



p30konkor.com

نام و نام خانوادگی :

نام و نام خانوادگی :

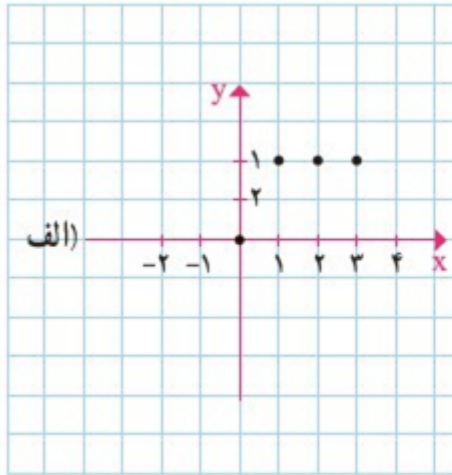
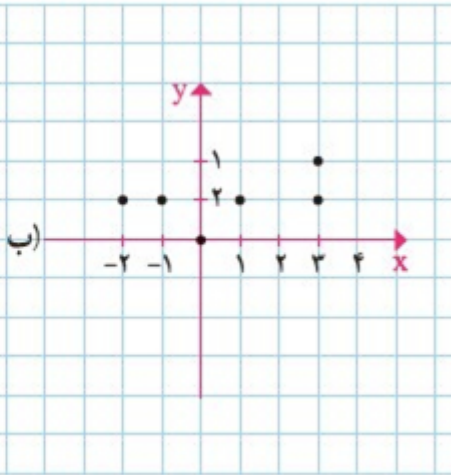
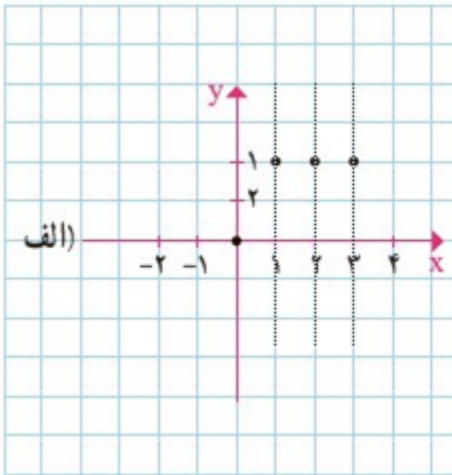
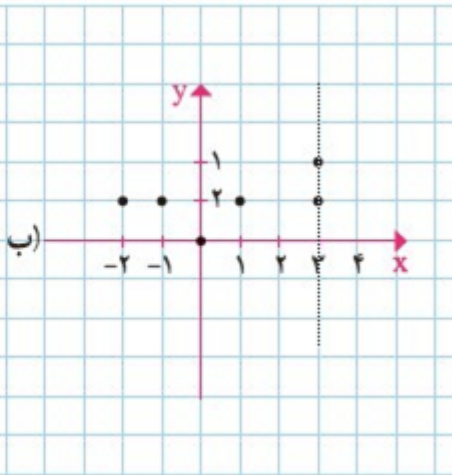
پایه تحصیلی :

پایه تحصیلی :

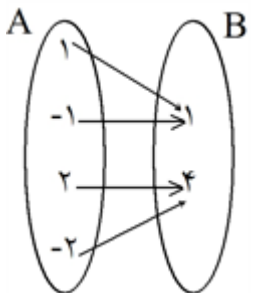
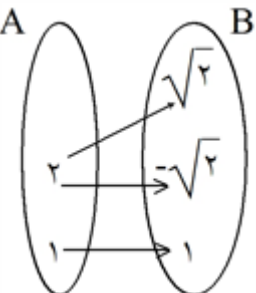
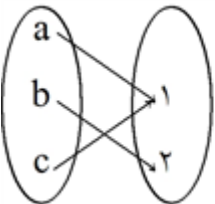
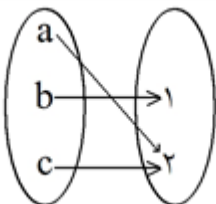
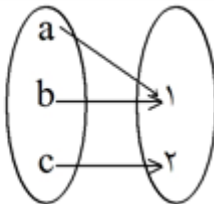
نام دبیر :

نام دبیر :

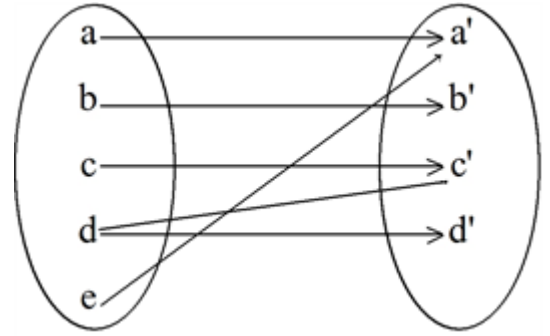
عنوان آزمون : ریاضی انسانی ۱۰- ف ۲-درس ۱ تاریخ برگزاری

ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>نمودار کدام رابطه یک تابع را مشخص می‌کند؟</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>(الف)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(ب)</p> </div> </div> <p>مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>(الف)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(ب)</p> </div> </div> <p>پاسخ: ۱</p> <p>(الف) تابع است. (ب) تابع نیست.</p>	



	<p>اگر رابطه‌ی f تابع باشد، در این صورت حاصل $x^2 + y^2$ را به دست آورید. (مجموعه‌ی f را پس از محاسبه‌ی x و y بنویسید.) $f = \{(2, x+y), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, x-y)\}$</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی</p> $(2, x+y) = (2, 4) \Rightarrow x+y=4$ $(5, 2) = (5, x-y) \Rightarrow x-y=2$ $\begin{cases} x+y=4 \\ x-y=2 \end{cases} \text{ لا}$ $2x=6 \Rightarrow x=\frac{6}{2} \Rightarrow x=3$ $3+y=4 \Rightarrow y=4-3 \Rightarrow y=1$ $x^2+y^2=(3)^2+(1)^2=9+1=10 \Rightarrow f=\{(2, 4), (5, 2), (3, 4)\}$	۲
	<p>کدام رابطه تابع است و کدام رابطه تابع نیست؟ چرا؟</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>(الف)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(ب)</p> </div> </div> <p>پ) $f = \{(2, 1), (3, 2), (2, 2), (3, 4), (5, 1)\}$</p> <p>ت) رابطه‌ای که به هر شخص، شماره‌ی ملی او را نسبت می‌دهد.</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی</p> <p>الف) تابع است از هر عضو یک پیکان خارج شده است.</p> <p>ب) تابع نیست از عدد ۲ دو پیکان خارج شده است.</p> <p>پ) تابع نیست زیرا دو زوج مرتب متمایز دارای مولفه‌ی اول برابر هستند.</p> <p>ت) تابع است زیرا به هر شخص یک شماره‌ی ملی نسبت داده می‌شود.</p>	۳
	<p>در رابطه‌ی زیر جاهای خالی را اعدادی قرار دهید که این رابطه تابع نباشد.</p> $f = \{(2, 3), (\dots, 5), (3, \dots), (\dots, \dots)\}$ <p>پاسخ: ۱</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی</p> <p>$f = \{(2, 3), (2, 5), (3, 7), (4, 5)\}$ یا $f = \{(2, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 5)\}$</p>	۴
	<p>اگر A مجموعه‌ای ۳ عضوی و B مجموعه‌ای ۲ عضوی فرض شود. سه تابع از مجموعه‌ی A به مجموعه‌ی B را تعریف کنید.</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">    </div>	۵

نمودار پیکانی یک رابطه رسم شده است. با حذف کدام عضو این رابطه تابع خواهد شد؟



۶

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی

پاسخ: ۱ باید d' یا d حذف شود تا نمودار پیکانی نمودار یک تابع شود.

نکته: اگر c' حذف شود c به هیچ عضو وصل نمی شود و باز هم نمودار یک تابع نخواهد بود.

کدام یک از رابطه های تعریف شده زیر، تابع است و کدام تابع نیست، دلایل خود را بنویسید.

الف) رابطه ای که به هر شهر در ایران، سوغاتی آن شهر را نسبت می دهد.

تابع است ☐ تابع نیست ☐

ب) رابطه ای که به هر فرد، روز تولد او را نسبت می دهد.

تابع است ☐ تابع نیست ☐

پ) رابطه ای که هر شهر، نماینده ی آن شهر در مجلس شورای اسلامی را نسبت می دهد.

تابع است ☐ تابع نیست ☐

ت) رابطه ای که به هر مسلمان، قبله ی او را نسبت می دهد.

تابع است ☐ تابع نیست ☐

۷

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی

پاسخ: ۱ الف) تابع نیست. یک شهر ممکن است چند سوغاتی داشته باشد.

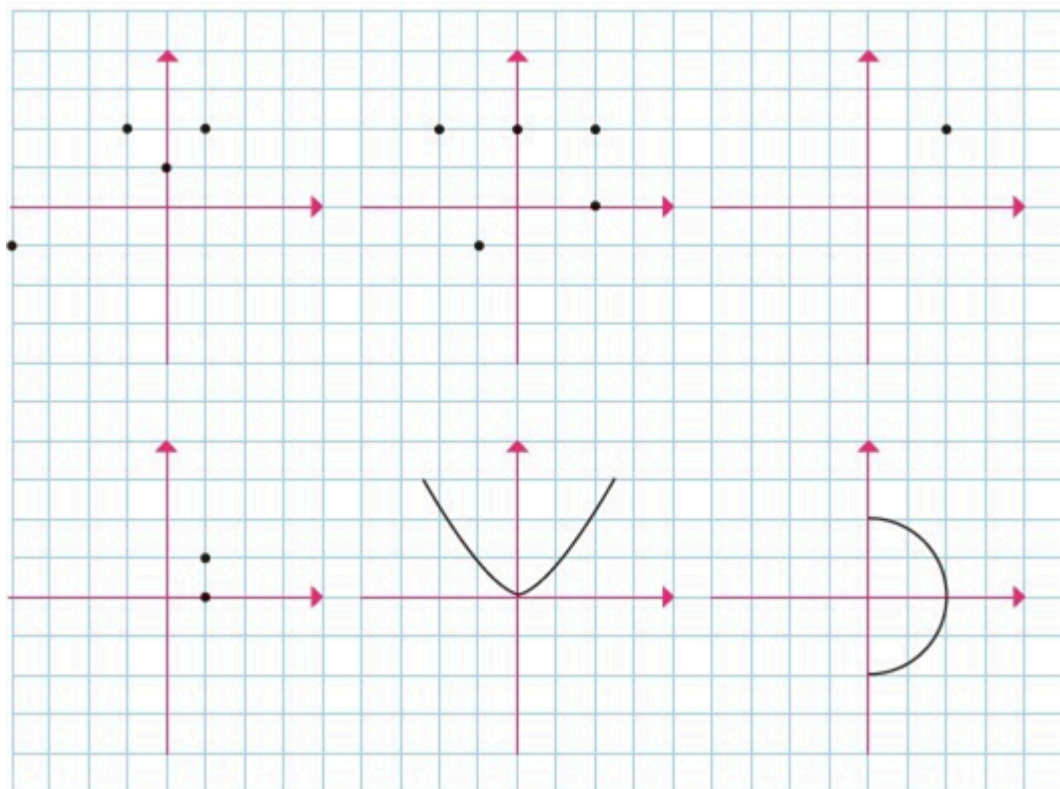
ب) تابع است. هر فرد یک روز تولد دارد.

پ) تابع نیست. چون ممکن است یک شهر چند نماینده داشته باشد.

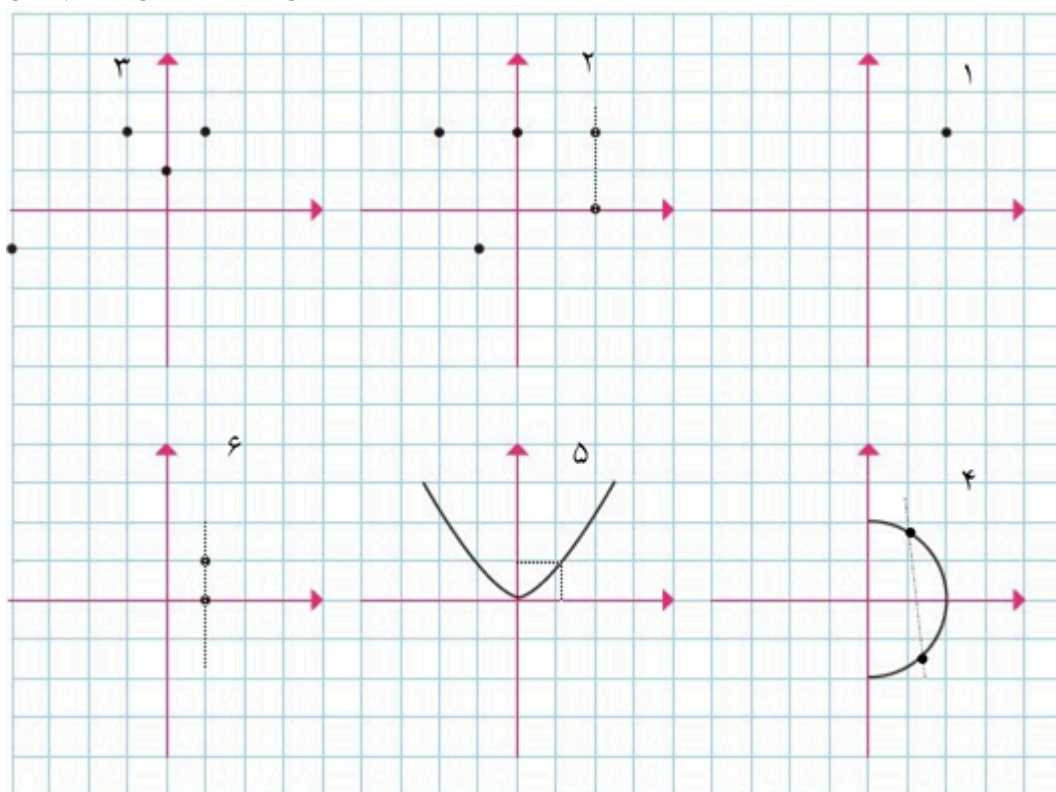
ت) تابع است. زیرا هر مسلمان یک قبله دارد.



کدام یک از رابطه‌ها که نمودار مختصاتی آن‌ها رسم شده است، تابع‌اند؟ چرا؟



مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی



پاسخ: ۱

نمودار ۱: تابع است. چون یک x به یک y نسبت داده شده است.
 نمودار ۲: تابع نیست. چون یک x به دو y نسبت داده شده است.
 نمودار ۳: تابع است. چون هر x به یک y نسبت داده شده است.
 نمودار ۴: تابع نیست. چون یک x به دو y نسبت داده شده است.
 نمودار ۵: تابع است. چون هر x به یک y نسبت داده شده است.
 نمودار ۶: تابع نیست. چون یک x به دو y نسبت داده شده است.

کدام مجموعه از زوج‌مرتب‌ها، نمایش یک تابع است؟

الف) $F = \{(2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3)\}$

ب) $G = \{(4, 1), (2, -1), (1, -1), (4, 2)\}$

پ) $H = \{(2, 3)\}$

ت) $I = \{(3, 3)\}$

ث) $J = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 4)\}$

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی

الف) $F = \{(2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3)\}$ تابع است.

ب) $G = \{(4, 1), (2, -1), (1, -1), (4, 2)\}$ تابع نیست.

پ) $H = \{(2, 3)\}$ تابع است.

ت) $I = \{(3, 3)\}$ تابع است.

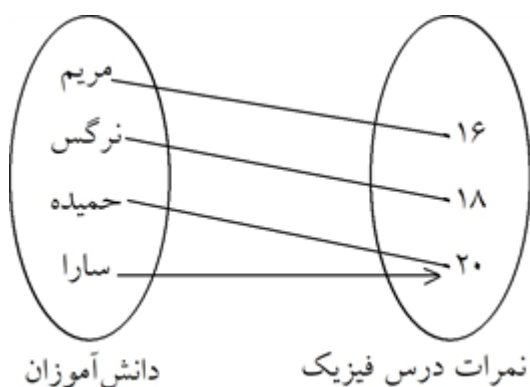
ث) $J = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 4)\}$ تابع نیست.

پاسخ: ۱

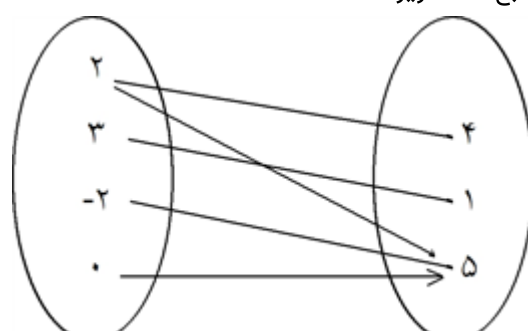
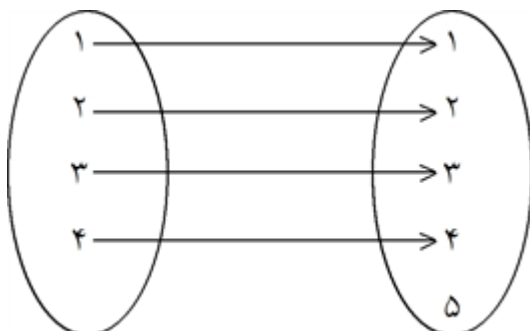
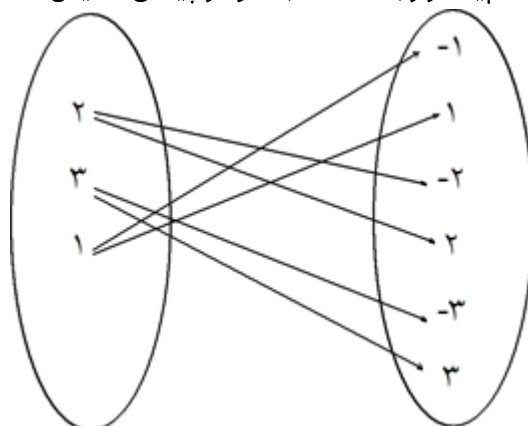
۹



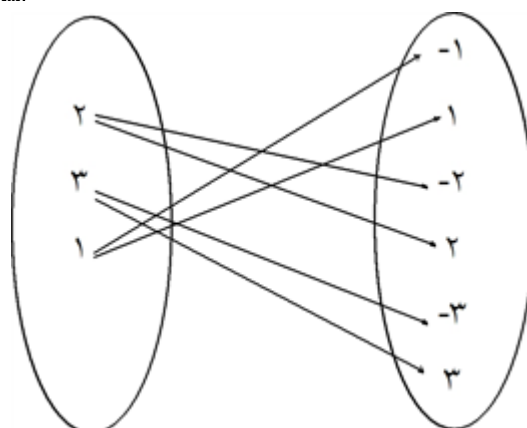
کدام یک از رابطه‌ها که با نمودار پیکانی نمایش داده شده‌اند، تابع‌اند؟ چرا؟



تابع زیرا

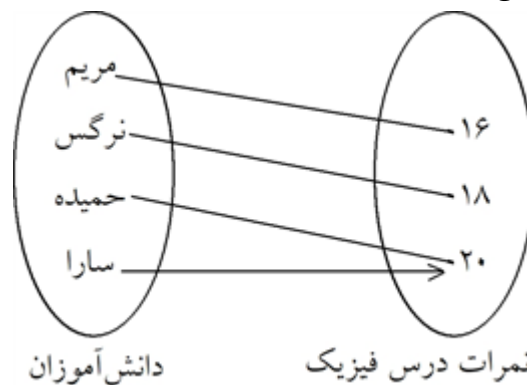


مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی

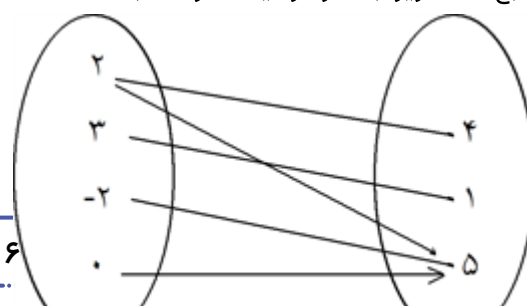


پاسخ: ۱

تابع نیست زیرا به هر عضو از مجموعه اول دو عضو از مجموعه دوم نسبت داده شده است.



تابع است زیرا به هر فرد یک نمره نسبت داده شده است.

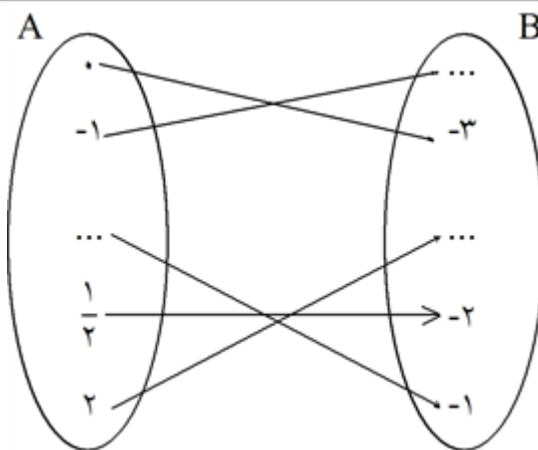


تابع نیست زیرا به یک عضو از مجموعه اول دو عضو از مجموعه دوم نسبت داده شده است.

با توجه به رابطه خطی $y = 2x - 3$ ، اگر فرض کنیم x ها یا متغیرهای مستقل اعضای مجموعه $A = \{0, 1, -1, \frac{1}{2}, 2\}$ باشند ابتدا جدول مربوط به این رابطه را تشکیل می‌دهیم و سپس نمودار پیکانی آن را رسم می‌کنیم. (جاهای خالی را پر کنید.)

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	
y	-5					$y = 2x - 3$
(x, y)	(-1, -5) C	(0, ...) D	

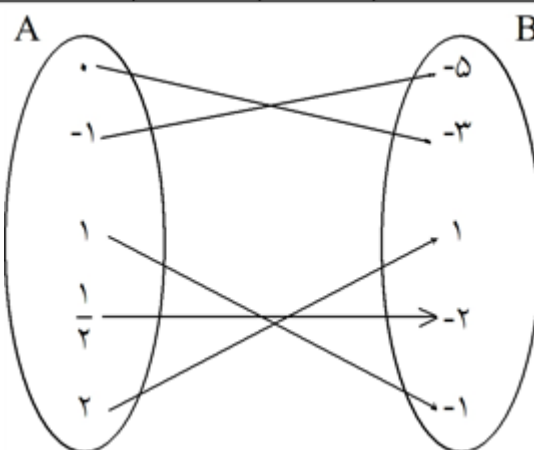
مجموع دوم نسبت داده شده است.



مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	
y	-5	-3	-2	-1	-1	$y = 2x - 3$
(x, y)	(-1, -5) C	(0, -3) D	($\frac{1}{2}$, -2) E	(1, -1) F	(2, -1) G	

پاسخ: ۱



$$y = 2(0) - 3 = 0 - 3 = -3 \Rightarrow (0, -3)$$

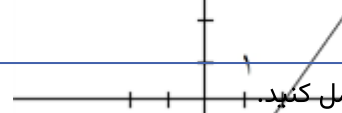
$$y = 2(1) - 3 = 2 - 3 = -1 \Rightarrow (1, -1)$$

$$D : y = 2(0) - 3 = 0 - 3 = -3$$

$$E : y = 2\left(\frac{1}{2}\right) - 3 = 1 - 3 = -2$$

$$F : y = 2(1) - 3 = 2 - 3 = -1$$

$$G : y = 2(2) - 3 = 4 - 3 = 1$$



۱- جدول زیر را کامل کنید.

x	-۱					۲	$y = ۳x + ۱$
y	-۲				$۳\sqrt{۲} + ۱$		
(x, y)	(-۱, -۲)	(..., ۱)	$(\frac{۲}{۳}, ۳)$	(۱, ...)	(..., ...)	(..., ...)	

۲- مشابه قسمت ۱ جدولی برای $y = x^۲ + ۱$ تشکیل دهید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی

x	-۱	۰	$\frac{۲}{۳}$	۱	$\sqrt{۲}$	۲	$y = ۳x + ۱$
y	-۲	۱	۳	۴	$۳\sqrt{۲} + ۱$	۷	
(x, y)	(-۱, -۲)	(۰, ۱)	$(\frac{۲}{۳}, ۳)$	(۱, ۴)	$(\sqrt{۲}, ۳\sqrt{۲} + ۱)$	(۲, ۷)	

پاسخ: ۱

۱۲

$$۳x + ۱ = ۱ \Rightarrow ۳x = ۰ \Rightarrow x = \frac{۰}{۳} \Rightarrow x = ۰$$

$$۳x + ۱ = ۳\sqrt{۲} + ۱ \Rightarrow ۳x = ۳\sqrt{۲} \Rightarrow x = \sqrt{۲}$$

$$y = ۳(۱) + ۱ = ۳ + ۱ = ۴$$

$$y = ۳(۲) + ۱ = ۶ + ۱ = ۷$$

$$y = (۲)^۲ + ۱ = ۴ + ۱ = ۵$$

$$y = (۰)^۲ + ۱ = ۰ + ۱ = ۱$$

$$y = (-۱)^۲ + ۱ = ۱ + ۱ = ۲$$

$$x^۲ + ۱ = \frac{۵}{۴} \Rightarrow x^۲ = \frac{۵}{۴} - ۱$$

$$x^۲ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow x = \frac{۱}{۲} \text{ یا } x = -\frac{۱}{۲}$$

x	۱	۲	$\frac{۱}{۲}$ یا $-\frac{۱}{۲}$	۰	-۱	$y = x^۲ + ۱$
y	۲	۵	$\frac{۵}{۴}$	۱	۲	



می‌دانیم مساحت دایره از تساوی $S = \pi \times r^2$ به دست می‌آید. در این رابطه π عددی است ثابت که تقریباً $\pi = 3/14$ در نظر گرفته می‌شود و r شعاع دایره است:

۱- آیا متغیر S تابعی از شعاع دایره است؟
 ۲- آیا محیط دایره نیز تابعی از شعاع است؟
 ۳- کدام متغیر، مستقل و کدام متغیر، وابسته است؟
 ۴- جدول زیر را کامل کنید.

r بر حسب سانتی متر (شعاع)	۱	۱/۵	۲	۳	۴
S بر حسب سانتی متر مربع (مساحت)	π	...	4π
p بر حسب سانتی متر (محیط)	6π	...

۱۳

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی

پاسخ: ۱ - بله

۲- بله $p = 2\pi r$

۳- شعاع (r) متغیر مستقل، محیط p و مساحت S متغیر وابسته

r بر حسب سانتی متر (شعاع)	۱	۱/۵	۲	۳	۴
S بر حسب سانتی متر مربع (مساحت)	π	$2/25\pi$	4π	9π	16π
p بر حسب سانتی متر (محیط)	2π	3π	4π	6π	8π

۴-

آیا مجموعه‌ی زیر یک تابع را مشخص می‌کند.

$$\{(1, 1) \text{ و } (2, 3) \text{ و } (-1, -1) \text{ و } (-2, 5)\}$$

۱۴

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی

پاسخ: ۱ - بله - برای هر x حداکثر یک y وجود دارد.

آیا مجموعه‌ی زیر یک تابع را مشخص می‌کند.

$$\{(0, 0) \text{ و } (2, 1) \text{ و } (3, 2) \text{ و } (-1, 0) \text{ و } (2, -2)\}$$

۱۵

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی

پاسخ: ۱ - خیر - زیرا $x = 2$ دارای دو مقدار y می‌باشد.

آیا مجموعه‌ی زیر یک تابع را مشخص می‌کند.

$$\{(-1, 2)\}$$

۱۶

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی

پاسخ: ۱ - بله - زیرا برای $x = -1$ فقط یک مقدار برای y وجود دارد.

آیا مجموعه‌ی زیر یک تابع را مشخص می‌کند.

$$\{(-1, 0) \text{ و } (0, 1), (2, 3) \text{ و } (\sqrt{-1}, 4)\}$$

۱۷

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی

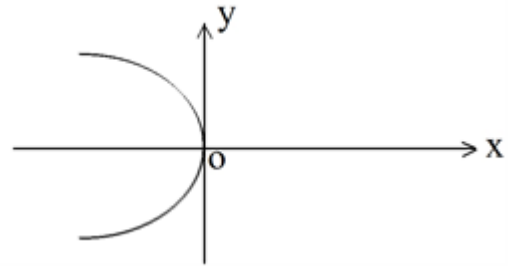
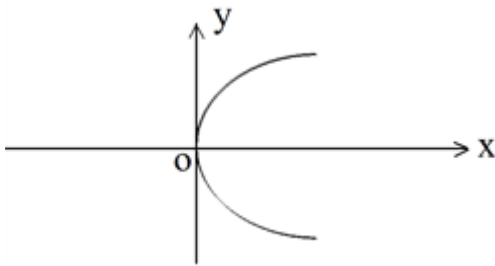
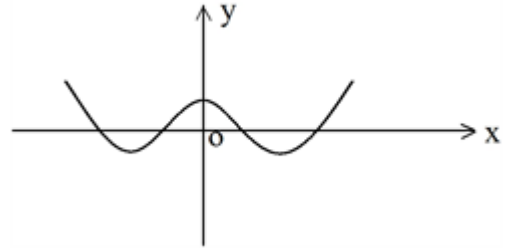
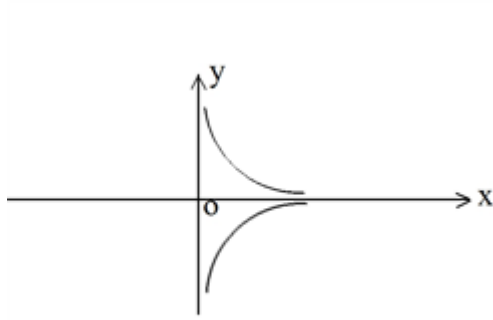
پاسخ: ۱ - خیر - زیرا برای $x = -1$ دو مقدار برای y وجود دارد. $(1, 0), (-1, 4)$



۱۸	<p>هرگاه داشته باشیم $f(-1) = 0$ و $f(-2) = -1$ و $f(-3) = -2$ و $f(0) = -1$ آن‌گاه تابع f را به صورت زوج‌های مرتب نشان دهید.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات</p> <p>پاسخ: ۱ $f = \{(-1, 0), (-2, -1), (-3, -2), (0, -1)\}$</p>
۱۹	<p>آیا مجموعه‌ی زیر تابع است یا نه؟ $f_1 = \{(a, b), (c, d), (a, c)\}$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات</p> <p>پاسخ: ۱ خیر - زیرا دو زوج مرتب (a, b) و (a, c) دارای x های برابرند. (البته اگر بتوان فرض کرد $b = c$ است، رابطه می‌تواند تابع باشد).</p>
۲۰	<p>آیا مجموعه‌ی زیر تابع است یا نه؟ $h = \{(3, 7), (2, 7), (-1, 7)\}$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات</p> <p>پاسخ: ۱ بله - چون هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای یک x یکسان نیستند.</p>
۲۱	<p>آیا مجموعه زیر تابع است یا نه؟ $g = \{(0, 1), (1, 0), (1, -1)\}$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات</p> <p>پاسخ: ۱ خیر - زیرا زوج مرتب‌های $(1, 0)$، $(1, -1)$ دارای x های برابرند.</p>
۲۲	<p>آیا مجموعه‌ی زیر تابع است یا نه؟ $f = \{(2, -1), (3, 7), (4, -1)\}$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات</p> <p>پاسخ: ۱ بله - زیرا دو x برابر در زوج مرتب‌های متمایز نداریم.</p>



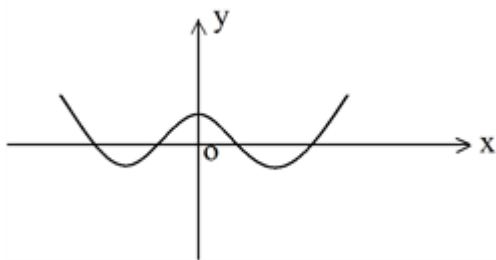
کدام یک از نمودارهای زیر نمودار یک تابع است؟



۲۳

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات

تابع است. زیرا اگر در نمودارهای دیگر خطی موازی



محور

y ها رسم کنیم، نمودار را در دو نقطه قطع می کنند.

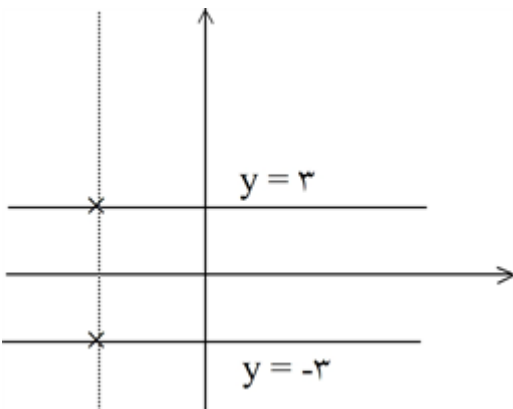
پاسخ: ۱ فقط نمودار

$$y^2 = 9$$

رابطه ی زیر در مجموعه ی اعداد حقیقی تعریف شده است. آیا این رابطه یک تابع است؟

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات

خیر - با توجه به نمودار رابطه، اگر خطی موازی محور y ها رسم کنیم دو بار نمودار را قطع می کند.



۲۴

$$x^2 = a^2$$

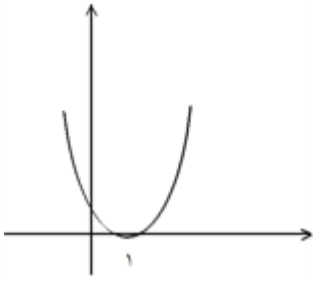
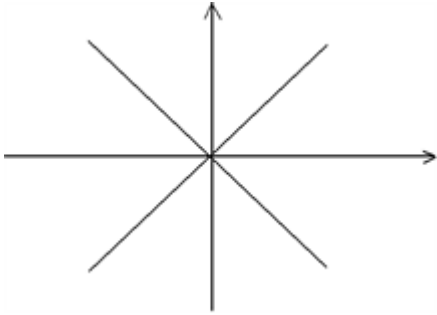
رابطه ی زیر در مجموعه ی اعداد حقیقی تعریف شده است. آیا این رابطه یک تابع است؟

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات

خیر - زیرا به طور مثال دو زوج مرتب $(a, 2)$ ، $(a, 1)$ با a های برابر در رابطه صدق می کنند.

پاسخ: ۱

۲۵

	<p>رابطه‌ی زیر در مجموعه‌ی اعداد حقیقی تعریف شده است. آیا این رابطه یک تابع است؟</p> $y = -\sqrt{x}$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات</p> <p>پاسخ: ۱ بله - فرض کنید (x_1, y_1) و (x_2, y_2) هر دو در رابطه صدق می‌کنند، آنگاه:</p> $\begin{cases} y_1 = -\sqrt{x_1} \\ y_2 = -\sqrt{x_1} \end{cases} \rightarrow y_1 = y_2$ <p>یعنی نمی‌توان دو زوج مرتب متمایز با x های برابر پیدا کرد، پس این رابطه تابع است.</p>	۲۶
	<p>رابطه‌ی زیر در مجموعه‌ی اعداد حقیقی تعریف شده است. آیا این رابطه یک تابع است؟</p> $ x + y = 1$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات</p> <p>پاسخ: ۱ خیر - زیرا دو زوج مرتب $(0, 1)$ و $(0, -1)$ دارای x های برابر در رابطه صدق می‌کنند.</p>	۲۷
	<p>رابطه‌ی زیر در مجموعه‌ی اعداد حقیقی تعریف شده است. آیا این رابطه یک تابع است؟</p> $y = (x - 1)^2$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات</p> <p>پاسخ: ۱ با توجه به نمودار این رابطه، هر خط موازی محور y ها، نمودار را فقط در یک نقطه قطع می‌کند، پس این رابطه تابع است.</p> 	۲۸
	<p>رابطه‌ی زیر در مجموعه‌ی اعداد حقیقی تعریف شده است. آیا این رابطه یک تابع است؟</p> $y^2 = x^2$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات</p> <p>پاسخ: ۱ خیر - زیرا به طور مثال دو زوج مرتب $(4, 4)$ و $(4, -4)$ که دارای x های برابرند در رابطه صدق می‌کنند. البته نمودار رابطه نیز نشان می‌دهد که تابع نیست.</p> 	۲۹

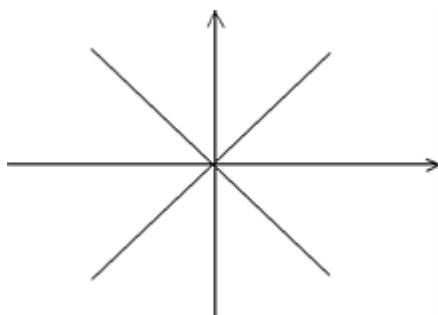


رابطه‌ی زیر در مجموعه اعداد حقیقی تعریف شده است. آیا این رابطه یک تابع است؟

$$|y| = |x|$$

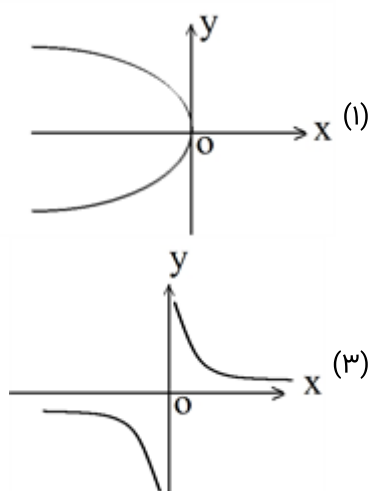
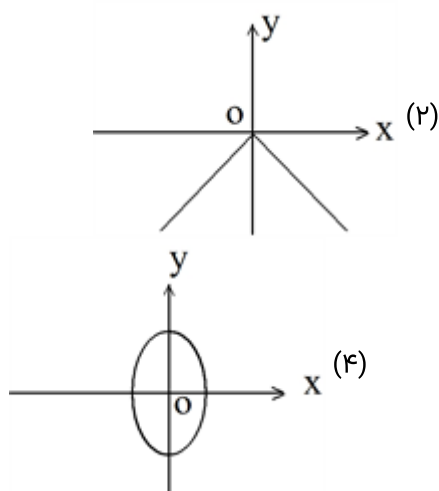
مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات

پاسخ: ۱ خیر - زیرا به طور مثال دو زوج مرتب $(2, 2)$ ، $(2, -2)$ در رابطه صدق می‌کنند که دارای x های برابرند. نمودار رابطه نیز نشان می‌دهد که تابع نیست.



۳۰

کدام یک از اشکال زیر نمودار یک تابع است؟



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات

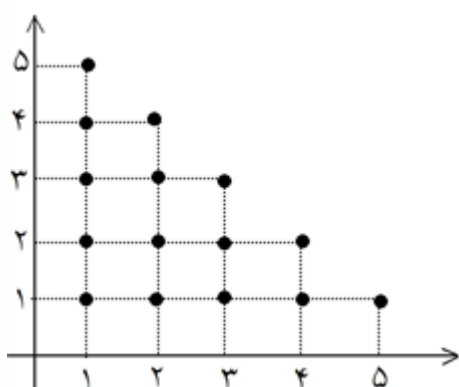
پاسخ: ۱ اگر خطوط موازی محور y ها را رسم کنیم آن‌گاه متوجه می‌شویم در نمودارهای (۱) و (۴) خطی وجود دارد که منحنی را بیش از یک‌بار قطع می‌کنند پس تابع نیستند، یعنی فقط (۲) و (۳) تابع‌اند.

۳۱

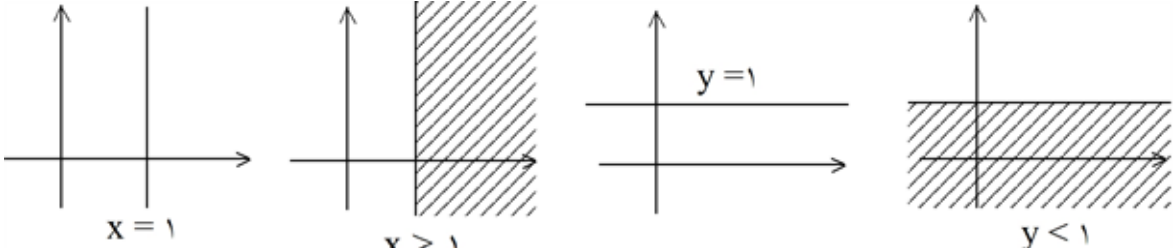
رابطه‌ی $f = \{(x, y) | x + y < 7 \text{ و } x, y \in \mathbb{N}\}$ مفروض است. نمودار آن را رسم کنید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات

پاسخ: ۱ زوج مرتب های f عبارتند از $(1, 5), (1, 4), (1, 3), (1, 2), (1, 1), (2, 4), (2, 3), (2, 2), (2, 1), (3, 3), (3, 2), (3, 1), (4, 2), (4, 1), (5, 1)$



۳۲

	<p>نمودار رابطه‌های $x = 1$, $x > 1$, $y = 1$ و $y < 1$ را در مجموعه اعداد حقیقی رسم کنید. کدام یک تابع است؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات</p>  <p>پاسخ: ۱</p> <p>فقط در نمودار $y = 1$ نمی‌توان دو نقطه با x های برابر پیدا کرد، پس فقط رابطه‌ی $y = 1$ تابع است.</p>	۳۳
	<p>آیا رابطه‌ی R با معادله $x^2 + y^2 = 9$ وقتی $x \in \mathbb{Z}$ یک تابع است؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات</p> <p>پاسخ: ۱ خیر - زیرا به طور مثال اگر $x = 0$ را جایگزین کنیم برای y دو جواب ± 3 به دست می‌آید یعنی هر دو زوج مرتب $(0, 3)$, $(0, -3)$ در رابطه صدق می‌کنند.</p>	۳۴
	<p>آیا رابطه‌ی R با معادله $y^2 = x$ وقتی $x \in \mathbb{Z}$ یک تابع است؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات</p> <p>پاسخ: ۱ خیر، به طور مثال هر دو زوج مرتب $(4, 2)$, $(4, -2)$ که دارای x های برابرند در رابطه صدق می‌کنند.</p>	۳۵
	<p>آیا رابطه‌ی R با معادله $y = x$ وقتی $x \in \mathbb{Z}$ یک تابع است؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات</p> <p>پاسخ: ۱ خیر - زیرا به طور مثال هر دو زوج مرتب $(1, 1)$, $(1, -1)$ که دارای x های برابرند، در رابطه صدق می‌کنند.</p>	۳۶
	<p>کدام یک از رابطه‌های زیر تابع است؟</p> <p>الف) $f = \{(1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$ ب) $g = \{(1, 3), (3, 2), (5, 2)\}$ ج) $h = \{(-1, 2), (-2, 3), (-3, 4), (5, 1), (1, 2)\}$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات</p> <p>پاسخ: ۱ f تابع نیست، چون در دو زوج مرتب $(1, 2)$, $(1, 3)$ ها برابرند ولی g و h تابع‌اند چون هیچ دو زوج مرتب با x های برابر ندارند.</p>	۳۷



	<p>رابطه $f = \{(a, x + y), (b, m^2), (a, m^2 - 1), (b, x - y), (a, 4)\}$ یک تابع است. مقدار $x^2 + y^2$ کدام است؟</p> <p>۱) $2/5$ ۲) $20/5$ ۳) 24 ۴) 42</p> <p>۳۸ پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.</p> <p>سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱</p> $(a, m^2 - 1) = (a, 4) \Rightarrow m^2 - 1 = 4 \Rightarrow m^2 = 5$ $(a, x + y) = (a, 4) \Rightarrow x + y = 4$ $(b, x - y) = (b, m^2) \Rightarrow x - y = m^2 = 5 \Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 5 \end{cases}$ $\Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2}, y = 4 - \frac{9}{2} = \frac{-1}{2} \Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{81}{4} + \frac{1}{4} = \frac{82}{4} = 20/5$	
	<p>فرض کنید تابع f به صورت $f = \{(a, a^2); a = 0, 1, 2\} \cup \{(a, a + b) a, b \in \{0, 1, 2\}\}$ توصیف شده باشد. تعداد عناصر f، کدام است؟</p> <p>۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲</p> <p>۳۹ پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.</p> <p>سراسری-انسانی-۱۴۰۰</p> $(a, a^2) = \{(0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$ $(a, a + b) = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (2, 4)\}$ <p>اجتماع این دو مجموعه ۹ عضو خواهد داشت.</p>	
	<p>رابطه‌ی $\{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (3, m + 2), (m, 4)\}$ به ازای کدام مقدار m، یک تابع است؟</p> <p>۱) -2 ۲) -1 ۳) 2 ۴) هیچ مقدار m</p> <p>۴۰ پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای این که رابطه‌ی $\{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (3, m + 2), (m, 4)\}$ یک تابع باشد، نباید دو (یا چند) زوج مرتب متمایز با مؤلفه‌های اول یکسان در آن رابطه وجود داشته باشند. دقت کنیم اگر در تابعی دو زوج مرتب دارای مؤلفه‌های اول یکسان باشند، باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز مساوی باشند تا آن دو زوج مرتب برابر شده و در واقع تبدیل به یک زوج مرتب شوند. همان طور که مشاهده می‌کنیم در دو زوج مرتب اول و چهارم، مؤلفه‌های اول یکسان می‌باشند. در نتیجه با برابر قرار دادن مؤلفه‌های دوم آن دو، داریم:</p> $m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow$ $\begin{cases} m = -1 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \{(3, 1), (2, 1), (-2, -1), (3, 1), (-1, 4)\} \Rightarrow \text{تابع است} \\ m = 2 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \{(3, 4), (2, 1), (-2, 2), (3, 4), (2, 4)\} \Rightarrow \text{تابع نیست} \end{cases}$ <p>$m = 2$ قابل قبول نمی‌باشد چون به ازای آن دو زوج مرتب دوم و پنجم مؤلفه‌های اول یکسان می‌شوند اما مؤلفه‌های دوم برابر نمی‌شوند.</p>	



دو تابع f و g به صورت مجموعه‌ی زوج‌های مرتب بیان شده‌اند. در حالت کلی کدام رابطه ممکن است تابع نیاشد؟

$$f \circ g \quad \textcircled{۴}$$

$$f - g \quad \textcircled{۳}$$

$$f \cap g \quad \textcircled{۲}$$

$$f \cup g \quad \textcircled{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

پاسخ: ۱ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اجتماع دو تابع ممکن است تابع نباشد، مثلاً اجتماع دو تابع $g = \{(0, 2)\}$ و

$f = \{(0, 1)\}$ تابع نیست زیرا: $f \cup g = \{(0, 1), (0, 2)\}$ است که در آن به ازای $x = 0$ دو مقدار y به

دست آمده است. پس گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. حال به بررسی سایر گزینه‌ها می‌پردازیم:

ترکیب دو تابع همواره تابع است (هم $f \circ g$ ، هم $g \circ f$). به تمام زیرمجموعه‌های یک تابع نیز الزاما تابع‌اند، در

نتیجه $f \cap g$ که زیرمجموعه‌ی تابع f (و هم‌چنین تابع g) می‌باشد هم بی‌شک تابع است. $f - g$ نیز

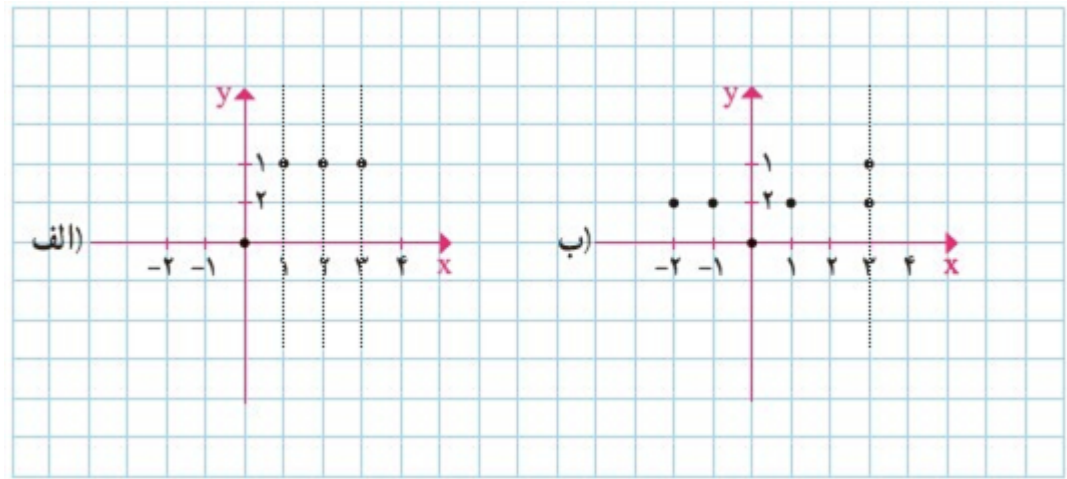
زیرمجموعه‌ی تابع f است پس الزاما تابع است. (توجه کنید که با توجه به گزینه‌های ۱ و ۲ به نظر می‌رسد

منظور $f - g$ عمل تفاضل روی مجموعه‌ها است. اما حتی اگر منظور از $f - g$ یکی از چهار عمل اصلی بین

توابع نیز باشد، باز هم جمع، تفریق، ضرب و تقسیم دو تابع الزاما تولید می‌کند)

۴۱





(ب) تابع نیست.

(الف) تابع است.

$$(2, x + y) = (2, 4) \Rightarrow x + y = 4$$

$$(5, 2) = (5, x - y) \Rightarrow x - y = 2$$

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases} \text{ لا}$$

$$2x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{2} \Rightarrow x = 3$$

$$3 + y = 4 \Rightarrow y = 4 - 3 \Rightarrow y = 1$$

$$x^2 + y^2 = (3)^2 + (1)^2 = 9 + 1 = 10 \Rightarrow f = \{(2, 4), (5, 2), (3, 4)\}$$

(الف) تابع است از هر عضو یک پیکان خارج شده است.

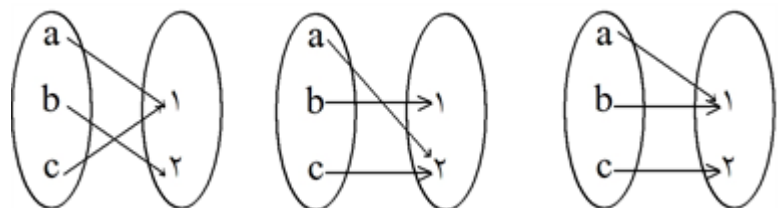
(ب) تابع نیست از عدد ۲ دو پیکان خارج شده است.

(پ) تابع نیست زیرا دو زوج مرتب متمایز دارای مولفه‌ی اول برابر هستند.

$$f = \{(2, 1), (3, 2), (5, 1)\}$$

(ت) تابع است زیرا به هر شخص یک شماره‌ی ملی نسبت داده می‌شود.

$$f = \{(2, 3), (2, 5), (3, 7), (4, 5)\} \text{ یا } f = \{(2, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 5)\}$$



باید d' یا d حذف شود تا نمودار پیکانی نمودار یک تابع شود.

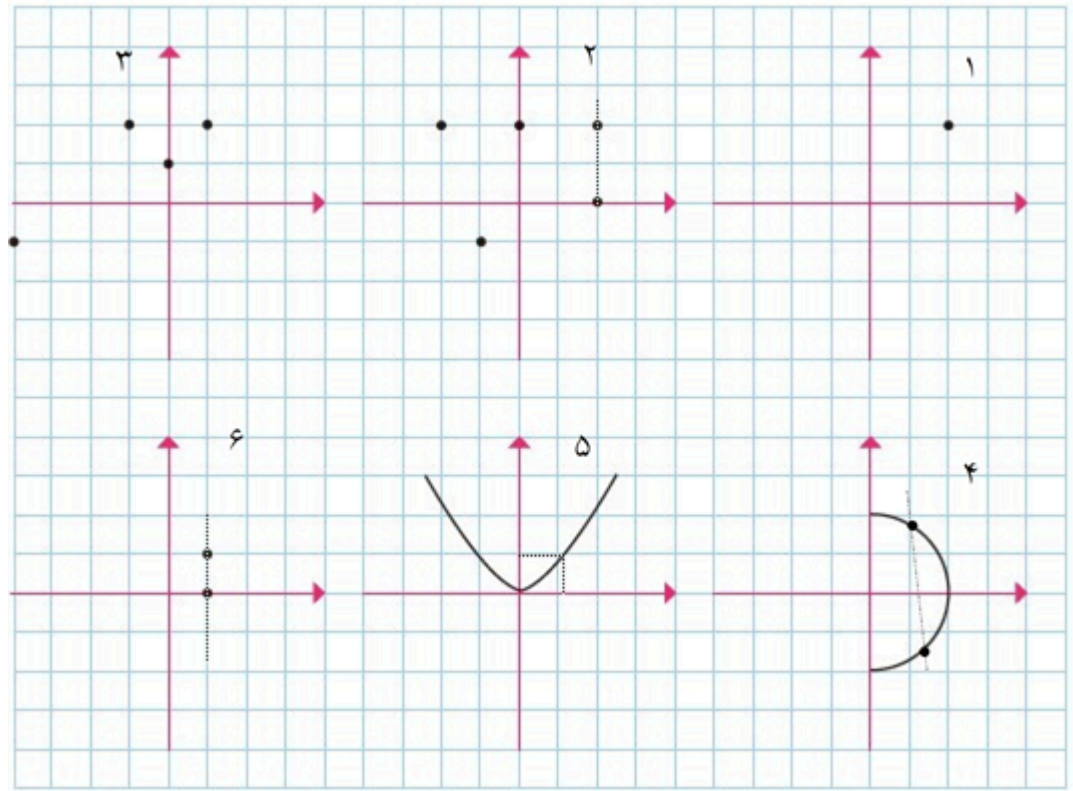
نکته: اگر c' حذف شود c به هیچ عضو وصل نمی‌شود و باز هم نمودار یک تابع نخواهد بود.

(الف) تابع نیست. یک شهر ممکن است چند سوغاتی داشته باشد.

(ب) تابع است. هر فرد یک روز تولد دارد.

(پ) تابع نیست. چون ممکن است یک شهر چند نماینده داشته باشد.

(ت) تابع است. زیرا هر مسلمان یک قبله دارد.



نمودار ۱: تابع است. چون یک x به یک y نسبت داده شده است.
 نمودار ۲: تابع نیست. چون یک x به دو y نسبت داده شده است.
 نمودار ۳: تابع است. چون هر x به یک y نسبت داده شده است.
 نمودار ۴: تابع نیست. چون یک x به دو y نسبت داده شده است.
 نمودار ۵: تابع است. چون هر x به یک y نسبت داده شده است.
 نمودار ۶: تابع نیست. چون یک x به دو y نسبت داده شده است.

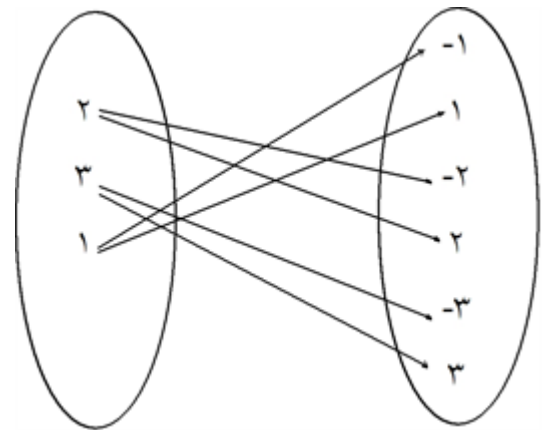
الف) $F = \{(2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3)\}$ تابع است.

ب) $G = \{(4, 1), (2, -1), (1, -1), (4, 2)\}$ تابع نیست.

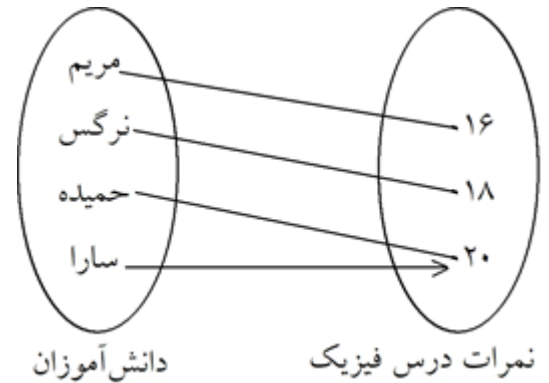
پ) $H = \{(2, 3)\}$ تابع است.

ت) $I = \{(3, 3)\}$ تابع است.

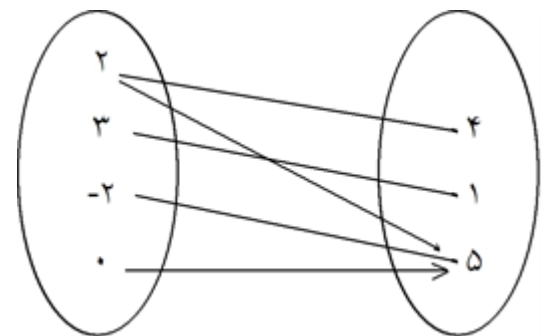
ث) $J = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 4)\}$ تابع نیست.



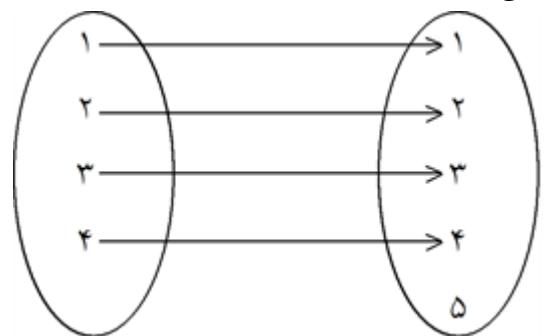
تابع نیست زیرا به هر عضو از مجموعه اول دو عضو از مجموعه‌ی دوم نسبت داده شده است.



تابع است زیرا به هر فرد یک نمره نسبت داده شده است.



تابع نیست زیرا به یک عضو از مجموعه اول دو عضو از مجموعه‌ی دوم نسبت داده شده است.

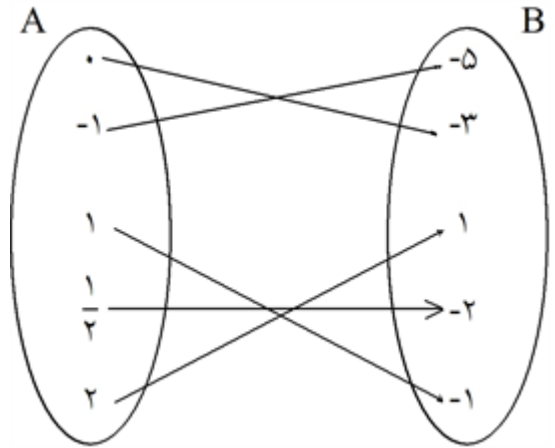


تابع است زیرا به هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک عضو از مجموعه دوم نسبت داده شده است.



x	-1	•	$\frac{1}{2}$	1	2	$y = 2x - 3$
y	-5	-3	-2	-1	1	
(x, y)	$(-1, -5)$ C	$(•, -3)$ D	$(\frac{1}{2}, -2)$ E	$(1, -1)$ F	$(2, 1)$ G	

۱۱



$$y = 2(•) - 3 = • - 3 = -3 \Rightarrow (•, -3)$$

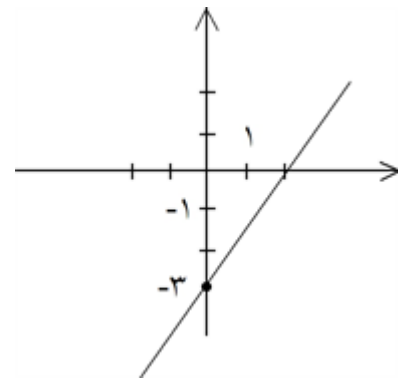
$$y = 2(1) - 3 = 2 - 3 = -1 \Rightarrow (1, -1)$$

$$D: y = 2(•) - 3 = • - 3 = -3$$

$$E: y = 2\left(\frac{1}{2}\right) - 3 = 1 - 3 = -2$$

$$F: y = 2(1) - 3 = 2 - 3 = -1$$

$$G: y = 2(2) - 3 = 4 - 3 = 1$$



x	-۱	۰	$\frac{۲}{۳}$	۱	$\sqrt{۲}$	۲	$y = ۳x + ۱$
y	-۲	۱	۳	۴	$۳\sqrt{۲} + ۱$	۷	
(x, y)	(-۱, -۲)	(۰, ۱)	$(\frac{۲}{۳}, ۳)$	(۱, ۴)	$(\sqrt{۲}, ۳\sqrt{۲} + ۱)$	(۲, ۷)	

۱۲

$$۳x + ۱ = ۱ \Rightarrow ۳x = ۰ \Rightarrow x = \frac{۰}{۳} \Rightarrow x = ۰$$

$$۳x + ۱ = ۳\sqrt{۲} + ۱ \Rightarrow ۳x = ۳\sqrt{۲} \Rightarrow x = \sqrt{۲}$$

$$y = ۳(۱) + ۱ = ۳ + ۱ = ۴$$

$$y = ۳(۲) + ۱ = ۶ + ۱ = ۷$$

$$y = (۲)^۲ + ۱ = ۴ + ۱ = ۵$$

$$y = (۰)^۲ + ۱ = ۰ + ۱ = ۱$$

$$y = (-۱)^۲ + ۱ = ۱ + ۱ = ۲$$

$$x^۲ + ۱ = \frac{۵}{۴} \Rightarrow x^۲ = \frac{۵}{۴} - ۱$$

$$x^۲ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow x = \frac{۱}{۲} \text{ یا } x = -\frac{۱}{۲}$$

x	۱	۲	$\frac{۱}{۲}$ یا $-\frac{۱}{۲}$	۰	-۱	$y = x^۲ + ۱$
y	۲	۵	$\frac{۵}{۴}$	۱	۲	

۱۳ -۱- بله

۲- بله $p = ۲\pi$

۳- شعاع (r) متغییر مستقل، محیط p و مساحت S متغیر وابسته

۴	۳	۲	$۱/۵$	۱	۲ بر حسب سانتی متر (شعاع)
۱۶π	۹π	۴π	$۲/۲۵\pi$	π	۴- S بر حسب سانتی متر مربع (مساحت)
۸π	۶π	۴π	۳π	۲π	p بر حسب سانتی متر (محیط)

۱۴- بله - برای هر x حداکثر یک y وجود دارد.

۱۵- خیر - زیرا $x = ۲$ دارای دو مقدار y می باشد.۱۶- بله - زیرا برای $x = -۱$ فقط یک مقدار برای y وجود دارد.۱۷- خیر - زیرا برای $x = -۱$ دو مقدار برای y وجود دارد. $(۱, ۰), (-۱, ۴)$

$$f = \{(-۱, ۰), (-۲, -۱), (-۳, -۲), (۰, -۱)\}$$

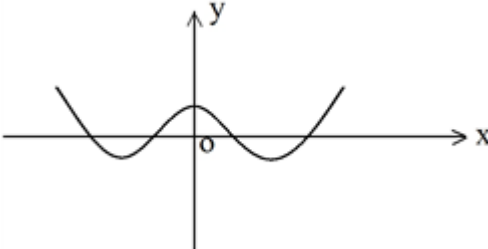
۱۸

۱۹ خیر - زیرا دو زوج مرتب (a, b) و (a, c) دارای x های برابرند. (البته اگر بتوان فرض کرد $b = c$ است، رابطه می‌تواند تابع باشد).

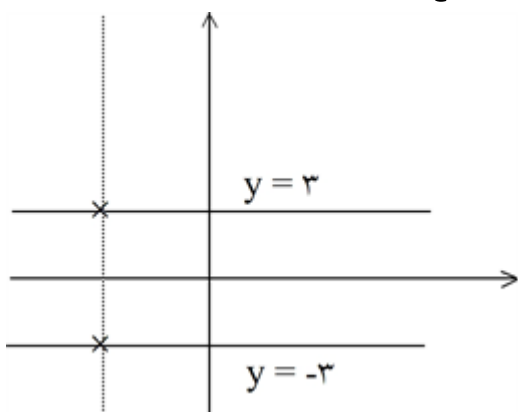
۲۰ بله - چون هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای یک x یکسان نیستند.

۲۱ خیر - زیرا زوج مرتب‌های $(1, 0)$, $(1, -1)$ دارای x های برابرند.

۲۲ بله - زیرا دو x برابر در زوج مرتب‌های متمایز نداریم.

۲۳ فقط نمودار  تابع است. زیرا اگر در نمودارهای دیگر خطی موازی محور y ها رسم کنیم، نمودار را در دو نقطه قطع می‌کنند.

۲۴ خیر - با توجه به نمودار رابطه، اگر خطی موازی محور y ها رسم کنیم دو بار نمودار را قطع می‌کند.



۲۵ خیر - زیرا به طور مثال دو زوج مرتب $(a, 1)$, $(a, 2)$ با a های برابر در رابطه صدق می‌کنند.

۲۶ بله - فرض کنید (x_1, y_1) و (x_1, y_2) هردو در رابطه صدق می‌کنند، آنگاه :

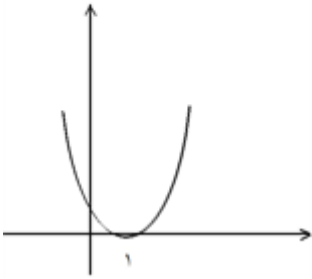
$$\begin{cases} y_1 = -\sqrt{x_1} \\ y_2 = -\sqrt{x_1} \end{cases} \rightarrow y_1 = y_2$$

یعنی نمی‌توان دو زوج مرتب متمایز با x های برابر پیدا کرد، پس این رابطه تابع است.

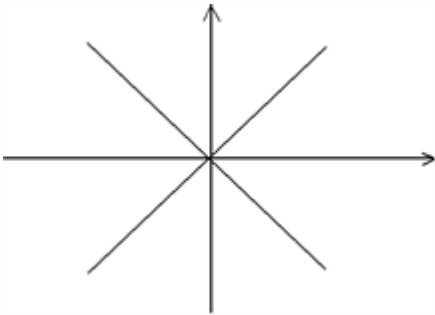
۲۷ خیر - زیرا دو زوج مرتب $(0, 1)$ و $(0, -1)$ دارای x های برابر در رابطه صدق می‌کنند.



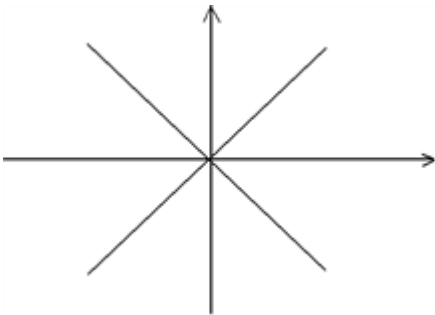
با توجه به نمودار این رابطه، هر خط موازی محور y ها، نمودار را فقط در یک نقطه قطع می‌کند، پس این رابطه تابع است.



خیر - زیرا به طور مثال دو زوج مرتب $(4, 4)$ و $(4, -4)$ که دارای x های برابرند در رابطه صدق می‌کنند. البته نمودار رابطه نیز نشان می‌دهد که تابع نیست.



خیر - زیرا به طور مثال دو زوج مرتب $(2, 2)$ و $(2, -2)$ در رابطه صدق می‌کنند که دارای x های برابرند. نمودار رابطه نیز نشان می‌دهد که تابع نیست.

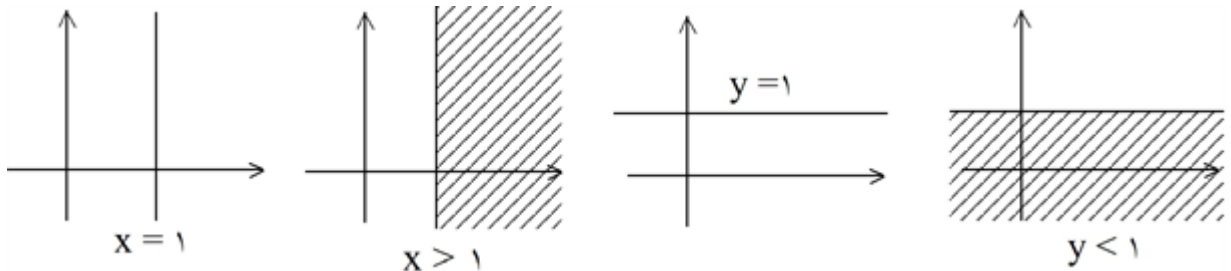
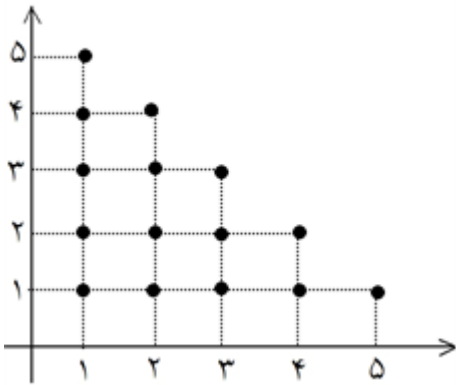


اگر خطوط موازی محور y ها را رسم کنیم آنگاه متوجه می‌شویم در نمودارهای (۱) و (۴) خطی وجود دارد که منحنی را بیش از یک بار قطع می‌کند پس تابع نیستند، یعنی فقط (۲) و (۳) تابع‌اند.



۳۲

زوج مرتب های f عبارتند از $(1, 5), (1, 4), (1, 3), (1, 2), (1, 1), (2, 4), (2, 3), (2, 2), (2, 1), (3, 3), (3, 2), (3, 1), (4, 2), (4, 1), (5, 1)$



۳۳

فقط در نمودار $y = 1$ نمی‌توان دو نقطه با x های برابر پیدا کرد، پس فقط رابطه‌ی $y = 1$ تابع است.

۳۴

خیر - زیرا به طور مثال اگر $x = 0$ را جایگزین کنیم برای y دو جواب ± 3 به دست می‌آید یعنی هر دو زوج مرتب $(0, 3), (0, -3)$ در رابطه صدق می‌کنند.

۳۵

خیر، به طور مثال هر دو زوج مرتب $(4, 2), (4, -2)$ که دارای x های برابرند در رابطه صدق می‌کنند.

۳۶

خیر - زیرا به طور مثال هر دو زوج مرتب $(1, 1), (1, -1)$ که دارای x های برابرند، در رابطه صدق می‌کنند.

۳۷

f تابع نیست، چون در دو زوج مرتب $(1, 2), (1, 3)$ ، x ها برابرند ولی g و h تابع‌اند چون هیچ دو زوج مرتب با x های برابر ندارند.

۳۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(a, m^x - 1) = (a, 4) \Rightarrow m^x - 1 = 4 \Rightarrow m^x = 5$$

$$(a, x + y) = (a, 4) \Rightarrow x + y = 4$$

$$(b, x - y) = (b, m^x) \Rightarrow x - y = m^x = 5 \Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2}, y = 4 - \frac{9}{2} = \frac{-1}{2} \Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{81}{4} + \frac{1}{4} = \frac{82}{4} = 20.5$$

۳۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(a, a^x) = \{(0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$$

$$(a, a + b) = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (2, 4)\}$$

اجتماع این دو مجموعه ۹ عضو خواهد داشت.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای این که رابطه‌ی $\{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$ یک تابع باشد، نباید دو (یا چند) زوج مرتب متمایز با مؤلفه‌های اول یکسان در آن رابطه وجود داشته باشند. دقت کنیم اگر در تابعی دو زوج مرتب دارای مؤلفه‌های اول یکسان باشند، باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز مساوی باشند تا آن دو زوج مرتب برابر شده و در واقع تبدیل به یک زوج مرتب شوند. همان‌طور که مشاهده می‌کنیم در دو زوج مرتب اول و چهارم، مؤلفه‌های اول یکسان می‌باشند. در نتیجه با برابر قرار دادن مؤلفه‌های دوم آن دو، داریم:

$$m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m = -1 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \{(3, 1), (2, 1), (-2, -1), (3, 1), (-1, 4)\} \Rightarrow \text{تابع است} \\ m = 2 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \{(3, 4), (2, 1), (-2, 2), (3, 4), (2, 4)\} \Rightarrow \text{تابع نیست} \end{cases}$$

$m = 2$ قابل قبول نمی‌باشد چون به ازای آن دو زوج مرتب دوم و پنجم مؤلفه‌های اول یکسان می‌شوند اما مؤلفه‌های دوم برابر نمی‌شوند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اجتماع دو تابع ممکن است تابع نباشد، مثلاً اجتماع دو تابع $g = \{(0, 2)\}$ و $f = \{(0, 1)\}$ تابع نیست زیرا: $f \cup g = \{(0, 1), (0, 2)\}$ است که در آن به ازای $x = 0$ دو مقدار y به دست آمده است. پس گزینه ۱ پاسخ صحیح است. حال به بررسی سایر گزینه‌ها می‌پردازیم:

ترکیب دو تابع همواره تابع است (هم $f \circ g$ ، هم $g \circ f$). به تمام زیرمجموعه‌های یک تابع نیز الزاماً تابع‌اند، در نتیجه $f \cap g$ که زیرمجموعه‌ی تابع f (و همچنین تابع g) می‌باشد هم بی‌شک تابع است. $f - g$ نیز زیرمجموعه‌ی تابع f است پس الزاماً تابع است. (توجه کنید که با توجه به گزینه‌های ۱ و ۲ به نظر می‌رسد منظور $f - g$ عمل تفاضل روی مجموعه‌ها است. اما حتی اگر منظور از $f - g$ یکی از چهار عمل اصلی بین توابع نیز باشد، باز هم جمع، تفریق، ضرب و تقسیم دو تابع الزاماً تولید می‌کند)

پاسخنامه کلیدی

۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴