



۱ نمودار تابع خطی  $f$  از نقطه  $(۱, ۵)$  می‌گذرد و  $f(۲) = ۸$  است. ضابطه آن را مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳

۲ یک شرکت برای تولید  $x$  کالا،  $C(x) = ۳۰۰۰ + ۵۰x$  تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۷۰ تومان می‌فروشد. الف) تابع سود را تعیین و نمودار آن را رسم کنید. ب) این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی

۳ رابطه بین درجه‌ی دما برحسب سانتی‌گراد و فارنهایت به صورت  $F = \frac{9}{5}C + ۳۲$  است. دمای یک جسم ۲۰ درجه‌ی سانتی‌گراد بالا رفته است. دمای آن برحسب فارنهایت چه قدر افزایش داشته است؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی

۴ نمودار یک تابع خطی از مبدأ می‌گذرد و  $f(۲) = ۷$  است. در این صورت اختلاف  $f(۰/۱)$  و  $f(-۰/۱)$  را به دست آورید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی

۵ نمودار تابعی خطی را رسم کنید که دامنه‌ی آن برابر  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid ۰ \leq x \leq ۱۰\}$  و از نقطه  $M \left( \frac{۵}{۶} \right)$  بگذرد.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی

۶ در تابع خطی  $f$  داریم  $f(۱) = ۵$  و  $f(۲) = ۸$ ، مقادیر  $f(-۳)$  و  $f(۵)$  را بیابید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی

۷ ضابطه‌ی تابع خطی  $f$  را که از نقاط  $(۲, ۳)$  و  $(۴, ۱)$  می‌گذرد، مشخص کنید و نمودار آن را رسم نمایید.

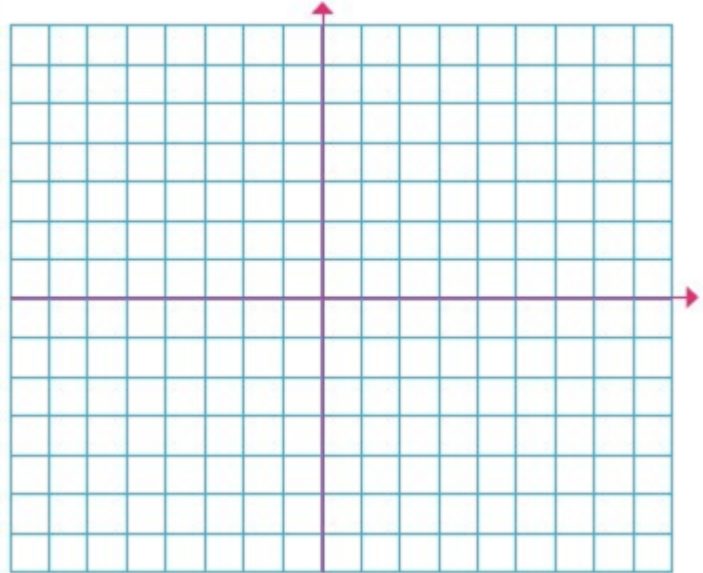
مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی

۸ مقادیر  $m$  و  $n$  را چنان بیابید تا در تابع با ضابطه  $f(x) = mx + n$  داشته باشیم:  $f(۲) = ۴$  و  $f(۱) = ۱$ .

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی



اگر نمودار تابع خطی  $f$  از مبدأ عبور کرده و  $f(-1) = 2$  باشد، نمودار و ضابطه‌ی تابع  $f$  را مشخص کنید.



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی

ضابطه‌ی تابع محیط مستطیل‌هایی را که طول آن‌ها ۴ واحد بیش‌تر از عرض آن‌ها است، برحسب عرض آن بنویسید و نشان دهید یک تابع خطی است.  
- آیا تابع مساحت آن‌ها نیز یک تابع خطی است؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی

جدول زیر رابطه‌ی بین عمق و دمای سنگ‌ها را در زیرزمین نشان می‌دهد.  $x$  معرف عمق (برحسب کیلومتر) و  $y$  معرف دما (برحسب سانتی‌گراد) است.

$x$	۲	۴
$y$	۷۵	۱۸۵

اگر دمای سنگ‌ها تابع خطی برحسب عمق باشد، ابتدا جدول زیر را کامل کنید و به کمک آن تابع  $y = f(x)$  را مشخص نموده سپس تعیین کنید در چه عمقی دما به ۴۴۰ درجه سانتی‌گراد می‌رسد؟

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ : شیب خط	معادله خط یا ضابطه ی تابع $y = f(x) = mx + h$	$f(1)$	$f(2)$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی

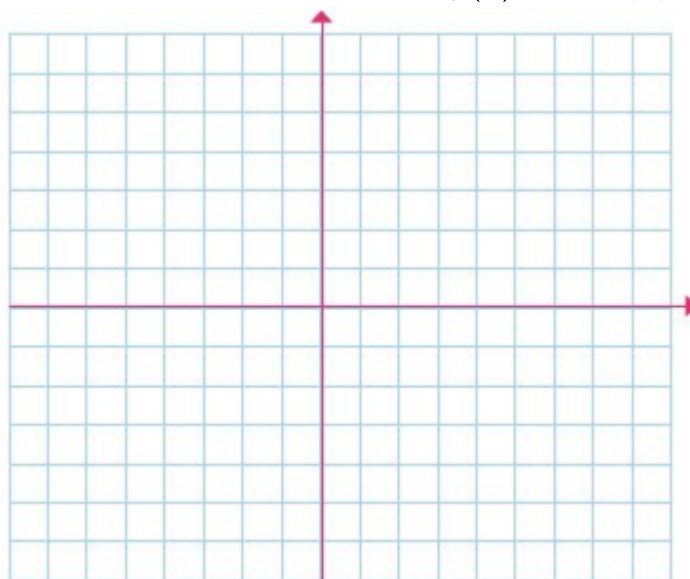
در یک تابع خطی  $f(0) = 2$  و  $f(2) = 3$  با توجه به معادله‌ی خط که در کتاب ریاضیات نهم دیده‌اید، ابتدا  $m$  و

$$m = \frac{3 - \dots}{\dots - 0} = \dots$$

سپس به کمک آن  $f(x)$  را مشخص و نمودار تابع را رسم کنید.

معادله خط :

$$f(x) = \dots\dots\dots$$



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی و آمار (۱) انسانی

۱۳) نمودار دو تابع خطی  $f(x) = -mx - h$  و  $g(x) = ax + h$  از نقطه  $(-2, 3)$  می‌گذرند. اگر

$$f\left(-\frac{5}{4}\right) = g(-5)$$

باشد، مقدار  $\frac{m}{a}$  کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۴) اگر تابع خطی  $f(x) = \left(\frac{1-m}{2}\right)x - m + \frac{1}{2}$  به ازای همه مقادیر  $m$  از نقطه  $(a, b)$  بگذرد، مقدار  $\frac{a}{b}$  کدام

است؟

-۴ (۴)

۴ (۳)

$-\frac{1}{4}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۱۵) اگر ضابطه تابع خطی  $f(x) = \frac{-4}{a+2}x + b$ ،  $f(1) = 2a - 1$  و  $f\left(-\frac{a}{2}\right) = 2$  باشد، مقدار  $\frac{b}{a}$  کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

$1/6$  (۲)

$3/2$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۱۶) اگر تابع خطی  $f(x) = (1 - 2m)x - \frac{2m+3}{2}$ ، به ازای همه مقادیر  $m$  از نقطه  $(\alpha, \beta)$  بگذرد، مقدار  $\beta - \alpha$  کدام

است؟

$-\frac{5}{2}$  (۴)

$\frac{5}{2}$  (۳)

$-\frac{3}{2}$  (۲)

$\frac{3}{2}$  (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۷ تابع خطی  $f(x) = mx + h$  در هیچ نقطه‌ای با خط  $3x - 2y = b$  برخورد ندارد. اگر  $f(2) = 2a - 1$  و  $f(1 - a) = 2$  باشد، مقدار  $f(-6)$  کدام است؟

۸ (۴)

۱۱ (۳)

۲ (۲)

۵ (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۸ نمودار تابع خطی  $f$  محورهای  $x$  و  $y$  را به ترتیب در  $x = 3$  و  $y = 2$  قطع می‌کند. اگر مجموعه  $R = \{y \in \mathbb{R} | -1 \leq y \leq 8\}$  برد تابع  $f$  باشد، دامنه  $f$  کدام است؟

$-\frac{3}{2} \leq x \leq 3$  (۴)

$-\frac{9}{2} \leq x \leq 9$  (۳)

$-3 \leq x \leq \frac{3}{2}$  (۲)

$-9 \leq x \leq \frac{9}{2}$  (۱)

سراسری-انسانی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۹ اگر  $f(x) = (ax + 2)(b - x) - 7x^2$  ضابطه یک تابع ثابت باشد، برد تابع  $f$  کدام است؟

$\frac{4}{7}$  (۴)

$-\frac{4}{7}$  (۳)

$\frac{2}{7}$  (۲)

$-\frac{2}{7}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۰ از مبدأ مختصات خطی بر خط  $2y + x = 5$  عمود می‌کنیم. طول نقطه‌ی برخورد این دو خط، کدام است؟

-۲ (۴)

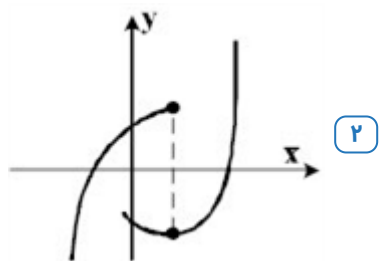
-۱ (۳)

۱ (۲)

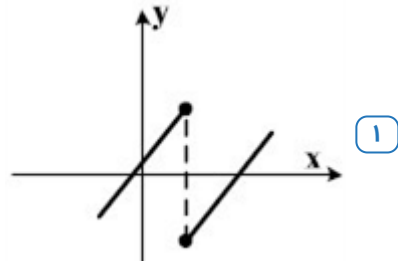
۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

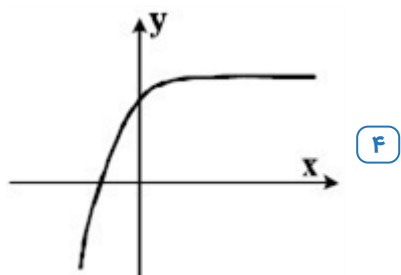
۲۱ کدام نمودار، نمایش یک تابع  $y = f(x)$  است؟



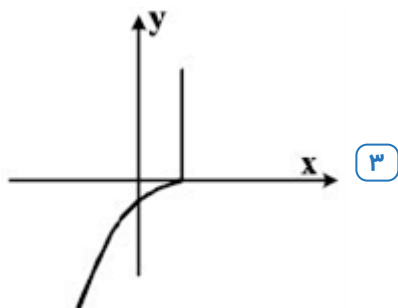
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۲ عرض از مبدأ خطی که از نقطه‌ی (۳- و ۲) موازی خط گذرنده بر دو نقطه‌ی (۴ و ۱) و (۵ و -۱) رسم شود، کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۱ روش اول:

$$\begin{aligned} f(1) &= 5 \\ f(2) &= 8 \end{aligned} \Rightarrow m = \frac{8-5}{2-1} = 3$$

$$f(x) = mx + h \Rightarrow f(x) = 3(1) + h \Rightarrow h = 2 \Rightarrow f(x) = 3x + 2$$

به روش  $(x-1) \cdot 3 = y-5$  نیز نمره داده شود.

روش دوم:

$$\begin{aligned} f(1) &= 5 \\ f(2) &= 8 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} 5 = m + h \\ 8 = 2m + h \end{cases} \Rightarrow m = 3, h = 2 \Rightarrow f(x) = 3x + 2$$

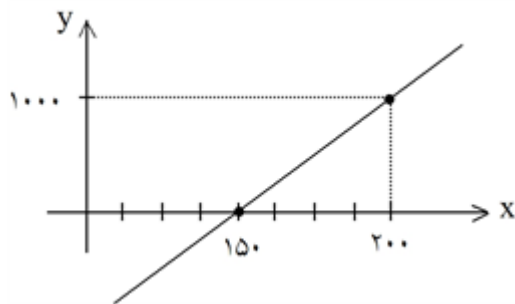
الف)  $R(x) = 70x$  درآمد

سود  $p(x) = R(x) - c(x)$

$$p(x) = 70x - (3000 + 50x)$$

سود  $y$ :  $p(x) = 20x - 3000$

x	150	200
y	0	1000



ب)  $p(x) = 0$

$$20x - 3000 = 0 \Rightarrow \frac{20}{20}x = \frac{3000}{20} \Rightarrow x = 150$$

پس باید حداقل یکی بیش‌تر، یعنی ۱۵۱ کالا بفروشد تا سوددهی آغاز شود.

جدید  $F = \frac{9}{5}(C + 20) + 32 = \left( \frac{9}{5}C + 32 \right) + 36$   
اولیه F

پس دما برحسب فارنهایت ۳۶ درجه افزایش یافته است.

$f(0) = 0$

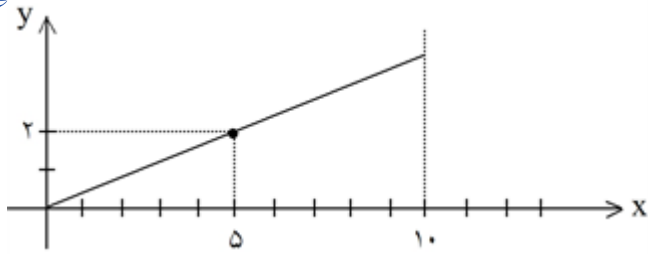
$$m = \frac{y-0}{x-0} = \frac{y}{x}, 0 = \frac{y}{x} \times 0 + h \Rightarrow h = 0$$

خط معادله  $f(x) = \frac{y}{x}x + 0 \Rightarrow f(x) = \frac{y}{x}x$

\*  $f(0/1) = \frac{y}{x} \times 0/1 = 0/35$

\*\*  $f(-0/1) = \frac{y}{x} \times (-0/1) = -0/35$

\*\*\* همیشه مثبت را درنظر می‌گیریم  $0/35 - (-0/35) = 0/7$  و



$$m = \frac{2 - 0}{0 - 5} = -\frac{2}{5}; 0 = -\frac{2}{5} \times 5 + h \Rightarrow h = 0 + 2 \Rightarrow h = 2$$

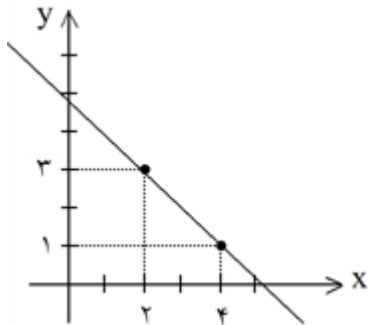
معادله خط:  $y = f(x) = -\frac{2}{5}x + 2$

$$f(-5) = -\frac{2}{5}(-5) + 2 = 2 + 2 = 4$$

$$f(5) = -\frac{2}{5}(5) + 2 = -2 + 2 = 0$$

$$m = \frac{2 - 0}{0 - 5} = -\frac{2}{5} \Rightarrow -\frac{2}{5} = -\frac{2}{5} \times 5 + h \Rightarrow h = 2 + 0 \Rightarrow h = 2$$

$$f(x) = -\frac{2}{5}x + 2$$



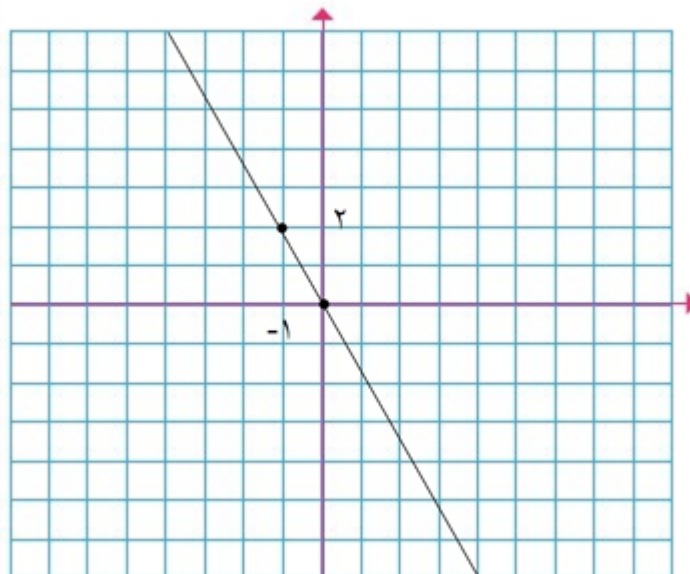
$$m = \frac{4 - 0}{0 - 2} = -2$$

$$0 = -2 \times 2 + n \Rightarrow n = 0 + 4 \Rightarrow n = 4$$

$$f(x) = -2x + 4$$

$$m = \frac{2 - 0}{-1 - 0} = -2, (0, 0) \rightarrow 0 = -2 \times 0 + h \Rightarrow h = 0$$

f تابع یا ضابطه‌ی تابع f : معادله یا ضابطه‌ی تابع f :  $y = f(x) = -2x$



محیط مستطیل  $P = 2(x + y)$  و  $x = y + 4 \Rightarrow 2(y + 4 + y) \Rightarrow P = 2(2y + 4)$   
 $\Rightarrow P = 4y + 8 \Rightarrow$  محیط یک تابع خطی است چون به شکل  $y = mx + h$  درآمده است.

- خیر

مساحت  $S = x \times y$  و  $x = y + 4 \Rightarrow (y + 4) \times y$   
 $S = y^2 + 4y \Rightarrow$

مساحت یک تابع خطی نیست، چون به شکل  $y = mx + h$  در نیامده است (متغیر با توان ۲ دارد)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ : شیب خط	معادله خط یا ضابطه‌ی تابع : $y = f(x) = mx + h$	$f(1)$	$f(2)$
$m = \frac{185 - 75}{4 - 2} = \frac{110}{2} = 55$	$(2, 75) \rightarrow 75 = 55 \times 2 + h$ $\Rightarrow h = 75 - 110 = -35$ $y = 55x - 35$	$x = 1 \Rightarrow$ $y = 55 \times 1 - 35$ $= 20$	$x = 2 \Rightarrow$ $y = 55 \times 2 - 35$ $= 75$

$$440 = 55x - 35$$

$$\frac{\cancel{55}x}{\cancel{55}} = \frac{475}{55} \Rightarrow x \simeq 8/64 \text{ کیلومتر}$$

$$m = \frac{3-2}{2-0} = \frac{1}{2}$$

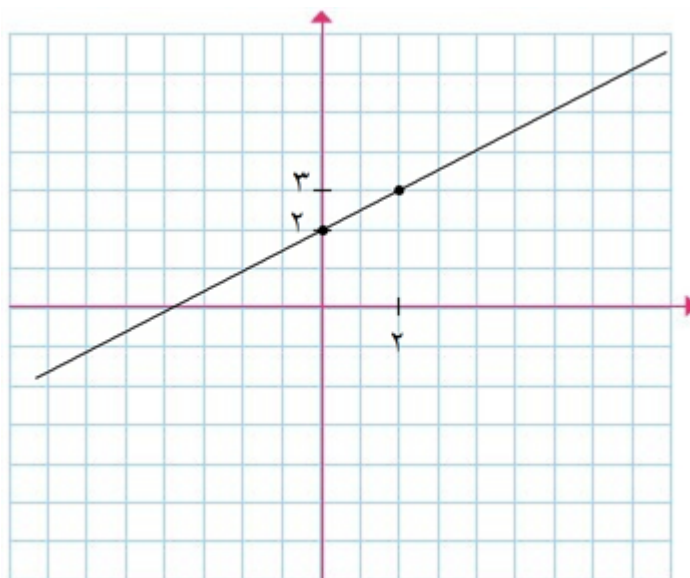
$$y = mx + h$$

$$f(0) = 2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times 0 + h \Rightarrow h = 2$$

$\downarrow$        $\downarrow$   
 $x$        $y$

$$y = mx + h \Rightarrow \text{معادله خط: } y = \frac{1}{2}x + 2$$

بنابراین  $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$  یا  $y$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = -mx - h \xrightarrow{(-2,3)} 3 = 2m - h \Rightarrow m = \frac{h+3}{2} \quad (1)$$

$$g(x) = ax + h \xrightarrow{(-2,3)} 3 = -2a + h \Rightarrow a = \frac{h-3}{2} \quad (2)$$

$$f\left(-\frac{5}{4}\right) = g(-5) \Rightarrow \frac{5}{4}m - h = -5a + h \Rightarrow \frac{5}{4}m + 5a = 2h$$

$$\xrightarrow{\times 4} 5m + 20a = 8h \quad \text{برای راحتی کار طرفین رابطه را در ۴ ضرب می‌کنیم:}$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} 5\left(\frac{h+3}{2}\right) + 20\left(\frac{h-3}{2}\right) = 8h$$

$$\Rightarrow \frac{5h}{2} + \frac{15}{2} + 10h - 30 = 8h \xrightarrow{\times 2} 5h + 15 + 20h - 60 = 16h \Rightarrow 9h = 45 \Rightarrow h = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = \frac{5+3}{2} = 4 \\ a = \frac{5-3}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{a} = \frac{4}{1} = 4$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به دلخواه دو مقدار به  $m$  می‌دهیم تا ۲ خط به دست آید و محل برخورد آن‌ها نقطه موردنظر باشد.

$$\left. \begin{aligned} m = 1 &\Rightarrow y = \left(\frac{1-1}{1}\right)x - 1 + \frac{1}{1} \Rightarrow y = -\frac{1}{1} \\ m = 0 &\Rightarrow y = \frac{1}{1}x + \frac{1}{1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{1}{1} = \frac{1}{1}x + \frac{1}{1} \Rightarrow x = -2$$

$$a = -2, b = -\frac{1}{1} \Rightarrow \frac{a}{b} = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} f(1) &= 2a - 1 \Rightarrow (1, 2a - 1) \in \text{خط} \\ f\left(-\frac{a}{1}\right) &= 2 \Rightarrow \left(-\frac{a}{1}, 2\right) \in \text{خط} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{شیب خط} = \frac{2a - 1 - 2}{1 - \left(-\frac{a}{1}\right)} = \frac{-4}{a + 2} \Rightarrow \frac{2a - 3}{1 + \frac{a}{1}} = \frac{-4}{a + 2} \Rightarrow \frac{2a - 3}{\frac{1+a}{1}} = \frac{-4}{a + 2}$$

$$\Rightarrow 2a - 3 = -4 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= -\frac{1}{5}x + b \\ f(1) &= 2a - 1 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{1}{5} + b \Rightarrow b = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1/5}{1/2} = 2/5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون تابع خطی به ازای هر مقدار  $m$  از نقطه  $(\alpha, \beta)$  می‌گذرد. پس:

$$m = 0 \xrightarrow{(\alpha, \beta)} \beta = (1 - 2 \times 0)\alpha - \frac{2 \times 0 + 3}{1} \Rightarrow \beta - \alpha = -\frac{3}{1}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تابع  $f$  با خط  $2x - 3y = b$  برخورد ندارد پس موازی‌اند. در نتیجه:

$$2y = 3x - b \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{b}{2} \Rightarrow m = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + h$$

$$f(2) = 2a - 1 \Rightarrow 2a - 1 = \frac{3}{2} \times 2 + h \Rightarrow 2a = 4 + h \Rightarrow h = 2a - 4 \quad (*)$$

$$f(1 - a) = 2 \Rightarrow 2 = \frac{3}{2}(1 - a) + h \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{3}{2}a + h = 2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}a \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} \frac{1}{2} + \frac{3}{2}a = 2a - 4 \Rightarrow a = 9 \xrightarrow{*} h = 14$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + 14 \Rightarrow f(-6) = \frac{3}{2}(-6) + 14 = 5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} A(3, 0) &\Rightarrow m_{AB} = \frac{0 - 2}{3 - 1} \Rightarrow m_{AB} = \frac{-2}{2} \Rightarrow y = -\frac{2}{2}x + 2 \\ B(1, 2) &\end{aligned}$$

$$-1 \leq y \leq 8 \Rightarrow -1 \leq -x + 2 \leq 8 \Rightarrow -3 \leq -x \leq 6 \xrightarrow{\times \left(-\frac{1}{1}\right)} \frac{3}{1} \geq x \geq -6$$

$$f(x) = -ax^2 - 2x^2 + abx - 2x + 2b$$

$$-a - 2 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$-2bx - 2x = 0 \Rightarrow -2\cancel{bx} = \cancel{2x} \Rightarrow b = \frac{-2}{2}$$

$$f(x) = 2b = \frac{-4}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شیب خط داده شده  $m = \frac{-1}{2}$  است و خط عمود بر آن  $m' = 2$  می‌باشد. پس معادله

خطی که از مبدأ عمود شده است عبارتست از  $y = 2x$  حال این دو خط را با هم به صورت دستگاه می‌نویسیم:

$$\begin{cases} 2y + x = 5 \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow 2(2x) + x = 5 \Rightarrow 5x = 5 \Rightarrow x = 1$$

طول نقطه تقاطع

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا در گزینه‌های ۱ و ۲ و ۳ خطوطی موازی محور  $y$  ها می‌توان رسم کرد که نمودار تابع را در بیش‌تر از یک نقطه قطع می‌کنند.

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow m = \frac{5 - 4}{-1 - 1} = \frac{1}{-2}$$

$$m = -\frac{1}{2}, \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow y + 3 = -\frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow \text{عرض از مبدا} = -2$$

۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴

