

فصل ۱۰ مثلثات

قسمت اول: نسبت‌های مثلثاتی

نسبت‌های مثلثاتی زوایای خاص

☆ ۱۰۰۲. مقدار عددی عبارت $(\cos 30^\circ + \cos 45^\circ)(\sin 60^\circ - \sin 45^\circ)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 1

☆ ۱۰۰۳. مقدار x از رابطه $\frac{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 60^\circ \tan 30^\circ} = \tan x$ کدام است؟

- (۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° (۴) 120°

☆ ۱۰۰۴. حاصل عبارت $(x+y)^2 \sin^2 30^\circ - (x-y)^2 \cos^2 60^\circ$ کدام است؟

- (۱) $2xy$ (۲) xy (۳) $2(x^2 + y^2)$ (۴) $2(x^2 - y^2)$

☆ ۱۰۰۵. اگر x زاویه حاده و $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، حاصل $\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} + \tan(\frac{x}{4})$ برابر کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

☆ ۱۰۰۶. اگر $\tan(x-y) = 1$ و $\sin(\frac{x}{4} + y) = \frac{1}{2}$ باشند، مجموع زوایای حاده x و y کدام است؟

- (۱) 60° (۲) 90° (۳) 105° (۴) 75°

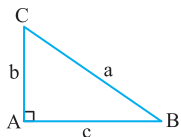
☆ ۱۰۰۷. اگر x و y زوایای حاده و $\sin(x-y) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\cos(\frac{2x}{3} - \frac{y}{6}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، حاصل $\sin(x+15^\circ) + \cos 2y$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) 2

نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه

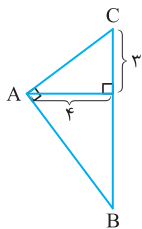
☆ ۱۰۰۸. در مثلث ABC ، $\hat{A} = 90^\circ$ ، $\tan B = \sqrt{2}$ و $a = 3\sqrt{3}$ می‌باشد، اندازه ضلع c کدام است؟

- (۱) $\sqrt{6}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) 2 (۴) 3



☆ ۱۰۰۹. در شکل مقابل، مقدار کسینوس زاویه B کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{7}$

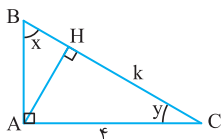


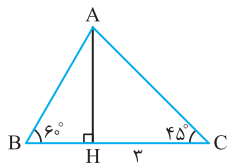
☆ ۱۰۱۰. در مثلث قائم‌الزاویه ABC که $\hat{A} = 90^\circ$ ، حاصل $\frac{\cos^2 C}{\sin B \cos B}$ کدام است؟

- (۱) $\tan B$ (۲) $\tan C$ (۳) $\sin B$ (۴) $\sin C$

☆ ۱۰۱۱. در شکل مقابل، مقدار k کدام است؟

- (۱) $4 \sin x$ (۲) $4 \sin y$ (۳) $\frac{1}{4} \sin y$ (۴) $\frac{1}{4} \sin x$





۱۰۱۲☆ در مثلث شکل مقابل، اندازه ضلع BH چقدر است؟

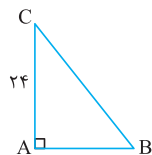
- (۱) $\sqrt{3}$
- (۲) $2\sqrt{3}$
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (۴) ۳

۱۰۱۳☆ در مثلث قائم‌الزاویه ABC، زاویه A قائمه و $\tan C = \frac{5}{12}$ است. مقدار $\cos A + \cos B + \cos C$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{30}{13}$
- (۲) $\frac{17}{13}$
- (۳) $\frac{7}{13}$
- (۴) $\frac{12}{13}$

۱۰۱۴☆ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{B} = 90^\circ$)، اگر $a = \sqrt{3}$ و $c = \sqrt{5}$ باشد، حاصل $\sin^2 A + \cot^2 A$ کدام است؟

- (۱) $\frac{49}{24}$
- (۲) $\frac{65}{24}$
- (۳) $\frac{49}{40}$
- (۴) $\frac{39}{40}$



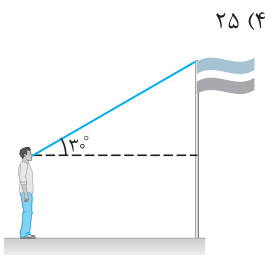
۱۰۱۵☆ در مثلث قائم‌الزاویه شکل مقابل، $\hat{A} = 90^\circ$ ، $AC = 24$ و $\cos C = \frac{4}{5}$ است. محیط مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۵۸
- (۲) ۶۴
- (۳) ۷۲
- (۴) ۸۰

کاربرد مثلثات

۱۰۱۶☆ یک هواپیما با زاویه 12° از زمین بلند می‌شود. پس از طی تقریباً چند کیلومتر با همین زاویه به ارتفاع ۴ کیلومتری از سطح زمین می‌رسد؟ ($\sin 12^\circ \approx 0.2$)

- (۱) ۱۰
- (۲) ۱۵
- (۳) ۲۰
- (۴) ۲۵

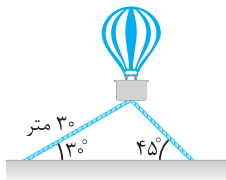


۱۰۱۷☆ شخصی با قد ۱۷۰ سانتی‌متر در ۱۲ متری یک پرچم، مطابق شکل ایستاده است. اگر زاویه بین نوک پرچم و محور افقی که در چشم این شخص تشکیل می‌شود، 3° درجه باشد، طول میله پرچم حدوداً چند متر است؟

- (۱) $\frac{6}{8}$
- (۲) $\frac{7}{2}$
- (۳) $\frac{8}{1}$
- (۴) $\frac{8}{5}$

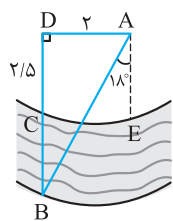
۱۰۱۸☆ یک بالن مطابق شکل، توسط دو طناب به زمین بسته شده است. اگر طول یکی از طناب‌ها ۳۰ متر باشد، طول طناب دوم تقریباً چند متر است؟

- (۱) ۲۰
- (۲) ۲۱
- (۳) ۲۳
- (۴) ۲۵



۱۰۱۹☆ برای تعیین عرض رودخانه‌ای (شکل مقابل)، دو نقطه B و C را در دو طرف آن و نقطه D را در امتداد BC چنان در نظر می‌گیریم که طول DC برابر $\frac{2}{5}$ متر و نقطه A چنان باشد که طول AD برابر ۲ متر بوده و AD بر DC و AE عمود باشد و $\hat{BAE} = 18^\circ$. عرض رودخانه (طول BC) تقریباً چند متر است؟ ($\tan 72^\circ \approx 3$)

- (۱) $\frac{3}{5}$
- (۲) ۳
- (۳) $\frac{4}{5}$
- (۴) ۴



۱۰۲۰☆ ناظری به فاصله ۳۵ متر از پای ستونی که بر روی آن مجسمه‌ای قرار دارد، ایستاده است. اگر زاویه رؤیت ابتدا و انتهای مجسمه با سطح افقی به ترتیب برابر 4° و 45° باشد، ارتفاع مجسمه به‌طور تقریبی چند متر است؟ ($\tan 40^\circ \approx 0.8$) (سراسری ریاضی فارغ از کشور-۹۴)

- (۱) ۶
- (۲) $\frac{6}{4}$
- (۳) ۷
- (۴) $\frac{7}{2}$

مساحت

۱۰۲۱☆ در مثلث ABC، $\hat{A} = 30^\circ$ ، $AB = 4$ و $AC = 6$ ، مساحت مثلث ABC برابر کدام است؟

- (۱) ۶
- (۲) ۸
- (۳) ۱۲
- (۴) ۲۴

۱۰۲۲☆ در مثلث ABC، $\hat{C} = 15^\circ$ ، $\hat{B} = 45^\circ$ و $AC = \sqrt{3}$ ، $AB = 8$. مساحت مثلث ABC چند واحد سطح است؟

- (۱) ۱۲
- (۲) ۶
- (۳) $6\sqrt{3}$
- (۴) $2\sqrt{3}$

☆ ۱۰۲۳. اگر یک زاویه مثلثی ثابت بماند اما هر یک از دو ضلع آن زاویه سه برابر شوند، مساحت آن چند برابر می‌شود؟

- (۱) ۳ (۲) ۹ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{9}$

☆ ۱۰۲۴. در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، $\hat{B} = 90^\circ$ ، $\tan A = \frac{\sqrt{5}}{3}$ و $b = 6$ ، مساحت مثلث ABC برابر کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{5}$ (۲) $3\sqrt{5}$ (۳) ۶ (۴) ۸

☆ ۱۰۲۵. مساحت مثلث ABC برابر ۱۶ واحد مربع است. اگر $b = 8$ و $c = 5$ باشد، اندازه ضلع متوسط a کدام است؟ (سراسری تجربی فارج از کشور - ۹۲)

- (۱) $\sqrt{39}$ (۲) $\sqrt{41}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) $5\sqrt{2}$

☆ ۱۰۲۶. در مثلث ABC ، $AC = 4$ ، $AB = 2\sqrt{7}$ ، $BC = 6$ و $\hat{C} = 30^\circ$ است. مقدار $\sin B$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4\sqrt{7}}$ (۲) $\frac{1}{2\sqrt{7}}$ (۳) $\frac{2}{\sqrt{7}}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{7}}$

☆ ۱۰۲۷. در یک متوازی‌الاضلاع، طول دو ضلع آن ۴ و ۶ سانتی‌متر و یکی از زوایای داخلی آن 150° است. مساحت متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

☆ ۱۰۲۸. متوازی‌الاضلاعی با طول یک ضلع $6\sqrt{3}$ و اندازه یک زاویه 120° ، مساحتی برابر ۱۸ دارد. طول ضلع دیگر متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۱

☆ ۱۰۲۹. در متوازی‌الاضلاعی اندازه دو قطر ۱۲ و ۸ و زاویه بین دو قطر 135° است. مساحت متوازی‌الاضلاع چند برابر $\sqrt{2}$ است؟ (سراسری تجربی - ۹۲)

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶

☆ ۱۰۳۰. طول دو قاعده یک دوزنقه متساوی‌الساقین ۶ و ۱۰ و یک زاویه آن 60° می‌باشد. مساحت دوزنقه کدام است؟

- (۱) $20\sqrt{3}$ (۲) $16\sqrt{3}$ (۳) $10\sqrt{3}$ (۴) $14\sqrt{3}$

☆ ۱۰۳۱. مساحت شش ضلعی منتظم به طول ضلع $2\sqrt{3}$ کدام است؟

- (۱) $9\sqrt{3}$ (۲) $18\sqrt{3}$ (۳) $24\sqrt{3}$ (۴) $30\sqrt{3}$

☆ ۱۰۳۲. قطر کوچک یک شش ضلعی منتظم به ضلع ۲، طول ضلع یک شش ضلعی منتظم دیگر است. مساحت این شش ضلعی کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) $12\sqrt{3}$ (۴) $18\sqrt{3}$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای مرزی

☆ ۱۰۳۳. حاصل عبارت $\sin^2 30^\circ + \cos^2 90^\circ - \sqrt{3} \tan 60^\circ + 3 \cot 45^\circ - \sin^3 270^\circ$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{9}{4}$

☆ ۱۰۳۴. حاصل $\frac{\sin 270^\circ + \cos 180^\circ - \tan 180^\circ}{\sin 90^\circ + \cos 0^\circ - \cot 270^\circ}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) ۲

☆ ۱۰۳۵. اگر $3 \sin 2\alpha - 2 \cos 3\beta = 5$ و α و β زاویه‌های حاده باشند، حاصل $\sin^2 \alpha + \cos^2 \beta$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

☆ ۱۰۳۶. اگر $\frac{2 \sin x + \cos x}{\sin x + 2 \cos x} = 2$ و $0 \leq x \leq 180^\circ$ باشد، حاصل $\sin(180^\circ + x) + \cos(180^\circ + x) + \cos 2x$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) -۱

قسمت دوم: دایره مثلثاتی

علامت نسبت‌های مثلثاتی

☆ ۱۰۳۷. کدام گزینه درست است؟

- (۱) $\sin 190^\circ > 0$ (۲) $\cos(-350^\circ) > 0$ (۳) $\sin(-230^\circ) < 0$ (۴) $\tan 310^\circ > 0$

☆ ۱۰۳۸. اگر $\sin \alpha \cos \alpha > 0$ و $\cos \alpha \tan \alpha < 0$ باشد، آن‌گاه انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی واقع است؟ (سراسری ریاضی)

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

(سراسری تشریحی)

۱۰۳۹. اگر $\sin x + \tan x > 0$ و $\frac{1}{\cos x} - \sin x \tan x < 0$ باشد، انتهای کمان x در کدام ناحیه است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۱۰۴۰. اگر $\cos x \sqrt{1 + \tan^2 x} - 1 = 0$ و $\tan x = \frac{-\sqrt{1 - \cos^2 x}}{\cos x}$ باشد، انتهای کمان x در کدام ناحیه مثلثاتی قرار می‌گیرد؟

- (۱) چهارم (۲) سوم (۳) دوم (۴) اول

۱۰۴۱☆. اگر $1 - \sin \theta = \frac{5}{4}$ و $\cot \theta \cdot \sin \theta > 0$ باشد، انتهای کمان θ در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

تغییرات نسبت‌های مثلثاتی

۱۰۴۲☆. با زیاد شدن زاویه θ از 0° تا 180° ، نسبت مثلثاتی $\sin \theta$ چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) همواره زیاد می‌شود. (۲) همواره کم می‌شود. (۳) ابتدا زیاد و سپس کم می‌شود. (۴) ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود.

۱۰۴۳☆. با زیاد شدن زاویه θ از 180° تا 360° ، نسبت مثلثاتی $\cos \theta$ چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) همواره زیاد می‌شود. (۲) همواره کم می‌شود. (۳) ابتدا زیاد و سپس کم می‌شود. (۴) ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود.

۱۰۴۴☆. کدام نامساوی زیر درست است؟

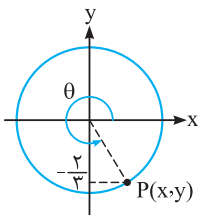
- (۱) $\sin 40^\circ > \sin 50^\circ$ (۲) $\sin 12^\circ > \sin 15^\circ$ (۳) $\sin 21^\circ < \sin 24^\circ$ (۴) $\sin 27^\circ > \sin 90^\circ$

۱۰۴۵☆. کدام گزینه درست است؟

- (۱) $\sin 20^\circ > \cos 50^\circ$ (۲) $\sin 30^\circ > \sin 50^\circ$ (۳) $\cos 40^\circ > \sin 70^\circ$ (۴) $\cos 10^\circ > \sin 50^\circ$

نسبت‌های مثلثاتی در دایره مثلثاتی

۱۰۴۶☆. در دایره مثلثاتی شکل مقابل، کدام گزینه صحیح است؟



- (۱) $\cos \theta = -\frac{2}{3}$ (۲) $\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ (۳) $\tan \theta = -\frac{2}{5}$ (۴) $\cot \theta = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

۱۰۴۷☆. نقطه P به طول $\frac{1}{3}$ روی دایره مثلثاتی و در ناحیه دوم قرار دارد. اگر θ زاویه بین نیم‌خط \vec{OP} با محور \vec{Ox} باشد، $\sin \theta$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۴) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

۱۰۴۸. اگر $\sin \theta = \frac{1}{3}$ و θ در ناحیه دوم مثلثاتی باشد، $\tan \theta$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{4}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳) $-\frac{3}{5}$ (۴) $-\frac{3\sqrt{2}}{4}$

۱۰۴۹☆. اگر $\Delta \sin x = 1 - 2m$ باشد، حدود تغییرات m کدام است؟

- (۱) $0 \leq m \leq 1$ (۲) $-2 \leq m \leq \frac{1}{4}$ (۳) $-3 \leq m \leq 2$ (۴) $-2 \leq m \leq 3$

۱۰۵۰. اگر $30^\circ \leq x \leq 90^\circ$ و $\sin \theta = m + 1$ ، حدود m کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4} < m \leq 1$ (۲) $-\frac{1}{4} \leq m \leq 0$ (۳) $-1 \leq m \leq 0$ (۴) $0 \leq m < \frac{1}{4}$

۱۰۵۱☆. اگر $180^\circ < \theta < 270^\circ$ و $\cos \theta = \frac{2m-1}{4}$ ، حدود m کدام است؟

- (۱) $-1 < m < 1$ (۲) $-\frac{1}{4} < m < \frac{1}{4}$ (۳) $-1 < m < \frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4} < m < 1$

۱۰۵۲☆. اگر $30^\circ \leq \alpha \leq 130^\circ$ و $\sin \alpha = \frac{2m-1}{3}$ ، حدود m کدام است؟

- (۱) $-1 \leq m \leq 1$ (۲) $\frac{5}{4} \leq m \leq 2$ (۳) $-1 \leq m \leq \frac{5}{4}$ (۴) $-2 \leq m \leq \frac{3}{4}$

شیب خط

۱.۰۵۳☆ خطی که با قسمت مثبت محور x ها زاویه 45° می‌سازد و از نقطه $(-2, 3)$ می‌گذرد، محور y را با کدام عرض قطع می‌کند؟

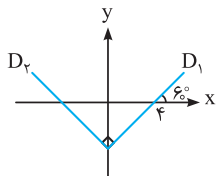
- (۱) -5 (۲) -3 (۳) 5 (۴) 3

۱.۰۵۴☆ به ازای چه مقداری از a، خط گذرنده از دو نقطه $\left[\frac{2}{a} \right]$ و $\left[\frac{2a-1}{a+7} \right]$ با جهت مثبت محور x ها، زاویه 45° می‌سازد؟

- (۱) 2 (۲) 5 (۳) 7 (۴) 4

۱.۰۵۵ در شکل مقابل، خط D_2 محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) -12
(۲) -9
(۳) $-3\sqrt{3}$
(۴) $-4\sqrt{3}$



۱.۰۵۶☆ خط به معادله $(2a+3)x + (5-a)y = 1$ با جهت مثبت محور x ها زاویه 45° می‌سازد. a کدام است؟

- (۱) -10 (۲) -8 (۳) -2 (۴) 4

۱.۰۵۷ نردبانی به دیواری تکیه داده شده است. اگر فاصله سر نردبان از سطح زمین ۱۲ متر و شیب نردبان برابر $\frac{12}{5}$ باشد، طول نردبان کدام است؟

- (۱) 13 (۲) 14 (۳) 15 (۴) 16

۱.۰۵۸☆ حاصل $|1 - \cos x| + |2 \cos x - 3|$ برابر کدام است؟

- (۱) $\cos x - 2$ (۲) $2 - \cos x$ (۳) $4 - 3 \cos x$ (۴) $3 \cos x - 4$

۱.۰۵۹ عبارت $A = 3 - 2 \sin \theta$ به کدام بازه تعلق دارد؟

- (۱) $[-1, 1]$ (۲) $[-1, 4]$ (۳) $[1, 5]$ (۴) $[0, 6]$

۱.۰۶۰☆ اگر بیشترین و کمترین مقدار عبارت $3 \sin x - 4$ به ترتیب A و B باشد، $A + B^2$ کدام است؟

- (۱) -8 (۲) -6 (۳) 48 (۴) 49

۱.۰۶۱☆ کمترین مقدار عبارت $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) صفر (۳) $-\frac{3}{8}$ (۴) $-\frac{1}{8}$

۱.۰۶۲☆ بیشترین مقدار عبارت $A = 3 \sin^2 x - \cos^2 x + 3$ ، از کمترین مقدار آن چقدر بیشتر است؟

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 5

واحدهای اندازه‌گیری زاویه

۱.۰۶۳☆ زاویه $\frac{2\pi}{9}$ رادیان چند درجه است؟

- (۱) 35° (۲) 45° (۳) 40° (۴) 50°

۱.۰۶۴☆ زاویه $37/5^\circ$ چند رادیان است؟

- (۱) $\frac{2\pi}{16}$ (۲) $\frac{5\pi}{24}$ (۳) $\frac{5\pi}{18}$ (۴) $\frac{3\pi}{8}$

۱.۰۶۵ زاویه‌های داخلی مثلثی با اعداد ۳، ۵ و ۷ متناسب می‌باشند. کوچکترین زاویه مثلث بر حسب رادیان کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{5}$ (۲) $\frac{\pi}{6}$ (۳) $\frac{\pi}{8}$ (۴) $\frac{\pi}{9}$

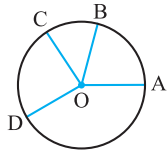
۱.۰۶۶☆ در چهارضلعی محدب ABCD، رابطه $\frac{\widehat{A}}{8} = \frac{\widehat{B}}{5} = \frac{\widehat{C}}{7} = \frac{\widehat{D}}{4}$ بین اندازه زاویه‌های داخلی آن برقرار است. اندازه زاویه C بر حسب رادیان کدام است؟

- (۱) $\frac{5\pi}{12}$ (۲) $\frac{7\pi}{3}$ (۳) $\frac{7\pi}{12}$ (۴) $\frac{7\pi}{9}$

۱.۰۶۷ اگر θ زاویه حاده و $\cos^4 \theta - \sin^4 \theta = -\frac{1}{4}$ باشد، اندازه زاویه θ بر حسب رادیان کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{5\pi}{12}$

اندازه زاویه مرکزی در دایره بر حسب رادیان



۱۰۶۸☆ در شکل مقابل، مرکز دایره و طول کمان \widehat{AB} برابر r (شعاع دایره) می‌باشد. اگر $\widehat{BC} = \frac{3}{4}\widehat{AB}$ و $\widehat{CD} = \frac{5}{4}\widehat{CB}$ (برگرفته از کتاب درسی) باشد، اندازه زاویه $\angle AOD$ (کمان ABD) چند رادیان است؟

(۱) $\frac{29}{8}$ (۲) $\frac{27}{8}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{23}{8}$

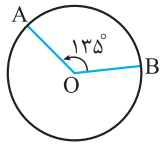
(برگرفته از کتاب درسی)

۱۰۶۹☆ در دایره‌ای به شعاع ۶۰ سانتی‌متر، اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی به طول یک متر، چند رادیان است؟

(۱) $\frac{1}{15}$ (۲) $\frac{1}{60}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۱۰۷۰☆ با توجه به شکل مقابل، اگر طول کمان AB برابر 3π باشد، آن‌گاه مساحت دایره کدام است؟

(۱) 16π (۲) 9π (۳) $\frac{9}{16}\pi$ (۴) $\frac{16}{9}\pi$



۱۰۷۱☆ اگر روی دایره‌ای به شعاع ۵ کیلومتر، مسافت $\frac{25\pi}{3}$ کیلومتر طی شود، زاویه دوران بر حسب درجه کدام است؟

(۱) 230 (۲) 250 (۳) 275 (۴) 300

۱۰۷۲☆ چه مدت طول می‌کشد که عقربه دقیقه‌شمار به اندازه $\frac{7\pi}{5}$ رادیان دوران کند؟

(۱) ۵۴ دقیقه (۲) ۵۰ دقیقه (۳) ۴۸ دقیقه (۴) ۴۲ دقیقه

۱۰۷۳☆ در ساعت ۵:۰۳ زاویه بین عقربه ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار چند رادیان است؟

(۱) $\frac{37\pi}{36}$ (۲) $\frac{13\pi}{12}$ (۳) $\frac{43\pi}{36}$ (۴) $\frac{5\pi}{4}$

۱۰۷۴☆ ابتدا نقطه $A(10)$ روی دایره مثلثاتی را به اندازه 140° دوران می‌دهیم تا به نقطه B برسیم و سپس نقطه B را به اندازه $\frac{1}{4}$ دور کامل در

جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم تا به نقطه C برسند. طول کمان BC کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{3\pi}{5}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{5\pi}{18}$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای خاص بر حسب رادیان

۱۰۷۵☆ مقدار عددی عبارت $\frac{3\pi}{2} - \tan 2\pi + \frac{2}{\sqrt{3}} \cot \frac{\pi}{3}$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۰۷۶☆ حاصل کسر $\frac{\cot^2 \frac{\pi}{3} + \cos^2 \frac{\pi}{3}}{\tan^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 \frac{\pi}{6}}$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴) $\frac{7}{9}$

(برگرفته از کتاب درسی)

۱۰۷۷☆ حاصل عبارت $\tan \frac{\pi}{5} \cot \frac{\pi}{5} + \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi}{4}} + \sin^2 \frac{\pi}{3}$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{13}{4}$ (۲) $\frac{15}{4}$ (۳) ۳ (۴) ۴

(برگرفته از کتاب درسی)

۱۰۷۸☆ مقدار عددی عبارت $\cos^2 \frac{\pi}{5} + 2 \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} + \sin^2 \frac{\pi}{5} - 2 \cot \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۰۷۹☆ اگر $\theta \in [0, 2\pi]$ و $\sin \theta = 1$ باشد، مقدار عددی $\cos 2\theta + \sqrt{2} \sin \frac{\theta}{2} + \sin 3\theta$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۱

علامت نسبت‌های مثلثاتی در ۴ ناحیه

$\sin \frac{4\pi}{5} < 0$, $\cos \frac{6\pi}{5} < 0$, $\tan \frac{11\pi}{6} < 0$, $\cot \frac{13\pi}{8} > 0$

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۳

۱۰۸۰☆ چند تا از نامساوی‌های روبه‌رو صحیح است؟

(۱) صفر (۲) ۱

۱۰۸۱☆ کدام یک از عبارتهای زیر، عددی منفی است؟

(۱) $\sin \frac{4\pi}{3} \cos \frac{5\pi}{6}$ (۲) $\sin \frac{3\pi}{5} - \tan \frac{7\pi}{8}$ (۳) $\cos \frac{7\pi}{5} + \cot \frac{5\pi}{7}$ (۴) $\cos \frac{\pi}{5} + \sin \frac{4\pi}{7}$

قسمت سوم: روابط بین نسبت‌های مثلثاتی

اتحادهای مثلثاتی

۱۰۸۲☆ اگر $\sin \beta = -\frac{2}{5}$ و انتهای کمان β در ربع سوم دایره مثلثاتی باشد، حاصل $\sin \beta \cos \beta$ ۲۵ کدام است؟

(۱) $2\sqrt{21}$ (۲) $\frac{2\sqrt{21}}{25}$ (۳) $-\frac{2\sqrt{21}}{25}$ (۴) $-2\sqrt{21}$

۱۰۸۳☆ اگر $\tan \alpha = 3$ و انتهای کمان α در ناحیه سوم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $A = \frac{\cos \alpha - 3 \cot \alpha}{2 \sin \alpha}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1+\sqrt{10}}{6}$ (۲) $-\frac{1+\sqrt{10}}{6}$ (۳) $\frac{1+\sqrt{10}}{8}$ (۴) $-\frac{1+\sqrt{10}}{8}$

۱۰۸۴☆ اگر $\tan 229^\circ = 1/2$ باشد، $\cos^2 229^\circ$ تقریباً برابر کدام است؟

(۱) $\frac{29}{63}$ (۲) $\frac{17}{61}$ (۳) $\frac{25}{61}$ (۴) $\frac{31}{63}$

۱۰۸۵☆ اگر $\sin \theta = \sqrt{\frac{2}{m}}$ و $\cot \theta = \sqrt{5-m}$ باشد، $\cos^2 \theta + \tan \theta$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۱۰۸۶☆ اگر α زاویه بین خط $4y + 3x = 7$ با جهت مثبت محور x ها باشد، $\sin \alpha$ کدام است؟

(۱) $-\frac{4}{5}$ (۲) $-\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۱۰۸۷☆ اگر $\tan x = \frac{5}{6}$ باشد، حاصل $\frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $-\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{1}{11}$ (۴) $-\frac{1}{11}$

۱۰۸۸☆ هرگاه $\cot x = 3$ ، حاصل کسر $\frac{2 \sin x + \cos x}{-\cos x + \sin x}$ برابر کدام است؟

(۱) $\frac{7}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $-\frac{7}{2}$ (۴) $-\frac{5}{2}$

۱۰۸۹☆ در صورتی که $\frac{\sin \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{3}{2}$ باشد، مقدار $\tan \theta$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) ۴

۱۰۹۰☆ اگر $\frac{2 \sin x + 3 \cos x}{\sin x + 4 \cos x} = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $\cos^2 x$ کدام است؟

(۱) $\frac{49}{58}$ (۲) $\frac{47}{58}$ (۳) $\frac{36}{41}$ (۴) $\frac{35}{41}$

۱۰۹۱☆ با فرض $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ، حاصل عبارت $\sin^4 \theta - \cos^4 \theta + \frac{1}{1 + \cot^2 \theta}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۱

۱۰۹۲☆ اگر $2 \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{5}{4}$ باشد، مقدار $\cot^2 x$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۹۳☆ اگر $3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x = \frac{7}{2}$ باشد، آن‌گاه $\tan^2 x$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۹۴☆ اگر $\sin x = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1}{\tan x}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۰۹۵☆ حاصل $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\sin x}$ با کدام گزینه برابر است؟

(۱) $\frac{1}{\sin x}$ (۲) $\frac{2}{\sin x}$ (۳) $\frac{\sin x}{1 + \cos x}$ (۴) $\frac{\sin^2 x}{1 + \cos x}$

- ۱۱۰۹۶★ مقدار عبارت $(\sin \theta + \cos \theta)^2 + (\sin \theta - \cos \theta)^2$ برابر کدام است؟
 (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۱
- ۱۱۰۹۷★ اگر $\cos x = \sqrt{a-1}$ و $\sin x = \sqrt{2-b}$ ، کدام رابطه بین a و b همواره برقرار است؟
 (۱) $a^2 = b$ (۲) $a = -b$ (۳) $a = b^2$ (۴) $a = b$
- ۱۱۰۹۸ حاصل $\frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x} + \frac{\cot^2 x}{1 + \cot^2 x}$ برابر کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\tan^2 x + \cot^2 x$ (۴) صفر
- ۱۱۰۹۹★ حاصل عبارت $\sin^6 x - \cos^6 x + \cos^2 x$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) $\sin^2 x$ (۳) $1 - 2 \sin^2 x$ (۴) $1 - 2 \cos^2 x$
- ۱۱۱۰۰ حاصل عبارت $\frac{(1 - \sin x \cos x)(1 + \sin x \cos x) - \sin^2 x \cos^2 x}{\sin^6 x + \cos^6 x}$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $1 - \sin^2 x \cos^2 x$ (۴) -۱
- ۱۱۱۰۱★ حاصل $\frac{2}{\cos^2 x} - \frac{1}{\cos^4 x}$ با کدام گزینه برابر است؟
 (۱) $1 + \tan^4 x$ (۲) $1 - \tan^4 x$ (۳) $1 - \tan^2 x$ (۴) $1 + \tan^2 x$
- ۱۱۱۰۲ حاصل $\frac{1}{\sin^4 \theta} - \frac{1}{\sin^2 \theta} - \cot^4 \theta$ کدام است؟
 (۱) $\sin^2 \theta$ (۲) $\cos^2 \theta$ (۳) $\tan^2 \theta$ (۴) $\cot^2 \theta$
- ۱۱۱۰۳★ به ازای کدام مقدار A تساوی $1 - \tan^4 x = \frac{1}{\cos^4 x} + \frac{A}{\cos^2 x}$ ، یک اتحاد است؟
 (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲
- ۱۱۱۰۴ حاصل عبارت $\frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\sin^2 x \cos^2 x} - (\tan x + \cot x)^2$ کدام است؟
 (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) صفر
- ۱۱۱۰۵ حاصل $\frac{1}{\sin \theta \cos \theta} - (1 + \tan \theta)(1 + \cot \theta)$ کدام است؟
 (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱
- ۱۱۱۰۶★ حاصل کسر $\frac{\tan a + \tan b}{\cot a + \cot b}$ برابر کدام است؟
 (۱) $\tan a + \tan b$ (۲) $\tan a \tan b$ (۳) $\cot a + \cot b$ (۴) $\cot a \cot b$
- ۱۱۱۰۷★ اگر $\sin x \cos x = -\frac{1}{4}$ باشد، آن‌گاه $\sin x + \cos x$ کدام است؟
 (۱) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) ± 1 (۳) $\pm \sqrt{2}$ (۴) ± 2
- ۱۱۱۰۸★ اگر $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\tan \theta + \cot \theta$ برابر کدام است؟
 (۱) $\frac{32}{15}$ (۲) $\frac{16}{5}$ (۳) $-\frac{32}{15}$ (۴) $-\frac{16}{15}$
- ۱۱۱۰۹★ اگر $\tan x + \cot x = \frac{5}{2}$ باشد، حاصل $5 \sin^2 x + 6 \cot x$ کدام است؟ ($45^\circ < x < 90^\circ$)
 (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۹
- ۱۱۱۱۰★ اگر $\sin x = \frac{3}{5}$ و انتهای کمان x در ناحیه دوم قرار گرفته باشد، حاصل $\frac{\sin x + \cos x}{\tan x + \cot x}$ کدام است؟
 (۱) $\frac{12}{125}$ (۲) $-\frac{12}{125}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۴) $-\frac{5}{12}$
- ۱۱۱۱۱★ اگر انتهای کمان α در ناحیه اول دایره مثلثاتی باشد، عبارت $\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$ برابر کدام است؟
 (۱) $-\tan \alpha$ (۲) $-\cot \alpha$ (۳) $\tan \alpha$ (۴) $\cot \alpha$

(سراسری تجربی)

۱۱۱۲. اگر انتهای کمان روبه‌رو به زاویه x در ناحیه سوم باشد، حاصل $\sqrt{\frac{\cot^2 x}{1 + \cot^2 x}}$ کدام است؟

- (۱) $-\tan x$ (۲) $-\cos x$ (۳) $-\sin x$ (۴) $-\cot x$

☆ ۱۱۱۳. اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\sin^3 x + \cos^3 x$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{13}{27}$ (۲) $\frac{13}{81}$ (۳) $\frac{17}{27}$ (۴) $\frac{17}{81}$

☆ ۱۱۱۴. اگر $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{5}$ باشد، حاصل $\sin^6 x + \cos^6 x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{3}{7}$

قسمت چهارم: روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی

نسبت‌های مثلثاتی $\pi \pm \alpha$ و $-\alpha$

۱۱۱۵. اگر $\sin 135^\circ + \sqrt{2} \sin 18^\circ + \cos 12^\circ = \cos 6^\circ = x$ باشد، مقدار x کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

☆ ۱۱۱۶. حاصل $\tan\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cot(225^\circ)$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

(برگرفته از کتاب درسی)

☆ ۱۱۱۷. اگر x زاویه حاده و $\sin(4x + 3^\circ) = \sin x$ باشد، مقدار $\tan^2 x$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

☆ ۱۱۱۸. اگر x زاویه حاده و $\cos(2x + 1^\circ) = -\cos(x - 1^\circ)$ باشد، مقدار $\sqrt{3} \sin x + 2 \cos x$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{7}{2}$

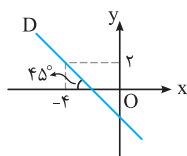
(سراسری تجربی)

☆ ۱۱۱۹. حاصل $\cos \frac{3\pi}{14} + \cos \frac{5\pi}{14} + \cos \frac{7\pi}{14} + \cos \frac{9\pi}{14} + \cos \frac{11\pi}{14}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

☆ ۱۱۲۰. با توجه به شکل مقابل، عرض از مبدأ خط D ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) -۲ (۳) $-\frac{5}{2}$ (۴) -۳



نسبت‌های مثلثاتی $\frac{\pi}{3} \pm \alpha$ و $\frac{2\pi}{3} \pm \alpha$

☆ ۱۱۲۱. اگر $\tan \alpha = 2\sqrt{2}$ و انتهای کمان α در ناحیه سوم مثلثاتی باشد، $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

(سراسری تجربی)

☆ ۱۱۲۲. حاصل $4 \cos 8^\circ - 5 \sin 1^\circ - 3 \cos 19^\circ - 2 \sin 28^\circ$ کدام است؟

- (۱) $5 \cos 1^\circ$ (۲) $4 \sin 1^\circ$ (۳) $-4 \sin 1^\circ$ (۴) $-5 \cos 1^\circ$

☆ ۱۱۲۳. اگر $\tan 76^\circ = 4$ باشد، حاصل $\sin^2 1^\circ + \cos^2 8^\circ - \cot 166^\circ$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) -۴

☆ ۱۱۲۴. مقدار عددی عبارت $\frac{\cos 7^\circ + 2 \sin 11^\circ + \sin 2^\circ}{\cos 16^\circ + \sin 29^\circ - 3 \sin 11^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $-\frac{2}{5}$ (۴) $-\frac{4}{5}$

۱۱۲۵☆ نقطه P روی دایره مثلثاتی با طول $-\frac{5}{13}$ و عرض مثبت قرار دارد. اگر θ زاویه بین نیم خط \overrightarrow{OP} و جهت مثبت محور x ها باشد،

حاصل $\sin(\frac{\pi}{4} + \theta) + 2\cos(\frac{3\pi}{4} + \theta)$ چند برابر $\frac{1}{13}$ است؟

(۱) ۲۵ (۲) ۱۹ (۳) -۲۵ (۴) -۱۹

۱۱۲۶☆ حاصل عبارت $\sin(\pi - x) + \cos(\frac{3\pi}{4} + x) + \sin(\pi + x) + \cos(\frac{\pi}{4} + x)$ کدام است؟

(۱) $-2\sin x$ (۲) صفر (۳) $2\sin x$ (۴) $2\cos x$

(سراسری تجربی)

۱۱۲۷ اگر $\sin(\frac{3\pi}{4} + \alpha) = 2\sin \alpha$ و انتهای کمان α در ناحیه دوم مثلثاتی باشد، مقدار $\sin \alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ (۲) $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ (۳) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

۱۱۲۸☆ اگر $\theta \in [0, \pi]$ و $\sin \theta = \cos \theta$ باشد، مقدار $2\cot(\frac{\pi}{4} + \theta) + \cos(\theta + \frac{\pi}{12})$ کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) -۲ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

(برگرفته از کتاب درسی)

۱۱۲۹ حاصل $\cos^2 \frac{\pi}{18} + \cos^2 \frac{4\pi}{9}$ چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{4}$

نسبت‌های مثلثاتی $k\pi \pm \alpha$

۱۱۳۰☆ در کدام گزینه، دو زاویه داده شده هم‌انتهای نمی‌باشند؟

(۱) $90^\circ, 270^\circ$ (۲) $-50^\circ, 670^\circ$ (۳) $120^\circ, 470^\circ$ (۴) $\frac{5\pi}{3}, \frac{53\pi}{3}$

۱۱۳۱ حاصل عبارت $\frac{\sin 30^\circ}{1 - \cos 240^\circ}$ کدام است؟

(۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۱۳۲☆ حاصل $\sin \frac{5\pi}{4} + \sin \frac{31\pi}{4} + \sin \frac{3\pi}{4} + \sin \frac{9\pi}{4}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) صفر

۱۱۳۳☆ اگر نقطه A(۱۰۰) به اندازه $\frac{y}{3}$ دور کامل در جهت عقربه‌های ساعت بچرخد تا به نقطه A' برسد، مختصات نقطه A' کدام است؟

(۱) $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ (۲) $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ (۳) $(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ (۴) $(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$

۱۱۳۴ مقدار عددی عبارت $\sin \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{17\pi}{4} + \tan \frac{15\pi}{4} + \cot \frac{7\pi}{4}$ کدام است؟

(۱) $2 + \sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2} - 2$ (۴) ۲

۱۱۳۵☆ حاصل عددی عبارت $\sin^{-2}(-\frac{3\pi}{4}) + \cos^{-3}(\frac{5\pi}{3}) - 2\tan(\frac{7\pi}{4})$ کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۱۱۳۶ اگر $P(10-2\sqrt{2})$ و θ زاویه بین \overrightarrow{OP} با جهت مثبت محور x ها باشد، حاصل $\sqrt{2}\cos(\frac{9\pi}{4} + \theta) + 2\sin(\theta - \frac{3\pi}{4})$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) -۱

۱۱۳۷ حاصل عبارت $2\cos(\frac{5\pi}{4} + \theta) + \sin(5\pi + \theta) + 2\sin(\frac{3\pi}{4} + \theta) - 2\cos(\theta - \pi)$ کدام است؟

(۱) $-2\cos \theta$ (۲) $-2\sin \theta$ (۳) $2\sin \theta$ (۴) $2\cos \theta$

۱۱۳۸☆ حاصل عبارت $\tan(3\pi - \alpha)\cot(10\pi - \alpha) - \sin(3\pi + \alpha)\cos(\frac{5\pi}{4} + \alpha)$ کدام است؟

(۱) $\sin^2 \alpha$ (۲) $\cos^2 \alpha$ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۱۳۹ اگر $2\cos(\frac{3\pi}{4} + x) - \sin(11\pi - x) = -\frac{1}{4}$ باشد، حاصل $3\sin(5\pi + x) + \cos \frac{2\pi}{3}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{12}$

☆ ۱۱۴۰. اگر $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 2\cos\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} + x\right)$ باشد، حاصل کسر $\frac{2\sin x + 5\cos x}{\sin x - \cos x}$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) -۱۲ (۴) $-\frac{1}{3}$

(سراسری تجربی)

☆ ۱۱۴۱. از تساوی $2 = \frac{2\sin(\alpha - 3\pi) + \cos(\alpha - \frac{\pi}{2})}{\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}$ ، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱/۵ (۳) ۲ (۴) ۱/۵

(سراسری تجربی- ۹۴)

☆ ۱۱۴۲. حاصل عبارت $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ ، با فرض $\tan 15^\circ = 0/28$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{16}{9}$ (۲) $-\frac{9}{16}$ (۳) $\frac{9}{16}$ (۴) $\frac{16}{9}$

(سراسری تجربی فارغ از کشور- ۹۴)

☆ ۱۱۴۳. حاصل عبارت $\frac{\sin 25^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 56^\circ - \cos 11^\circ}$ ، با فرض $\tan 2^\circ = 0/4$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{5}{8}$

(سراسری ریاضی- ۹۱)

☆ ۱۱۴۴. اگر $\tan \theta = 0/2$ باشد، مقدار $\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۱/۲ (۳) ۲ (۴) ۳

☆ ۱۱۴۵. نقاط $k\pi \pm \frac{\pi}{12}$ روی دایره مثلثاتی، رأس‌های کدام شکل را مشخص می‌کند؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) لوزی (۲) مربع (۳) مستطیل (۴) ۲۴ ضلعی

قسمت پنجم: توابع مثلثاتی

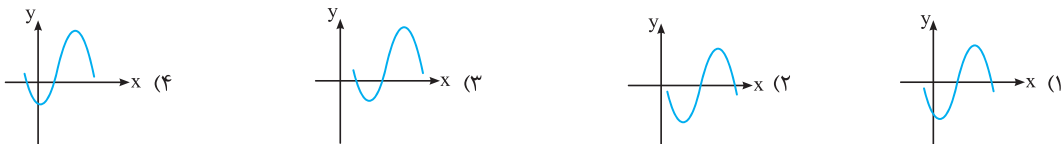
نمودار توابع سینوسی

☆ ۱۱۴۶. کدام یک از نامساوی‌های زیر صحیح است؟

- (۱) $\sin 2^\circ < \sin 370^\circ$ (۲) $\sin 10^\circ < \sin 13^\circ$ (۳) $\sin 31^\circ < \sin 33^\circ$ (۴) $\sin 23^\circ > \sin 19^\circ$

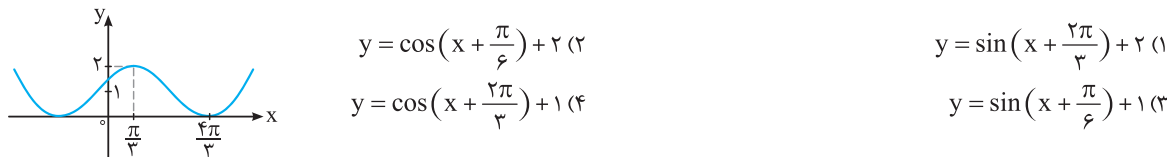
(برگرفته از کتاب درسی)

☆ ۱۱۴۷. نمودار تابع $y = -3\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$ شبیه کدام است؟

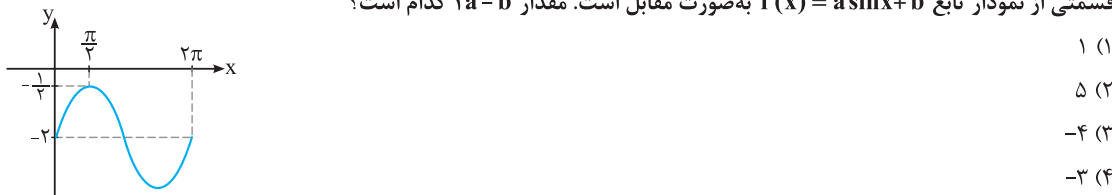


(برگرفته از کتاب درسی)

☆ ۱۱۴۸. نمودار روبه‌رو، مربوط به کدام تابع مثلثاتی است؟



☆ ۱۱۴۹. قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a\sin x + b$ به صورت مقابل است. مقدار $2a - b$ کدام است؟



(برگرفته از کتاب درسی)

☆ ۱۱۵۰. نمودار تابع $f(x) = 2\sin x - 3$ بر نمودار تابع با کدام ضابطه زیر منطبق است؟

- (۱) $y = 2\sin(\pi + x) - 3$ (۲) $y = 2\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 3$ (۳) $y = -2\sin(2\pi - x) - 3$ (۴) $y = -2\cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) - 3$

۱۱۵۱☆ نمودار تابع $f(x) = a \sin x + b$ از نقطه $(-\frac{\pi}{4}, -1)$ می‌گذرد و محور طول‌ها را در نقطه $x = \frac{\pi}{6}$ قطع می‌کند. مقدار $f(\frac{47\pi}{6})$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴)

۱۱۵۲ اگر نمودار تابع $f(x) = -a \sin x + 2$ از نقطه $(\frac{\pi}{6}, \frac{5}{4})$ بگذرد، کم‌ترین مقدار تابع f کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) صفر (۳) -۱ (۴) ۲ (۴)

۱۱۵۳☆ مجموع طول نقاطی از نمودار تابع $f(x) = 3 \sin x + 2$ در بازه $(-\pi, 5\pi)$ که تابع در آن نقاط بیش‌ترین مقدار را اختیار می‌کند، کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{15\pi}{2}$ (۲) 7π (۳) $\frac{13\pi}{2}$ (۴) 6π

۱۱۵۴☆ نمودار $y = \sin x$ را $\frac{\pi}{4}$ واحد به سمت راست و سپس ۲ واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم. عرض نقطه‌ای به طول $x = \frac{7\pi}{12}$ روی نمودار

نهایی کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2} - 2$ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2} + 2$

۱۱۵۵ نمودار تابع $y = \sin x$ را ابتدا $\frac{\pi}{6}$ واحد به سمت چپ منتقل کرده و سپس عرض نقاط تابع جدید را ۳- برابر می‌کنیم. اگر نمودار به دست

آمده را یک واحد به سمت بالا انتقال دهیم، نمودار حاصل محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

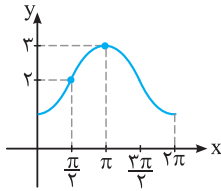
نمودار توابع کسینوسی

۱۱۵۶ در کدام ناحیه با افزایش مقدار زاویه، مقدار سینوس و کسینوس کاهش می‌یابد؟

- ۱ (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

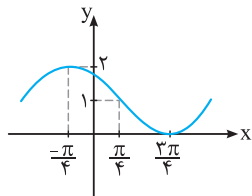
۱۱۵۷☆ کدام نامساوی زیر نادرست می‌باشد؟

- ۱ (۱) $\cos 40^\circ > \cos 60^\circ$ (۲) $\cos 130^\circ < \cos 170^\circ$
 ۲ (۳) $\cos 180^\circ < \cos 90^\circ$ (۴) $\cos 240^\circ > \cos 200^\circ$



۱۱۵۸☆ نمودار تابع $f(x) = a \cos x + b$ به صورت مقابل است. مقدار $f(\frac{7\pi}{3})$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲



۱۱۵۹☆ قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos(x + b) + c$ به صورت مقابل است. مقدار $ac + b$ کدام است؟

- ۱ (۱) $1 + \frac{\pi}{4}$ (۲) $1 - \frac{\pi}{4}$ (۳) $-1 + \frac{\pi}{4}$ (۴) $-1 - \frac{\pi}{4}$

۱۱۶۰ نمودار تابع $f(x) = |\cos x|$ روی بازه $(-\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4})$ در چند نقطه دارای بیش‌ترین مقدار است؟

- ۱ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

(برگرفته از کتاب درسی)

۱۱۶۱☆ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \cos(x + \frac{3\pi}{4}) - 1$ بر نمودار تابع با کدام ضابطه زیر منطبق است؟

- ۱ (۱) $y = \sin(11\pi + x) - 1$ (۲) $y = \sin(11\pi - x) - 1$
 ۲ (۳) $y = \cos(\frac{11\pi}{4} - x) - 1$ (۴) $y = \sin(\frac{11\pi}{4} - x) - 1$

۱۱۶۲☆ مجموع طول نقاطی از نمودار $f(x) = 2 \cos(x + \frac{\pi}{4})$ در بازه $(-2\pi, 0)$ که نمودار f در آن نقاط محور x ها را قطع می‌کند، کدام است؟

- ۱ (۱) $-\frac{\pi}{2}$ (۲) $-\pi$ (۳) $-\frac{3\pi}{2}$ (۴) $-\frac{5\pi}{2}$

۱۱۶۳☆ مجموع طول نقاطی از نمودار تابع $y = -4 \cos x - 3$ در بازه $(-\pi, 5\pi)$ که تابع در آن نقاط کم‌ترین مقدار را اختیار می‌کند، کدام است؟

- ۱ (۱) 4π (۲) 5π (۳) 6π (۴) 7π

۱۱۶۴☆ نمودار تابع $y = \cos x$ را ابتدا $\frac{\pi}{4}$ واحد به سمت راست منتقل کرده و سپس عرض نقاط تابع جدید را نصف کرده، نمودار حاصل را ۲ واحد

به سمت پایین منتقل می‌کنیم. نمودار حاصل از کدام نقطه زیر می‌گذرد؟

- ۱ (۱) $(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{2})$ (۲) $(\frac{\pi}{3}, \frac{3}{2})$ (۳) $(\frac{\pi}{2}, \frac{\sqrt{3}}{4} - 2)$ (۴) $(\frac{\pi}{4}, \frac{1}{2})$

قسمت ششم: تناوب و تابع تناوبت

دوره تناوب و تابع متناوب

۱۱۶۵☆ دوره تناوب کدام تابع زیر، $\frac{3\pi}{4}$ است؟

$y = -3 \cos(3x) + 5$ (۴) $y = \sin(-2x + 1) + 3$ (۳) $y = 5 \cot\left(\frac{3}{4}x + \frac{\pi}{4}\right)$ (۲) $y = \tan\left(-\frac{3}{4}x\right) + 4$ (۱)

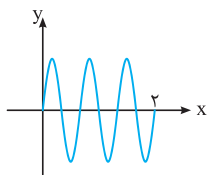
۱۱۶۶☆ دوره تناوب تابع $f(x) = 3 \cos(4x)$ ، سه برابر دوره تناوب تابع $g(x) = -2 \tan(ax) + 2$ می باشد. مقدار مثبت a کدام است؟

۴ (۴) ۶ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۱)

۱۱۶۷☆ دوره تناوب کدام تابع زیر برابر π نمی باشد؟

$f(x) = \cos 2x$ (۴) $f(x) = \tan x$ (۳) $f(x) = \sin^3 x$ (۲) $f(x) = |\cos x|$ (۱)

۱۱۶۸☆ با توجه به نمودار تابع، دوره تناوب تابع کدام است؟



$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۳)

۱۱۶۹☆ اگر f تابعی متناوب با دوره تناوب $\frac{2}{3}$ و $f(-1) = 3$ باشد، مقدار تابع f در کدام نقطه با طول زیر لزوماً برابر ۳ نمی باشد؟

۴ (۴) $\frac{13}{3}$ (۳) ۳ (۲) $\frac{7}{3}$ (۱)

تابع سینوسی

۱۱۷۰☆ نمودار تابع $y = 1 - 3 \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$ ، روی بازه $[0, 2\pi]$ در چند نقطه، بیشترین مقدار را دارد و مجموع طول این نقاط کدام است؟

$\frac{3\pi}{2}$ ، ۳ (۴) $\frac{3\pi}{2}$ ، ۲ (۳) $\frac{11\pi}{6}$ ، ۲ (۲) $\frac{23\pi}{12}$ ، ۳ (۱)

۱۱۷۱☆ دوره تناوب تابع $f(x) = -3 \sin(bx)$ برابر $\frac{2\pi}{3}$ است. مختصات نقطه ماکزیمم تابع در بازه $(0, \frac{2\pi}{3})$ کدام است؟ ($b > 0$)

$(\frac{\pi}{4}, 3)$ (۴) $(-\frac{\pi}{6}, 3)$ (۳) $(\frac{\pi}{2}, 3)$ (۲) $(\pi, 3)$ (۱)

۱۱۷۲☆ تابع $y = -3 \sin\left(\frac{3\pi}{4}x\right)$ در بازه $[0, 5]$ در نقطه‌ای با کدام طول، کمترین مقدار را دارد؟

۴/۵ (۴) ۳/۵ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)

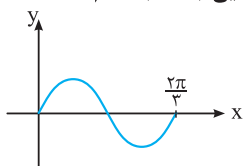
۱۱۷۳☆ نمودار تابع $y = 4 \sin\left(3\pi x - \frac{\pi}{5}\right)$ در بازه $[0, 2]$ ، محور x ها در چند نقطه قطع می کند؟

۳ (۴) ۴ (۳) ۵ (۲) ۶ (۱)

۱۱۷۴☆ نمودار تابع $y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ روی بازه $[-\pi, \frac{3\pi}{4}]$ در چند نقطه محور x ها را قطع می کند؟ (سراسری تجربی فارغ از کشور - ۹۱)

۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

۱۱۷۵☆ قسمتی از نمودار $y = \sin(mx)$ رسم شده است. اگر این قسمت در بازه $[0, 6\pi]$ ، n بار تکرار شده باشد، دو تایی (m, n) کدام است؟



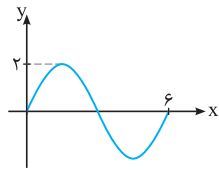
(۶, ۹) (۱)

(۶, ۶) (۲)

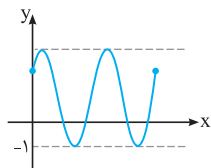
(۳, ۹) (۳)

(۳, ۶) (۴)

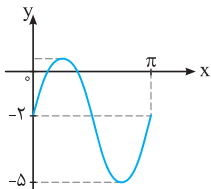
(سراسری تجربی فارغ از کشور- ۹۳)



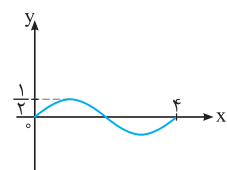
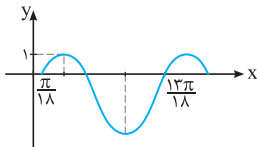
(سراسری ریاضی فارغ از کشور- ۹۷)



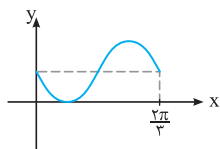
(برگرفته از کتاب درسی)



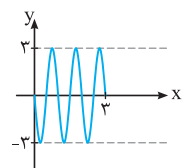
(سراسری ریاضی- ۹۵)



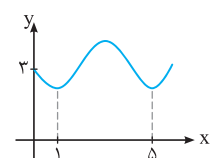
(سراسری ریاضی فارغ از کشور- ۹۶)



(سراسری ریاضی فارغ از کشور- ۹۲)



(سراسری تجربی- ۹۳)



(برگرفته از کتاب درسی)

$$y = -3 \sin\left(\frac{2}{3}x\right) - 1 \quad (۴)$$

$$y = -3 \sin\left(\frac{2}{3}x\right) + 1 \quad (۳)$$

$$y = -3 \sin\left(\frac{2}{3}x\right) - 1 \quad (۲)$$

$$y = -3 \sin\left(\frac{2}{3}x\right) + 1 \quad (۱)$$

۱۱۷۶☆ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a + b$ کدام است؟

(۲) $\frac{5}{3}$

(۴) $\frac{8}{3}$

(۱) $\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{7}{3}$

۱۱۷۷☆ شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + a \sin(b\pi x)$ ، در بازه $(0, \frac{4}{3})$ است. $a + b$ کدام است؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

۱۱۷۸☆ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = c + a \sin(bx)$ است. مقدار y در نقطه $x = \frac{\pi}{13}$ کدام است؟

(۲) $\frac{1}{2}$

(۴) $-\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{3}{2}$

(۳) $-\frac{1}{2}$

۱۱۷۹☆ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a - 2 \cos(bx + \frac{\pi}{4})$ است. $a + b$ کدام است؟

(۲) ۱

(۴) ۲

(۱) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{3}{2}$

۱۱۸۰☆ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \cos(\pi(\frac{3}{4} + bx))$ است. $a \times b$ کدام است؟

(۲) $\frac{1}{2}$

(۴) $-\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{4}$

(۳) $-\frac{1}{2}$

۱۱۸۱☆ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار $y = 1 - \sin(mx)$ است. مقدار تابع در نقطه $x = \frac{7\pi}{6}$ ، کدام است؟

(۲) $\frac{1}{2}$

(۴) ۲

(۱) صفر

(۳) ۱

۱۱۸۲☆ شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a \cdot b$ کدام است؟

(۱) -۶

(۲) -۳

(۳) $\frac{4}{5}$

(۴) ۶

۱۱۸۳☆ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ است. مقدار y در نقطه $x = \frac{25}{3}$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) $\frac{2}{5}$

(۳) ۳

(۴) $\frac{3}{5}$

۱۱۸۴☆ تابع با کدام ضابطه زیر، دارای دوره تناوب 3π ، ماکزیمم ۲ و مینیمم -۴ می‌باشد؟

تابع کسینوس

۱۱۸۵☆ اگر بیشترین مقدار تابع $y = 3 - 2 \cos x$ برابر A و کمترین مقدار تابع $y = -4 + 5 \sin(2x)$ برابر B باشد، $A + B$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۱۸۶☆ نمودار تابع $y = -4 \cos(\frac{\pi}{4} - 3\pi x)$ ، روی بازه $[-1, 1]$ در چند نقطه بیشترین مقدار را دارد؟ (سراسری تجربی - ۹۱)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

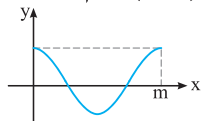
۱۱۸۷☆ نمودار تابع $y = 5 \cos(\frac{3\pi}{4} - \pi x) + 1$ ، روی بازه $[-1, 2]$ ، در چند نقطه کمترین مقدار را دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱۸۸☆ نمودار تابع $y = -2 \cos(\frac{\pi}{3} - 3x)$ در بازه $[-\pi, \pi]$ ، محور x ها را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۱۱۸۹☆ قسمتی از نمودار $y = \cos(\frac{1}{3}x)$ رسم شده است. اگر این قسمت در بازه $[0, 12\pi]$ ، n بار تکرار شده باشد، دوتایی (m, n) کدام است؟

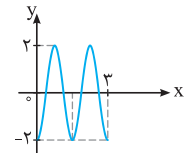


- (۱) $(2\pi, 6)$ (۲) $(\pi, 12)$

- (۳) $(\frac{\pi}{3}, 24)$ (۴) $(4\pi, 3)$

(برگرفته از کتاب درسی)

۱۱۹۰☆ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \cos(\pi b x)$ است. کمترین مقدار $a + b$ کدام است؟

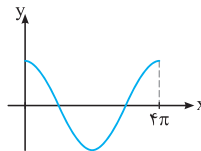


- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) -2

- (۳) $-\frac{7}{3}$ (۴) $-\frac{10}{3}$

(سراسری ریاضی - ۹۶)

۱۱۹۱☆ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{3} + 2 \cos(mx)$ است. مقدار تابع در نقطه $x = \frac{16\pi}{3}$ ، کدام است؟

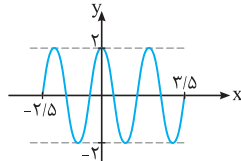


- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$

- (۳) ۱ (۴) صفر

(سراسری ریاضی - ۹۲)

۱۱۹۲☆ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(\pi(\frac{1}{3} + bx))$ است. $a \cdot b$ کدام است؟



- (۱) ۲

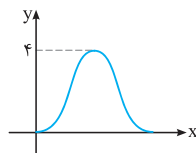
- (۲) $2/5$

- (۳) ۳

- (۴) $3/5$

(سراسری ریاضی - ۹۷)

۱۱۹۳☆ شکل مقابل نمودار تابع $y = a + b \cos(\frac{\pi}{4}x)$ ، در بازه $(0, 4)$ است. b کدام است؟



- (۱) ۲

- (۲) ۱

- (۳) ۱

- (۴) ۲

(برگرفته از کتاب درسی)

۱۱۹۴☆ تابع با کدام ضابطه زیر، دارای دوره تناوب ۲، ماکزیمم ۵ و مینیمم -۱ می‌باشد؟

$y = 3 \cos(\pi x) + 2$ (۴) $y = \frac{1}{3} \cos(\pi x) + 2$ (۳) $y = \frac{1}{3} \cos(\frac{\pi}{3}x) + 2$ (۲) $y = 3 \cos(\frac{\pi}{3}x) + 2$ (۱)

۱۱۹۵☆ وزنه‌ای به انتهای یک فنر متصل است و به طور پیوسته بالا و پایین می‌رود. t ثانیه بعد از آغاز حرکت، فاصله این وزنه از سطح زمین، d سانتی‌متر است که d از رابطه $d = 12 + 2 \cos(3\pi t - \frac{\pi}{4})$ به دست می‌آید. فاصله بین بالاترین و پایین‌ترین نقطه‌ای که این وزنه‌ها از آن عبور می‌کند، چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۱۱۹۶☆ وزنه‌ای به انتهای یک فنر متصل است و به طور پیوسته بالا و پایین می‌رود. t ثانیه بعد از آغاز حرکت، فاصله این وزنه از سطح زمین از رابطه $d = -3 \cos(4\pi t - \frac{\pi}{4})$ به دست می‌آید. این فنر چند بار در بازه زمانی $t = \frac{1}{4}$ تا $t = 2$ به بالاترین نقطه از سطح زمین می‌رسد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

تأثرات

۱۱۹۷☆ دامنه تابع $y = -3 + 2 \tan(3x)$ کدام است؟

$\mathbb{R} - \left\{ \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ (۴)
 $\left\{ \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ (۳)
 $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ (۲)
 $\left\{ \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ (۱)

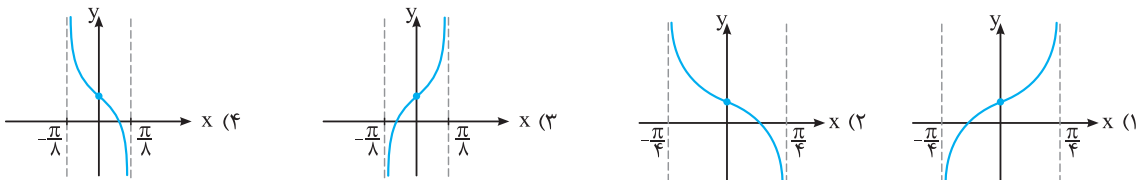
۱۱۹۸☆ تابع $y = \tan x$ در کدام بازه زیر، اکیداً صعودی است؟

$(\pi, 2\pi)$ (۴)
 $(-\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ (۳)
 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3})$ (۲)
 $(-\frac{3\pi}{2}, 0)$ (۱)

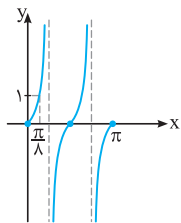
۱۱۹۹☆ اگر $\alpha \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3})$ و $\tan \alpha = \frac{4m-1}{3}$ باشد، حدود m کدام است؟

$m \in \mathbb{R}$ (۴)
 $-1 < m < 1$ (۳)
 $m < -1$ (۲)
 $m > 1$ (۱)

۱۲۰۰☆ قسمتی از نمودار تابع $y = -\tan(4x) + 2$ به کدام صورت است؟

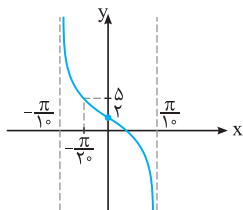


۱۲۰۱☆ قسمتی از نمودار $y = a \tan(bx)$ به صورت مقابل است. مقدار $a + b$ کدام است؟



- ۲ (۱)
- ۲/۵ (۲)
- ۳ (۳)
- ۳/۵ (۴)

۱۲۰۲☆ قسمتی از نمودار $y = a + b \cot(\frac{1}{3}(\pi + cx))$ به صورت روبه‌رو است. مقدار b کدام است؟



- ۶ (۱)
- ۵ (۲)
- ۴ (۳)
- ۳ (۴)

۱۲۰۳☆ کدام گزینه همواره صحیح است؟

- (۱) اگر به ازای هر $x \in D_f$ ، $x \pm 3 \in D_f$ و $f(x \pm 3) = f(x)$ ، آن‌گاه دوره تناوب تابع برابر ۳ است.
- (۲) تابع تنازات در دامنه‌اش اکیداً صعودی است.
- (۳) تابع تنازات در هر بازه‌ای که در آن تعریف شده باشد، اکیداً صعودی است.
- (۴) تابع $y = \tan x$ در ربع چهارم، اکیداً نزولی است.

(برگرفته از کتاب درسی)

قسمت هفتم: نسبت‌های مثلثاتی زوایای دو برابر کمان

فرمول $\sin 2\alpha$

۱۲۰۴☆ اگر $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ و α زاویه‌ای حاده باشد، مقدار $\sin 2\alpha$ کدام است؟

$\frac{144}{169}$ (۴)
 $\frac{135}{169}$ (۳)
 $\frac{120}{169}$ (۲)
 $\frac{84}{169}$ (۱)

۱۲۰۵☆ اگر $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ و انتهای کمان α در ناحیه سوم مثلثاتی باشد، مقدار $\sin 2\alpha$ کدام است؟

$\frac{3}{8}$ (۴)
 $\frac{4}{5}$ (۳)
 $\frac{24}{25}$ (۲)
 $\frac{18}{25}$ (۱)

(سراسری ریاضی)

۱۲۰۶☆ حاصل $\cos 165^\circ \cos 105^\circ$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)
 $\frac{1}{4}$ (۳)
 $-\frac{1}{4}$ (۲)
 $-\frac{1}{2}$ (۱)

(سراسری تجربی)

۱۲۰۷. حاصل $\sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{7\pi}{12}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۱۲۰۸. حاصل عبارت $\sin 7/5^\circ \sin 97/5^\circ \cos 15^\circ$ چقدر است؟

(۱) $-\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۱۲۰۹. حاصل $\sin 2^\circ \cos 2^\circ \cos 4^\circ$ برابر است با

(۱) $\frac{1}{3} \sin 1^\circ$ (۲) $\frac{1}{4} \sin 1^\circ$ (۳) $\frac{1}{2} \cos 1^\circ$ (۴) $\frac{1}{4} \cos 1^\circ$

۱۲۱۰. اگر $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{8}{3}$ باشد، مقدار مثبت $\cos 2\alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

۱۲۱۱. مقدار $\tan \alpha + \cot \alpha$ به ازای $\alpha = 67/5^\circ$ کدام است؟

(۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) ۴

(سراسری تجربی)

۱۲۱۲. خلاصه شده $\sin(\frac{\pi}{4} + a) \sin(\pi + a) - \sin(\pi - a) \cos(-a)$ کدام است؟

(۱) $-\sin 2a$ (۲) $\sin 2a$ (۳) $\cos 2a$ (۴) صفر

۱۲۱۳. اگر $\sin x - \cos x = \frac{5}{4}$ باشد، مقدار $\sin 2x$ کدام است؟

(۱) $\frac{9}{16}$ (۲) $\frac{9}{25}$ (۳) $-\frac{9}{16}$ (۴) $-\frac{9}{25}$

۱۲۱۴. اگر $\sin \alpha = \frac{7}{9}$ باشد، مقدار مثبت $\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۲۱۵. اگر $\frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{3}{8}$ باشد، مقدار $\sin 2\alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۲۱۶. اگر $\frac{1 + \sin 2x}{\sin x + \cos x} = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $\sin 2x$ کدام است؟

(۱) $\frac{16}{25}$ (۲) $\frac{9}{25}$ (۳) $-\frac{9}{25}$ (۴) $-\frac{16}{25}$

(سراسری ریاضی فارج از کشور- ۹۱)

۱۲۱۷. ساده شده کسر $\frac{(1 + \tan^2 \theta)(1 + \cot^2 \theta)}{1 - \sin^2 \theta - \cos^4 \theta}$ کدام است؟

(۱) $8 \cos^{-2} 2\theta$ (۲) $8 \sin^{-2} 2\theta$ (۳) $16 \cos^{-2} 2\theta$ (۴) $16 \sin^{-2} 2\theta$

فرمول‌های $\cos 2\alpha$

(برگرفته از کتاب درسی)

۱۲۱۸. اگر $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{5}{9}$

۱۲۱۹. اگر $\cos(\frac{3\pi}{4} + x) = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار $\cos 2x$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{8}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $-\frac{3}{8}$ (۴) $-\frac{1}{8}$

(برگرفته از کتاب درسی)

۱۲۲۰. مقدار $\cos 75^\circ$ برابر کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

۱.۲۲۱. مقدار $\tan 22/5^\circ$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2} - 1$ (۲) $2 - \sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3} - 1$ (۴) $\sqrt{5} - 2$

۱.۲۲۲☆. اگر $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ و $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $\sin 2\alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۱.۲۲۳. مقدار عددی $\cos^4 \frac{\pi}{12} - \sin^4 \frac{\pi}{12}$ برابر است با

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(سراسری تجربی - ۸۸)

۱.۲۲۴☆. اگر $1 = \sin(\frac{2\pi}{3} - x) \tan \frac{2\pi}{3}$ باشد، مقدار $\cos 2x$ کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

(سراسری ریاضی)

۱.۲۲۵☆. ساده شده عبارت $\cos(\frac{\pi}{4} + \alpha) \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)$ کدام است؟

(۱) $\cos \alpha - \sin \alpha$ (۲) $\cos 2\alpha$ (۳) $1 + \sin 2\alpha$ (۴) $1 - \sin 2\alpha$

(سراسری تجربی)

۱.۲۲۶. ساده شده عبارت $2 \sin^2 2x + \cos 4x$ کدام است؟

(۱) $\sin 2x$ (۲) $\cos 2x$ (۳) $\cos^2 x$ (۴) ۱

(سراسری تجربی)

۱.۲۲۷☆. حاصل عبارت $2 \cos^2(\frac{7\pi}{4} - x) - \cos^2 x \times (1 + \tan^2 x)$ برابر کدام است؟

(۱) $\sin 2x$ (۲) $-\cos 2x$ (۳) $-\sin 2x$ (۴) $\cos 2x$

۱.۲۲۸☆. اگر $\tan x = -3$ باشد، حاصل $\frac{1 - \sin 2x}{\cos 2x}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۴

۱.۲۲۹☆. اگر $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{1}{6}$ باشد، مقدار $\cot^2 \alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{6}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۱.۲۳۰☆. حاصل $\frac{1 - \tan^2(\alpha + \frac{\pi}{4})}{1 + \tan^2(\alpha + \frac{\pi}{4})}$ به ازای $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

مسائل ترکیبی $\sin 2\alpha$ و $\cos 2\alpha$

(سراسری تجربی)

۱.۲۳۱☆. عبارت $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} \times \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$ برابر کدام است؟

(۱) $\tan \frac{\alpha}{2}$ (۲) $\tan \alpha$ (۳) $\cot \alpha$ (۴) $\cot \frac{\alpha}{2}$

(سراسری تجربی فارغ از کشور - ۹۵)

۱.۲۳۲☆. اگر $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\tan(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{4})$ ، کدام است؟

(۱) -۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۱.۲۳۳. اگر $\cos x - \sin x = \frac{\sqrt{2}}{3}$ باشد، مقدار $\cos 4x$ کدام است؟

(۱) $-\frac{17}{81}$ (۲) $-\frac{22}{81}$ (۳) $\frac{17}{81}$ (۴) $\frac{22}{81}$

(سراسری تجربی - ۹۵)

۱.۲۳۴☆. اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{3\pi}{4} - 2\alpha)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱.۲۳۵☆. اگر $\frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\sin 2x$ کدام است؟

(۱) $-\frac{4}{9}$ (۲) $-\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{5}{9}$

☆ ۱۲۳۶. حاصل $\cos^3 a \sin a - \sin^3 a \cos a$ کدام است؟

(۱) $4 \cos^4 a$ (۲) $\frac{1}{4} \cos^4 a$ (۳) $\frac{1}{4} \sin^4 a$ (۴) $4 \sin^4 a$

☆ ۱۲۳۷. مقدار $\sin 2x (\cos^4 x - \sin^4 x)$ به ازای $x = 7/5^\circ$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(سراسری ریاضی)

☆ ۱۲۳۸. حاصل عبارت $\sin x \cos x (1 - 2 \sin^2 x)$ به ازای $x = 7/5^\circ$ برابر کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{3}{16}$

☆ ۱۲۳۹. اگر $f(x) = \frac{1-2x^2}{\sqrt{x^2(1-x^2)}}$ و $g(x) = \sin x$ باشد، مقدار $(f \circ g)(\frac{7\pi}{12})$ کدام است؟

(۱) $-4\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) $-2\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

(سراسری تجربی فارغ از کشور - ۹۲)

☆ ۱۲۴۰. اگر $f(x) = x - \sqrt{x}$ و $g(x) = \sin^2 x$ باشند، ضابطه تابع $f \circ g$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{4} \sin^2 2x$ (۲) $-\frac{1}{4} \sin^2 2x$ (۳) $\frac{1}{4} \cos^2 2x$ (۴) $\frac{1}{4} \cos^2 2x$

(سراسری ریاضی)

☆ ۱۲۴۱. خلاصه شده عبارت $\tan 20^\circ (1 + \cos 40^\circ)$ برابر کدام است؟

(۱) $\sin 20^\circ$ (۲) $\sin 40^\circ$ (۳) $\cos 20^\circ$ (۴) $\cos 40^\circ$

(سراسری تجربی)

☆ ۱۲۴۲. اگر انتهای کمان α در ناحیه اول دایره مثلثاتی باشد، عبارت $\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$ برابر کدام است؟

(۱) $-\tan \alpha$ (۲) $-\cot \alpha$ (۳) $\tan \alpha$ (۴) $\cot \alpha$

☆ ۱۲۴۳. اگر $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ و $1 - \cos 2x = \sqrt{\sin^2 2x}$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) 1 (۳) 2 (۴) $\frac{3}{2}$

فرمول $\tan 2\alpha$

☆ ۱۲۴۴. اگر $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\tan 2\alpha$ کدام است؟

(۱) $-\frac{12}{5}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{12}{5}$

☆ ۱۲۴۵. اگر $\sin x = \frac{3}{5}$ و $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ، آن گاه $\tan(\frac{\pi}{4} + 2x)$ کدام است؟

(۱) $\frac{7}{24}$ (۲) $\frac{24}{7}$ (۳) $-\frac{7}{24}$ (۴) $-\frac{24}{7}$

(سراسری تجربی فارغ از کشور - ۹۴)

☆ ۱۲۴۶. اگر $\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = 1$ باشد، مقدار $\tan 2x$ کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

(سراسری تجربی - ۹۶)

☆ ۱۲۴۷. اگر $\tan x = \frac{4}{3}$ باشد، مقدار $\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

☆ ۱۲۴۸. اگر $\frac{\sin x}{1 + \cos x} = 2$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

☆ ۱۲۴۹. اگر $\cos x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل کسر $\frac{1 + \cos 2x + \cos 4x}{\sin 2x + \sin 4x}$ کدام است؟ ($0 < x < \frac{\pi}{2}$)

(۱) $\frac{7\sqrt{2}}{8}$ (۲) $\frac{-7\sqrt{2}}{8}$ (۳) $\frac{7\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{-7\sqrt{2}}{4}$

قسمت هشتم: معادلات مثلثاتی

حل معادله مثلثاتی $\sin u = a$

(سراسری تجربی)

۱۲۵۰☆ یکی از جواب‌های معادله $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$ کدام است؟

(۴) $\frac{4\pi}{3}$ (۳) $\frac{7\pi}{6}$ (۲) $\frac{5\pi}{6}$ (۱) $\frac{2\pi}{3}$

۱۲۵۱☆ جواب‌های کلی معادله $5\sin x + 3\cos(\frac{3\pi}{2} - x) - 1 = 0$ به صورت $x = 2k\pi + \frac{i\pi}{\rho}$ است. مجموعه مقادیر i کدام‌اند؟

(۴) $\{1, 5, 7\}$ (۳) $\{5\}$ (۲) $\{1, 7\}$ (۱) $\{1, 5\}$

(برگرفته از کتاب درسی)

۱۲۵۲☆ مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ در بازه $(0, \pi)$ کدام است؟

(۴) $\frac{3\pi}{2}$ (۳) $\frac{5\pi}{8}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۱) $\frac{3\pi}{8}$

(برگرفته از کتاب درسی)

۱۲۵۳☆ نمودار تابع $y = \sin 2x$ ، خط $y = -\frac{1}{4}$ را در بازه $[0, \pi]$ در چند نقطه قطع می‌کند؟

(۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱) صفر

۱۲۵۴☆ جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos(\frac{\pi}{4} + x) + \cos(\frac{3\pi}{4} + x) + \sin(\pi + x) = -1$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۴) $2k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۳) $2k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(سراسری تجربی - ۹۰)

۱۲۵۵☆ جواب کلی معادله $\sin(\pi + x)\cos(\frac{\pi}{4} + x) - 2\sin(\pi - x) + 1 = 0$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۴) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۳) $2k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۲) $2k\pi + \frac{\pi}{6}$ (۱) $2k\pi - \frac{\pi}{4}$

(سراسری ریاضی - ۸۷)

۱۲۵۶☆ جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin \frac{5\pi}{6} + \sin(\frac{\pi}{4} + x)\sin(\pi + x) = 0$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۴) $2k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۲) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۱) $k\pi + \frac{\pi}{4}$

۱۲۵۷☆ جواب کلی معادله مثلثاتی $(1 + \cos 2x)\cot(\frac{\pi}{4} + x) = 1$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۴) $k\pi + \frac{\pi}{6}$ (۳) $k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۲) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۱) $k\pi + \frac{2\pi}{4}$

(سراسری تجربی خارج از کشور - ۸۶)

۱۲۵۸☆ جواب کلی معادله مثلثاتی $2\tan x \cdot \cos^2 x = 1$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۴) $2k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۳) $2k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۲) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۱) $k\pi - \frac{\pi}{4}$

۱۲۵۹☆ یکی از جواب‌های کلی معادله مثلثاتی $\frac{1 - \cos 2x}{\sin x} = \sqrt{3}$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۴) $2k\pi + \frac{2\pi}{3}$ (۳) $2k\pi + \frac{5\pi}{6}$ (۲) $k\pi + \frac{2\pi}{4}$ (۱) $k\pi + \frac{7\pi}{6}$

(برگرفته از کتاب درسی)

۱۲۶۰☆ یکی از جواب‌های کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x + \sin x - 1 = 0$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۴) $2k\pi + \frac{2\pi}{3}$ (۳) $2k\pi + \frac{5\pi}{6}$ (۲) $k\pi + \frac{5\pi}{6}$ (۱) $k\pi + \frac{2\pi}{3}$

۱۲۶۱☆ جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2}$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۴) $\frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{6}$ (۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

(سراسری ریاضی)

۱۲۶۲☆ جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin 3x + \sin x = 0$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۴) $2k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۳) $k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۲) $k\pi$ (۱) $\frac{k\pi}{2}$

(سراسری تجربی - ۹۳)

۱۲۶۳☆ جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{\sin 3x}{\cos(\frac{3\pi}{4} + x)} = 1$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۴) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{4}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۱) $k\pi + \frac{\pi}{4}$

۱۲۶۴★ مجموع تمام جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin \Delta x + \sin \epsilon x = 1 + \cos \pi$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟
 (۱) 8π (۲) 9π (۳) 10π (۴) 11π (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۲)

۱۲۶۵★ مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin 2x + \cos(\frac{\pi}{3} - x) = 0$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟
 (۱) $\frac{14\pi}{3}$ (۲) 4π (۳) $\frac{9\pi}{2}$ (۴) 5π (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۶)

۱۲۶۶★ چند مثلث با مساحت $4\sqrt{3}$ و اندازهٔ دو ضلع ۴ و ۶ وجود دارد؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (برگرفته از کتاب درسی)

حل معادلهٔ مثلثاتی $\cos u = a$

۱۲۶۷★ جواب‌های کلی معادلهٔ مثلثاتی $-3 = 4 \cos x (\cos x - 2)$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)
 (۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{8}$ (برگرفته از کتاب درسی)

۱۲۶۸★ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $2 \sin^2 x = 3 \cos x$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)
 (۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (سراسری تجربی- ۸۶)

۱۲۶۹★ نمودار تابع $y = x + 2 \cos 3x$ ، خط $y = x + 1$ را با چه طول‌هایی قطع می‌کند؟ ($k \in \mathbb{Z}$)
 (۱) $\frac{2k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{2k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{2k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{9}$ (۴) $\frac{2k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{8}$

۱۲۷۰★ نمودار تابع $f(x) = 2 \cos((3x-1)\pi)$ در بازهٔ $[-1, 1]$ ، محور x را در چند نقطه قطع می‌کند؟
 (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۲۷۱★ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $2 \sin^2 2x - \cos 2x + 1 = 0$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)
 (۱) $k\pi$ (۲) $k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۳) $2k\pi$ (۴) $2k\pi + \frac{\pi}{2}$

۱۲۷۲★ در معادلهٔ مثلثاتی $2 \cos^2 x + \cos x = 1$ ، نقاط پایانی تمام جواب‌ها بر دایرهٔ مثلثاتی، رأس‌های کدام شکل هندسی است؟
 (۱) مثلث متساوی‌الاضلاع (۲) مثلث قائم‌الزاویه (۳) دوزنقه (۴) مستطیل (سراسری ریاضی خارج از کشور)

۱۲۷۳★ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $2 \sin(\pi - x) \cdot \cos(\frac{3\pi}{4} + x) + 3 \cot x \cdot \sin(\pi + x) = 0$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)
 (۱) $2k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۲) $2k\pi + \frac{2\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (سراسری تجربی- ۸۷)

۱۲۷۴★ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $(\sin x - \tan x) \tan(\frac{3\pi}{4} - x) = \cos \frac{4\pi}{3}$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)
 (۱) $k\pi - \frac{\pi}{6}$ (۲) $k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۰)

۱۲۷۵★ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\sin^2 \frac{5\pi}{6} = \sin(\frac{\pi}{4} + x) \cos(-x)$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)
 (۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۱۲۷۶★ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $(1 + \tan^2 x) \cos(\pi + 2x) = 2$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)
 (۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۲) $k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (سراسری تجربی)

۱۲۷۷★ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)
 (۱) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$ (۴) $2k\pi - \frac{\pi}{3}$ (سراسری تجربی- ۹۵)

۱۲۷۸★ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos 2x + 2 \cos^2 x = 0$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)
 (۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (سراسری تجربی- ۹۶)

۱.۲۷۹. معادله $\sin 2x + \sqrt{2} \cos x = 0$ در بازه $[-\pi, \pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

(برگرفته از کتاب درسی)

۱.۲۸۰☆. جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x - 5 \cos x + 4 = 0$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $2k\pi$

(برگرفته از کتاب درسی)

۱.۲۸۱. مجموع جواب‌های معادله $\cos 3x - \sin x = 0$ در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\pi}{8}$ (۲) $-\frac{\pi}{2}$ (۳) $-\frac{3\pi}{8}$ (۴) $-\frac{5\pi}{8}$

(سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۴)

۱.۲۸۲☆. جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ با شرط $\cos x \neq 0$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{4}$

(سراسری تجربی- ۹۱)

۱.۲۸۳☆. جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin(\frac{3\pi}{4} + x)$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $\frac{k\pi}{3}$ (۲) $\frac{2k\pi}{3}$ (۳) $2k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(سراسری تجربی- ۹۲)

۱.۲۸۴☆. جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4}$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۱.۲۸۵☆. نقاط پایانی کمان جواب‌های معادله $\frac{\sin x \cos x}{1 - \cos x} = 1 + \cos x$ بر روی دایره مثلثاتی، رأس‌های کدام چندضلعی است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۱)

- (۱) مربع (۲) مستطیل (۳) مثلث قائم‌الزاویه (۴) مثلث متساوی‌الساقین

(سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۷)

۱.۲۸۶. جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{\sin 3x + \sin 2x}{1 + \cos x} = 0$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $\frac{k\pi}{5}$ (۲) $\frac{2k\pi}{5}$ (۳) $k\pi + \frac{\pi}{5}$ (۴) $\frac{(2k+1)\pi}{5}$

حل معادله مثلثاتی $\tan u = a$

(سراسری تجربی- ۹۷)

۱.۲۸۷☆. جواب کلی معادله مثلثاتی $\tan x \tan 2x = 1$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $\frac{k\pi}{4}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $\frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}$ (۴) $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$

(سراسری تجربی)

۱.۲۸۸☆. جواب کلی معادله مثلثاتی $2 \sin^2 x - \sin 2x = 1$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{8}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{8}$

(سراسری ریاضی خارج از کشور)

۱.۲۸۹. جواب کلی معادله مثلثاتی $2 \cos x (\cos x - \sin x) = 1$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{8}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{8}$

(سراسری تجربی- ۹۴)

۱.۲۹۰☆. جواب کلی معادله مثلثاتی $2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{8}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{8}$

(سراسری ریاضی- ۸۶)

۱.۲۹۱☆. جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \sqrt{3}$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $2k\pi + \frac{5\pi}{6}$ (۲) $2k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۳) $k\pi + \frac{5\pi}{6}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{3}$

تست‌های V.I.P

۱۲۹۲. اگر $-\frac{\pi}{9} \leq x \leq \frac{\pi}{9}$ و $\cos 3x = \frac{m-1}{2}$ باشد، مقادیر m در کدام فاصله است؟

- (۱) $[1, 2]$ (۲) $[0, 2]$ (۳) $[2, 3]$ (۴) $[3, 4]$

(سراسری تجربی)

۱۲۹۳. حاصل عبارت $\frac{|\sin x - \cos x|}{2} + \frac{\sin x + \cos x}{2}$ به ازای $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$ کدام است؟

- (۱) $\sin x$ (۲) $\cos x$ (۳) $\sin x + \cos x$ (۴) $\cos x - \sin x$

۱۲۹۴. نمودار کدام تابع زیر در بازه $(0, 2\pi)$ ، ابتدا دارای مینیمم و سپس ماکزیمم است؟

- (۱) $y = 2 \sin x + 1$ (۲) $y = -3 \cos x + 2$ (۳) $y = 2 \cos(-x) + 5$ (۴) $y = -\cos(\frac{\pi}{3} + x) - 1$

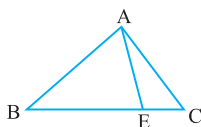
۱۲۹۵. در مثلث ABC ، $\hat{A} = 30^\circ$ ، $AB = 6$ و $BC = 2\sqrt{3}$ می‌باشند. طول ضلع AC کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $4\sqrt{3}$

۱۲۹۶. در مثلث ABC با معلوم بودن ضلع $BC = 3 + \sqrt{3}$ و زاویه‌های $\hat{B} = 60^\circ$ ، $\hat{C} = 45^\circ$ ، اندازه ضلع AC کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۳)

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{2}$



۱۲۹۷. در شکل مقابل اگر $BE = \Delta EC$ باشد، نسبت $\frac{S_{\Delta ABE}}{S_{\Delta ABC}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۲۹۸. اگر $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{5}$ باشد، انتهای کمان مقابل به زاویه θ در کدام ناحیه دایره مثلثاتی قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۱۲۹۹. نقطه $(1 - a, b - a)$ روی دایره مثلثاتی واقع در ناحیه دوم قرار دارد. اگر $9 = 25 \cos^2 \theta - 9 = 0$ باشد، مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $1/5$ (۳) ۲ (۴) $2/5$

۱۳۰۰. اگر $\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} = 3$ باشد، حاصل عبارت $(\cos \alpha + \frac{1}{\sin \alpha})^2 + (\sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha})^2$ کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۹ (۳) ۱۶ (۴) ۳۶

۱۳۰۱. اگر $\tan^2 x + \cot^2 x = a$ و $\tan^4 x + \cot^4 x = b$ ، چه رابطه‌ای بین a و b برقرار است؟

- (۱) $a^2 + b^2 = 2$ (۲) $a^2 - b^2 = 2$ (۳) $a^2 - b = 2$ (۴) $a - b^2 = 2$

۱۳۰۲. اگر $a \sin^2 x - b \cos^2 x = a - b$ باشد، حاصل $b \sin^4 x + a \cos^4 x$ برابر کدام است؟

- (۱) $a + b$ (۲) $a^2 + b^2$ (۳) $\frac{ab}{a + b}$ (۴) $\frac{a^2 - b^2}{ab}$

۱۳۰۳. بیش‌ترین مقدار عبارت $\sin^4 x + \cos^4 x$ که در آن $x \in \mathbb{R}$ می‌باشد، چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۳۰۴. اگر $a^3 \sin x = \frac{1}{\sin x} - \cos x = b^3$ و $\frac{1}{\cos x} - \sin x = a^3$ ، کدام رابطه درست است؟

- (۱) $a^3 b^3 (a^3 - b^3) = 1$ (۲) $ab(a^3 + b^3) = 1$ (۳) $ab(a^3 - b^3) = 1$ (۴) $a^3 b^3 (a^3 + b^3) = 1$

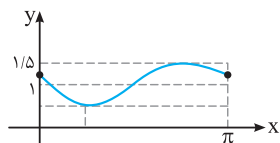
۱۳۰۵. دوره تناوب تابع $f(x) = (-1)^{[\frac{x}{\pi}]}$ $\cos(\pi x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۳۰۶. دوره تناوب تابع $f(x) = \tan x \cdot \cot x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) π (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴) 2π

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۵)



- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۱۳۰۷. شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = 1 + a \sin(bx - \frac{\pi}{6})$ است. $a + b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) 1 (۳) 2 (۴) 4

۱۳۰۸. حاصل $\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} + \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$ به ازای $x = 15^\circ$ کدام است؟

- (۱) 4 (۲) 1 (۳) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۱۳۰۹. حاصل $\sin^2(\frac{\pi}{4} + \alpha) \sin^2(\frac{\pi}{4} - \alpha)$ به ازای $\alpha = \frac{\pi}{24}$ کدام است؟

- (۱) $2(\sqrt{5} - 1)$ (۲) $\frac{1}{16}(\sqrt{3} + 2)$ (۳) $\frac{1}{16}(2 - \sqrt{3})$ (۴) $\sqrt{5} - 1$

(سراسری ریاضی)

۱۳۱۰. اگر $a + b = \frac{\pi}{4}$ باشد، حاصل $\cos(\frac{\pi}{4} - a) \cos(\frac{\pi}{4} - b)$ کدام است؟

- (۱) $\sin 4a$ (۲) $\cos 4a$ (۳) $\sin^2 2a$ (۴) $\cos^2 2a$

۱۳۱۱. حاصل $\cos 36^\circ \cos 72^\circ$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) 1 (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۳۱۲. حاصل عددی $\sin 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{16}$

۱۳۱۳. حاصل $\tan^2 \alpha - \cot^2 \alpha$ به ازای $\alpha = \frac{\pi}{8}$ کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $-4\sqrt{2}$ (۴) $-2\sqrt{2}$

(سراسری تجربی خارج از کشور - ۹۱)

۱۳۱۴. جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \sqrt{3}$ ، به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$ (۳) $k\pi + \frac{\pi}{6}$ (۴) $k\pi - \frac{\pi}{6}$

۱۳۱۵. اگر $\tan x + \cot x = k - 1$ ، آن‌گاه حدود k برای آن‌که معادله جواب داشته باشد، کدام است؟

- (۱) $-1 < k < 3$ (۲) $k \geq 3$ یا $k \leq -1$ (۳) $k > 2$ (۴) $k < -\frac{1}{2}$

(سراسری ریاضی - ۹۵)

۱۳۱۶. مجموع تمام جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin 4x$ ، در بازه $[0, \pi]$ ، برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{7\pi}{4}$ (۲) $\frac{9\pi}{4}$ (۳) $\frac{5\pi}{2}$ (۴) $\frac{11\pi}{3}$

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۲)

۱۳۱۷. جواب کلی معادله مثلثاتی $2 \cos 2x = \cot x (4 \sin x + \tan x)$ ، کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $k\pi - \frac{\pi}{3}$ (۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

۱۳۱۸. مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\cot \frac{x}{4} - \tan \frac{x}{4} = 2\sqrt{3}$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4\pi}{3}$ (۲) 2π (۳) $\frac{7\pi}{3}$ (۴) $\frac{11\pi}{3}$

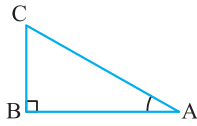
۱۳۱۹. در معادله مثلثاتی $\sin 2x (\sin x + \cos x) = \cos 2x (\cos x - \sin x)$ ، مجموع تمام جواب‌ها در بازه $[0, \pi]$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور - ۹۳)

- (۱) $\frac{3\pi}{4}$ (۲) $\frac{5\pi}{4}$ (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴) $\frac{7\pi}{4}$

فصل ۱۰ مثلثات

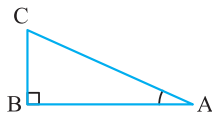
قسمت اول: نسبت‌های مثلثاتی



تانژانت

در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{B} = 90^\circ$)، داریم:

$$\tan A = \frac{\text{طول ضلع مقابل به زاویه } A}{\text{طول ضلع مجاور به زاویه } A} = \frac{BC}{AB}$$



کتانژانت

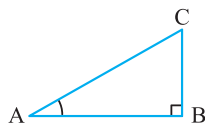
در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{B} = 90^\circ$)، کتانژانت زاویه A را با $\cot A$ نشان می‌دهیم و داریم:

$$\cot A = \frac{\text{طول ضلع مجاور به زاویه } A}{\text{طول ضلع مقابل به زاویه } A} = \frac{AB}{BC}$$

$$\cot A = \frac{1}{\tan A}$$

نکته تانژانت و کتانژانت زاویه A در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{B} = 90^\circ$)، عکس یکدیگرند. یعنی:

سینوس و کسینوس



در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، نسبت طول ضلع مقابل به زاویه حاده A به طول وتر را سینوس زاویه A می‌نامیم و با $\sin A$ نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر:

$$\sin A = \frac{\text{طول ضلع مقابل به زاویه } A}{\text{طول وتر}} = \frac{BC}{AC}$$

هم‌چنین نسبت طول ضلع مجاور به زاویه حاده A به طول وتر را کسینوس زاویه A می‌نامیم و با $\cos A$ نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر:

$$\cos A = \frac{\text{طول ضلع مجاور به زاویه } A}{\text{طول وتر}} = \frac{AB}{AC}$$

نکته در مثلث قائم‌الزاویه ABC با زاویه حاده A ، $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$ و $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ می‌باشد.

نسبت‌های مثلثاتی: در یک مثلث قائم‌الزاویه، نسبت‌های سینوس، کسینوس، تانژانت و کتانژانت را نسبت‌های مثلثاتی می‌نامیم.

نکته در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{B} = 90^\circ$)، چون دو زاویه A و C متمم یکدیگر هستند ($\hat{A} + \hat{C} = 90^\circ$)، روابط زیر بین نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های A و C برقرار است:

$$\sin A = \cos C, \quad \cos A = \sin C, \quad \tan A = \cot C, \quad \cot A = \tan C$$

تست: حاصل $\cos 15^\circ - \cos 20^\circ + \cos 8^\circ - \sin 75^\circ + \sin 70^\circ$ کدام است؟

$$\cos 35^\circ \quad (4)$$

$$\cos 20^\circ \quad (3)$$

$$\cos 15^\circ \quad (2)$$

$$\sin 10^\circ \quad (1)$$

پاسخ: 15° و 75° متمم یکدیگرند، بنابراین $\cos 15^\circ = \sin 75^\circ$ و هم‌چنین 20° و 70° متمم یکدیگر می‌باشند، پس $\cos 20^\circ = \sin 70^\circ$.

هم‌چنین 8° و 10° متمم یکدیگرند پس $\cos 8^\circ = \sin 10^\circ$. بنابراین داریم:

$$\cos 15^\circ - \cos 20^\circ + \cos 8^\circ - \sin 75^\circ + \sin 70^\circ = \cos 15^\circ - \cos 20^\circ + \sin 10^\circ - \cos 15^\circ + \cos 20^\circ = \sin 10^\circ \Rightarrow \text{گزینه (1) صحیح است.}$$

تست: در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $AB = 6$ و $\tan C = \frac{3}{4}$ می‌باشد. حاصل $\sin C + \cos C$ کدام است؟

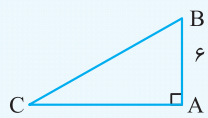
۱/۸ (۴)

۱/۶ (۳)

۱/۴ (۲)

۱/۲ (۱)

پاسخ: با توجه به فرض و شکل زیر، ابتدا طول اضلاع AC و BC را به دست می‌آوریم:



$$\tan C = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{6}{AC} \Rightarrow AC = \frac{6 \times 4}{3} = 8$$

$$\text{قضیه فیثاغورس: } BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow BC = 10$$

$$\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}, \quad \cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \sin C + \cos C = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5} \Rightarrow \text{گزینه (۲) صحیح است.}$$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای 30° ، 45° ، 60°

مقدار \ A	30°	45°	60°
$\sin A$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan A$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$
$\cot A$	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

تست: در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{B} = 90^\circ$)، $\hat{C} = 30^\circ$ و $AC = 10$ می‌باشد. طول ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

 $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۱)

پاسخ: مطابق شکل، داریم:

$$\Delta ABC: \sin 30^\circ = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AB}{10} \Rightarrow AB = 5$$

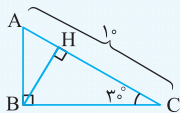
بنابر قضیه فیثاغورس در مثلث ABC ، داریم:

$$BC^2 = AC^2 - AB^2 = 100 - 25 = 75 \Rightarrow BC = \sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$$

در مثلث قائم‌الزاویه BHC ، داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{BH}{BC} \Rightarrow BH = BC \sin 30^\circ = 5\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

پس گزینه (۴) صحیح است.



تست: حاصل عبارت $4 \cos 60^\circ - \cot 45^\circ + 2\sqrt{3} \tan 60^\circ$ کدام است؟

۱۱ (۴)

۹ (۳)

۷ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: با قرار دادن مقدار نسبت‌های مثلثاتی که در جدول ذکر شد، حاصل عبارت را به دست می‌آوریم:

$$4 \cos 60^\circ - \cot 45^\circ + 2\sqrt{3} \tan 60^\circ = 4 \times \frac{1}{2} - 1 + 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 2 - 1 + 6 = 7 \Rightarrow \text{گزینه (۲) صحیح است.}$$

$$(\sin \alpha)^n = \underbrace{\sin \alpha \times \dots \times \sin \alpha}_n = \sin^n \alpha$$

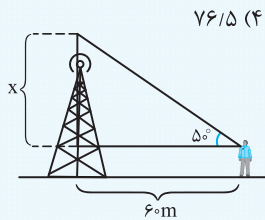
قرارداد: اگر n یک عدد طبیعی باشد، آن‌گاه:

$$(\cos \alpha)^n = \cos^n \alpha, \quad (\tan \alpha)^n = \tan^n \alpha, \quad (\cot \alpha)^n = \cot^n \alpha$$

به همین ترتیب می‌نویسیم:

تست: شخصی در فاصله ۶۰ متری از یک برج مخابراتی ایستاده است و بلندترین نقطهٔ برج را با زاویه ۵۰ درجه می‌بیند. اگر فاصله عمودی

چشم این شخص تا زمین ۱/۵ متر باشد، ارتفاع برج با فرض $\tan 50^\circ = 1/2$ چند متر است؟



۶۹/۵ (۳)

۷۳/۵ (۲)

۷۲ (۱)

پاسخ: با توجه به توضیحات مسئله، می‌توانیم شکل مقابل را در نظر بگیریم. طبق تعریف تانژانت، داریم:

$$\tan 50^\circ = \frac{x}{60} \Rightarrow x = 1/2 \times 60 = 30 \text{ متر}$$

از طرفی فاصله چشم شخص تا زمین ۱/۵ متر است، پس ارتفاع برج مخابراتی تا زمین $30 + 1/5 = 73/5$ متر می‌باشد. بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

محاسبه مساحت مثلث با داشتن اندازه دو ضلع و معلوم بودن زاویه بین آنها

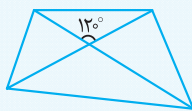
$$S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin A$$

نکته اگر مساحت مثلث ABC برابر S باشد، آن‌گاه:

نکته اگر d و d' طول قطره‌های یک چهارضلعی و α زاویه حاده بین دو قطر باشد، آن‌گاه مساحت چهارضلعی

$$S = \frac{1}{2} \times d \times d' \times \sin \alpha$$

برابر است با:



تست: در شکل مقابل، طول قطرها برابر ۸ و ۱۲ است. مساحت این چهارضلعی چند واحد سطح می‌باشد؟

۳۵√۲ (۲)

۱۸√۳ (۱)

۲۵√۲ (۴)

۲۴√۳ (۳)

پاسخ: با توجه به شکل، زاویه حاده بین دو قطر چهارضلعی برابر ۶۰° است. پس مساحت چهارضلعی که طول قطره‌های آن ۸ و ۱۲ و زاویه بین

آنها ۶۰° باشد، برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \sin 60^\circ = 4 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3} \Rightarrow \text{گزینه (۳) صحیح است.}$$

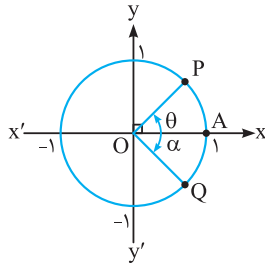
نکته مساحت شش‌ضلعی منتظم به ضلع a برابر $\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$ است.

به عنوان مثال، مساحت شش‌ضلعی منتظم به ضلع ۴ برابر $S = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times (4)^2 = 24\sqrt{3}$ است.

فصل ۱۰ مثلثات

قسمت دوم: دایره مثلثاتی

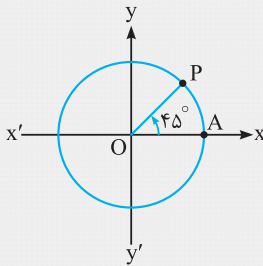
دایره مثلثاتی



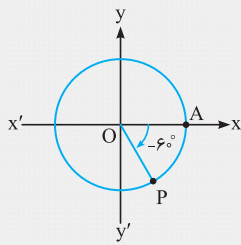
می‌توان از دایره مثلثاتی برای بیان مکان، زمان و توصیف بسیاری از حرکت‌ها همانند چرخش، حرکت دورانی، حرکت دوره‌ای، حرکت تناوبی و حرکت‌های رفت و برگشتی در یک مسیر مشخص استفاده کرد، مانند سیستم رادارها. در دستگاه محورهای مختصات، دایره‌ای به مرکز O (مبدأ مختصات) و شعاع واحد در نظر می‌گیریم. نقطه A (محل تلاقی دایره با محور x ها) را به‌عنوان مبدأ حرکت در نظر می‌گیریم. اگر با حرکت در خلاف جهت عقربه‌های ساعت به نقطه‌ای مانند P برسیم، زاویه AOP مثبت است و چنان‌چه با حرکت در جهت عقربه‌های ساعت به نقطه‌ای مانند Q برسیم، زاویه AOQ منفی است. چنین دایره‌ای را دایره مثلثاتی می‌نامیم.

نکته جهت حرکت مثبت در دایره مثلثاتی، خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت است.

مثال: روی دایره مثلثاتی، هر یک از زاویه‌های 45° و -60° را نشان دهید.

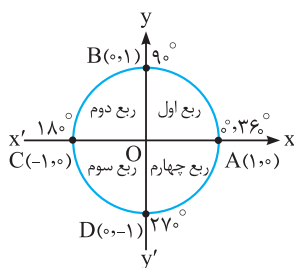


پاسخ: از نقطه A در خلاف جهت عقربه‌های ساعت روی دایره مثلثاتی تا نقطه P حرکت می‌کنیم به طوری که اندازه زاویه AOP برابر 45° شود.



از نقطه A و در جهت حرکت عقربه‌های ساعت روی دایره مثلثاتی تا نقطه P حرکت می‌کنیم، به طوری که اندازه زاویه AOP برابر 60° شود. چون حرکت در جهت عقربه‌های ساعت است، اندازه زاویه را با عددی منفی نشان می‌دهیم.

نکته برای مشخص کردن زاویه θ روی دایره مثلثاتی باید OA را به‌اندازه θ حول مبدأ مختصات دوران دهیم. اگر اندازه θ عددی مثبت باشد، آن‌گاه دوران در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت و اگر اندازه θ عددی منفی باشد، آن‌گاه دوران در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌باشد.



دو محور عمود بر هم $x'Ox$ و $y'Oy$ صفحه را به چهار قسمت تقسیم می‌کند. هر یک از این قسمت‌ها را یک ناحیه یا یک ربع مثلثاتی می‌نامیم. با توجه به جهت دایره مثلثاتی، ناحیه xOy را ربع اول، ناحیه $x'Oy$ را ربع دوم، ناحیه $x'Oy'$ را ربع سوم و ناحیه xOy' را ربع چهارم مثلثاتی می‌نامیم.

هم‌چنین زاویه‌های $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ و 360° زوایای مرزی هستند و آن‌ها را در هیچ‌کدام از ناحیه‌های فوق در نظر نمی‌گیریم. بنابراین اگر α یک زاویه دلخواه باشد، آن‌گاه داریم:

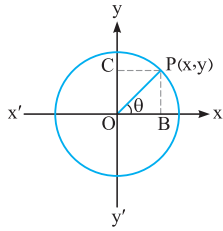
$0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow \alpha$ در ربع اول است.

$90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \alpha$ در ربع دوم است.

$180^\circ < \alpha < 270^\circ \Rightarrow \alpha$ در ربع سوم است.

$270^\circ < \alpha < 360^\circ \Rightarrow \alpha$ در ربع چهارم است.

نسبت‌های مثلثاتی در دایره مثلثاتی



فرض کنیم $P(x, y)$ نقطه دلخواهی روی دایره مثلثاتی و θ زاویه بین پاره خط OP با محور \vec{Ox} باشد. داریم:

$$\sin \theta = \frac{\text{طول ضلع مقابل به زاویه } \theta}{\text{طول وتر}} = \frac{PB}{1} = PB = OC = y \Rightarrow \sin \theta = y$$

در واقع مقدار $\sin \theta$ با عرض نقطه P (یعنی y) برابر است.

محور سینوس‌ها: اگر $P(x, y)$ نقطه دلخواهی روی دایره مثلثاتی و θ زاویه بین پاره خط OP و جهت مثبت محور x باشد، همان‌طور که دیدید، $\sin \theta$ عرض نقطه P برابر است. بنابراین با تغییرات θ ، مقادیر $\sin \theta$ روی محور $y'Oy$ تغییر می‌کند. به همین دلیل به محور $y'Oy$ **محور سینوس‌ها** گفته می‌شود.

نکته با توجه به این‌که شعاع دایره مثلثاتی برابر یک می‌باشد و $y = \sin \theta$ است، داریم: $-1 \leq \sin \theta \leq 1$ $\Rightarrow -1 \leq y \leq 1$ بنابراین بیش‌ترین مقدار $\sin \theta$ برابر ۱ و کم‌ترین مقدار آن -1 می‌باشد.

بنابر تعریف نسبت مثلثاتی کسینوس در مثلث قائم‌الزاویه OPB شکل قبل، داریم:

$$\cos \theta = \frac{\text{طول ضلع مجاور به زاویه } \theta}{\text{طول وتر}} = \frac{OB}{1} = OB = x \Rightarrow \cos \theta = x$$

در واقع مقدار $\cos \theta$ با طول نقطه P (یعنی x) برابر است.

محور کسینوس‌ها: اگر $P(x, y)$ نقطه دلخواهی روی دایره مثلثاتی و θ زاویه بین پاره خط OP و جهت مثبت محور x باشد، همان‌طور که دیدید، $\cos \theta$ با طول نقطه P برابر است. بنابراین با تغییرات θ ، مقادیر $\cos \theta$ روی محور $x'Ox$ تغییر می‌کند. لذا به محور $x'Ox$ **محور کسینوس‌ها** گفته می‌شود.

نکته با فرض $P(x, y)$ روی دایره مثلثاتی، داریم: $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ $\Rightarrow -1 \leq x \leq 1$ بنابراین بیش‌ترین مقدار $\cos \theta$ برابر ۱ و کم‌ترین مقدار آن برابر -1 می‌باشد.

تست: اگر $\cos \theta = 5 - 2m$ باشد، حدود تغییرات m کدام است؟

$$(1) \quad -3 \leq m \leq 2 \quad (2) \quad -1 \leq m \leq 3 \quad (3) \quad 2 \leq m \leq 4 \quad (4) \quad 2 \leq m \leq 3$$

پاسخ: از نامساوی $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ ، داریم $-1 \leq 5 - 2m \leq 1$. با حل نامعادله، حدود m را مشخص می‌کنیم:

$$-1 \leq 5 - 2m \leq 1 \xrightarrow{-5} -6 \leq -2m \leq -4 \xrightarrow{\div(-2)} 2 \leq m \leq 3$$

(در تقسیم بر عدد منفی، جهت نامساوی عوض می‌شود.)، بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

نکته اگر نقطه $P(x, y)$ روی دایره مثلثاتی باشد و θ زاویه بین پاره خط OP با محور \vec{Ox} باشد، آن‌گاه:

$$x = \cos \theta, y = \sin \theta \Rightarrow P(x, y) = (\cos \theta, \sin \theta), x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

نکته در مثلث قائم‌الزاویه OPB ، نسبت‌های مثلثاتی تانژانت و کتانژانت زاویه θ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\tan \theta = \frac{\text{طول ضلع مقابل به زاویه } \theta}{\text{طول ضلع مجاور به زاویه } \theta} = \frac{y}{x}, \quad \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{x}{y}$$

تست: نقطه P به طول $\frac{1}{3}$ روی دایره مثلثاتی و در ناحیه چهارم قرار دارد. اگر θ زاویه بین پاره خط OP و محور \vec{Ox} باشد، نسبت مثلثاتی $\tan \theta$ کدام است؟

$$(1) \quad -\sqrt{2} \quad (2) \quad -2\sqrt{2} \quad (3) \quad -\frac{2}{3} \quad (4) \quad -\frac{1}{3}$$

پاسخ: فرض کنیم عرض نقطه P ، y باشد. نقطه $P(\frac{1}{3}, y)$ روی دایره مثلثاتی واقع است. پس:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 + y^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{9} + y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{8}{9}} = \pm \frac{\sqrt{8}}{3} = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

در ناحیه چهارم y عددی منفی است، بنابراین $y = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ قابل قبول است و در نتیجه:

$$P(x, y) = \left(\frac{1}{3}, -\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = (\cos \theta, \sin \theta)$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{3}, \quad \sin \theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}} = -2\sqrt{2} \Rightarrow \text{گزینه (2) صحیح است.}$$

در جدول زیر، نسبت‌های مثلثاتی 0° ، 9° ، 18° ، 27° و 36° آورده شده است که باید آن‌ها را به خاطر بسپارید.

مقدار	0°	9°	18°	27°	36°
$\sin \theta$	۰	۱	۰	-۱	۰
$\cos \theta$	۱	۰	-۱	۰	۱
$\tan \theta$	۰	تعریف نشده	۰	تعریف نشده	۰
$\cot \theta$	تعریف نشده	۰	تعریف نشده	۰	تعریف نشده

تست: حاصل $\cos 18^\circ + \tan 0^\circ - \cos 36^\circ + 2 \sin 27^\circ$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

گزینه (۱) صحیح است. $\Rightarrow -2 = -3 + 2 - 1 = -3 + 2 + 1 = 3 \times (-1) + 2(1) - 0 + 0 = 3 \sin 27^\circ + 2 \cos 36^\circ - \tan 0^\circ + \cos 18^\circ$

پاسخ:

علامت نسبت‌های مثلثاتی در چهار ناحیه دایره مثلثاتی

۱- علامت نسبت‌های مثلثاتی در ربع اول

فرض کنیم $P(x, y)$ نقطه‌ای روی دایره مثلثاتی و در ربع اول باشد. در ربع اول $x > 0$ و $y > 0$ است پس:

$$\cos \theta = x > 0, \quad \sin \theta = y > 0, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} > 0, \quad \cot \theta = \frac{x}{y} > 0$$

بنابراین در ربع اول هر چهار نسبت مثلثاتی مثبت می‌باشند.

۲- علامت نسبت‌های مثلثاتی در ربع دوم

فرض کنیم $P(x, y)$ نقطه‌ای روی دایره مثلثاتی و در ربع دوم باشد. در ربع دوم $x < 0$ و $y > 0$ می‌باشد، بنابراین:

$$\cos \theta = x < 0, \quad \sin \theta = y > 0, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} < 0, \quad \cot \theta = \frac{x}{y} < 0$$

پس در ربع دوم، سینوس مثبت و بقیه نسبت‌های مثلثاتی منفی‌اند.

۳- علامت نسبت‌های مثلثاتی در ربع سوم

فرض کنیم $P(x, y)$ نقطه‌ای روی دایره مثلثاتی و در ربع سوم باشد. در ربع سوم $x < 0$ و $y < 0$ است، پس:

$$\cos \theta = x < 0, \quad \sin \theta = y < 0, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} > 0, \quad \cot \theta = \frac{x}{y} > 0$$

بنابراین در ربع سوم، سینوس و کسینوس منفی و تانژانت و کتانژانت مثبت می‌باشند.

۴- علامت نسبت‌های مثلثاتی در ربع چهارم

فرض کنیم $P(x, y)$ نقطه‌ای روی دایره مثلثاتی و در ربع چهارم باشد. در ربع چهارم $x > 0$ و $y < 0$ است، پس:

$$\cos \theta = x > 0, \quad \sin \theta = y < 0, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} < 0, \quad \cot \theta = \frac{x}{y} < 0$$

بنابراین در ربع چهارم، کسینوس مثبت و بقیه نسبت‌های مثلثاتی منفی‌اند.

نکته با توجه به علامت‌های x و y در چهار ربع و هم‌چنین تعریف نسبت‌های مثلثاتی برحسب x و y ، جدول زیر را می‌توان برای علامت

نسبت‌های مثلثاتی در نظر گرفت:

مقدار	ربع اول $x > 0, y > 0$	ربع دوم $x < 0, y > 0$	ربع سوم $x < 0, y < 0$	ربع چهارم $x > 0, y < 0$
$\sin \theta$	+	+	-	-
$\cos \theta$	+	-	-	+
$\tan \theta$	+	-	+	-
$\cot \theta$	+	-	+	-

تست: علامت نسبت‌های مثلثاتی $\tan 28^\circ$ و $\cot(-10^\circ)$ به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟

- (۱) مثبت - مثبت (۲) مثبت - منفی (۳) منفی - مثبت (۴) منفی - منفی

پاسخ: ابتدا باید ناحیه‌ای را که هر زاویه در آن قرار می‌گیرد مشخص کرده و سپس با توجه به آن، علامت نسبت مثلثاتی را تعیین کنیم.

$$\tan 28^\circ < 0 \xrightarrow{\text{ربع چهارم}} 27^\circ < 28^\circ < 36^\circ$$

با 10° درجه حرکت در جهت عقربه‌های ساعت، زاویه -10° در ناحیه سوم دایره مثلثاتی قرار می‌گیرد. پس: $\cot(-10^\circ) > 0$ بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

تست: اگر $\cot \theta \times \cos \theta > 0$ و $\sin^2 \theta \times \tan \theta > 0$ باشد، انتهای کمان θ در کدام ناحیه قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

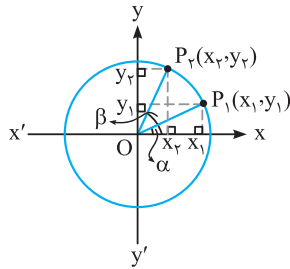
پاسخ: برای آن که $\cot \theta \times \cos \theta > 0$ برقرار باشد، باید دو نسبت مثلثاتی $\cos \theta$ و $\cot \theta$ هم‌علامت باشند، پس انتهای کمان θ در یکی از دو ناحیه اول یا دوم قرار می‌گیرد.

همچنین در عبارت $\sin^2 \theta \times \tan \theta > 0$ همواره بزرگ‌تر یا مساوی صفر است و در نتیجه $\tan \theta$ باید مثبت باشد. $\tan \theta$ در نواحی اول و سوم مثبت است. از اشتراک ناحیه‌های θ در دو شرط، نتیجه می‌شود که انتهای کمان θ در ناحیه اول قرار دارد. بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

تغییرات سینوس و کسینوس در نواحی چهارگانه

(۱) ناحیه اول

فرض کنیم α و β در زاویه در ناحیه اول باشند که $\alpha < \beta$ ، در این صورت مطابق دایره مثلثاتی مقابل داریم:



$$\alpha < \beta \Rightarrow \begin{cases} x_1 > x_2 \Rightarrow \cos \alpha = x_1 > x_2 = \cos \beta \\ y_1 < y_2 \Rightarrow \sin \alpha = y_1 < y_2 = \sin \beta \end{cases}$$

بنابراین در ناحیه اول سینوس افزایش و مقدار کسینوس کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر در ناحیه اول سینوس صعودی و کسینوس نزولی است.

تست: اگر $15^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$ و $\sin 2\alpha = \frac{m-1}{3}$ باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $-2 \leq m \leq 1$ (۲) $2 \leq m \leq 4$ (۳) $\frac{3}{2} \leq m \leq 2$ (۴) $\frac{5}{2} \leq m \leq 4$

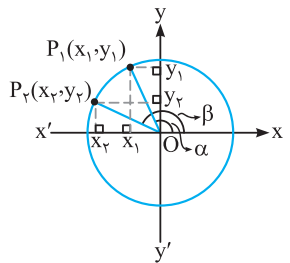
$$15^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ \xrightarrow{\times 2} 30^\circ \leq 2\alpha \leq 90^\circ$$

در ناحیه اول با افزایش زاویه، مقدار سینوس آن نیز بیش‌تر می‌شود. با توجه به این که $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ و $\sin 90^\circ = 1$ می‌باشد، داریم:

$$\sin 30^\circ \leq \sin 2\alpha \leq \sin 90^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{m-1}{3} \leq 1 \xrightarrow{\times 3} \frac{3}{2} \leq m-1 \leq 3 \xrightarrow{+1} \frac{5}{2} \leq m \leq 4 \Rightarrow \text{گزینه (۴) صحیح است.}$$

(۲) ناحیه دوم

فرض کنیم α و β در زاویه در ناحیه دوم باشند به طوری که $\alpha < \beta$ ، در این صورت با در نظر گرفتن دایره مثلثاتی مقابل، داریم:



$$\alpha < \beta \Rightarrow \begin{cases} x_1 < x_2 \Rightarrow \cos \alpha = x_1 < x_2 = \cos \beta \\ y_1 > y_2 \Rightarrow \sin \alpha = y_1 > y_2 = \sin \beta \end{cases}$$

بنابراین در ناحیه دوم با زیاد شدن اندازه زاویه، مقدار سینوس و کسینوس هر دو کاهش می‌یابند. به عبارت دیگر در ناحیه دوم سینوس و کسینوس هر دو نزولی هستند.

همانند ناحیه‌های اول و دوم و با در نظر گرفتن دایره مثلثاتی می‌توان برای ناحیه‌های سوم و چهارم قاعده‌های زیر را بیان کرد:

(۳) ناحیه سوم

در ناحیه سوم با زیاد شدن اندازه زاویه، مقدار کسینوس افزایش و مقدار سینوس کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر در ناحیه سوم کسینوس صعودی و سینوس نزولی است.

(۴) ناحیه چهارم

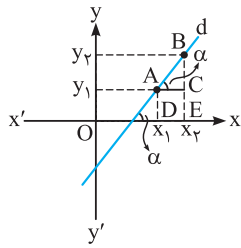
در ناحیه چهارم با زیاد شدن اندازه زاویه، مقدار سینوس و کسینوس افزایش می‌یابند. به عبارت دیگر در ناحیه چهارم سینوس و کسینوس صعودی هستند.

تست: کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $\sin 40^\circ < \sin 70^\circ$ (۲) $\cos 20^\circ > \cos 50^\circ$ (۳) $\sin 70^\circ > \sin 20^\circ$ (۴) $\cos 11^\circ > \cos 100^\circ$

پاسخ: در ناحیه اول با افزایش زاویه، سینوس افزایش می‌یابد، پس $\sin 40^\circ < \sin 70^\circ$. همچنین در ناحیه اول با افزایش زاویه، کسینوس کاهش می‌یابد، بنابراین $\cos 50^\circ < \cos 20^\circ$.
 در ناحیه اول است، پس $\sin 70^\circ$ عددی مثبت است ولی چون $\theta = 20^\circ$ در ربع سوم قرار دارد، بنابراین $\sin 20^\circ$ عددی منفی می‌باشد و در نتیجه نامساوی $\sin 70^\circ > \sin 20^\circ$ برقرار است. در ناحیه دوم، با افزایش زاویه کسینوس کاهش می‌یابد، پس $\cos 11^\circ < \cos 100^\circ$. بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

رابطه شیب خط با تانژانت زاویه



خط d در شکل مقابل را در نظر بگیرید. می‌دانیم اگر A و B دو نقطه از خط d باشند، آن‌گاه شیب خط d به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\text{شیب خط} = \frac{\text{تفاضل عرض‌ها}}{\text{تفاضل طول‌ها}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (1)$$

حال اگر از A بر BE عمودی رسم کنیم که آن را در نقطه C قطع کند، زاویه BAC برابر α خواهد بود و داریم:

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (2)$$

$\tan \alpha = \text{شیب خط}$

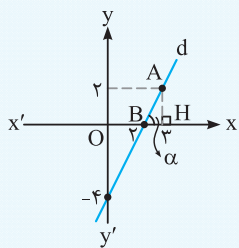
اکنون از روابط (۱) و (۲) می‌توان نتیجه گرفت که:

نکته اگر α زاویه خط با جهت مثبت محور x ها باشد، آن‌گاه:

$$m = \tan \alpha ; \quad 0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$$

تست: اگر α زاویه‌ای باشد که خط به معادله $2x - y = 4$ با جهت مثبت محور افقی می‌سازد، مقدار نسبت مثلثاتی $\cos \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۲) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$



پاسخ: شیب خط $2x - y = 4$ برابر $m = -\frac{2}{-1} = 2$ ضریب x ضریب y است. از طرفی شیب خط با $\tan \alpha$ برابر است، پس داریم $\tan \alpha = 2$

با مشخص کردن دو نقطه دلخواه $(2, 0)$ و $(0, -4)$ خط را رسم می‌کنیم. نقطه $A(3, 2)$ را روی خط در نظر گرفته و بر محور x ها عمود رسم می‌کنیم، داریم:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \Rightarrow AB = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{BH}{AB} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \text{گزینه (۱) صحیح است.}$$

نکته معادله خطی که از نقطه $A(x_0, y_0)$ بگذرد و شیب آن m باشد، به صورت مقابل است:

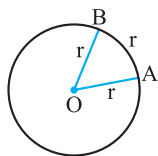
$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

واحدهای اندازه‌گیری زاویه

درجه: اگر محیط دایره‌ای را به 360° کمان مساوی تقسیم کنیم، اندازه زاویه مرکزی روبه‌روی هر کدام از این کمان‌ها 1° درجه است. یک درجه را به صورت 1° نمایش می‌دهیم.

واحد دیگری برای اندازه‌گیری زاویه وجود دارد که رادیان نام دارد.

رادیان

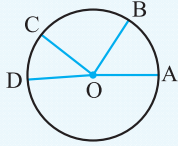


دایره‌ای به شعاع r و مرکز O در نظر بگیرید. دو نقطه A و B را روی این دایره طوری مشخص کنید که طول \widehat{AB} برابر اندازه شعاع دایره، یعنی r شود.

اگر A و B را به مرکز دایره (نقطه O) وصل کنیم، آن‌گاه زاویه AOB را یک رادیان می‌گوییم.

اندازه این زاویه بر حسب درجه، تقریباً برابر 57.3° می‌باشد. بنابراین $1 \text{ رادیان} = 57.3^\circ$

رادیان: 1 رادیان برابر است با اندازه زاویه مرکزی در یک دایره به شعاع r که طول کمان روبه‌روی آن برابر با r است.



تست: در شکل مقابل، O مرکز دایره و اندازه شعاع دایره برابر r می‌باشد. اگر $\widehat{AB} = r$ و $\widehat{BC} = \frac{3}{4}\widehat{AB}$ باشند،

(برگرفته از کتاب درسی)

اندازه زاویه AOC بر حسب رادیان کدام است؟

$\frac{7}{2}$ (۴)

۳ (۳)

$\frac{5}{2}$ (۲)

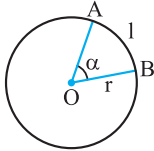
۲ (۱)

$\widehat{BC} = \frac{3}{4}\widehat{AB} = \frac{3}{4}r$

پاسخ: اندازه کمان‌های BC و CD را بر حسب r به دست می‌آوریم:

در دایره به شعاع r، اگر طول \widehat{AB} برابر r باشد، آن‌گاه اندازه زاویه AOB برابر ۱ رادیان است. داریم:

گزینه (۲) صحیح است. \Rightarrow اندازه زاویه AOC برابر $\frac{5}{2}$ رادیان است. $\Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{AB} + \widehat{BC} = r + \frac{3}{4}r = \frac{5}{4}r$



اندازه زاویه مرکزی بر حسب رادیان: نسبت طول کمان روبه‌روی یک زاویه مرکزی به اندازه شعاع دایره، اندازه آن زاویه بر حسب رادیان می‌باشد.

اگر l طول کمان روبه‌روی زاویه، r شعاع دایره و α اندازه زاویه بر حسب رادیان باشد، آن‌گاه:

$\alpha = \frac{\text{طول کمان روبه‌روی زاویه}}{\text{شعاع دایره}} = \frac{l}{r} \Rightarrow l = \alpha r$

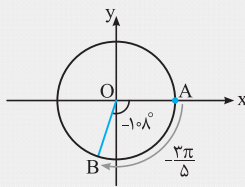
تذکر: در فرمول α, l, r هم‌واحد هستند.

$R = \frac{\pi}{180} D$, $D = \frac{180}{\pi} R$

نکته: اگر D اندازه زاویه α بر حسب درجه و R اندازه زاویه α بر حسب رادیان باشد، آن‌گاه:

از رابطه اخیر برای تبدیل درجه به رادیان و بر عکس استفاده می‌کنیم.

مثال: زاویه -108° را به رادیان و زاویه $\frac{2\pi}{3}$ رادیان را به درجه تبدیل کنید و هر دو زاویه را روی دایره مثلثاتی نشان دهید. (برگرفته از کتاب درسی)

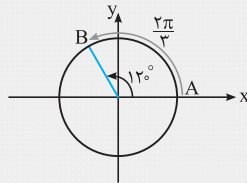


$D = -108 \Rightarrow R = \frac{\pi}{180} \times (-108) = -\frac{3\pi}{5}$

پاسخ: با توجه به رابطه $R = \frac{\pi}{180} D$ ، داریم:

نمایش این زاویه روی دایره مثلثاتی به صورت روبه‌رو است:

توجه کنید برای نمایش زاویه با اندازه منفی باید از نقطه A در خلاف جهت مثلثاتی حرکت کرد.



با توجه به رابطه $D = \frac{180R}{\pi}$ ، داریم: $R = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow D = \frac{180 \times \frac{2\pi}{3}}{\pi} = 120$

تست: در دایره‌ای به شعاع ۴ متر، توسط زاویه α ، کمانی به طول ۵ متر ایجاد می‌شود. با فرض $\pi = 3$ ، اندازه α بر حسب درجه کدام است؟

۸۱ (۴)

۷۵ (۳)

۷۲ (۲)

۶۸ (۱)

پاسخ: طبق فرض $r = 4$ و $l = 5$ می‌باشد. بنابراین اندازه α بر حسب رادیان برابر است با:

گزینه (۳) صحیح است. $\Rightarrow \alpha = \frac{l}{r} = \frac{5}{4} \Rightarrow D = \frac{R \times 180}{\pi} = \frac{5}{4} \times 180 \times \frac{\pi = 3}{\pi} = \frac{5}{4} \times 180 \times \frac{60}{\pi} = 75$

نکته مهم: برای تبدیل راحت‌تر رادیان به درجه، می‌توان با قرار دادن 180° به جای π این کار را انجام داد. به عنوان مثال، اگر اندازه زاویه‌ای بر

حسب رادیان $-\frac{\pi}{6}$ باشد، اندازه این زاویه بر حسب درجه برابر $-30^\circ = -\frac{180^\circ}{6}$ می‌باشد.



تست: در ساعت $1:30'$ اندازه زاویه‌ای که عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار می‌سازند، بر حسب رادیان کدام است؟

$\frac{5\pi}{6}$ (۴)

$\frac{7\pi}{9}$ (۳)

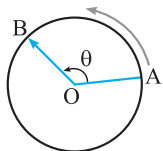
$\frac{2\pi}{4}$ (۲)

$\frac{2\pi}{3}$ (۱)

پاسخ: ابتدا زاویه مورد نظر را بر حسب درجه به دست می‌آوریم.

در ساعت $1:30'$ ، زاویه بین دو عقربه بر حسب دقیقه برابر $30' + 4 \times 60' = 270'$ می‌باشد، از طرفی کل ساعت به $720' = 12 \times 60'$ تقسیم می‌شود. بنابراین:

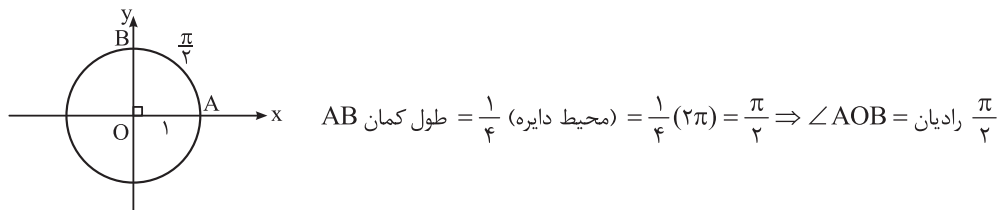
گزینه (۲) صحیح است. $\Rightarrow R = \frac{\pi}{180} \times 135 = \frac{3\pi}{4}$ $\Rightarrow \widehat{AC} = \frac{270'}{720'} \times 360^\circ = \frac{3}{8} \times 360^\circ = 135^\circ$



نکته اگر متحرکی از نقطه A روی دایره مثلثاتی در جهت مثبت حرکت کند و به مکان B برسد، مسافت طی شده توسط متحرک، اندازه زاویه دوران پاره خط OA حول O بر حسب رادیان می باشد.

تذکر اگر حرکت در جهت منفی باشد، همین مسافت طی شده را با علامت منفی نشان می دهیم.

به عنوان مثال، اگر از نقطه A روی دایره مثلثاتی به اندازه 90° ، در جهت مثلثاتی بچرخیم و به نقطه B برسیم، $\frac{1}{4}$ محیط دایره را طی کرده ایم. بنابراین:



چون محیط دایره دارای واحد طولی (سانتی متر، متر و ...) است، طول کمان روبه روی هر زاویه مرکزی نیز بر حسب واحد طولی بیان می شود.

در جدول زیر مقادیر نسبت های مثلثاتی برخی از زوایای خاص مشخص شده است. اندازه این زوایا با استفاده از رابطه $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ به یکدیگر قابل تبدیل اند.

θ نسبت مثلثاتی	$^\circ$	30° یا $\frac{\pi}{6}$	45° یا $\frac{\pi}{4}$	60° یا $\frac{\pi}{3}$	90° یا $\frac{\pi}{2}$	180° یا π	270° یا $\frac{3\pi}{2}$	360° یا 2π
$\sin \theta$	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱	۰	-۱	۰
$\cos \theta$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰	-۱	۰	۱
$\tan \theta$	۰	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	تعریف نشده	۰	تعریف نشده	۰
$\cot \theta$	تعریف نشده	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۰	تعریف نشده	۰	تعریف نشده

(برگرفته از کتاب درسی)

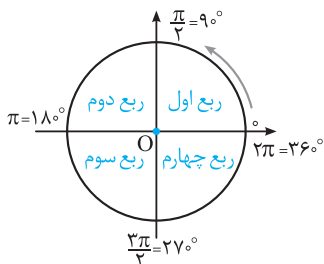
تست: مقدار عددی عبارت $\frac{\cos^2 \frac{\pi}{6} + \sin^2 \frac{\pi}{4}}{\cot^2 \frac{\pi}{6} - \tan \frac{\pi}{4}}$ کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۱)

پاسخ: با توجه به جدول و قرار دادن مقدار هر یک از نسبت های مثلثاتی، حاصل عبارت ها را به دست می آوریم:

$$\frac{\cos^2 \frac{\pi}{6} + \sin^2 \frac{\pi}{4}}{\cot^2 \frac{\pi}{6} - \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{(\sqrt{3})^2 - 1} = \frac{\frac{3}{4} + \frac{2}{4}}{3 - 1} = \frac{\frac{5}{4}}{2} = \frac{5}{8} \Rightarrow \text{گزینه } (۲) \text{ صحیح است.}$$

نکته علامت نسبت های مثلثاتی در چهار ربع در جدول زیر مشخص شده است:



ربع	اول $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$	دوم $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$	سوم $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$	چهارم $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$
نسبت				
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\tan \alpha$	+	-	+	-
$\cot \alpha$	+	-	+	-