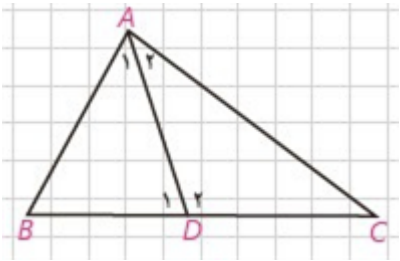
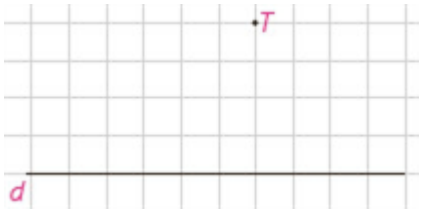
نام و نام خانوادگی :
عنوان آزمون : هندسه ۱۰ فصل ۱
پایه تحصیلی :
زمان آزمون :
نام دبیر :
تاریخ برگزاری

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	فرض کنیم ABC مثلثی دلخواه و AD نیمساز زاویه‌ی A باشد. دلایل هریک از نتایج زیر را بنویسید و نتیجه‌ی نهایی که در پایان آمده است را کامل کنید. الف) $\widehat{D}_{۲} > \widehat{A}_{۱}$، زیرا ..... . ب) $\widehat{D}_{۲} > \widehat{A}_{۲}$، زیرا ..... . پ) $AC > DC$، زیرا ..... . ت) با روندی مشابه سه قسمت قبل نشان دهید: $AB > BD$ ث) حال نشان دهید $AB + AC > BC$ نتیجه: در هر مثلث، مجموع اندازه‌های هر دو ضلع از اندازه‌ی ..... ، ..... است.  مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-هندسه (۱)	
۲	عکس هریک از قضایای زیر را بنویسید و سپس آن‌ها را به صورت یک قضیه دو شرطی بنویسید. الف) در هر مثلث، اگر دو ضلع برابر باشند، دو زاویه روبه‌رو به آن‌ها نیز برابرند. ب) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهایش عمودمنصف یک‌دیگرند. پ) در هر مثلث، اگر سه ضلع برابر باشند، آن‌گاه سه زاویه نیز با هم برابرند. ت) اگر دو دایره شعاع‌های برابر داشته باشند، آن‌گاه مساحت‌های برابر نیز دارند. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-هندسه (۱)	
۳	نقیض هریک از گزاره‌های زیر را بنویسید. الف) هر لوزی یک مربع است. ب) مستطیلی وجود دارد که مربع نیست. پ) مثلثی با دو زاویه‌ی قائمه وجود ندارد. ت) همه‌ی فلزات جامدند. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-هندسه (۱)	
۴	گزاره‌های زیر را اثبات یا رد کنید. الف) در هر مثلث، اندازه‌ی بزرگ‌ترین زاویه، از چهار برابر اندازه‌ی کوچک‌ترین زاویه، کوچک‌تر است. ب) در هر مثلث، هر ارتفاع از هر کدام از سه ضلع مثلث کوچک‌تر است. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-هندسه (۱)	
۵	با برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلث ABC، $AB \neq AC$ آن‌گاه $\widehat{B} \neq \widehat{C}$. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-هندسه (۱)	

۶	می‌دانیم که از یک نقطه‌ی خارج از یک خط فقط یک خط به موازات آن می‌توان رسم کرد. حال بابرهان خلف ثابت کنید خطی که یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-هندسه (۱)	
۷	آیا حکم‌های کلی زیر درست است؟ چرا؟ الف) برای هر دو مجموعه‌ی A و B، یا $A \subseteq B$ و یا $B \subseteq A$ ب) هر دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، هم‌نهشت‌اند. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-هندسه (۱)	
۸	فرض کنیم هر چهارضلعی که قطرهایش منصف هم باشند، متوازی‌الاضلاع است. متوازی‌لاضلاعی رسم کنید که طول قطرهای آن ۴ و ۷ باشد. چند متوازی‌الاضلاع به طول قطرهای ۴ و ۷ می‌توان رسم کرد؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-هندسه (۱)	
۹	روش رسم خط موازی با یک خط از نقطه‌ای غیرواقع برآن‌را توضیح دهید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-هندسه (۱)	
۱۰	خط d و نقطه‌ی T را که غیر واقع بر آن است، مانند شکل مقابل درنظر بگیرید. می‌خواهیم خطی بکشیم که از T بگذرد و برخط d عمود باشد. ۱- به کمک پرگار چگونه می‌توانید نقاط A و B را روی خط d به گونه‌ای بیابید که از نقطه‌ی T به یک فاصله باشند. ۲- عمودمنصف پاره‌خط AB را رسم کنید. ۳- آیا عمودمنصف پاره‌خط AB از نقطه‌ی T می‌گذرد؟ چرا؟ عمودمنصف پاره‌خط AB خطی است که بر خط d ..... و از نقطه‌ی ..... .  مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-هندسه (۱)	
۱۱	مراحل رسم عمودمنصف یک پاره‌خط را توضیح دهید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-هندسه (۱)	
۱۲	روش رسم نیمساز یک زاویه را توضیح دهید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-هندسه (۱)	
۱۳	برای کدام گزاره، می‌توان مثال نقض ارائه کرد؟ ۱) هر چهارضلعی که قطرها یکدیگر را نصف کنند، متوازی‌الاضلاع است. ۲) اندازه میانه‌های وارد بر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند. ۳) هر چهارضلعی با قطرهای برابر و عمود بر هم، مربع است. ۴) نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث همرسند. سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳	

۱۴ در یک مثلث متساوی‌الساقین، اندازهٔ قاعده ۱۶ و اندازهٔ میانه وارد بر آن، نصف قاعده است. اندازه میانه نظیر هر ساق کدام است؟

۱) $\frac{۱۱}{۲}\sqrt{۵}$ ۲) $\frac{۷}{۲}\sqrt{۱۰}$ ۳) $۶\sqrt{۵}$ ۴) $۴\sqrt{۱۰}$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۵ فاصله کدام نقطه از سه ضلع مثلث ABC، همواره یکسان است؟

۱) تلاقی سه ارتفاع ۲) تلاقی سه میانه ۳) تلاقی سه نیمساز ۴) تلاقی سه عمودمنصف

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۶ اگر زاویهٔ بین دو نیمساز زوایای خارجی B و C برابر ۴۰ درجه باشد، آنگاه اندازهٔ زاویهٔ A کدام است؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

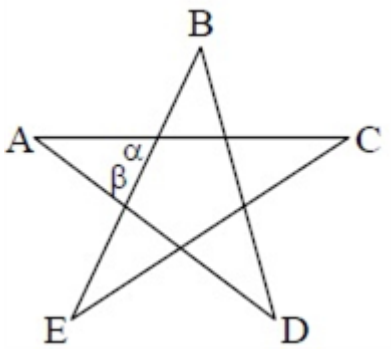
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دهم

۱۷ اگر یک زاویهٔ مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۴۰ درجه باشد، آنگاه زاویهٔ بین ارتفاع و نیمساز وارد بر وتر کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دهم

۱۸ در شکل مقابل مجموع زوایایی A ، B ، C ، D و E کدام است؟



۱) ۱۸۰ ۲) ۹۰ ۳) بین ۹۰ و ۱۸۰ ۴) کمتر از ۹۰

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دهم

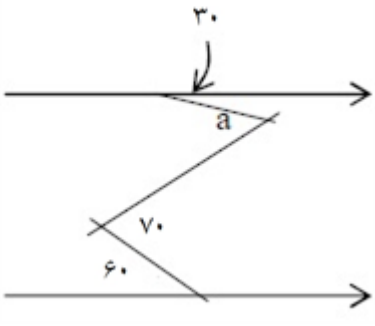
۱۹ اگر در یک مثلث مجموع دو زاویه خارجی سه برابر زاویه داخلی غیرمجاور آن‌ها باشد، آنگاه نوع مثلث کدام است؟

۱) قائم‌الزاویه ۲) متساوی‌الساقین

۳) متساوی‌الاضلاع ۴) قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دهم

۲۰ در شکل مقابل اندازه زاویهٔ a کدام است؟



۱) ۴۵ ۲) ۳۵ ۳) ۴۰ ۴) ۳۰

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دهم

۲۱ مکمل‌های دو زاویه متمم یک‌دیگرند. اگر تفاضل این دو زاویه ۷۰ درجه باشد، اندازهٔ زاویه کوچک‌تر کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۸۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۰۰

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دهم

۲۲ کدام‌یک درست است؟

۱) استدلال استقرایی یعنی اثبات قضایا به کمک تجربه و آزمایش.

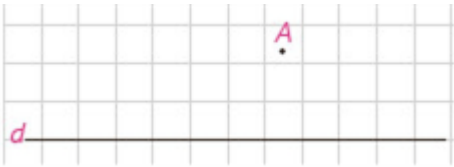
۲) استدلال استقرایی یعنی رسیدن به یک نتیجه همیشه درست.

۳) استدلال استقرایی روش نتیجه‌گیری کلی بر مبنای مجموعه محدودی از مشاهدات است.

۴) استدلال استقرایی یعنی رسیدن به یک نتیجه کلی بر مبنای قضایایی که قبلاً به آن‌ها دست یافته‌ایم.

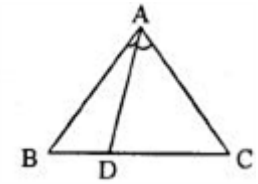
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دهم

۲۳ نقطه‌ی A، مانند شکل مقابل به فاصله‌ی ۱ سانتی‌متر از خط d قرار دارد. نقاطی از خط d را بیابید که به فاصله‌ی ۲ سانتی‌متر از نقطه‌ی A باشند.



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-هندسه (۱)

۲۴ مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است. اگر $BD < DC$ ، ثابت کنید $B\hat{A}D < D\hat{A}C$



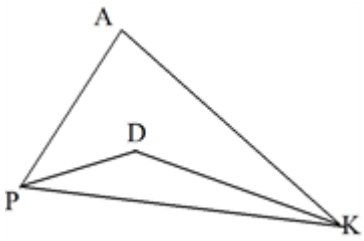
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی

۲۵ عبارت زیر را با کلمه‌ی مناسب کامل کنید:
شکل حاصل از تلاقی نیم‌سازهای داخلی هر متوازی‌الاضلاع، یک ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی

۲۶ یک مثال نقض برای رد حکم «نقطه‌ی همرسی ارتفاع‌های هر مثلث یا داخل مثلث یا خارج آن واقع است.» بیاورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی

۲۷	قضیه‌ی زیر را به صورت قضیه شرطی بنویسید در صورتی که عکس آن یک قضیه نباشد یک مثال نقض بیاورید. در دو مثلث متشابه، ضلع‌های متناظر، متناسبند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۸	قضیه‌ی زیر را به صورت قضیه شرطی بنویسید در صورتی که عکس آن یک قضیه نباشد یک مثال نقض بیاورید. هر مستطیلی یک متوازی‌الاضلاع است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۹	قضیه: ثابت کنید سه نیمساز زاویه‌های داخلی هر مثلث همرسند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۰	برای رد حدس زیر، مثال نقض ارائه دهید. اگر دو مثلث هم‌مساحت باشند، آن‌گاه هم‌نهشت هستند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۱	زاویه‌ی XOY داده شده است. با استفاده از خط کش و پرگار روی نیم‌خط $O'X'$ زاویه‌ای به رأس O' و مساوی زاویه‌ی XOY رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۲	با استفاده از خط کش و پرگار خطی موازی یک خط از یک نقطه‌ی خارج آن خط رسم کنید. (مراحل رسم را توضیح دهید.) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۳	ثابت کنید در هر مثلث، هر میانه از نصف مجموع دو ضلع مجاور آن کوچک‌تر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۴	نقطه‌ی D را به دلخواه در درون مثلث PAK انتخاب می‌کنیم. ثابت کنید زاویه PDK از زاویه PAK بزرگ‌تر است.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

۱ الف) $\widehat{D}_۲$ زاویه‌ی خارجی مثلث ABD است پس $\widehat{D}_۲ = \widehat{A}_۱ + \widehat{B}$ در نتیجه $\widehat{D}_۲ > \widehat{A}_۱$.

ب) چون AD نیمساز است پس $\widehat{A}_۱ = \widehat{A}_۲$ از طرف دیگر $\widehat{D}_۲ > \widehat{A}_۱$ پس $\widehat{D}_۲ > \widehat{A}_۲$.

پ) در مثلث $\overset{\triangle}{ADC}$ چون $\widehat{D}_۲ > \widehat{A}_۲$ پس $\mathrm{AC} > \mathrm{DC}$.

ت)

$$\overset{\triangle}{ADC} \text{ زاویه خارجی } \widehat{D}_۱ \Rightarrow \widehat{D}_۱ = \widehat{A}_۲ + \widehat{C} \Rightarrow \widehat{D}_۱ > \widehat{A}_۲ \xrightarrow{\widehat{A}_۱ = \widehat{A}_۲} \widehat{D}_۱ > \widehat{A}_۱ \Rightarrow \mathrm{AB} > \mathrm{BD}$$

ث) با جمع نامساوی (پ) و (ت) نتیجه می‌گیریم:

$$\left.\begin{array}{l}\mathrm{AC} > \mathrm{DC}\\ \mathrm{AB} > \mathrm{BD}\end{array}\right\} \xrightarrow{+} \mathrm{AC} + \mathrm{AB} > \mathrm{BC}$$

نتیجه: در هر مثلث مجموع اندازه‌های هر دو ضلع از اندازه‌ی ضلع سوم بزرگتر است.

۲ الف) عکس قضیه: در هر مثلث اگر دو زاویه روبه‌رو به دو ضلع برابر باشند آن‌گاه آن دو ضلع برابرند.

قضیه‌ی دوشرطی: در هر مثلث اگر دو ضلع برابر باشند، زوایه‌های روبه‌رو به آن دو ضلع نیز برابرند وبرعکس.

ب) اگر قطرهای یک چهارضلعی عمودمنصف هم‌دیگر باشند آن چهارضلعی لوزی است.

قضیه‌ی دوشرطی: یک چهارضلعی لوزی است اگر و تنها اگر قطرهای آن عمودمنصف هم‌دیگر باشند.

پ) در هر مثلث اگر سه زاویه مساوی باشند آن‌گاه سه ضلع مساویند.

قضیه‌ی دو شرطی: اگر سه ضلع مثلثی برابر باشند، آنگاه سه زاویه برابرند و برعکس

ت) اگر دو دایره مساحت‌های برابر داشته باشند آن‌گاه شعاع‌های آن‌ها برابرند.

قضیه‌ی دوشرطی: اگر دو دایره شعاع‌های برابرداشته باشند، آن‌گاه مساحت های برابر دارند و برعکس

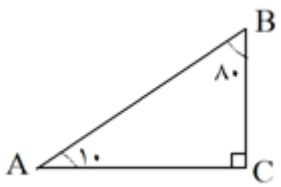
۳ الف) چنین نیست که هر لوزی یک مربع است یا «یک لوزی وجود دارد که مربع نیست».

ب) چنین نیست که مستطیلی وجود دارد که مربع نیست یا «هر مستطیل، مربع است».

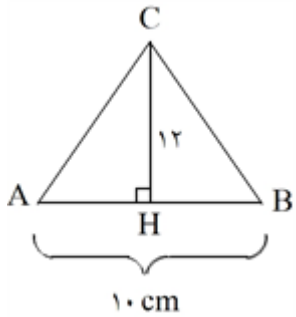
پ) چنین نیست که مثلثی با دو زاویه‌ی قائمه وجود ندارد یا «همه‌ی مثلث‌ها بیش از یک زاویه قائمه دارند».

ت) چنین نیست که همه‌ی فلزات جامدند یا «بعضی از فلزات جامد نیستند.»

۴ الف) به عنوان مثال نقض در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC اگر $\widehat{A} = ۱۰^\circ$ و $\widehat{B} = ۸۰^\circ$ آن‌گاه $۹۰ \not< ۴(۱۰)$

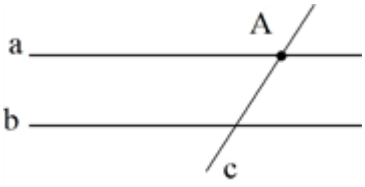


ب) در مثلث زیر ارتفاع CH از ضلع AB کوچک‌تر نیست. مثال نقض:



۵ فرض کنیم که $\widehat{B} = \widehat{C}$ لذا باید مثلث ABC متساوی‌الساقین باشد پس باید $\mathrm{AB} = \mathrm{AC}$ باشد و این مخالف فرض است.

۶ فرض کنیم دو خط a و b موازی باشند و خط c خط a را در نقطه‌ی A قطع کند ولی خط b را قطع نکند. پس خط c با خط b موازی باید باشد. حال دیده می‌شود از نقطه‌ی A دو خط a و c موازی خط b رسم شده است و این ممکن نیست. پس خط c باید خط b را قطع کند.



۷ الف) خیر $A = \{۱, ۲\}$

$B = \{۳, ۴, ۵\}$

$A \not\subseteq B, B \not\subseteq A$

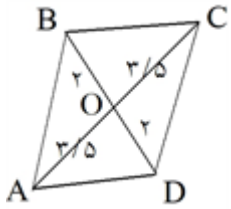
ب) خیر

مثلث اول $a = ۸, h = ۳ \Rightarrow S_۱ = \frac{۳ \times ۸}{۲} = ۱۲$

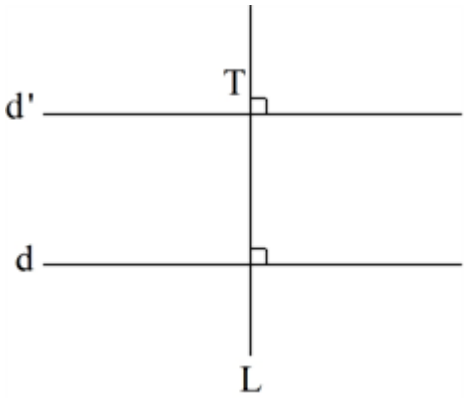
مثلث دوم $a = ۱۲, h = ۲ \Rightarrow S_۲ = \frac{۲ \times ۱۲}{۲} = ۱۲$

این دو مثلث هم‌مساحت هستند ولی دو مثلث هم‌نهشت نیستند.

۸ پاره‌خط AC را به طول ۷ رسم می‌کنیم. از نقطه‌ی O وسط AC خطی عبور می‌دهیم و روی این خط و در طرفین O پاره‌خط‌های OB و OD را برابر ۲ جدا می‌کنیم. در این صورت ABCD متوازی‌الاضلاع موردنظر است. چون از O بیشمار خط متمایز می‌گذرد، پس بیشمار متوازی‌الاضلاع قابل رسم است.

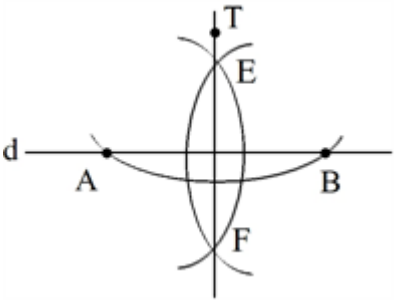


۹ ابتدا از نقطه‌ی T بیرون خط d خط L را عمود بر d و سپس از همین نقطه خط دیگری عمود بر خط L رسم می‌کنیم مثل خط d'، در این صورت d' با d موازی است.



۱۰ ۱- به مرکز T کمانی رسم می‌کنیم که خط d را در دو نقطه‌ی متمایز A و B قطع کند.

۲- حال به مراکز A و B دو کمان مساوی به شعاع بزرگتر از نصف AB رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط E و F قطع کنند. در این صورت EF عمودمنصف AB است.



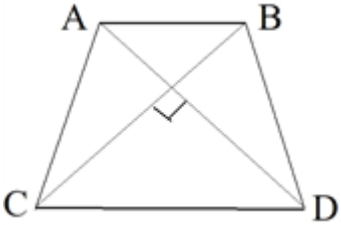
۳- بله، زیرا نقطه‌ی T از دو سر پاره‌خط AB به یک فاصله است.

عمودمنصف پاره‌خط AB خطی است که بر خط d عمود و از نقطه‌ی وسط AB بگذرد.

۱۱ پرگار را به اندازه‌ی بیش از نصف پاره‌خط AB باز کرده و از نقاط A و B دو کمان مساوی رسم می‌کنیم. خط حاصل از اتصال نقاط تقاطع این دو کمان عمودمنصف AB است.

۱۲ ابتدا یک زاویه دلخواه رسم می‌کنیم. از رأس زاویه یک کمان سپس از نقاط به دست آمده دو کمان با شعاع‌های مساوی رسم می‌کنیم طوری‌که این دو کمان متقاطع باشند. اگرنقطه‌ی تقاطع این دو کمان را به رأس زاویه وصل کنیم نیمساز زاویه به دست می‌آید.

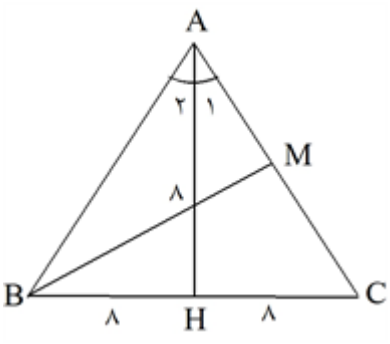
۱۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در ذوزنقه متساوی‌الساقین ABCD دو قطر AC و BD بر هم عمودند و اندازهٔ این دو قطر برابرند ولی ABCD مربع نیست. توجه کنید گزینه‌های ۱ و ۲ و ۴ گزاره‌های همیشه درست هستند پس برای آنها نمی‌توان مثال نقض ارائه کرد.



۱۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع وارد بر قاعده میانه هم هست. پس مثلث‌های ACH و ABH قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین هستند بنابراین $A_۱ = A_۲ = \widehat{C} = \widehat{B} = ۴۵^\circ$ در نتیجه $\widehat{A} = ۹۰^\circ$.

در صورتی‌که BM میانه نظیر ساق AC باشد، داریم:

$$\overset{\triangle}{AHC} : AC^۲ = AH^۲ + CH^۲ = ۸^۲ + ۸^۲ = ۲\times ۸^۲$$
$$\Rightarrow AC = ۸\sqrt{۲} \Rightarrow AM = ۴\sqrt{۲}$$
$$\overset{\triangle}{ABM} : BM^۲ = AB^۲ + AM^۲ \Rightarrow BM^۲ = (۸\sqrt{۲})^۲ + (۴\sqrt{۲})^۲$$
$$\Rightarrow BM^۲ = ۱۲۸ + ۳۲ = ۱۶۰ \Rightarrow BM = ۴\sqrt{۱۰}$$

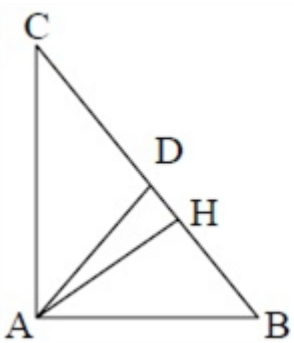


۱۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه تلاقی نیمسازها از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.

۱۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا زاویهٔ بین دو نیمساز خارجی زوایای $\widehat{B}$ و $\widehat{C}$ برابر است با:

$$۴۰^\circ = ۹۰^\circ - \frac{\widehat{A}}{۲} \Rightarrow \frac{\widehat{A}}{۲} = ۵۰^\circ \Rightarrow \widehat{A} = ۱۰۰^\circ$$

۱۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

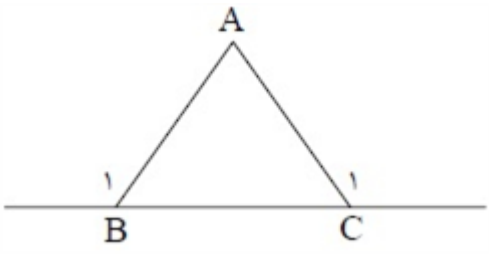


$$\widehat{C} = ۴۰ \Rightarrow \widehat{B} = ۵۰$$
$$H\widehat{A}D = \frac{|\widehat{B} - \widehat{C}|}{۲} = \frac{|۵۰ - ۴۰|}{۲} = ۵$$

۱۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در شکل زوایای α و β زاویه خارجی مثلث هستند. داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\alpha = \widehat{E} + \widehat{C} \\ \beta = \widehat{B} + \widehat{D}\end{array}\right\} \xrightarrow{+} \alpha + \beta = \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} + \widehat{E}$$
$$۱۸۰ - \widehat{A} = \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} + \widehat{E}$$
$$۱۸۰ = \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{D} + \widehat{C} + \widehat{E}$$

۱۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض کنیم در مثلث ABC داشته باشیم $\widehat{B}_۱ + \widehat{C}_۱ = ۳\widehat{A}$ ، داریم:

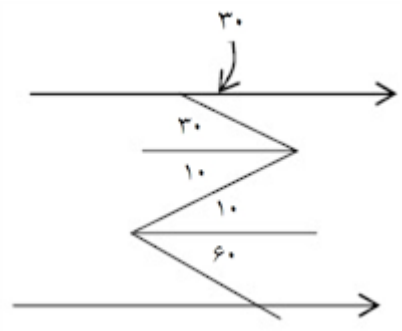


$$\left.\begin{array}{l} \text{زاویه خارجی } \widehat{B}_۱ = \widehat{A} + \widehat{C} \\ \text{زاویه خارجی } \widehat{C}_۱ = \widehat{A} + \widehat{B} \end{array}\right\} \xrightarrow{+} \widehat{B}_۱ + \widehat{C}_۱ = ۲\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C}$$

$$\Rightarrow ۳\widehat{A} = ۲\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} \Rightarrow ۲\widehat{A} = \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} \Rightarrow ۲\widehat{A} = ۱۸۰ \Rightarrow \widehat{A} = ۹۰$$

پس مثلث قائم‌الزاویه است.

۲۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از رئوس a و ۷۰ دو خط به موازات دو خط موازی در شکل رسم می‌کنیم. در این صورت با توجه به قضیه خطوط موازی و مورب زاویه ۷۰ درجه به دو زاویه ۶۰ و ۱۰ وزاویه a به دو زاویه ۱۰ و ۳۰ تقسیم می‌شود، پس $a = ۴۰$.

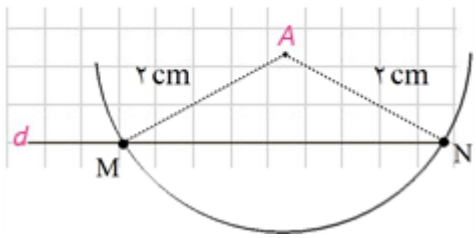


۲۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر A و B دو زاویه مطلوب باشند، داریم:

$$\begin{cases} ۱۸۰ - A + ۱۸۰ - B = ۹۰ \\ A - B = ۷۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A + B = ۲۷۰ \\ A - B = ۷۰ \end{cases} \Rightarrow ۲\mathrm{B} = ۲۰۰ \Rightarrow B = ۱۰۰$$

۲۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۲۳ کافی است به مرکز A و به شعاع ۲ سانتی‌متر کمانی رسم کنیم که خط d را در نقاط M و N قطع کند.

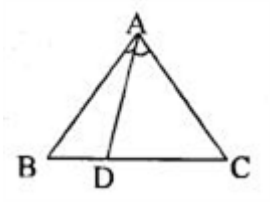


۲۴ در مثلث متساوی‌الاضلاع $AB = AC, ABC$ است. بنابراین در دو مثلث ABD و ADC : (۰/۲۵)

داریم:

$$\begin{cases} AB = AC \\ BD < DC \end{cases}$$ ضلع مشترک AD (۰/۲۵)

$\Rightarrow$ عکس قضیه ی لولا (۰/۲۵) $B\hat{A}D < D\hat{A}C$



۲۵ مستطیل (۰/۲۵)

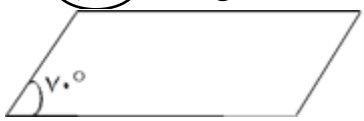
۲۶ در مثلث قائم‌الزاویه نقطه‌ی همرسی ارتفاع‌ها، روی راس قائم مثلث قرار می‌گیرد. (یا رسم مثلث قائم‌الزاویه) (۰/۲۵)

۲۷ قضیه شرطی: اگر دو مثلث متشابه باشند، آن‌گاه ضلع‌های متناظر، متناسبند. (۰/۲۵)

۲۸ قضیه شرطی: اگر چهارضلعی مستطیل باشد، آن‌گاه آن چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است. (۰/۲۵)

عکس قضیه: اگر چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، آن‌گاه آن چهارضلعی مستطیل است. این یک قضیه نیست. مثال نقض:

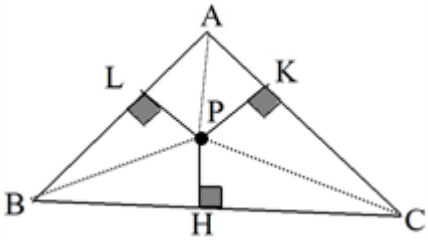
متوازی‌الاضلاع مقابل (۰/۲۵)



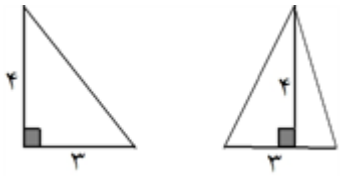
۲۹ در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ نیمسازهای داخلی زاویه‌های $\widehat{B}$ و $\widehat{C}$ را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه‌ی P قطع کنند. از P بر ضلع‌های AB و AC و BC عمود می‌کنیم. تا به ترتیب آن‌ها را در نقاط L و K و H قطع نمایند.

$$\left.\begin{array}{l} P \text{ روی نیمساز } \widehat{B} \text{ است} \rightarrow PH = PL \\ P \text{ روی نیمساز } \widehat{C} \text{ است} \rightarrow PH = PK \end{array}\right\} \Rightarrow PL = PK$$

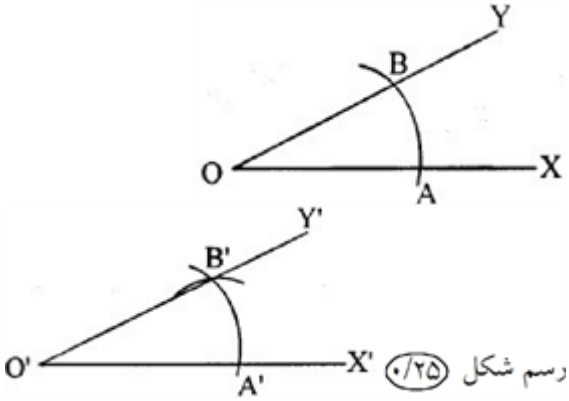
بنابراین P روی نیمساز $\widehat{A}$ نیز قرار دارد. یعنی P نقطه‌ی همرسی هر سه نیمساز است.



۳۰

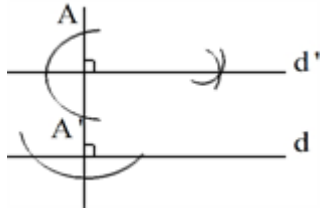


۳۱ زاویه‌ی XOY داده شده است. به مرکز O و شعاع دلخواه کمانی می‌زنیم تا OX و OY را در نقاط A و B قطع کند. نیم‌خط $O'X'$ را رسم و به همان شعاع و به مرکز O' کمان دوم را می‌زنیم تا $O'X'$ را A' قطع کند. (۰/۲۵) سپس به مرکز A' و شعاعی به طول AB کمان دیگری می‌زنیم تا کمان دوم را در نقطه‌ی B' قطع کند. O' را به B' وصل کرده و امتداد می‌دهیم تا نیم‌خط $O'Y'$ حاصل شود. زاویه‌ی X'O'Y' جواب مسئله است. (۰/۲۵) زیرا دو مثلث OAB و O'A'B' بنا به تساوی سه ضلع، هم‌نهشتند پس دو زاویه‌ی فوق برابرند. (۰/۲۵)



رسم شکل (۰/۲۵)

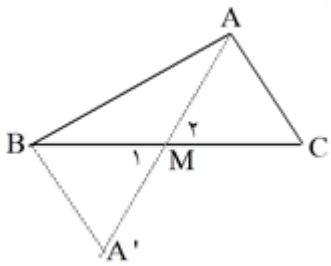
۳۲ مسأله را حل شده فرض می‌کنیم. می‌دانیم که دو خط عمود بر یک خط با هم موازیند. ابتدا از نقطه‌ی A بر خط d عمودی رسم می‌کنیم (۰/۲۵) تا آن را در نقطه‌ی A' قطع کند. سپس از نقطه‌ی A خطی عمود بر AA' رسم می‌کنیم و آن را d' می‌نامیم. (۰/۲۵) خط d' همان خط مطلوب است.



۳۳ میانه‌ی AM را از طرف M به اندازه‌ی AM امتداد می‌دهیم تا نقطه‌ی A' به دست آید و از A' به B وصل می‌کنیم (۰/۲۵)

$$\left.\begin{array}{l} AM = A'M \\ BM = CM \\ \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \overset{\triangle}{AMC} \cong \overset{\triangle}{A'MB} \Rightarrow AC = BA' \ (1) \ (۰/۲۵)$$

$$\overset{\triangle}{ABA'} : AA' < AB + BA' \xrightarrow{(1)} 2AM < AB + AC \Rightarrow AM < \frac{AB + AC}{2}$$

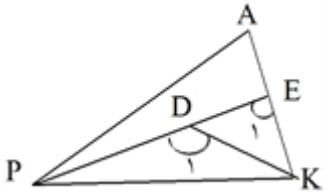


۳۴ ضلع PD را امتداد می‌دهیم تا ضلع AK را در E قطع کند. ۰/۲۵

$\widehat{D}_1$ زاویه خارجی مثلث $D\widehat{E}K$ است بنابراین: $\widehat{D}_1 > \widehat{E}_1$ ۰/۲۵

$\widehat{E}_1$ زاویه خارجی مثلث $A\widehat{P}E$ است بنابراین : $\widehat{E}_1 > \widehat{A}$ ۰/۲۵

پس $\widehat{D}_1 > \widehat{A}$ ۰/۲۵



پاسخنامه کلیدی

۱۳	۱	۲	**۳**	۴
۱۴	۱	۲	۳	**۴**
۱۵	۱	۲	**۳**	۴
۱۶	۱	**۲**	۳	۴
۱۷	**۱**	۲	۳	۴
۱۸	**۱**	۲	۳	۴
۱۹	**۱**	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	**۳**	۴
۲۱	۱	۲	۳	**۴**
۲۲	۱	۲	**۳**	۴