ (۴)	۰/۱ (۳)

۵۴. واریانس ۱۱ داده‌های آماری صفر است. اگر داده‌های ۲۴، ۱۶ و ۲۶ به آن‌ها اضافه شود. میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند. انحراف معیار ۱۴ داده‌ی حاصل کدام است؟

(ریاضی ۹۱ خارج)	۲ (۴)	۱/۵ (۳)	۱/۲۵ (۲)	۰/۷۵ (۱)
-----------------	-------	---------	----------	----------

۵۵. دانش‌آموزی معدل ۵ درس یک واحدی خود را ۱۵ به دست آورده است ولی او به اشتباه یکی از نمراتش را که ۱۵ بوده است ۱۰ به حساب آورده است. معدل واقعی او چند است؟

(کتاب درسی)	۱۴ (۱)	۱۶ (۲)	۲۰ (۳)	۴ (۴) نیم توان تعیین کرد.
-------------	--------	--------	--------	---------------------------

۵۶. از داده‌های ۱۴، ۱۴، ۱۳، ۱۲، ۱۲، ۱۲، ۱۱ کدام داده را حذف کنیم تا میانگین جدید نسبت به میانگین قدیم کم‌ترین تغییر را داشته باشد؟

(کتاب درسی)	۱۴ (۱)	۱۱ (۲)	۱۳ (۳)	۱۲ (۴)
-------------	--------	--------	--------	--------

۵۷. اگر میانگین و میانه و مد داده‌های  $X$ ، ۶۰، ۸۰، ۱۱۰، ۷۰ برابر باشند،  $X$  کدام است؟

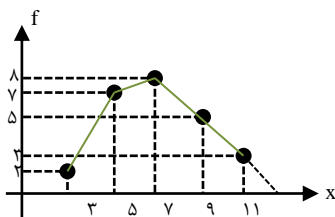
(کتاب درسی)	۶۰ (۱)	۸۰ (۲)	۷۰ (۳)	۱۱۰ (۴)
-------------	--------	--------	--------	---------

۵۸. میانگین محیط دایره‌هایی برابر  $6\pi$  و میانگین مساحت این دایره‌ها برابر  $25\pi$  است. ضریب تغییرات شعاع این دایره‌ها کدام است؟

(کانون ۹۴)	$\frac{4}{3}$ (۱)	$\frac{2}{3}$ (۲)	$\frac{1}{3}$ (۳)	$\frac{1}{6}$ (۴)
------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

۵۹. اگر میانگین داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  باشد  $\bar{x}$ ؛  $x_1, x_2, \dots, x_n$  داده‌های  $1, x_1 + 1, x_2 + 2, \dots, x_n + n$  چقدر است؟

$\bar{x} + \frac{n}{2}$ (۱)	$\bar{x}$ (۲)	$\bar{x} + \frac{n+1}{2}$ (۳)	$\bar{x} - \frac{n-1}{2}$ (۴)
-----------------------------	---------------	-------------------------------	-------------------------------



۶۰. با توجه به نمودار چند بر فراوانی مقابل، واریانس کل داده‌ها، کدام است؟

۴/۵ (۱)	۴/۸ (۲)	۴/۹۲ (۳)	۵/۱۲ (۴)
---------	---------	----------	----------

۶۱. داده‌های  $x_i = 1, 2, 3, 4, 5$  مفروض است. ضریب تغییرات داده‌های  $u_i = 12x_i + 6$  کدام است؟

۰/۴ (۱)	۰/۴۸ (۲)	۰/۵۲ (۳)	۰/۶ (۴)
---------	----------	----------	---------