



زمان آزمون :

نام درس :

نام آموزشگاه :

عنوان آزمون : ریاضی انسانی ۱۰-۲-درس تاریخ برگزاری

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

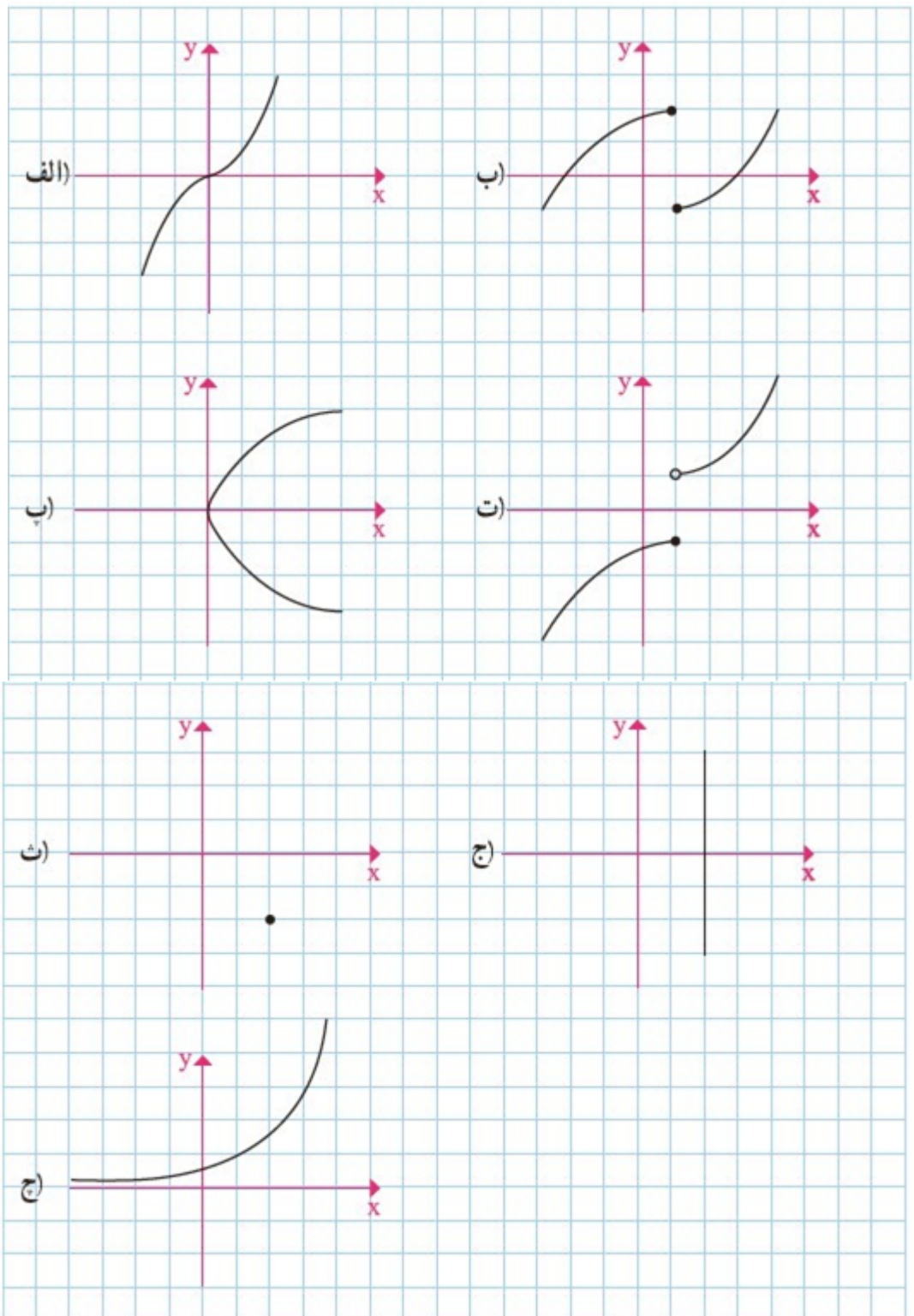
لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید

بارم

ردیف



کدام نمودار، نمایش یک تابع می‌باشد؟ چرا؟



(ب) تابع نیست.
(ت) تابع است.
(ج) تابع نیست.

پاسخ: ۱ الف) تابع است.
پ) تابع نیست.
ث) تابع است.
ج) تابع است.



| | | |
|--|--|---|
| | <p>تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۴ را نسبت می‌دهد. f کدام تابع است؟ حاصل $f(3)$ را بیابید.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>(الف) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = 2(x-4)^3$</p> <p>(پ) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = 2x^3 - 4$</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>(ب) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = 2\sqrt{x-4}$</p> <p>(ت) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = 2\sqrt{x} - 4$</p> </div> </div> <p>پاسخ: ۱ گزینه پ درست است.</p> <p>$f(3) = 2(3)^3 - 4 = 2(27) - 4 = 54 - 4 = 50$</p> | ۲ |
| | <p>اگر تابع $f(x) = \frac{2x+1}{3}$ را داشته باشیم و $f(a) = 3$ باشد، مقدار a کدام است؟</p> <p>پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به کمک ضابطه تابع و با جایگذاری مقدار a در ضابطه داریم:</p> $f(a) = 3 \Rightarrow \frac{2a+1}{3} = 3 \Rightarrow 2a+1 = 9 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = \frac{8}{2} = 4$ | ۳ |
| | <p>اگر داشته باشیم $\begin{cases} f: \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow B \\ x \rightarrow \sqrt{x^2 - 1} \end{cases}$ در این صورت B کدام است؟</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>(۱) $B = \{3, 8, 15, 24\}$</p> <p>(۳) $B = \{\sqrt{3}, \sqrt{8}, 4, 5\}$</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>(۲) $B = \{\sqrt{5}, \sqrt{10}, \sqrt{17}, \sqrt{26}\}$</p> <p>(۴) $B = \{\sqrt{3}, \sqrt{8}, \sqrt{15}, \sqrt{24}\}$</p> </div> </div> <p>پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با جایگذاری اعضای دامنه در ضابطه تابع داریم:</p> $\begin{aligned} f(2) &= \sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3} \\ f(3) &= \sqrt{3^2 - 1} = \sqrt{9 - 1} = \sqrt{8} \\ f(4) &= \sqrt{4^2 - 1} = \sqrt{16 - 1} = \sqrt{15} \\ f(5) &= \sqrt{5^2 - 1} = \sqrt{25 - 1} = \sqrt{24} \end{aligned}$ <p>بنابراین $B = \{\sqrt{3}, \sqrt{8}, \sqrt{15}, \sqrt{24}\}$ است.</p> | ۴ |
| | <p>اگر روابط $f = \{(2, 5), (3, 7), (4, -1)\}$ و $g = \{(1, -1), (2, 7), (3, 6)\}$ تابع باشند، حاصل $\frac{f(3) \times g(3)}{f(4) + g(2)}$ کدام است؟</p> <p>پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به روابط داده‌شده، داریم:</p> $f(3) = 7, f(4) = -1, g(3) = 6, g(2) = 7$ $\frac{f(3) \times g(3)}{f(4) + g(2)} = \frac{(7)(6)}{-1 + 7} = \frac{(7)(6)}{6} = 7$ <p>با جایگذاری مقادیر داده‌شده داریم:</p> | ۵ |



اگر $f : A \rightarrow B$ و $f(x) = \sqrt{2x+3}$ باشد، آنگاه B شامل چند عدد صحیح است؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴)

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با جایگذاری مقادیر دامنه در تابع داریم:

$$f(1) = \sqrt{5} \notin Z, f(2) = \sqrt{7} \notin Z, f(3) = \sqrt{9} = 3 \in Z$$

$$, f(11) = \sqrt{25} = 5 \in Z, f(12) = \sqrt{27} \notin Z$$

بنابراین تنها دو عضو B ، اعداد صحیح هستند.

اگر $f : A \rightarrow B$ و $f(x) = x^2 - 1$ باشد، مجموعه B چند عضو دارد؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴)

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با جایگذاری مقادیر داده شده در مجموعه A ، مجموعه B به دست می‌آید؛ بنابراین داریم:

$$f(-1) = (-1)^2 - 1 = 0, f(0) = 0^2 - 1 = -1, f(1) = 1^2 - 1 = 0, f(3) = 3^2 - 1 = 8$$

بنابراین مجموعه $B = \{-1, 0, 8\}$ است، پس B سه عضو دارد.

سه نفر می‌خواهند زمین مستطیل شکلی را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و حصارکشی کنند، به طوری که یک حصار مشترک بین دو قسمت کشیده شود. اگر کمترین حصارکشی ۱۹۰ متر باشد، ضابطه جبری مساحت زمین کدام است؟

$$S(x) = 190x - x^2 \text{ و } 0 < x < 95 \quad (۲) \quad S(x) = 95x - 2x^2 \text{ و } 0 < x < 47/5 \quad (۱)$$

$$S(x) = 190x - x^2 \text{ و } 0 < x < 47/5 \quad (۴) \quad S(x) = 95x - 2x^2 \text{ و } 0 < x < 95 \quad (۳)$$

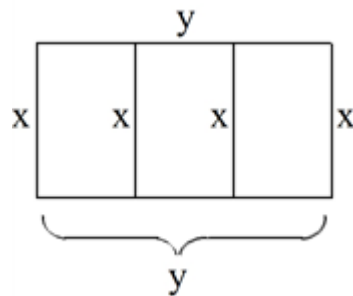
پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow 4x + 2y = 190 \Rightarrow 2y = 190 - 4x \Rightarrow y = 95 - 2x$$

$$95 - 2x > 0 \Rightarrow x < 47/5$$

x مثبت است

$$\longrightarrow 0 < x < 47/5$$



$$S = xy \Rightarrow S(x) = x(95 - 2x) = 95x - 2x^2$$

| | | |
|--|---|----|
| | <p>رابطه $f = \{(m + 3n, 2t), (-2, n^2 + 2n), (1 - 3m, 8)\}$ یک تابع ثابت با دامنه دو عضوی است. اگر m و n عضوی از اعداد طبیعی باشند، مجموع دو عضو دامنه چقدر است؟</p> <p>۱) ۲۳ ۲) ۲۱ ۳) ۵ ۴) ۳</p> <p>پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.</p> <p>$f = \{(m + 3n, 2t), (-2, n^2 + 2n), (1 - 3m, 8)\}$</p> <p>چون تابع f ثابت است پس:</p> $n^2 + 2n = 8 \Rightarrow n^2 + 2n - 8 = 0 \Rightarrow (n + 4)(n - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -4 & \text{غ ق ق} \\ n = 2 & \text{ق ق} \end{cases}$ <p>چون n عددی طبیعی است، پس فقط $n = 2$ قابل قبول است.</p> <p>$2t = 8 \Rightarrow f = \{(m + 6, 8), (-2, 8), (1 - 3m, 8)\}$</p> <p>دو تا از زوج مرتب‌های بالا با هم برابرند.</p> <p>$m + 6 = 1 - 3m \Rightarrow m = -\frac{5}{4}$ (غ ق ق m طبیعی باید باشد)</p> <p>$m + 6 = -2 \Rightarrow m = -8$ (غ ق ق m طبیعی باید باشد)</p> <p>$1 - 3m = -2 \Rightarrow 3 = 3m \Rightarrow m = 1$ (ق ق ق $f = \{(7, 8), (-2, 8)\}$)</p> <p>$\Rightarrow \text{مجموع اعضای دامنه} = 7 - 2 = 5$</p> | ۹ |
| | <p>اگر $f = \{(1, x - 2y), (2, 3), (9, 5), (1, -7), (9, x + y)\}$ یک تابع باشد، مقدار $x^2 + y^2$ چند برابر $-x - 4y$ است؟</p> <p>۱) ۲ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۲</p> <p>پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زوج مرتب‌هایی که مولفه اول یکسانی دارند، می‌بایست مؤلفه دوم آنها نیز برابر باشد:</p> $\begin{cases} x - 2y = -7 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \text{تفاضل: } 3y = 12 \Rightarrow y = 4, x = 1 \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{-x - 4y} = \frac{17}{-17} = -1$ | ۱۰ |
| | <p>معادله‌ی خطی که از مبدأ مختصات، بر خط گذرا بر دو نقطه‌ی $(0, 3)$ و $(6, 0)$ عمود شود، کدام است؟</p> <p>۱) $y = 2x$ ۲) $y = -2x$ ۳) $2y + x = 0$ ۴) $2y - x = 0$</p> <p>پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.</p> <p>$m_1 = \frac{3 - 0}{0 - 6} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m_2 = 2$</p> <p>$y = m_2 x \Rightarrow y = 2x$</p> | ۱۱ |



اگر $f(x) = x^2 + |2x|$ باشد، $f(1 - \sqrt{2}) - f\left(-\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad \text{۴}$$

$$\frac{1}{4} \quad \text{۳}$$

$$-\frac{1}{4} \quad \text{۲}$$

$$-\frac{3}{4} \quad \text{۱}$$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۲

$$f(1 - \sqrt{2}) = (1 - \sqrt{2})^2 + |2(1 - \sqrt{2})| = 1 - 2\sqrt{2} + 2 + 2 - 2\sqrt{2} = 1$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left|2\left(-\frac{1}{2}\right)\right| = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

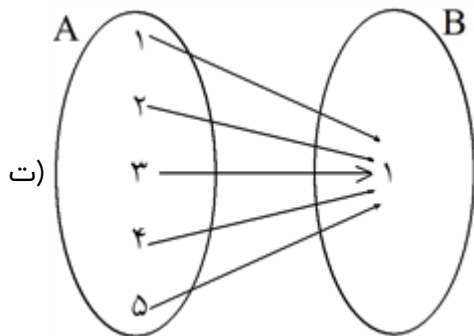
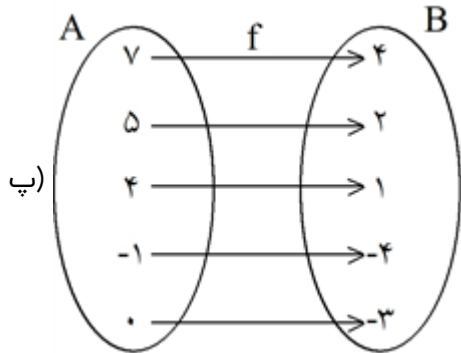
$$1 - \frac{5}{4} = -\frac{1}{4}$$

دامنه و برد هریک از تابع‌های زیر را مشخص کنید.

الف) $f: A \rightarrow B \quad R_f = \{2, 3, 4, 5, \dots\}$

$f(x) = x + 4 \quad A = \{2, \dots, \dots, \dots, \dots\}$

ب) $f = \{(1, -1), (2, -2), (3, -3), (4, -4), (\sqrt{2}, -\sqrt{2})\}$



ث) $f = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), (\sqrt{2}, \sqrt{2}), (0, 0)\}$

الف) $D_f = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ و $R_f = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

ب) $D_f = \{1, 2, 3, 4, \sqrt{2}\}$ و $R_f = \{-1, -2, -3, -4, -\sqrt{2}\}$

پ) $D_f = \{0, -1, 4, 5, 7\}$ و $R_f = \{1, 2, -3, -4, 4\}$

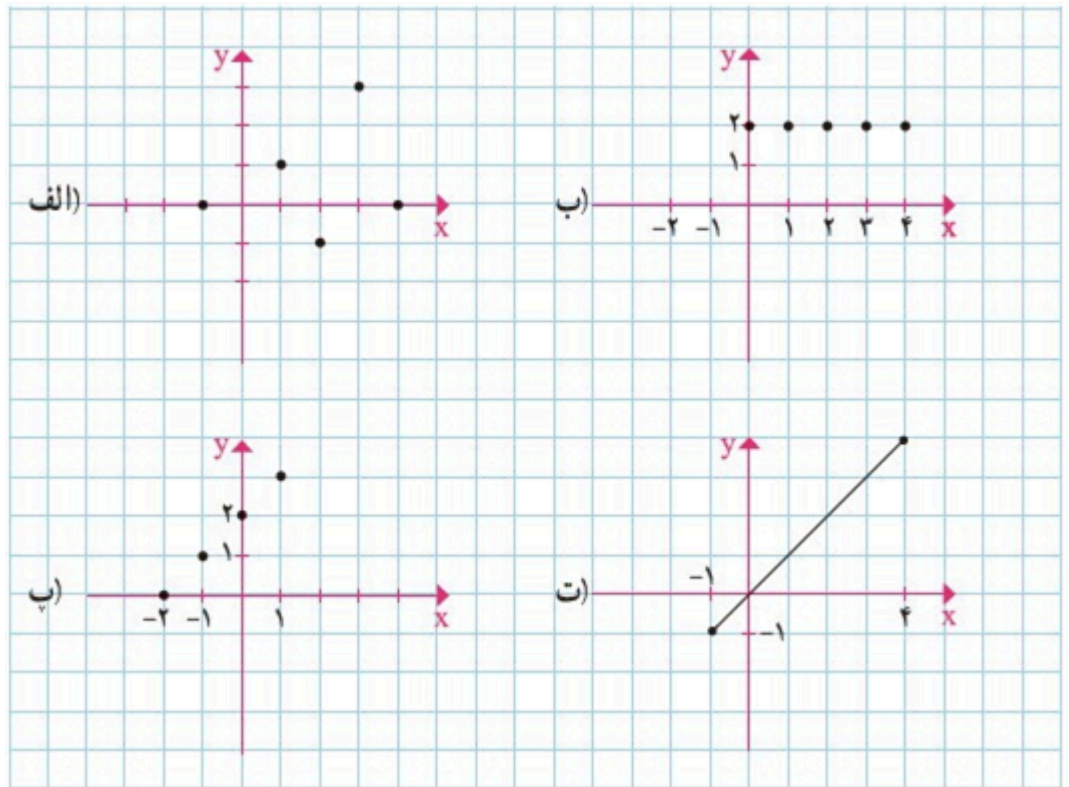
ت) $D_f = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $R_f = \{1\}$

ث) $D_f = \{0, 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \sqrt{2}\}$ و $R_f = \{0, 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \sqrt{2}\}$

پاسخ: ۱

۱۳

برای هریک از توابع زیر، دامنه و بُرد را مشخص کنید و در صورت امکان ضابطه‌ی هر تابع را بنویسید.



۱۴

پاسخ: ۱

$$\text{الف) } f = \{(-1, 0)(1, 1)(2, -1)(3, 3)(4, 0)\} \Rightarrow D_f = \{-1, 1, 2, 3, 4\}$$

$$R_f = \{0, 1, -1, 3\}$$

$$\text{ب) } f = \{(0, 2)(1, 2)(2, 2)(3, 2)(4, 2)\} \Rightarrow D_f = \{0, 1, 2, 3, 4\} \Rightarrow f(x) = 2 \text{ ضابطه}$$

$$R_f = \{2\}$$

$$\text{ج) } f = \{(-2, 0)(-1, 1)(0, 2)(1, 3)\} \Rightarrow D_f = \{-2, -1, 0, 1\} \Rightarrow f(x) = x + 2$$

$$R_f = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$\text{د) } D_f = [-1, 4] \Rightarrow f(x) = x \text{ ضابطه تابع}$$

$$R_f = [-1, 4]$$

