



p30konkor.com

زمان آزمون :

نام درس :

نام آموزشگاه :

تاریخ برگزاری :

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

عنوان آزمون : آمار و احتمال ۱۱ فصل ۱

ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>برای مجموعه‌های A و B با مرجع u ثابت کنید که <math>A \subseteq A \cup B</math>.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p><math>\forall x ; (x \in A \Rightarrow x \in A \cup x \in B) \Rightarrow x \in A \cup B</math></p> <p><math>\forall x ; (x \in A \Rightarrow x \in A \cup B) \Rightarrow A \subseteq A \cup B</math></p>	
۲	<p>اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره زیر را به دست آورید.</p> <p><math>(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q)</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p><math>(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q)</math></p> <p><math>(F \vee T) \Leftrightarrow \sim(T \vee F)</math></p> <p><math>T \Leftrightarrow F \equiv F</math></p> <p>می‌توان با جدول ارزش گزاره‌ها نیز به جواب رسید.</p>	
۳	<p>اگر q گزاره‌ای نادرست و p گزاره‌ای درست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره زیر را به دست آورید.</p> <p><math>(\sim p \Leftrightarrow q) \wedge r</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p><math>(\sim p \Leftrightarrow q) \wedge r</math></p> <p><math>F \Leftrightarrow F</math></p> <p><math>T \wedge r \equiv r</math></p> <p>بستگی به ارزش r دارد. می‌توان با جدول ارزش‌ها نیز به جواب رسید.</p>	



جدول زیر را تکمیل کنید.

p	ارزش p	گزاره $\sim p$	ارزش $\sim p$
$5 \in \mathbb{N}$	.....	.....	.....
حاصل ضرب ۲ عدد فرد، عددی زوج است.	.....	.....	.....
.....	.....	$-3 \leq -5$	.....

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم

p	ارزش p	گزاره $\sim p$	ارزش $\sim p$
$5 \in \mathbb{N}$	T	$5 \notin \mathbb{N}$	F
حاصل ضرب ۲ عدد فرد، عددی زوج است.	F	حاصل ضرب ۲ عدد، فرد، زوج نمی شود.	T
$-3 > -5$	T	$-3 \leq -5$	F

پاسخ: ۱

ارزش گزاره‌های زیر را مشخص کرده و سپس نقیض آن را نیز بنویسید.

الف)  $(2 \times 10) > (3 \times 6)$       ب) کسر  $\frac{5x-3}{3x-x^2}$  گویا است.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم

پاسخ: ۱      الف) نادرست، نقیض:  $(2 \times 10) \leq (3 \times 6)$

ب) درست، نقیض: کسر  $\frac{5x-3}{3x-x^2}$  گویا نیست.

دو افراز ۲ عضوی برای  $A = \{a, b, c, d\}$  بنویسید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم

۱)  $A_1 = \{a, b\}, A_2 = \{c, d\}$

۲)  $A_1 = \{a, b, c\}, A_2 = \{d\}$

پاسخ: ۱

برای مجموعه  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  یک افراز بنویسید که شامل ۳ زیرمجموعه (۳ قسمت) با تعداد اعضای نابرابر باشد.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم

$A_1 = \{a\}, A_2 = \{b, c\}, A_3 = \{d, e, f\}$

پاسخ: ۱

دو مجموعه  $A \neq \emptyset$  و B را چنان مثال بزنید که  $A \subseteq B$  و  $A \in B$  باشد.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم

$A = \{a\} \quad B = \{a, \{a\}\}$

پاسخ: ۱

واضح است  $A = \{a\} \in B$  و چون  $a \in B$  پس  $A = \{a\} \subseteq B$ .



برای آنکه نشان دهیم دو مجموعه A و B مساوی‌اند کافی است ثابت کنیم ..... و .....

۹

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم

پاسخ: ۱  $B \subseteq A$  و  $A \subseteq B$

ثابت کنید گزاره زیر همواره درست است.

$$p \Rightarrow [q \Rightarrow (P \wedge q)]$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم

پاسخ: ۱

۱۰

$$\begin{aligned} p \Rightarrow [q \Rightarrow (P \wedge q)] &\equiv \sim p \vee [\sim q \vee (p \wedge q)] \\ &\equiv (\sim p \vee \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv \underbrace{\sim(p \wedge q)}_r \vee \underbrace{(p \wedge q)}_r \end{aligned}$$

$$\equiv \sim r \vee r \equiv T$$

با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نیز می‌توان به این نتیجه رسید.

با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها، ارزش گزاره زیر را تعیین کنید.

$$\sim [(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)]$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم

۱۱

r					
p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$[(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)]$	$\sim r$
د	د	د	د	د	ن
د	ن	ن	د	د	ن
ن	د	ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن	د	ن

پاسخ: ۱

اگر به تعداد اعضای یک مجموعه ۲ عضو اضافه شود، آنگاه به تعداد زیرمجموعه‌های آن ۴۸ واحد اضافه می‌شود. تعداد اولیه اعضای مجموعه را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم

پاسخ: ۱

۱۲

$$2^{n+2} = 2^n + 48$$

$$2^n \times 2^2 = 2^n + 48$$

$$4 \times 2^n - 2^n = 48$$

$$3 \times 2^n = 48$$

$$2^n = \frac{48}{3} = 16$$

$$n = 4$$



	<p>ابتدا مشخص کنید کدامیک گزاره است و سپس ارزش آن را مشخص کنید.</p> <p>الف) عدد <math>\frac{\sqrt{3}}{3}</math> گنگ است.</p> <p>ب) امروز هوا چطور است؟</p> <p>ج) عدد <math>(-1)^n</math> عددی منفی است <math>(n \in \mathbb{N})</math>.</p> <p>د) چلومرغ خوشمزه‌تر از چلوکباب است.</p> <p>ه) عدد <math>5^{10}</math> ، عدد بسیار بزرگی است.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -یازدهم</p> <p><b>پاسخ: ۱</b> الف) گزاره‌ای با ارزش درست است.</p> <p>ب) گزاره نیست.</p> <p>ج) گزاره است و نادرست (زیرا اگر <math>n</math> زوج باشد، مثبت می‌شود).</p> <p>د) گزاره نیست.</p> <p>ه) گزاره نیست.</p>	۱۳
	<p>ارزش گزاره‌های زیر را مشخص کرده و سپس نقیض آن را نیز بنویسید.</p> <p>الف) <math>\sqrt{2}</math> عددی گنگ است.</p> <p>ب) <math>2^2 + 2^3 = 2^5</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -یازدهم</p> <p><b>پاسخ: ۱</b> الف) درست است، نقیض: <math>\sqrt{2}</math> عددی گویا است (چنین نیست که <math>\sqrt{2}</math> گنگ باشد).</p> <p>ب) نادرست است، نقیض: <math>2^2 + 2^3 \neq 2^5</math></p>	۱۴



با توجه به مجموعه‌های داده شده، نمودار هریک از حاصل ضرب‌های  $A \times B$  و  $B \times A$  را رسم کنید.

الف)  $A = \{2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}$

ب)  $A = \{3, 4\}, B = \{1, 5\}$

پ)  $A = [2, 6], B = [3, 8]$

ت)  $A = N, B = [1, 4]$

ث)  $A = R, B = \{2, 3\}$

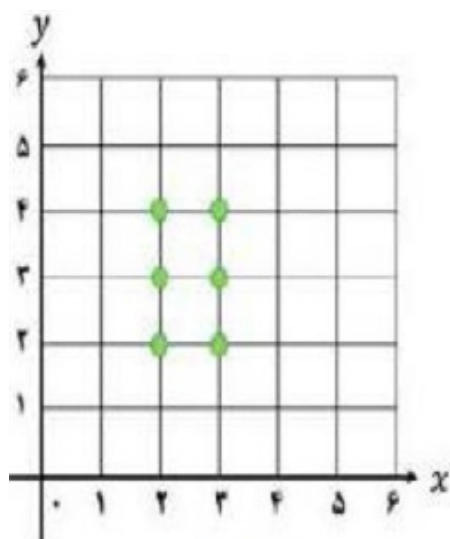
مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

پاسخ: ۱

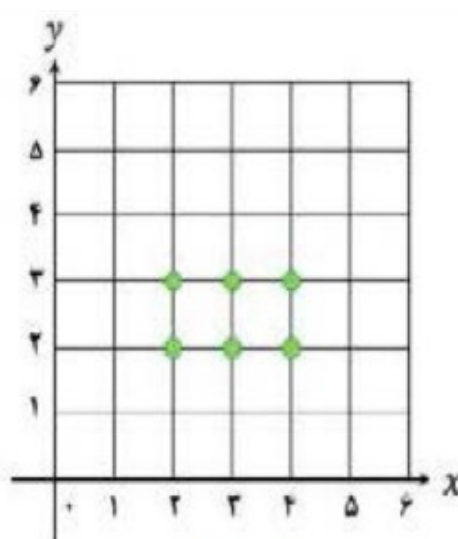
الف)  $A = \{2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}$

$A \times B = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$

$B \times A = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3), (4, 2), (4, 3)\}$

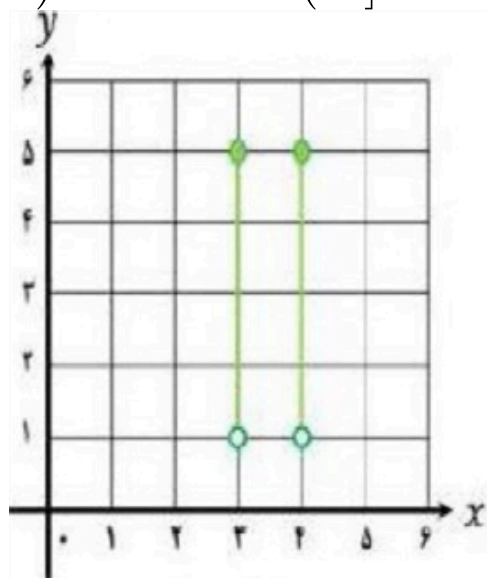


$A \times B$

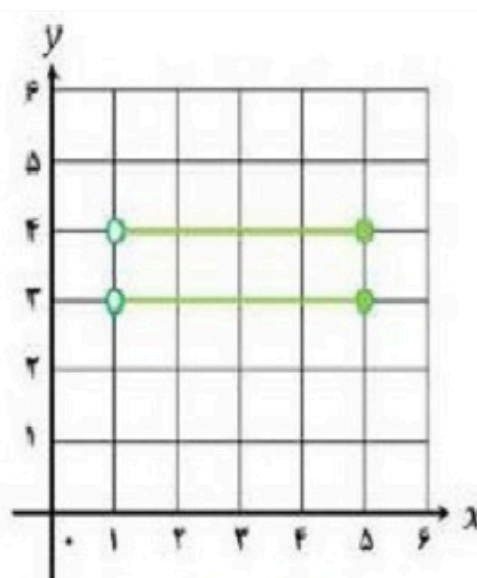


$B \times A$

ب)  $A = \{3, 4\}, B = \{1, 5\}$

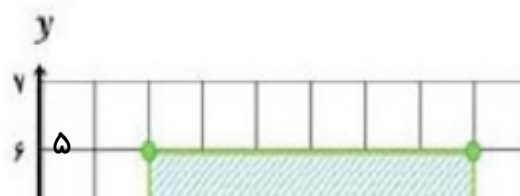
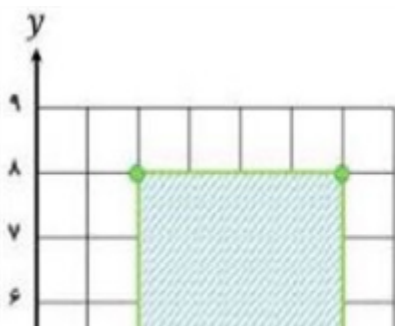


$A \times B$



$B \times A$

پ)  $A = [2, 6], B = [3, 8]$



اگر  $A = \{y + 2, 5, z\}$  و  $B = \{x + 1, 4, -2\}$  در این صورت، با فرض  $A \times B = B \times A$  بیشترین مقدار برای  $(x + y + z)$  را بیابید.

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی - پایه یازدهم - آمار و احتمال

۱۶ پاسخ: ۱ می‌دانیم اگر  $A \times B = B \times A$  باشد، خواهیم داشت  $A = B$ ، بنابراین  $\{y + 2, 5, z\} = \{x + 1, 4, -2\}$ ، واضح

است که ۵ فقط می‌تواند با  $x + 1$  برابر باشد، لذا  $x = 4$  است. اما در دو مورد دیگر دو حالت داریم:

$$[(y + 2) \wedge (z = -2)] \vee [(y + 2 = -2) \wedge (z = 4)] \Rightarrow [(y = -2) \wedge (z = -2)] \vee [(y = -4) \wedge (z = 4)]$$

$$\Rightarrow y + z = 0 \Rightarrow x + y + z = 4$$

$A \times B$

$B \times A$

ت)  $A = N, B = [1, 4]$

الف)  $(A \subseteq X) \wedge (A' \subseteq X) \Rightarrow X = U$

ب)  $(A \subseteq B) \cup (A \cap B) = A$

پ)  $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$

ت)  $(A \subseteq B) \cup (B \subseteq A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

ث)  $(A \cup B) \cap (A' \cap B') = \emptyset$

ج)  $[(A \cup B) = (A \cup C) \wedge (A \cap B) = (A \cap C)] \Rightarrow B = C$

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی - پایه یازدهم - آمار و احتمال

الف)  $(A \subseteq X) \wedge (A' \subseteq X) \Rightarrow (A \cup A') \subseteq X \Rightarrow U \subseteq X$

از طرفی می‌دانیم همواره  $X \subseteq U$ ، بنابراین  $X = U$  است.

۱ پاسخ:

ب)  $(A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = A$

$B \times A$

ث)  $(A \cap B) \cap (A' \cap B') = (A \cap A') \cap (B \cap B') = \emptyset$

$= (A \cap B) \cap C' = (A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$

ت)  $(A \cup B) - (A \cap B) = (A \cup B) \cap (A \cap B)' = (A \cup B) \cap (A' \cap B')$

$= [(A \cup B) \cap A'] \cup [(A \cup B) \cap B']$

$= [(A \cap A') \cup (B \cap A')] \cup [(A \cap B') \cup (B \cap B')]$

$= (B - A) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

ث)  $(A \cup B) \cap (A \cap B)' = \emptyset$

ج)  $B = B \cap (A \cup B) \xrightarrow{A \cup B = A \cup C} B \cap (A \cup C)$

$= (B \cap A) \cup (B \cap C) \xrightarrow{A \cap B = A \cap C} (A \cap C) \cup (B \cap C) = C \cap (A \cup B)$

$\xrightarrow{A \cup B = A \cup C} C \cap (A \cup C) = C$

$A \times B$

$B \times A$

۱۷

هریک از عبارتهای زیر را ساده کنید:

- الف)  $(A' \cap B) \cup ((B \cap A) - B') \cap (B \cup A)$   
 ب)  $(A \cup B) - B$   
 پ)  $[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B)$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

الف)  $(A' \cap B) \cup ((B \cap A) - B') \cap (B \cup A) \Rightarrow$

پاسخ: ۱

$$(B \cap A') \cup \underbrace{[(B \cap A) \cap B'] \cap (B \cup A)}_{B \cup A} = (B - A) \cup (B \cup A)$$

$$\xrightarrow{(B-A) \subseteq (B \cup A)} (B \cup A)$$

ب)  $(A \cup B) - B \Rightarrow (A \cup B) \cap B' = \underbrace{(A \cap B')}_{A-B} \cup \underbrace{(B \cap B')}_{\emptyset} = (A - B)$   
 $= (B \cap A') \cup (B \cap A) = B \cap (A' \cup A) = B$

پ)  $[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B) = \underbrace{[(A \cap A') \cup (B \cap A')]}_{\emptyset} \cup (A \cap B)$   
 $= (B \cap A) \cup (A \cap B) = B \cap (A \cup A) = B$

۱۸

درستی هریک از تساویهای زیر را ثابت کنید.

الف)  $(A \cap B) \cup (B' \cap A) = A$   
 ب)  $(A' \cap B') \cap A = \emptyset$   
 ت)  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$

پ)  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$   
 $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup (A \cup C)$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

الف)  $(A \cap B) \cup (A \cap B') \Rightarrow (A \cap \underbrace{(B \cup B')}_{U}) = A$

پاسخ: ۱

ب)  $(A' \cap A) \cap (B' \cap A) = \emptyset$

پ)  $A \cap (B \cap C) = (A \cap A) \cap (B \cap C) = A \cap (A \cap (B \cap C))$   
 $= A \cap ((A \cap B) \cap C) = A \cap (C \cap (A \cap B)) = (A \cap C) \cap (A \cap B)$   
 $= (A \cap B) \cap (A \cap C)$

ت)  $A \cup (B \cup C) = (A \cup A) \cup (B \cup C) = A \cup (A \cup (B \cup C)) = A \cup ((A \cup B) \cup C)$   
 $= A \cup (C \cup (A \cup B)) = (A \cup C) \cup (A \cup B) = (A \cup B) \cup (A \cup C)$

۱۹



	<p>فرض کنیم A و B و C سه مجموعه با مرجع U باشند، ثابت کنید: اگر <math>A \subseteq B</math> آن گاه:  <math>A \cup C \subseteq B \cup C</math> (الف)  <math>A \cap C \subseteq B \cap C</math> (ب)</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) <math>\forall x; [x \in A \cup C] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in C \end{cases} \text{ یا } \Rightarrow \begin{cases} x \in B \\ x \in C \end{cases} \text{ یا } \Rightarrow x \in B \cup C</math></p> <p>ب) <math>\forall x; [x \in A \cap C] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in B \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow x \in C \cap B \Rightarrow A \cap C \subseteq B \cap C</math></p>	۲۰
	<p>ثابت کنید برای مجموعه های A و B با مرجع U داریم: <math>A - B \subseteq A</math>.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p><math>\forall x; [x \in (A - B)] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow x \in A \Rightarrow A - B \subseteq A</math></p>	۲۱
	<p>مثالهایی از مجموعه های دلخواه A و B و C بیاورید که برای آنها حکم های زیر درست باشند.</p> <p>(الف) <math>A \in B, B \in C, A \notin C</math>  (ب) <math>A \in B, B \in C, A \in C</math>  (پ) <math>A \in B, A \subseteq B</math></p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) <math>A = \{1, 2\}, B = \{\{1, 2\}, 1\}, C = \{\{\{1, 2\}, 1\}, 3\}</math>  ب) <math>A = \{1\}, B = \{\{1\}, 2\}, C = \{\{\{1\}, 2\}, \{1\}, 4, 5\}</math>  پ) <math>A = \{4\}, B = \{4, 5, 6\}</math></p>	۲۲
	<p>کدام یک از مجموعه های زیر با هم مساوی اند؟</p> <p><math>A = \{m \in \mathbb{Z} \mid  m  &lt; 2\}</math>  <math>B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = x\}</math>  <math>C = \{y \in \mathbb{Z} \mid y^2 \leq 2y\}</math>  <math>D = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 \leq 1\}</math>  <math>E = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 + 2m = 3m^2\}</math></p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p><math>A = \{m \in \mathbb{Z} \mid  m  &lt; 2\} = \{-1, 0, 1\} \quad -2 &lt; m &lt; 2</math>  <math>B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = x\} = \{-1, +1, 0\}</math>  <math>C = \{y \in \mathbb{Z} \mid y^2 \leq 2y\} = \{0, 1, 2\}</math>  <math>D = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 \leq 1\} = \{-1, 0, 1\}</math>  <math>E = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 + 2m = 3m^2\} = \{0, 1, 2\}</math>  <math>m^2 - 3m^2 + 2m = 0 \Rightarrow m(m^2 - 3m + 2) = 0 \Rightarrow m = 0 \Rightarrow (m - 2)(m - 1) = 0</math>  <math>\Rightarrow m = 2, m = 1</math>  <math>x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \pm 1 \quad -1 \leq x \leq 1</math>  <math>y^2 - 2y \leq 0 \Rightarrow y(y - 2) \leq 0</math></p> <p></p> <p><math>A = B = D, C = E</math></p>	۲۳



	<p>فرض کنید <math>A = \{1, 2, 3, \dots, 8, 9\}</math> و <math>B = \{2, 4, 6, 8\}</math> و <math>C = \{1, 3, 5, 7, 9\}</math> و <math>D = \{3, 4, 5\}</math> و <math>E = \{3, 5\}</math>. در هریک از حالت‌های زیر مشخص کنید: <math>X</math> می‌تواند کدام‌یک از این مجموعه‌ها باشد؟</p> <p>الف) <math>X</math> و <math>B</math> عضو مشترکی ندارند. <math>X \subseteq D</math> ولی <math>X \not\subseteq B</math> (پ)          ب) <math>X \subseteq A</math> ولی <math>X \not\subseteq C</math> (ت)          ت) <math>X \subseteq C</math> ولی <math>X \not\subseteq A</math></p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱ الف) <math>E, C</math>          ب) <math>D, B, A</math>          ت) چنین مجموعه‌ای وجود ندارد.</p>	۲۴
	<p>ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید، سپس نقیض هریک را بنویسید.</p> <p>الف) <math>\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1</math> (الف)          ب) <math>\forall n \in \mathbb{N}; (2^n + 1) \in P</math> (ب)          ت) <math>\exists y \in \mathbb{R}; \frac{y - 3}{5} = 0</math> (ت)          پ) <math>\forall x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \leq -2</math> (پ)</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱ الف) <math>\frac{x^2 - 1}{x - 1} \neq x + 1</math> - <math>\exists x \in \mathbb{R}</math> - نادرست          ب) <math>(2^{2^n} + 1) \notin P</math> - <math>\exists n \in \mathbb{N}</math> - درست          پ) <math>x - \frac{1}{x} \geq -2</math> - <math>\exists x \in (-\infty, 0)</math> - نادرست          ت) <math>\frac{y - 3}{5} \neq 0</math> - <math>\forall y \in \mathbb{R}</math> - درست</p>	۲۵
	<p>گزاره‌های زیر را با استفاده از نمادهای <math>\exists, \forall</math> بنویسید و ارزش هریک را با ذکر دلیل مشخص کنید.</p> <p>الف) هر عدد طبیعی زوج یا فرد است.          ب) برای بعضی از مقادیر <math>a</math> در مجموعه اعداد حسابی داریم: <math>a^2 &lt; 0</math>.          پ) همه‌ی اعداد اول فرداند.          ت) عدد صحیح مثبتی وجود دارد مانند <math>x</math> به طوری که <math>1 - 2x &gt; 5</math>          ث) حاصل جمع هر عدد حقیقی ناصفر با معکوسش، بزرگ‌تر یا مساوی ۲ است.          ج) به ازای بعضی از مقادیر حقیقی داریم <math>x^3 = x</math>.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱ الف) <math>\forall x \in \mathbb{N}; (x = 2k) \vee (x = 2k - 1)</math> - درست          ب) <math>a^2 &lt; 0</math> - <math>\exists a \in \mathbb{W}</math> - نادرست          پ) <math>d - 2k - 1</math> - <math>\forall d \in P</math> - نادرست          ت) <math>1 - 2x &gt; 5 \Rightarrow x \geq 0</math> - <math>\forall x \in \mathbb{Z}</math> - نادرست          ث) <math>x + \frac{1}{x} \geq 2</math> - <math>\forall x \in \mathbb{R}; x \neq 0</math> - درست          ج) <math>x^3 = x</math> - <math>\exists x \in \mathbb{R}</math> - درست</p>	۲۶



با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید که:

الف)  $p \Rightarrow p \equiv T$

پ)  $p \wedge T \equiv p$

ث)  $p \wedge (q \vee p) \equiv p$

ج)  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

ب)  $p \vee F \equiv p$

ت)  $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

ج)  $p \vee (q \wedge p) \equiv p$

ح)  $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

p	p	$p \Rightarrow p$
د	د	د
ن	د	د
د	ن	ن
ن	ن	ن

پاسخ: ۱ الف)  $p \Rightarrow p \equiv T$

p	f	$p \vee f$
د	د	$\text{د} \equiv p$
ن	د	د
د	ن	$\text{د} \equiv p$
ن	ن	$\text{ن} \equiv p$

ب)  $p \vee F \equiv p$

p	T	$p \wedge T$
د	د	$\text{د} \equiv p$
ن	د	$\text{ن} \equiv p$
د	ن	ن
ن	ن	$\text{ن} \equiv p$

پ)  $p \wedge T \equiv p$

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim[p \Rightarrow q]$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن
د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د

ت)  $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

p	q	$q \vee p$	$p \wedge [q \vee p]$
د	د	د	د
ن	د	د	ن
د	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

ث)  $p \wedge (q \vee p) \equiv p$

p	q	$q \wedge p$	$p \vee [q \wedge p]$
د	د	د	$\text{د} \equiv p$
د	ن	ن	$\text{د} \equiv p$

ج)  $p \vee (q \wedge p) \equiv p$





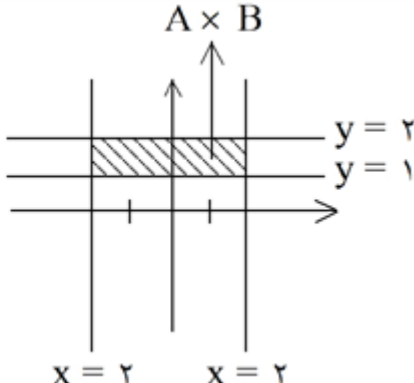
	<p>از جملات زیر کدام یک گزاره است، ارزش گزاره‌ها را مشخص کنید.</p> <p>الف) خیام پزشک ایرانی است. (ب) افلاطون فیلسوف یونانی است.</p> <p>پ) <math>3 + 5 &gt; 6</math> (ت) تخته‌سیاه را پاک کنید.</p> <p>ث) <math>\{1\} \in \{1, 2, 3, 4\}</math> (ج) چه باران شدیدی می‌آید.</p> <p>چ) عدد ۱۹۱۷ عددی اول است. (ح) <math>\emptyset \notin R</math></p> <p>خ) <math>\sqrt{2} \in \mathbb{Z}</math> (د) عدد <math>5^9 + 8</math> عددی اول است.</p> <p>ذ) به امید کامیابی شما. (ر) آمار، مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱ الف) گزاره هست - نادرست (ب) گزاره هست - درست</p> <p>پ) گزاره هست - درست (ت) گزاره نیست</p> <p>ث) گزاره هست - درست (ج) گزاره نیست</p> <p>چ) گزاره هست - غلط (ح) گزاره هست - غلط</p> <p>خ) گزاره هست - غلط (د) گزاره هست - غلط</p> <p>ذ) گزاره نیست (ر) گزاره هست - درست</p> <p><math>a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + ab + b^2) \Rightarrow 5^3 + 8 = (5^3)^3 + 2^3 = (5^3 + 2)(\dots) = 127q</math></p>
	<p>رابطه‌ی زیر را ثابت کنید:</p> <p><math>C \neq \emptyset</math> و <math>A \times C = B \times C \Rightarrow A = B</math></p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱ <math>A \times C = B \times C \Rightarrow (A \times C) - (B \times C) = \emptyset = (A - B) \times C \xrightarrow{C \neq \emptyset} A - B = \emptyset</math></p> <p><math>: A \cap B' = \emptyset \xrightarrow{\cup B} (A \cap B') \cup B = B : (A \cup B) \cap (B' \cup B) = B : A \cup B = B</math></p> <p><math>\Rightarrow A \subset B(I)</math></p> <p><math>A \times C = B \times C \Rightarrow n(A \times C) = n(B \times C)</math></p> <p><math>: n(A) \times n(C) = n(B \times n(C)) : n(A) = n(B) (II)</math></p> <p><math>I, II \Rightarrow A = B</math></p>
	<p>رابطه‌ی زیر را ثابت کنید:</p> <p><math>A \times B = \emptyset \Leftrightarrow A = \emptyset</math> یا <math>B = \emptyset</math></p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱ اثبات از چپ به راست :</p> <p><math>A \times B = \emptyset \Rightarrow n(A \times B) = n(\emptyset) \Rightarrow n(A) \times n(B) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n(A) = 0 \Rightarrow A = \emptyset \\ \text{یا} \\ n(B) = 0 \Rightarrow B = \emptyset \end{cases}</math></p> <p>اثبات از راست به چپ :</p> <p><math>A \times B \neq \emptyset \Rightarrow \exists (x, y) \in A \times B \Rightarrow x \in A \times y \in B \Rightarrow</math></p> <p>یعنی A و B هر دو عضو دارند ولی مطابق فرض <math>A = \emptyset</math> یا <math>B = \emptyset</math> پس فرض خلف غلط است <math>\Leftarrow</math></p> <p><math>A \times B = \emptyset</math></p>

۳۱

۳۲

۳۳



	<p>حاصل ضرب دکارتی مجموعه‌ی زیر را در دستگاه مختصات رسم کنید.</p> $B = [1, 2] \text{ و } A = [-2, 2]$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-between;"> <div style="flex: 1;"> <math display="block">A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \times y \in B\} :</math> </div> <div style="flex: 1; text-align: center;">  </div> <div style="flex: 0.2; text-align: right;"> <p>پاسخ: ۱</p> </div> </div>	۳۴
	<p>اگر <math>A</math> و <math>B</math> دو مجموعه‌ی غیرتهی باشند در چه شرایطی <math>A \times B = B \times A</math> ؟ و در چه شرایطی <math>(A \times B) \cap (B \times A)</math> تهی است؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱ زمانی <math>A \times B</math> با <math>B \times A</math> برابر است که هر دو مجموعه با هم برابر باشند.</p> <p>از طرفی می‌دانیم <math>(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A)</math> پس:</p> $(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A) = \emptyset \Rightarrow A \cap B = \emptyset$	۳۵
<p>اگر <math>A = \{2k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}, -2 \leq k \leq 0\}</math> و <math>B = \{y \mid y \in \mathbb{N}, y^2 \leq 9\}</math> به سه سؤال بعدی پاسخ دهید:</p>		
	<p><math>A \times B</math> را به صورت زوج‌های مرتب بنویسید.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p><math>A = \{-3, -1, 1\}</math>, <math>B = \{1, 2, 3\}</math>, <math>A \cap B = \{1\}</math></p> <p>پاسخ: ۱</p> $A \times B = \{(-3, 1), (-3, 2), (-3, 3), (-1, 1), (-1, 2), (-1, 3), (1, 1), (1, 2), (1, 3)\}$	۳۶
	<p>تعداد اعضای مجموعه‌های <math>(A \times B) \cap (B \times A)</math> و <math>(A \times B) \cup (B \times A)</math> را بنویسید.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p>می‌دانیم :</p> $\left. \begin{aligned} n(B \times A) &= n(A \times B) = n(A) \times n(B) \\ (A \times B) \cap (B \times A) &= (A \cap B) \times (B \cap A) \end{aligned} \right\}$ $n((A \times B) \cap (B \times A)) = n^2(A \cap B) = 1^2 = 1$ $\begin{aligned} n((A \times B) \cup (B \times A)) &= n(C \cup D) = n(C) + n(D) - n(C \cap D) \\ &= n(A \times B) + n(B \times A) - n((A \times B) \cap (B \times A)) \\ &= 2n(A) \times n(B) - n^2(A \cap B) = 2 \times 3 \times 3 - 1^2 = 17 \end{aligned}$ <p>پاسخ: ۱</p>	۳۷



	<p>به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید اگر A و B دو مجموعه باشند آن‌گاه داریم:</p> $(A \Delta B) \cup (A \cap B) = A \cup B$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱</p> $n(A' - B') = n(C - D) = n(C) - n(C \cap D)$ $= n(A \times A) - n((A \times A) \cap (B \times B)) = n^2(A) - n^2(A \cap B) = 3^2 - 1^2 = 8$ <p>پس تعداد زیرمجموعه‌های <math>A' - B'</math> برابر است با: <math>2^8</math>.</p>	۳۸
	<p>به جای S یکی از مجموعه‌های، N، Z یا R را چنان جایگزین کنید تا تساوی درستی حاصل شود:</p> $\{x \in S \mid 1 < x \leq 4\} = \{x \in S \mid x^2 = 4\} \cup \{3, 4\}$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱</p> $S = N$ $\{x \in N \mid 1 < x \leq 4\} = \{2, 3, 4\} / \{x \in N \mid x^2 = 4\} = \{2\} \cup \{3, 4\} = \{2, 3, 4\}$	۳۹
	<p>به وسیله‌ی نمودار ون نشان دهید که: <math>A' - B' = B - A</math>.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱</p> $(A \Delta B) \cup (A \cap B) = [(A - B) \cup (B - A)] \cup (A \cap B) = (A \cap B') \cup (B \cap A') \cup (A \cap B)$ $= [A \cap (B \cup B')] \cup (B \cap A') = A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = A \cup B$ <p>M مرجع</p>	۴۰
	<p>به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید اگر A و B دو مجموعه باشند آن‌گاه داریم: <math>(A - B) \cap B = \emptyset</math>.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱</p>	۴۱
	<p>به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید اگر A و B دو مجموعه باشند آن‌گاه داریم: <math>(A - B) \cap B = \emptyset</math>.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱</p> $(A - B) \cap B = (A \cap B') \cap B = A \cap \underbrace{B' \cap B}_{\emptyset} = A \cap \emptyset = \emptyset$	۴۲



	<p>به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید اگر <math>A</math> و <math>B</math> مجموعه باشند، داریم:</p> <p>اگر <math>A \subset B</math> و <math>A \subset C</math> آن گاه <math>A \subset B \cap C</math></p> <p>مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱</p> $A \subset B : \begin{cases} A \cap B = A \\ A \cup B = B \end{cases}$ $A \subset C : \begin{cases} A \cap C = A \\ A \cup C = C \end{cases}$ <p>حل <math>A \cup B = B \xrightarrow{\cap C} (A \cup B) \cap C = B \cap C \Rightarrow \underbrace{(A \cap C) \cup (B \cap C)}_A = B \cap C</math></p> <p><math>\Rightarrow A \cup (B \cap C) = B \cap C \Rightarrow A \subset B \cap C</math></p>	۴۳
	<p>به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید اگر <math>A</math> و <math>B</math> مجموعه باشند، داریم:</p> <p><math>A \cup B = (A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A)</math></p> <p>مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\overbrace{A \cap (B' \cup B)}^{A \cap B}$ <p>حل: <math>(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = (A \cap B') \cup (A \cap B) \cup (B \cap A')</math></p> $= \underbrace{[A \cap (B' \cup B)]}_{M \text{ مرجع}} \cup \underbrace{(B \cap A')}_{M \text{ مرجع}} = A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = A \cup B$	۴۴
	<p>اگر <math>A_i = [-i, 10 - i]</math> و <math>i \in \{1, 2, \dots, 10\}</math> را حساب کنید.</p> <p>سپس <math>\bigcup_{i=1}^{10} A_i</math> و <math>\bigcap_{i=1}^{10} A_i</math> را مشخص کنید.</p> <p>مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱ دقت کنیم <math>A_i</math> بازه اعداد حقیقی است:</p> $A_1 = [-1, 9] \quad \bigcup_{i=1}^{10} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_{10} = [-1, 9]$ $A_2 = [-2, 8]$ $\vdots$ $A_{10} = [-10, 0] \quad \bigcap_{i=1}^{10} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = [-1, 0]$	۴۵



	<p>اگر <math>n \in N</math> و <math>A_n = \left(-\frac{1}{n}, \frac{2n-1}{n}\right)</math> ، مطلوب است <math>A_1, A_2, A_3</math> سپس اجتماع و اشتراک <math>A_1, A_2, A_3</math> را مشخص کنید.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p><b>پاسخ: ۱</b> دقت کنیم <math>A_n</math> بازه اعداد طبیعی است.</p> $A_1 = (-1, 1)$ $A_2 = \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ $A_3 = \left(-\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$ $\bigcup_{i=1}^3 A_i \cup A_2 \cup A_3 = \left(-1, \frac{5}{3}\right)$ $\bigcap_{i=1}^3 A_i \cap A_2 \cap A_3 = \left(-\frac{1}{3}, 1\right)$	۴۶
	<p>مثالهایی از مجموعه‌های دلخواه <math>A</math> و <math>B</math> و <math>C</math> بیاورید که برای آن‌ها حکم زیر درست باشد.</p> $A \in C \text{ و } B \in C \text{ و } A \in B$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p><b>پاسخ: ۱</b> <math>A = \{a\}</math> و <math>B = \{\{a\}\}</math> و <math>C = \{\{a\}, \{\{a\}\}\}</math></p>	۴۷
	<p>مثالهایی از مجموعه‌های دلخواه <math>A</math> و <math>B</math> و <math>C</math> بیاورید که برای آن‌ها حکم زیر درست باشد.</p> $A \notin C \text{ و } B \in C \text{ و } A \in B$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p><b>پاسخ: ۱</b> <math>A = \{a\}</math> و <math>B = \{\{a\}\}</math> و <math>C = \{\{\{a\}\}\}</math></p>	۴۸
	<p>تعیین کنید که در مجموعه‌های زیر، کدام مجموعه، زیرمجموعه‌ی دیگری است؟</p> $A = \{x \subseteq R \mid x^2 - 8x + 12 = 0\} = \{2, 6\}$ $B = \{2, 4, 6\}$ $C = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ $D = \{6\}$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p><b>پاسخ: ۱</b> <math>D \subset A \subset B \subset C</math></p>	۴۹
	<p>از گزاره‌های زیر کدامیک درست و کدامیک نادرست است؟</p> <p>الف) <math>\emptyset = \{\emptyset\}</math></p> <p>ب) <math>\emptyset \in \{\emptyset\}</math></p> <p>پ) <math>\emptyset \subseteq \{\emptyset\}</math></p> <p>ث) <math>\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}</math></p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p><b>پاسخ: ۱</b> الف) نادرست ب) درست پ) درست ث) درست</p> <p>دقت کنیم نماد <math>\emptyset</math> زمانی که وارد مجموعه می‌شود، یک عضو محسوب می‌شود.</p>	۵۰



	<p>نشان دهید که مجموعه حروف لازم برای هجی کردن «بینابین» با مجموعه‌ی حروف لازم برای هجی کردن «بیان» مساوی است.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱ می‌دانیم در یک مجموعه هر عضو را باید یک بار بنویسیم:</p> $A = \{ن, ا, ی, ب\} \Rightarrow A = B$ <p>بیان : <math>A = \{ن, ا, ی, ب\}</math></p> <p>بینابین : <math>B = \{ن, ا, ی, ب\}</math></p>	۵۱
	<p>مجموعه‌ی زیر را که با گزاره‌نما نوشته شده است با نوشتن اعضا نشان دهید.</p> $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 25\}$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱ <math>B = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5\}</math></p>	۵۲
	<p>مجموعه‌ی زیر را که با گزاره‌نما نوشته شده است با نوشتن اعضا نشان دهید.</p> $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱ <math>A = \{1, 2, 3, 4\}</math></p>	۵۳
	<p>مجموعه‌ی زیر را که با بیان خاصیتی معین، مشخص شده است با گزاره‌نما نشان دهید.</p> <p>مجموعه‌ی اعداد حقیقی بین ۲- و ۲</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p> <p>پاسخ: ۱ <math>C = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x \in (-2, 2)\} = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 &lt; x &lt; 2\}</math></p>	۵۴
	<p>در خصوص گزاره مرکب <math>(\sim p \vee \sim q \vee r) \Rightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow r]</math>، کدام مورد صحیح است؟</p> <p>۱ فقط در حالتی که p و q نادرست باشند، گزاره نادرست است.</p> <p>۲ فقط در حالتی که p و q درست باشند، گزاره درست است.</p> <p>۳ همواره نادرست است.</p> <p>۴ همواره درست است.</p> <p>پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p> <p>همواره درست <math>[(p \wedge q) \Rightarrow r] \Rightarrow (\sim p \vee \sim q \vee r) \equiv \sim(\sim p \vee \sim q \vee r) \vee (\sim p \vee \sim q \vee r) \equiv \sim s \vee s \equiv T \Rightarrow</math></p>	۵۵
	<p>در خصوص گزاره منطقی <math>((p \Rightarrow q) \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)</math>، کدام مورد صحیح است؟</p> <p>۱ همواره درست است.</p> <p>۲ همواره نادرست است.</p> <p>۳ تنها وقتی درست است که p درست باشد.</p> <p>۴ تنها وقتی درست است که q نادرست باشد.</p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر p را نادرست بگیریم صرف‌نظر از ارزش q و r گزاره درست است. اگر p را درست هم بگیریم باز هم نتیجه می‌شود گزاره درست است، پس این گزاره همواره درست است.</p>	۵۶



اگر  $p$  گزاره درست،  $q$  گزاره نادرست و  $r$  گزاره دلخواه باشد، گزاره  $(p \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow q)$  هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

$\sim T$  (۴)

$\sim r$  (۳)

$T$  (۲)

$r$  (۱)

۵۷

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳/اردیبهشت

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(p \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow q) \equiv (T \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow F) \equiv r \Rightarrow \sim r \equiv \sim r \vee \sim r \equiv \sim r$$

با توجه به جدول ارزش درستی گزاره‌های زیر، کدام گزاره مرکب زیر می‌تواند هم‌ارز منطقی گزاره  $X$  باشد؟

p	q	r	X
د	د	د	ن
د	د	ن	د
د	ن	د	ن
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	د	ن	د
ن	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

۵۸

$$(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (q \wedge \sim r)) \quad (۱)$$

$$(\sim r \Rightarrow (p \vee \sim q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (\sim q \wedge r)) \quad (۲)$$

$$(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q] \quad (۳)$$

$$((p \wedge q) \Rightarrow r) \Rightarrow [(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow \sim((p \wedge r) \Rightarrow q)] \quad (۴)$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به سطر ۲ گزینه ۲ حذف می‌شود. با سطر ۴ گزینه ۳ و با سطر ۳ گزینه ۴ حذف می‌گردد.



برای مجموعه‌های  $A = \left\{ \frac{x}{2}, \frac{y}{3}, 5 \right\}$  و  $B = \{z, t, 1, 4\}$  فرض کنید  $A \times B = B \times A$  باشد. در چند حالت  $x + y + z + t > 20$  است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

$$A \times B = B \times A \Rightarrow A = B = \{1, 4, 5\}$$

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۵۹

$\frac{x}{2}$	$\frac{y}{3}$	$z$	$t$	$x + y + z + t$
۱	۴	۵	۵	۲۴
۱	۴	۵	۴	۲۳
۱	۴	۴	۵	۲۳
۴	۱	۵	۵	۲۱

مطابق با جدول ارزش درستی گزاره‌های مقابل، کدام گزاره مرکب می‌تواند هم‌ارز منطقی گزاره X باشد؟

p	q	r	X
د	د	د	ن
د	د	ن	ن
د	ن	د	د
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	د	ن	د
ن	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

۶۰

$$(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow ((p \vee \sim p) \wedge (\sim q \wedge r)) \quad (۱)$$

$$(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \vee \sim p) \wedge (q \wedge \sim r)) \quad (۲)$$

$$[p \Rightarrow ((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r))] \Rightarrow (\sim(p \vee r) \wedge q) \quad (۳)$$

$$(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q] \quad (۴)$$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در ۳ حالت درست X، گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم که تنها گزینه‌ی ۱ باقی می‌ماند.

برای مجموعه‌های  $A = \{a - ۲, ۶, ۲b + ۱, c\}$  و  $B = \{\sqrt{d}, ۵, -۱\}$ ، فرض کنید  $A \times B = B \times A$  باشد، در چند حالت مقدار  $a + b + c = ۹$  است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} A = \{a - ۲, ۶, ۲b + ۱, c\} \\ B = \{۶, ۵, -۱\} \end{cases}$$

$$\left. \begin{matrix} a - ۲ \\ ۲b + ۱ \\ c \end{matrix} \right\} \rightarrow \begin{matrix} ۵, -۱, -۱ \\ ۵, ۶, -۱ \\ ۵, ۵, -۱ \end{matrix} \xrightarrow{\oplus} a + ۲b + c - ۱ = \begin{cases} ۳ \\ ۱۵ \\ ۹ \end{cases}$$

$$a + b + c = ۹ : \begin{cases} b - ۱ = -۶ \Rightarrow b = -۵ \\ b - ۱ = ۱ \Rightarrow b = ۲ \\ b - ۱ = ۰ \Rightarrow b = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - ۲ = -۱ \\ c = ۶ \end{cases} \quad \begin{cases} a - ۲ = ۶ \\ c = -۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = ۱ \\ b = ۲ \\ c = ۶ \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a = ۸ \\ b = ۲ \\ c = -۱ \end{cases} \text{ دو حالت}$$

۶۱

کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره  $[ \sim p \wedge ( \sim q \wedge r ) ] \vee ( q \wedge r ) \vee ( p \wedge r )$  است؟

- ۱ (۱) q ۲ (۲) r ۳ (۳)  $r \vee p$  ۴ (۴)  $p \vee q$

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$\begin{aligned} [ \sim p \wedge ( \sim q \wedge r ) ] \vee [ ( q \wedge r ) \vee ( p \wedge r ) ] &\equiv [ ( \sim p \wedge \sim q ) \wedge r ] \vee [ ( q \vee p ) \wedge r ] \\ &\equiv [ \sim ( p \vee q ) \wedge r ] \vee [ ( p \vee q ) \wedge r ] \equiv \underbrace{[ \sim ( p \vee q ) \vee ( p \vee q ) ]}_{T} \wedge r \equiv T \wedge r \equiv r \end{aligned}$$

۶۲



اگر  $A$ ،  $B$  و  $C$  سه مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع  $U$  باشند، مجموعه  $C - ((A - B)' - (B - C)) - C$  با کدام مجموعه برابر است؟

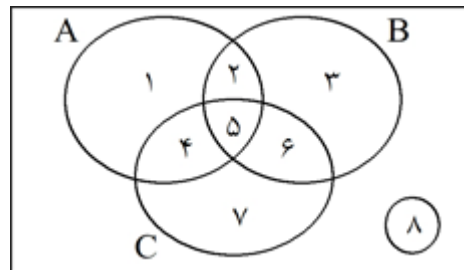
(۱)  $A' - (B \cup C)$       (۲)  $B - (A \cup C)$       (۳)  $C - (A \cup B)$       (۴)  $(A' \cup B') - C$

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$\begin{aligned} [(A - B)' - (B - C)] - C &= [(A \cap B')' \cap (B \cap C')]' \cap C' \\ &= [(A' \cup B) \cap (B' \cup C)] \cap C' = (A' \cup B) \cap [(B' \cup C) \cap C'] \\ &= (A' \cup B) \cap [(B' \cap C') \cup (C \cap C')] = (A' \cup B) \cap (B' \cap C') \\ &= [(A' \cup B) \cap B'] \cap C' = [(A' \cap B') \cup (B \cap B')] \cap C' \\ &= (A' \cap B') \cap C' = A' \cap (B' \cap C') = A' \cap (B \cup C)' = A' - (B \cup C) \end{aligned}$$

روش دوم:



$A - B = \{1, 4\}$        $(A - B)' = \{2, 3, 5, 6, 7, 8\}$        $B - C = \{2, 3\}$   
 $\Rightarrow (A - B)' - (B - C) = \{5, 6, 7, 8\} \Rightarrow [(A - B)' - (B - C)] - C = \{8\} = A' \cap B' \cap C'$

۶۳

کدام مورد در خصوص ارزش گزاره  $q \Rightarrow [p \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p)]$ ، صحیح است؟

- (۱) با ارزش گزاره  $\sim p$  برابر است.      (۲) همواره درست است.  
 (۳) با ارزش گزاره  $\sim q$  برابر است.      (۴) با ارزش گزاره  $\sim(p \vee q)$  برابر است.

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$[p \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p)] \Rightarrow q \equiv [p \wedge (q \vee \sim p)] \Rightarrow q \equiv \sim(p \wedge q) \vee q \equiv (\sim p \vee \sim q) \equiv T$$

همواره درست

۶۴



اگر p گزاره درست، q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره درست است؟

$$(p \Leftrightarrow \sim q) \vee r \quad \text{۱}$$

$$\sim(p \wedge \sim q) \wedge r \quad \text{۲}$$

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim q) \quad \text{۳}$$

$$(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q) \quad \text{۴}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - انسانی

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$\text{گزینه ۱: } (p \Leftrightarrow \sim q) \vee r \equiv \underbrace{(T \Leftrightarrow T)}_T \vee r \equiv T$$

$$\text{گزینه ۲: } \sim(p \wedge \sim q) \wedge r \equiv \sim(T \wedge T) \wedge r \equiv F \wedge r \equiv F$$

$$\text{گزینه ۳: } (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim q) \equiv F \Leftrightarrow T \equiv F$$

$$\text{گزینه ۴: } (\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$$

۶۵

اگر A و B دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه  $[(A \cap B) - B]' \cap [(A \cap B) \cup (A - B)]$  با کدام مجموعه برابر است؟

$$A \quad \text{۱} \quad \emptyset \quad \text{۲} \quad A - B \quad \text{۳} \quad A' - B' \quad \text{۴}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$[(A \cap B) - B]' \cap [(A \cap B) \cup (A - B)]$$

$$\underbrace{((A \cap B) \cap B')}' \cap \underbrace{[(A \cap B) \cup (A \cap B')]}_{A \cap (B \cup B')} = \underbrace{\emptyset'}_M \cap \underbrace{(A \cap M)}_A = M \cap A = A$$

۶۶

اگر U مجموع مرجع و  $A' \cup B = A' \cap B'$  باشد، کدام مورد درست است؟

$$A = B \quad \text{۱} \quad A = \emptyset \quad \text{۲} \quad B = U \quad \text{۳} \quad B = \emptyset \quad \text{۴}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

روش اول:

$$A' \cup B = A' \cap B' \xrightarrow{\cap B} \underbrace{(A' \cup B) \cap B}_{B \text{ جذب}} = \underbrace{(A' \cap B') \cap B}_{\emptyset} : B = \emptyset$$

روش دوم:

$$A' \cup B = A' \cap B' \xrightarrow{\text{متنم}} (A' \cup B)' = (A' \cap B')'$$

$$\Rightarrow A \cap B' = A \cup B \Rightarrow A - B = A \cup B : B = \emptyset$$

۶۷



	<p>ارزش گزاره <math>(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)</math> در کدام حالت زیر درست است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ p درست، q نادرست، r درست  <input type="radio"/> ۲ p نادرست، q نادرست، r نادرست  <input type="radio"/> ۳ p درست، q درست، r نادرست  <input type="radio"/> ۴ p نادرست، q درست، r نادرست         </p> <p>کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی</p> <p>پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌توان تمامی گزینه‌ها را بررسی کرد.</p> <p>در گزینه ۱ ارزش <math>p \Rightarrow q</math> نادرست می‌شود و ارزش کل گزاره نیز نادرست خواهد بود.</p> <p>در گزینه ۳ و ۴ ارزش <math>q \Rightarrow r</math> نادرست می‌شود و در کل گزاره‌ای نادرست خواهیم داشت. اما در گزینه ۲ به ارزشی درست می‌رسیم.</p>
	<p>کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره <math>q \Leftrightarrow (\sim p \vee q)</math> است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ p  <input type="radio"/> ۲ <math>p \vee q</math>  <input type="radio"/> ۳ q  <input type="radio"/> ۴ <math>\sim p \Leftrightarrow q</math> </p> <p>سراسری - ریاضی - تیرماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.</p> $(\sim p \vee q) \Leftrightarrow q$ $\equiv ((\sim p \vee q) \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow (\sim p \vee q))$ $\equiv \underbrace{((p \wedge \sim q) \vee q)}_{p \vee q} \wedge \underbrace{(\sim q \vee (\sim p \vee q))}_T \equiv p \vee q$
	<p>گزاره <math>((\sim p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)) \Rightarrow p</math> در کدام حالت <u>نادرست</u> است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ p و q درست  <input type="radio"/> ۲ <math>\sim p</math> و <math>\sim q</math> نادرست  <input type="radio"/> ۳ p و <math>\sim q</math> درست  <input type="radio"/> ۴ p و <math>\sim q</math> نادرست         </p> <p>سراسری - انسانی - تیرماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در یک گزاره شرطی، اگر تالی درست باشد آنگاه ارزش کلی گزاره نیز درست است و نیازی به چک کردن مقدم نیست. در گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ تالی (p) درست است. بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح می‌باشد.</p>
	<p>مجموعه‌های <math>A, B, C</math> و <math>D</math> را در نظر بگیرید. تعداد اعضای <math>C</math>، دو واحد بیشتر از <math>A</math> و تعداد اعضای <math>D</math>، سه واحد کمتر از <math>B</math> است. اگر تعداد اعضای مجموعه <math>C \times B</math>، ۲۵٪ بیشتر از تعداد اعضای مجموعه <math>A \times B</math> و <math>1/5</math> برابر تعداد اعضای مجموعه <math>A \times D</math> باشد، اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های <math>A</math> و <math>B</math> چقدر است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۲  <input type="radio"/> ۲ ۵  <input type="radio"/> ۳ ۷  <input type="radio"/> ۴ ۱۰         </p> <p>سراسری - ریاضی - تیرماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.</p> $\begin{cases}  A  = x \\  C  = x + 2 \\  B  = y \\  D  = y - 3 \end{cases} \quad \begin{cases} n(B \times C) = n(B) \times n(C) = y(x + 2) = xy + 2y \\ n(A \times B) = n(A) \times n(B) = xy \end{cases}$ $\Rightarrow xy + 2y = 1/25 xy$ $\Rightarrow 2y = 0/25 x \Rightarrow x = 8$ $n(A \times D) = x(y - 3) = xy - 3x$ $\Rightarrow n(B \times C) = 1/5 n(A \times D) \Rightarrow xy + 2y = 1/5 (xy - 3x) \xrightarrow{\times 5} 5xy + 10y = xy - 9x$ $\xrightarrow{x=8} 16y + 10y = 24y - 72 \Rightarrow 4y = 72 \Rightarrow y = 18$ $\Rightarrow n(B) - n(A) = y - x = 18 - 8 = 10$

اگر A و B دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه  $(A' \cup ((B \cap A) \cap [(B \cup A) \cap B]))$  با کدام مجموعه برابر است؟

(۱)  $(A - B)'$  (۲)  $B - A$  (۳) B (۴)  $\emptyset$

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} & A' \cup ((B \cap A) \cap [(B \cup A) \cap B]) = A' \cup ((B \cap A) \cap [B]) = A' \cup (B \cap A) \\ & = (A' \cup B) \cap (A' \cup A) = A' \cup B = (A \cap B')' = (A - B)' \end{aligned}$$

جذب B  
M مرجع

۷۲

ارزش گزاره‌ی  $(p \vee q) \Rightarrow r$ ، نادرست است. احتمال این‌که q نادرست باشد، کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{3}{8}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق جدول ارزش گزاره‌ها برای سه گزاره‌ی p، q و r داریم:

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \Rightarrow r$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	د
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن	د

همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، در ردیف‌های ۲، ۴ و ۶، ارزش گزاره‌ی  $(p \vee q) \Rightarrow r$  نادرست است. در بین این سه ردیف، تنها در ردیف ۴، ارزش گزاره‌ی q نادرست است، پس احتمال موردنظر برابر  $\frac{1}{3}$  است.

۷۳





فرض کنید  $U = A \cup B$  مجموعه‌ی مرجع و  $C = (A - B) \cup (B - A)$  اگر  $((A' - B)' \cap C)' = B$  کدام عبارت درست است؟

$$A - B = \emptyset \quad \text{۴}$$

$$A \subseteq B \quad \text{۳}$$

$$A \cap B = \emptyset \quad \text{۲}$$

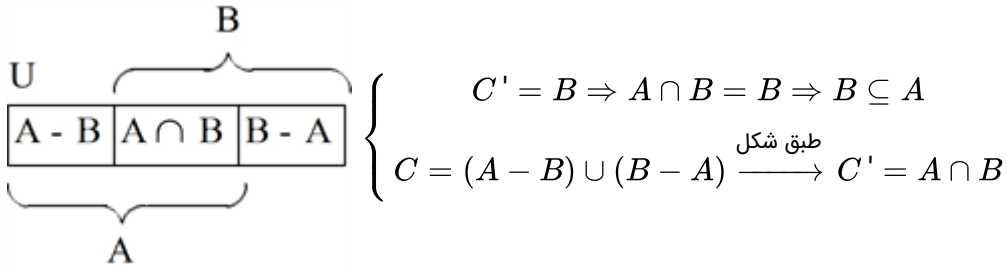
$$B \subseteq A \quad \text{۱}$$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(A' - B)' \cap C = (A' \cap B')' \cap C = (A \cup B) \cap C = U \cap C = C \xrightarrow{\text{طبق فرض}} C' = B$$

مطابق نمودار ون، متمم مجموعه‌ی C در این سؤال معادل مجموعه‌ی  $A \cap B$  است، بنابراین داریم:



۷۴

ارزش گزاره‌ی  $p \Rightarrow (q \vee r)$  درست است. احتمال این‌که ارزش گزاره‌ی r نادرست باشد، کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad \text{۴}$$

$$\frac{4}{5} \quad \text{۳}$$

$$\frac{1}{2} \quad \text{۲}$$

$$\frac{3}{5} \quad \text{۱}$$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، در ۷ ردیف ارزش گزاره‌ی

$p \Rightarrow (q \vee r)$  درست است که در ردیف‌های ۲، ۶ و ۸ یعنی ۳ ردیف آن، ارزش گزاره‌ی r نادرست است.

p	q	r	$q \vee r$	$p \Rightarrow (q \vee r)$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	د
ن	ن	ن	ن	د

$$\left\{ \begin{array}{l} n(S) = 7 \\ n(A) = 3 \end{array} \right. \rightarrow P(A) = \frac{3}{7} \quad \text{پس:}$$

۷۵



گزاره‌ی  $(p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge r)$ ، با کدام گزاره‌ی زیر، هم‌ارزش است؟

$r \Rightarrow (p \vee q)$  (۴)     
  $r \Rightarrow (p \wedge q)$  (۳)     
  $p \wedge (q \vee r)$  (۲)     
  $p \vee (q \wedge r)$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

**پاسخ: ۲** گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها می‌توان نشان داد اگر  $a$  و  $b$  دو گزاره باشد، ارزش گزاره‌های  $a \Rightarrow b$  و  $\sim a \vee b$  با هم برابر است:

a	b	$\sim a$	$\sim a \vee b$	$a \Rightarrow b$
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

حالا در این سؤال  $\sim p \vee \sim q$  را  $a$  و  $p \wedge r$  را  $b$  در نظر بگیرید. داریم:

$$\underbrace{(\sim p \vee \sim q)}_{\text{دمورگان}} \Rightarrow (p \wedge r) \equiv \sim(\sim p \vee \sim q) \vee (p \wedge r) \equiv \underbrace{(p \wedge q) \vee (p \wedge r)}_{\text{توزیع پذیری}} \equiv p \wedge (q \vee r)$$

۷۶

کدام گزاره‌ی سوری زیر، دارای ارزش درست است؟

$\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 2 > 2x$  (۱)     
  $\exists x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{x} = x$  (۲)

$\exists x \in \mathbb{R} : \left| x + \frac{1}{x} \right| < 2$  (۳)     
  $\forall x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2$  (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

**پاسخ: ۱** گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱)

همواره درست  $x^2 + 2 > 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + 1 > 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + 1 > 0$   
 پس رابطه داده شده در گزینه ۱ درست و پاسخ سؤال همین گزینه است. برای محکم‌کاری نادرستی بقیه گزینه‌ها را نیز نشان می‌دهیم.

۷۷

گزینه ۲)  $\frac{x-1}{x} = x \Rightarrow x^2 = x-1 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0$

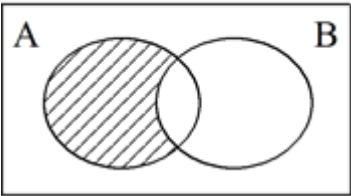

چنین چیزی امکان‌پذیر نیست.  $\Delta = 1 - 4 = -3 < 0$

گزینه ۳) می‌توان ثابت کرد به ازای  $x \neq 0$  عضو  $\mathbb{R}$ ، عبارت  $x + \frac{1}{x}$  یا بزرگ‌تر و یا مساوی ۲ و یا کوچک‌تر از ۲- اثبات یکی از حالت‌ها را در زیر ببینید.

فرض کنید  $x > 0$  است:

همیشه درست  $x + \frac{1}{x} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 1}{x} \geq 2 \Leftrightarrow x^2 + 1 \geq 2x \Leftrightarrow x^2 + 1 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0$   
 گزینه ۴) رابطه به ازای  $x = 2$  برقرار نیست. چون یک طرفه رابطه تعریف‌نشده و طرف دیگر برابر ۴ می‌شود.



	<p>یک مجموعه‌ی هشت عضوی را به چند طریق می‌توان به دو مجموعه‌ی ۳ عضوی و یک مجموعه‌ی ۲ عضوی، افراز کرد؟</p> <p>۱) ۲۱۰      ۲) ۲۴۰      ۳) ۲۸۰      ۴) ۳۲۰</p> <p>پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p> $\left(\frac{1}{2} \binom{8}{3} \binom{5}{3}\right) \times \binom{2}{2} = 280$	۷۸
	<p>اگر <math>A = \{1, 2, \{1, 2, 3\}\}</math>، <math>B = \{1, 2, 3, \{1, 2\}\}</math> و <math>C = \{1, 2, 3\}</math> باشد، کدام رابطه درست است؟</p> <p>۱) <math>A - B = C</math>      ۲) <math>B - C = \phi</math>      ۳) <math>B - C = \{1, 2\}</math>      ۴) <math>A - B = \{C\}</math></p> <p>پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p> <p>یعنی <math>A - B = A \cap B' \rightarrow</math> می‌دانیم</p>  <p>فقط کافی است بررسی گزینه کنیم.</p>	۷۹
	<p>مجموعه‌ی A دارای ۵۱۲ زیرمجموعه است، مجموعه‌ی <math>A \cap B</math> دارای ۳ عضو است. تعداد زیرمجموعه‌های <math>(B \cup A')'</math> کدام است؟</p> <p>۱) ۱۶      ۲) ۳۲      ۳) ۴۸      ۴) ۶۴</p> <p>پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر است با <math>2^n</math>، بنابراین:</p> $2^{n(A)} = 512 \Rightarrow 2^{n(A)} = 2^9 \Rightarrow n(A) = 9$ <p>از طرفی:</p> $(B \cup A')' = B' \cap A = A - B$ <p>می‌دانیم:</p> $ A - B  =  A  -  A \cap B  = 9 - 3 = 6 \Rightarrow 2^6 = 64$	۸۰
	<p>تعداد افرازه‌های مجموعه‌ی <math>A = \{a, b, c, d, e\}</math>، که شامل مجموعه‌های دو عضوی و سه عضوی باشند، کدام است؟</p> <p>۱) ۸      ۲) ۹      ۳) ۱۰      ۴) ۱۲</p> <p>پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p> <p>حالت‌های افراز ۵ عضوی <math>\rightarrow</math></p> $\left\{ \begin{array}{l} 5 \\ 1 و 4 \\ 2 و 3 \Rightarrow \binom{5}{2} \times \binom{3}{2} = 10 \\ 1 و 1 و 3 \\ 1 و 1 و 2 \\ 1 و 1 و 1 و 2 \\ 1 و 1 و 1 و 1 و 1 \end{array} \right.$	۸۱



	<p>اگر <math>A = \{1, 2\}</math> و <math>B = \{1, 2, \{1, 2\}\}</math> و <math>C = \{\{1, 2, \{1, 2\}\}, 1\}</math> باشند، کدام بیان در مورد این مجموعه‌ها <u>نادرست</u> است؟</p> <p>۱ <math>B \subset C</math>    ۲ <math>A \in B</math>    ۳ <math>A \subset B</math>    ۴ <math>B \in C</math></p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p> <p>پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا <math>B \subset C</math> نادرست است. دلیل این است که <math>2 \in B</math> ولی <math>2 \notin C</math>.</p>	۸۲
	<p>رابطه‌ی <math>R = \left\{ (a, b) : 1 &lt; \frac{b}{a} \leq \frac{3}{2} \right\}</math> از مجموعه‌ی <math>A = \{2, 4, 6, 8\}</math> در مجموعه‌ی <math>B = \{1, 3, 5, 7, 9\}</math> تعریف شده است. تعداد عضوهای این رابطه کدام است؟</p> <p>۱ ۴    ۲ ۵    ۳ ۶    ۴ ۷</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p> <p>پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.</p> <p><math>B = \{1, 3, 5, 7, 9\}</math>    <math>A = \{2, 4, 6, 8\}</math></p> <p><math>1 &lt; \frac{b}{a} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow a \leq b \leq \frac{3}{2}a</math></p> <p>هیچ مقدار <math>a</math> <math>b = 1</math> ۱)  <math>a = 2</math> <math>b = 3</math> ۲)  <math>a = 4</math> <math>b = 5</math> ۳)  <math>a = 6, 8</math> <math>b = 7</math> ۴)  <math>a = 6, 8</math> <math>b = 9</math> ۵)</p> <p>به وضوح ۶ عضو است.</p> <p>مسئله راه‌حل هندسی نیز دارد که نقاط با مختصات صحیح بین دو <math>y = x</math> و <math>y = \frac{3}{2}x</math> را با شرایط بالا بشماریم.</p>	۸۳
	<p>یکی از افرازهای مجموعه‌ی <math>A</math> به صورت <math>\{c\}, \{a, b\}, \{a\}, \{b\}</math> است. تعداد افرازهای مجموعه‌ی <math>A</math> که فاقد مجموعه تک عضوی باشند، کدام است؟</p> <p>۱ ۳    ۲ ۴    ۳ ۵    ۴ ۶</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p> <p>پاسخ: ۲ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. مجموعه‌ی <math>A</math>، ۴ عضوی است، حالت‌های افراز فاقد تک عضوی:</p> <p> <math display="block">\left\{ \begin{array}{l} \text{تعداد} \quad 4 \rightarrow \binom{4}{4} = 1 \\ \text{تعداد} \quad 2, 2 \rightarrow \frac{\binom{4}{2} \times \binom{2}{2}}{2!} = 3 \end{array} \right. \xrightarrow{+} 4</math> </p>	۸۴



	متتم مجموعه‌ی $A - (B - A)$ ، نسبت به مجموعه‌ی جهانی کدام است؟ <div><div><math>A \cup B</math> ۱</div><div><math>A \cap B</math> ۲</div><div><math>A</math> ۳</div><div><math>B</math> ۴</div></div> <div>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</div> <div>پاسخ: ۱ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا مجموعه‌ی <math>A - (B - A)</math> را کمی ساده کرده و سپس متتم آن را به دست می‌آوریم: <math display="block">(B - A)' - A = (B \cap A')' \cap A' = (B' \cup A) \cap A' = (B' \cap A') \cup (A \cap A')</math><math display="block">\xrightarrow{A \cap A' = \phi} (B' \cap A') \cup \phi = (B' \cap A') = (B \cup A)'</math>بنابراین مجموعه‌ی <math>A - (B - A)</math> برابر با <math>(B \cup A)'</math> است و متتم آن مجموعه‌ی <math>A \cup B</math> است.</div>	۸۵										
	اگر $n \in \mathbb{N}$ ، $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -n, 2^m \leq n\}$ ، آن‌گاه مجموعه‌ی $A_4 \cap A_3$ چند زیرمجموعه دارد؟ <div><div>۸ ۱</div><div>۱۶ ۲</div><div>۳۲ ۳</div><div>۳۶ ۴</div></div> <div>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</div> <div>پاسخ: ۳ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا دو مجموعه‌ی <math>A_4</math> و <math>A_3</math> را به دست می‌آوریم: <math display="block">A_3 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -3, 2^m \leq 3\} \Rightarrow A_3 = \{-3, -2, -1, 0, 1\}</math><math display="block">A_4 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -4, 2^m \leq 4\} \Rightarrow A_4 = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}</math><math display="block">A_3 \cap A_4 = \{-3, -2, -1, 0, 1\} \Rightarrow n(A_3 \cap A_4) = 5</math>می‌دانیم یک مجموعه‌ی <math>k</math> عضوی، <math>2^k</math> زیرمجموعه دارد. بنابراین مجموعه‌ی <math>(A_3 \cap A_4)</math> دارای <math>2^5 = 32</math> زیرمجموعه است.</div>	۸۶										
	تعداد افرازهای مجموعه‌ی $\{0, 1, 2, 3\}$ کدام است؟ <div><div>۶ ۱</div><div>۹ ۲</div><div>۱۲ ۳</div><div>۱۵ ۴</div></div> <div>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</div> <div>پاسخ: ۴ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. <table><tr><td></td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td></tr><tr><td>کل افراز</td><td>۲</td><td>۵</td><td>۱۵</td><td>۵۲</td></tr></table>کل افرازهای چند مجموعه چنین است:</div>		۲	۳	۴	۵	کل افراز	۲	۵	۱۵	۵۲	۸۷
	۲	۳	۴	۵								
کل افراز	۲	۵	۱۵	۵۲								
	اگر $A$ و $B$ دو مجموعه‌ی غیر تهی باشند $(A \cap B') - (B - A)$ برابر کدام مجموعه است؟ <div><div><math>B'</math> ۱</div><div><math>\emptyset</math> ۲</div><div><math>A \cap B</math> ۳</div><div><math>A - B</math> ۴</div></div> <div>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</div> <div>پاسخ: ۴ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. <math display="block">(A \cap B') - (B - A) = (A \cap B') \cap (B \cap A')' = A \cap B' \cap (B' \cup A) = A \cap B' = A - B</math>جذب</div>	۸۸										



	<p>متتم مجموعه <math>\{A - (A - B)\} \cup (A \cap B)'</math> کدام است؟</p> <p> <math>\emptyset</math> (۴)      <math>A' \cup B'</math> (۳)      <math>B'</math> (۲)      <math>A</math> (۱)         </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی</p> <p>گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم <math>A - (A - B) = A \cap B</math> داریم:</p> $\{A - (A - B)\} \cup (A \cap B)' = (A \cap B) \cup (A \cap B)' = M$ $A - (A - B) = A \cap (A \cap B')' = A \cap (A' \cup B) = \cancel{(A \cap A')}^{\emptyset} \cup (A \cap B) = A \cap B$ <p>بنابراین متتم این مجموعه برابر <math>\emptyset</math> است.</p>	۸۹
--	--	----



# پاسخنامه تشریحی

$$\forall x ; (x \in A \Rightarrow x \in A \cup x \in B) \Rightarrow x \in A \cup B$$

$$\forall x ; (x \in A \Rightarrow x \in A \cup B) \Rightarrow A \subseteq A \cup B$$

$$(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q)$$

$$(F \vee T) \Leftrightarrow \sim(T \vee F)$$

$$T \Leftrightarrow F \equiv F$$

می‌توان با جدول ارزش گزاره‌ها نیز به جواب رسید.

$$(\sim p \Leftrightarrow q) \wedge r$$

$$\underbrace{F \Leftrightarrow F}_{T \wedge r \equiv r}$$

بستگی به ارزش  $r$  دارد. می‌توان با جدول ارزش‌ها نیز به جواب رسید.

p	ارزش p	گزاره $\sim p$	ارزش $\sim p$
$5 \in \mathbb{N}$	T	$5 \notin \mathbb{N}$	F
حاصل ضرب ۲ عدد فرد، عددی زوج است.	F	حاصل ضرب ۲ عدد، فرد، زوج نمی‌شود.	T
$-3 > -5$	T	$-3 \leq -5$	F

الف) نادرست، نقیض:  $(3 \times 6) \leq (2 \times 10)$

ب) درست، نقیض: کسر  $\frac{5x-3}{3x-x^2}$  گویا نیست.

$$① A_\gamma = \{a, b\}, A_\gamma = \{c, d\}$$

$$② A_\gamma = \{a, b, c\}, A_\gamma = \{d\}$$

$$A_\gamma = \{a\}, A_\gamma = \{b, c\}, A_\gamma = \{d, e, f\}$$

$$A = \{a\} \quad B = \{a, \{a\}\}$$

واضح است  $A = \{a\} \in B$  و چون  $a \in B$  پس  $A = \{a\} \subseteq B$ .

$$B \subseteq A \text{ و } A \subseteq B$$

$$p \Rightarrow [q \Rightarrow (P \wedge q)] \equiv \sim p \vee [\sim q \vee (p \wedge q)]$$

$$\equiv (\sim p \vee \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv \underbrace{\sim(p \wedge q)}_r \vee \underbrace{(p \wedge q)}_r$$

$$\equiv \sim r \vee r \equiv T$$

با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نیز می‌توان به این نتیجه رسید.

r					
p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$	$\sim r$
د	د	د	د	د	ن
د	ن	ن	د	د	ن
ن	د	ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن	د	ن

۱۱

$$2^{n+2} = 2^n + 48$$

$$2^n \times 2^2 = 2^n + 48$$

$$4 \times 2^n - 2^n = 48$$

$$3 \times 2^n = 48$$

$$2^n = \frac{48}{3} = 16$$

$$n = 4$$

۱۲

الف) گزاره‌ای با ارزش درست است.

ب) گزاره نیست.

ج) گزاره است و نادرست (زیرا اگر  $n$  زوج باشد، مثبت می‌شود).

د) گزاره نیست.

ه) گزاره نیست.

۱۳

الف) درست است، نقیض:  $\sqrt{2}$  عددی گویا است (چنین نیست که  $\sqrt{2}$  گنگ باشد).

ب) نادرست است، نقیض:  $2^2 + 2^3 \neq 2^5$

۱۴

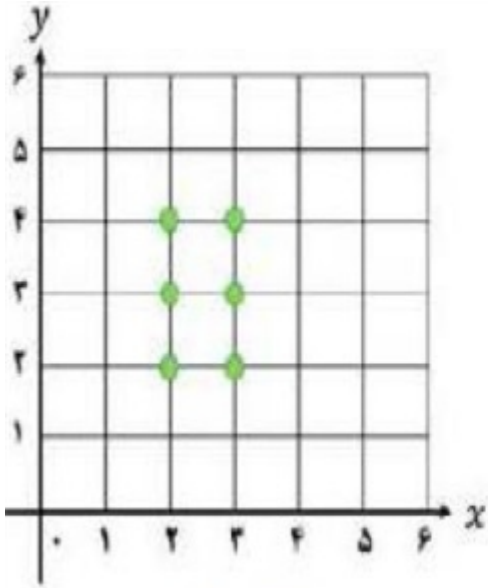




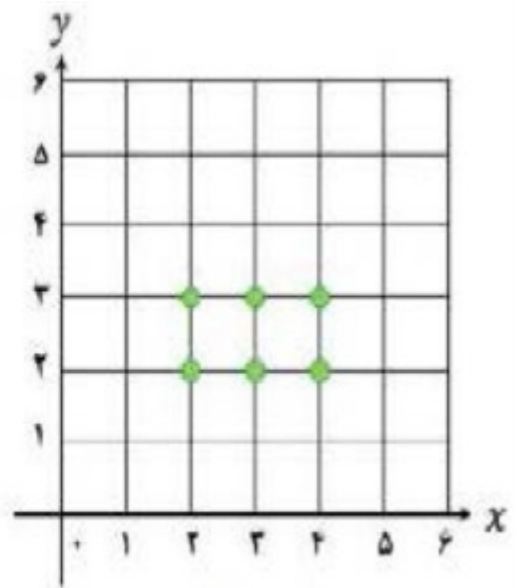
الف)  $A = \{۲, ۳\}, B = \{۲, ۳, ۴\}$

$A \times B = \{(۲, ۲), (۲, ۳), (۲, ۴), (۳, ۲), (۳, ۳), (۳, ۴)\}$

$B \times A = \{(۲, ۲), (۲, ۳), (۳, ۲), (۳, ۳), (۴, ۲), (۴, ۳)\}$

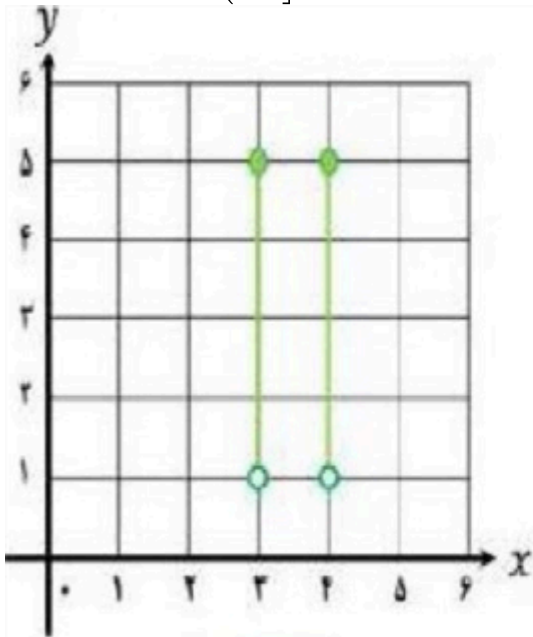


$A \times B$

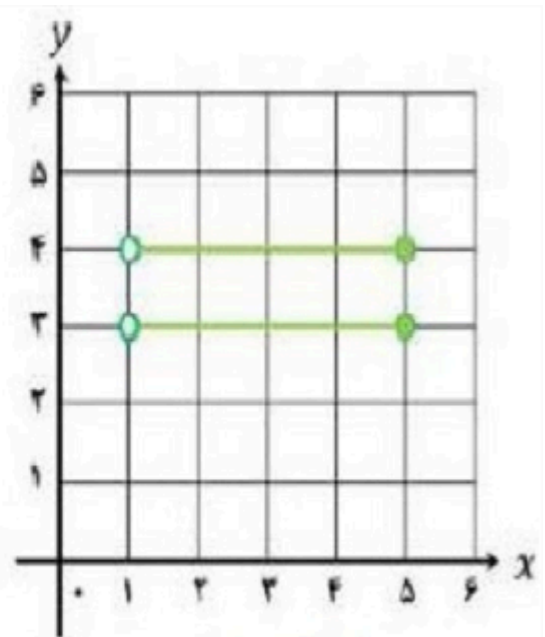


$B \times A$

ب)  $A = \{۳, ۴\}, B = (۱, ۵]$

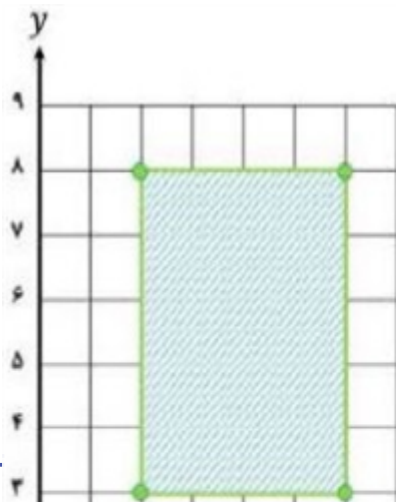


$A \times B$



$B \times A$

پ)  $A = [۲, ۶], B = [۳, ۸]$



می‌دانیم اگر  $A \times B = B \times A$  باشد، خواهیم داشت  $A = B$ ، بنابراین  $\{x+1, 4, -2\} = \{y+2, 5, z\}$ ، واضح است که ۵ فقط می‌تواند با  $x+1$  برابر باشد، لذا  $x=4$  است. اما در دو مورد دیگر دو حالت داریم:

$$[(y+2) \wedge (z=-2)] \vee [(y+2=-2) \wedge (z=4)] \Rightarrow [(y=-2) \wedge (z=-2)] \vee [(y=5) \wedge (z=4)]$$

$$\Rightarrow y+z=0 \Rightarrow x+y+z=4$$

ت)  $A=N, B=[1, 4]$

الف)  $(A \subseteq X) \wedge (A' \subseteq X) \Rightarrow (A \cup A') \subseteq X \Rightarrow U \subseteq X$

از طرفی می‌دانیم همواره  $X \subseteq U$ ، بنابراین  $X=U$  است.

ب)  $(A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = A$

پ)  $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C) = (A \cap C') \cap (B \cap C') = (A \cap B) \cap (C' \cap C')$

$= (A \cap B) \cap C' = (A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$

ت)  $(A \cup B) - (A \cap B) = (A \cup B) \cap (A \cap B)' = (A \cup B) \cap (A' \cap B')$

$= [(A \cup B) \cap A'] \cup [(A \cup B) \cap B']$

$= [\overbrace{(A \cap A')}^{\emptyset} \cup \overbrace{(B \cap A')}^{B-A}] \cup [\overbrace{(A \cap B')}^{A-B} \cup \overbrace{(B \cap B')}^{\emptyset}]$

$= (B-A) \cup (B-A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

ث)  $(A \cup B) \cap (A \cap B)' = \emptyset$

ج)  $B \equiv B \cap (A \cup B) \xrightarrow{A \cup B = A \cup C} B \cap (A \cup C)$

$= (B \cap A) \cup (B \cap C) \xrightarrow{A \cap B = A \cap C} (A \cap C) \cup (B \cap C) = C \cap (A \cup B)$

$\xrightarrow{A \cup B = A \cup C} C \cap (A \cup C) = C$

الف)  $(A' \cap B) \cup ((B \cap A) - B') \cap (B \cup A) \Rightarrow$

$(B \cap A) \cup \underbrace{[(B \cap A) \cap B'] \cap (B \cup A)}_{B \cup A} = (B-A) \cup (B \cup A)$

$\xrightarrow{(B-A) \subseteq (B \cup A)} (B \cup A)$

ب)  $(A \cup B) - B \Rightarrow (A \cup B) \cap B' = \overbrace{(A \cap B')}^{A-B} \cup \overbrace{(B \cap B')}^{\emptyset} = (A-B)$

$= (B \cap A') \cup (B \cap A) = B \cap (A' \cup A) = B$

پ)  $[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B) = \overbrace{[(A \cap A') \cup (B \cap A')]}^{\emptyset} \cup (A \cap B)$

$= (B \cap A) \cup (A \cap B) = B \cap \overbrace{(A \cup A)}^U = B$

۱۶

۱۷

۱۸

$$\text{الف)} (A \cap B) \cup (A \cap B') \Rightarrow (A \cap \overbrace{(B \cup B')}^U) = A$$

$$\text{ب)} (A' \cap A) \cap (B' \cap A) = \emptyset$$

$$\begin{aligned} \text{پ)} A \cap (B \cap C) &= (A \cap A) \cap (B \cap C) = A \cap (A \cap (B \cap C)) \\ &= A \cap ((A \cap B) \cap C) = A \cap (C \cap (A \cap B)) = (A \cap C) \cap (A \cap B) \\ &= (A \cap B) \cap (A \cap C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ت)} A \cup (B \cup C) &= (A \cup A) \cup (B \cup C) = A \cup (A \cup (B \cup C)) = A \cup ((A \cup B) \cup C) \\ &= A \cup (C \cup (A \cup B)) = (A \cup C) \cup (A \cup B) = (A \cup B) \cup (A \cup C) \end{aligned}$$

$$\text{الف)} \forall x; [x \in A \cup C] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in C \end{cases} \text{یا} \Rightarrow \begin{cases} x \in B \\ x \in C \end{cases} \text{یا} \Rightarrow x \in B \cup C$$

$$\text{ب)} \forall x; [x \in A \cap C] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in C \end{cases} \text{و} \Rightarrow \begin{cases} x \in B \\ x \in C \end{cases} \text{و} \Rightarrow x \in C \cap B \Rightarrow A \cap C \subseteq B \cap C$$

$$\forall x; [x \in (A - B)] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow x \in A \Rightarrow A - B \subseteq A$$

$$\text{الف)} A = \{۱, ۲\}, B = \{\{۱, ۲\}, ۱\}, C = \{\{\{۱, ۲\}, ۱\}, ۳\}$$

$$\text{ب)} A = \{۱\}, B = \{\{۱\}, ۲\}, C = \{\{\{۱\}, ۲\}, \{۱\}, ۴, ۵\}$$

$$\text{پ)} A = \{۴\}, B = \{۴, ۵, ۶\}$$

$$A = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m| < ۲\} = \{-۱, ۰, ۱\} \quad -۲ < m < ۲$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^۲ = x\} = \{-۱, +۱, ۰\}$$

$$C = \{y \in \mathbb{Z} \mid y^۲ \leq ۲y\} = \{۰, ۱, ۲\}$$

$$D = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^۲ \leq ۱\} = \{-۱, ۰, ۱\}$$

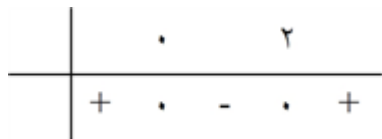
$$E = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^۲ + ۲m = ۳m^۲\} = \{۰, ۱, ۲\}$$

$$m^۲ - ۳m^۲ + ۲m = ۰ \Rightarrow m(m^۲ - ۳m + ۲) = ۰ \Rightarrow m = ۰ \Rightarrow (m - ۲)(m - ۱) = ۰$$

$$\Rightarrow m = ۲, m = ۱$$

$$x^۲ - x = ۰ \Rightarrow x(x^۲ - ۱) = ۰ \Rightarrow x = ۰, x = \pm ۱ \quad -۱ \leq x \leq ۱$$

$$y^۲ - ۲y \leq ۰ \Rightarrow y(y - ۲) \leq ۰$$



$$A = B = D, C = E$$

ب) A, B, D

ت) چنین مجموعه‌ای وجود ندارد.

الف) C, E

پ) D, E

الف)  $\frac{x^2 - 1}{x - 1} \neq x + 1$  - نادرست ۲۵

ب)  $\exists n \in \mathbb{N}; (2^n + 1) \notin P$  - درست

پ)  $\exists x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \geq -2$  - نادرست

ت)  $\forall y \in \mathbb{R}; \frac{y-3}{5} \neq 0$  - درست

الف)  $\forall x \in \mathbb{N}; (x = 2k) \vee (x = 2k - 1)$  - درست ۲۶

ب)  $\exists a \in \mathbb{W}; a^2 < 0$  - نادرست

پ)  $\forall d \in \mathbb{P}; d - 2k - 1$  - نادرست

ت)  $\forall x \in \mathbb{Z}; x \geq 0 \Rightarrow 1 - 2x > 5$  - نادرست

ث)  $\forall x \in \mathbb{R}; x \neq 0 / \left(x + \frac{1}{x} \geq 2\right)$  - درست

ج)  $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 = x$  - درست



p	p	$p \Rightarrow p$
د	د	د
ن	د	د
د	ن	ن
ن	ن	ن

الف  $p \Rightarrow p \equiv T$  (۲۷)

p	f	$p \vee f$
د	د	$\supset \equiv p$
ن	د	د
د	ن	$\supset \equiv p$
ن	ن	$\supset \equiv p$

ب  $p \vee F \equiv p$

p	T	$p \wedge T$
د	د	$\supset \equiv p$
ن	د	$\supset \equiv p$
د	ن	ن
ن	ن	$\supset \equiv p$

پ  $p \wedge T \equiv p$

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim[p \Rightarrow q]$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن
د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د

ت  $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

p	q	$q \vee p$	$p \wedge [q \vee p]$
د	د	د	د
ن	د	د	ن
د	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

ث  $p \wedge (q \vee p) \equiv p$

p	q	$q \wedge p$	$p \vee [q \wedge p]$
د	د	د	$\supset \equiv p$
د	ن	ن	$\supset \equiv p$
ن	د	ن	$\supset \equiv p$
ن	ن	ن	$\supset \equiv p$

ج  $p \vee (q \wedge p) \equiv p$

p	q	r	$q \Rightarrow r$	$p \Rightarrow [q \Rightarrow r]$	$p \wedge q$	$[p \wedge q] \Rightarrow r$
د	د	د	د	د	د	د



ن	ن	د	د	د	ن	د
د	ن	د	د	د	ن	د
ن	د	د	د	د	ن	د
ن	ن	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	ن	د
د	ن	ن	د	د	ن	د
د	د	ن	ن	ن	د	ن

۲۸ الف)  $4 > 3$

چ)  $\frac{1}{2}$  ابوالوفای/بون جانی (ریاضی) آن نیست.

پ)  $a \notin \{b, c, d\}$

ت) ۲ عدد زوج نیست و عدد  $\pi$  گویا نیست.

ث) زمین به دور خورشید می‌چرخد یا سندج مرکز استان کردستان نیست.

ج) اگر  $n$  فرد باشد. آن‌گاه  $a + 1$  زوج است.

ب)  $\{6, 11, 16, 21, \dots\}$

۲۹ الف)  $\{1, 4, 9, 16, \dots\}$

ج)  $\{p \Leftrightarrow q, \neg p \Leftrightarrow \neg q\}$

ت)  $\{0\}$

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$p \Leftrightarrow q$	$\sim[p \Leftrightarrow q]$	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow \sim p$	$\sim p \Leftrightarrow q$
د	د	د	$5 \div \frac{1}{2} \notin Z$ (ب)	ن	ن	د	$-7 \times 1 = -7$ (الف)	ن	ن
د	ن	$\frac{10 \times 9}{3} > 5 \times 3$ (ت)	ن	د	ن	د	$\frac{8 \times 5}{4} \in \left\{2, \frac{1}{2}\right\}$ (پ)	د	د
ن	د	د	ن	ن	د	د	$0 \times \sqrt{2} = 0$ (ث)	د	د
ن	ن	د	$7(8-3) = 35$ (ج)	ن	د	ن	$5(7-3) = 20$ (ج)	ن	د

ب) گزاره هست - درست

ت) گزاره نیست

ج) گزاره نیست

ح) گزاره هست - غلط

د) گزاره هست - غلط

۳۱ الف) گزاره هست - نادرست

پ) گزاره هست - درست

ث) گزاره هست - درست

ج) گزاره هست - غلط

خ) گزاره هست - غلط

$$a^r + b^r = (a + b)(a^r + ab + b^r) \Rightarrow 5^9 + 8 = (5^r)^r + 2^r = (5^r + 2)(\dots) = 137q$$

ر) گزاره هست - درست

ذ) گزاره نیست

$$A \times C = B \times C \Rightarrow (A \times C) - (B \times C) = \emptyset = (A - B) \times C \xrightarrow{C \neq \emptyset} A - B = \emptyset$$

$$: A \cap B' = \emptyset \xrightarrow{\cup B} (A \cap B') \cup B = B : \underbrace{(A \cup B) \cap (B' \cup B)}_M = B : A \cup B = B$$

$$\Rightarrow A \subset B(I)$$

$$A \times C = B \times C \Rightarrow n(A \times C) = n(B \times C)$$

$$: n(A) \times n(C) = n(B \times n(C)) : n(A) = n(B) (II)$$

$$I, II \Rightarrow A = B$$

۳۲

: اثبات از چپ به راست

$$A \times B = \emptyset \Rightarrow n(A \times B) = n(\emptyset) \Rightarrow n(A) \times n(B) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n(A) = 0 \Rightarrow A = \emptyset \\ \text{یا} \\ n(B) = 0 \Rightarrow B = \emptyset \end{cases}$$

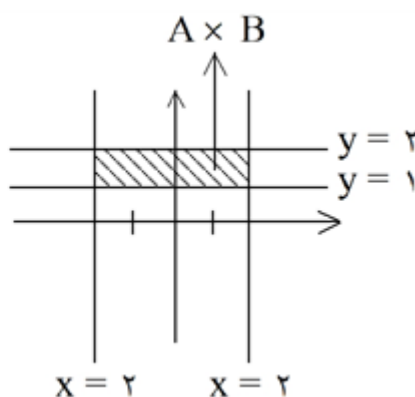
: اثبات از راست به چپ

$$A \times B \neq \emptyset \Rightarrow \exists (x, y) \in A \times B \Rightarrow x \in A \times y \in B \Rightarrow$$

یعنی A و B هر دو عضو دارند ولی مطابق فرض  $A = \emptyset$  یا  $B = \emptyset$  پس فرض خلف غلط است  $\Leftarrow$

$$A \times B = \emptyset$$

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \times y \in B\} :$$



زمانی  $A \times B$  با  $B \times A$  برابر است که هر دو مجموعه با هم برابر باشند.

از طرفی می‌دانیم  $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$  پس:

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A) = \emptyset \Rightarrow A \cap B = \emptyset$$

$$A = \{-3, -1, 1\}, B = \{1, 2, 3\}, A \cap B = \{1\}$$

$$A \times B = \{(-3, 1), (-3, 2), (-3, 3), (-1, 1), (-1, 2), (-1, 3), (1, 1), (1, 2), (1, 3)\}$$

$$\left. \begin{aligned} n(B \times A) &= n(A \times B) = n(A) \times n(B) \\ (A \times B) \cap (C \times D) &= (A \cap C) \times (B \cap D) \\ (A \cap B) \times (B \cap A) \end{aligned} \right\} \text{ می‌دانیم:}$$

$$n((A \times B) \cap (B \times A)) = n^*(A \cap B) = 1^2 = 1$$

$$n((A \times B) \cup (B \times A)) = n(C \cup D) = n(C) + n(D) - n(C \cap D)$$

$$= n(A \times B) + n(B \times A) - n((A \times B) \cap (B \times A))$$

$$= 2n(A) \times n(B) - n^*(A \cap B) = 2 \times 3 \times 3 - 1^2 = 17$$

$$n(A^* - B^*) = n(C - D) = n(C) - n(C \cap D)$$

$$= n(A \times A) - n((A \times A) \cap (B \times B)) = n^*(A) - n^*(A \cap B) = 3^2 - 1^2 = 8$$

$$\underbrace{(A \cap B) \times (A \cap B)}$$

پس تعداد زیرمجموعه‌های  $A^* - B^*$  برابر است با:  $2^8$ .

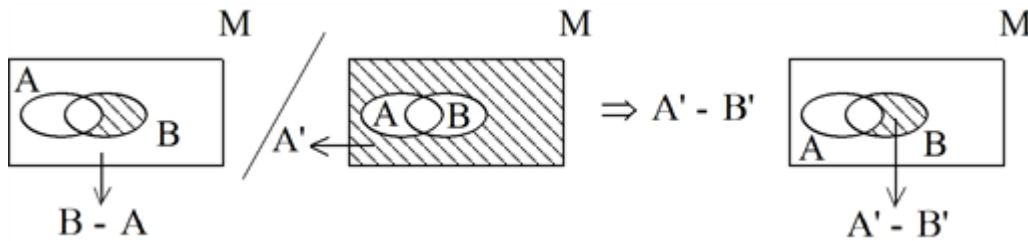




$$S = N$$

$$\{x \in N \mid 1 < x \leq 4\} = \{2, 3, 4\} / \{x \in N \mid x^2 = 4\} = \{2\} \cup \{3, 4\} = \{2, 3, 4\}$$

$$\begin{aligned} \text{حل : } (A \Delta B) \cup (A \cap B) &= [(A - B) \cup (B - A)] \cup (A \cap B) = (A \cap B') \cup (B \cap A') \cup (A \cap B) \\ &= [A \cap \underbrace{(B \cup B')}_{\text{مرجع } M}] \cup (B \cap A') = A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap \underbrace{(A \cup A')}_{\text{مرجع } M} = A \cup B \end{aligned}$$



$$(A - B) \cap B = (A \cap B') \cap B = A \cap \underbrace{B' \cap B}_{\emptyset} = A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$\begin{aligned} A \subset B : &\begin{cases} A \cap B = A \\ A \cup B = B \end{cases} \\ A \subset C : &\begin{cases} A \cap C = A \\ A \cup C = C \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{حل } A \cup B = B \xrightarrow{\cap C} (A \cup B) \cap C = B \cap C \Rightarrow \underbrace{(A \cap C) \cup (B \cap C)}_A = B \cap C$$

$$\Rightarrow A \cup (B \cap C) = B \cap C \Rightarrow A \subset B \cap C$$

$$\begin{aligned} \text{حل : } (A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) &= \underbrace{(A \cap B')}_{A \cap (B' \cup B)} \cup (A \cap B) \cup \underbrace{(B \cap A')}_{(B \cap A')} \\ &= [A \cap (B' \cup B) \cup (B \cap A')] = A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap \underbrace{(A \cup A')}_{\text{مرجع } M} = A \cup B \end{aligned}$$

دقت کنیم  $A_i$  بازه اعداد حقیقی است:

$$\begin{aligned} A_1 &= [-1 \text{ و } 9] & \bigcup_{i=1}^{10} A_i &= A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_{10} = [-10, 9] \\ A_2 &= [-2 \text{ و } 8] & & \\ &\vdots & & \\ A_{10} &= [-10 \text{ و } 0] & \bigcap_{i=1}^{10} A_i &= A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = [-1, 0] \end{aligned}$$





$$A_1 = (-1, 1)$$

$$A_2 = \left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{2}\right)$$

$$A_3 = \left(-\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$$

$$\bigcup_{i=1}^3 A_i = \left(-1, \frac{5}{3}\right)$$

$$\bigcap_{i=1}^3 A_i = \left(-\frac{1}{3}, 1\right)$$

$$A = \{a\} \text{ و } B = \{\{a\}\} \text{ و } C = \{\{a\}, \{\{a\}\}\}$$

$$A = \{a\} \text{ و } B = \{\{a\}\} \text{ و } C = \{\{\{a\}\}\}$$

$$D \subset A \subset B \subset C$$

۵۰ الف) نادرست ب) درست پ) درست ث) درست  
دقت کنیم نماد  $\emptyset$  زمانی که وارد مجموعه می‌شود، یک عضو محسوب می‌شود.

۵۱ می‌دانیم در یک مجموعه هر عضو را باید یک بار بنویسیم:

$$A = \{ب, ی, ا, ن\} \text{ بیان} \Rightarrow A = B$$

$$B = \{ب, ی, ا, ن\} \text{ بینابین}$$

$$B = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$C = \{x \mid x \in R, x \in (-2, 2)\} = \{x \in R \mid -2 < x < 2\}$$

۵۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$[(p \wedge q) \Rightarrow r] \Rightarrow (\sim p \vee \sim q \vee r) \equiv \sim(\sim p \vee \sim q \vee r) \vee (\sim p \vee \sim q \vee r) \equiv \sim s \vee s \equiv T \Rightarrow \text{همواره درست}$$

۵۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر  $p$  را نادرست بگیریم صرف‌نظر از ارزش  $q$  و  $r$  گزاره درست است. اگر  $p$  را درست هم بگیریم باز هم نتیجه می‌شود گزاره درست است، پس این گزاره همواره درست است.

۵۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(p \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow q) \equiv (T \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow F) \equiv r \Rightarrow \sim r \equiv \sim r \vee \sim r \equiv \sim r$$

۵۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به سطر ۲ گزینه ۲ حذف می‌شود.  
با سطر ۴ گزینه ۳ و با سطر ۳ گزینه ۴ حذف می‌گردد.



$$A \times B = B \times A \Rightarrow A = B = \{1, 4, 5\}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۹

$\frac{x}{2}$	$\frac{y}{3}$	$z$	$t$	$x+y+z+t$
۱	۴	۵	۵	۲۴
۱	۴	۵	۴	۲۳
۱	۴	۴	۵	۲۳
۴	۱	۵	۵	۲۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در ۳ حالت درست X، گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم که تنها گزینه‌ی ۱ باقی می‌ماند. ۶۰

$$A \times B = B \times A \Rightarrow A = B \Rightarrow \sqrt{d} = 6 \Rightarrow d = 36$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۱

$$\begin{cases} A = \{a-2, 6, 2b+1, c\} \\ B = \{6, 5, -1\} \end{cases}$$

$$\left. \begin{matrix} a-2 \\ 2b+1 \\ c \end{matrix} \right\} \rightarrow \begin{matrix} 5, -1, -1 \\ 5, 6, -1 \\ 5, 5, -1 \end{matrix} \xrightarrow{\oplus} a+2b+c-1 = \begin{cases} 3 \\ 10 \\ 9 \end{cases}$$

$$a+b+c=9: \begin{cases} b-1=-6 \Rightarrow b=-5 \\ b-1=1 \Rightarrow b=2 \\ b-1=0 \Rightarrow b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-2=-1 \\ c=6 \end{cases} \begin{cases} a-2=6 \\ c=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=6 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a=8 \\ b=2 \\ c=-1 \end{cases} \text{ دو حالت}$$

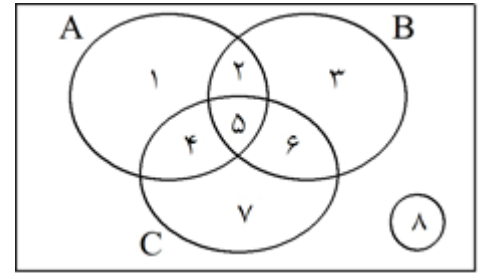
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق قوانین گزاره‌ها داریم: ۶۲

$$\begin{aligned} [\sim p \wedge (\sim q \wedge r)] \vee [(q \wedge r) \vee (p \wedge r)] &\equiv [(\sim p \wedge \sim q) \wedge r] \vee [(q \vee p) \wedge r] \\ &\equiv [\sim(p \vee q) \wedge r] \vee [(p \vee q) \wedge r] \equiv \underbrace{[\sim(p \vee q) \vee (p \vee q)]}_{\text{T}} \wedge r \equiv \text{T} \wedge r \equiv r \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 [(A - B)' - (B - C)] - C &= [(A \cap B')' \cap (B \cap C')]' \cap C' \\
 &= [(A' \cup B) \cap (B' \cup C)] \cap C' = (A' \cup B) \cap [(B' \cup C) \cap C'] \\
 &= (A' \cup B) \cap \underbrace{[(B' \cap C') \cup (C \cap C')]}_{\emptyset} = (A' \cup B) \cap (B' \cap C') \\
 &= [(A' \cup B) \cap B'] \cap C' = \underbrace{[(A' \cap B') \cup (B \cap B')]}_{\emptyset} \cap C' \\
 &= (A' \cap B') \cap C' = A' \cap (B' \cap C') = A' \cap (B \cup C)' = A' - (B \cup C)
 \end{aligned}$$

روش دوم:



$$\begin{aligned}
 A - B &= \{1, 4\} & (A - B)' &= \{2, 3, 5, 6, 7, 8\} \\
 B - C &= \{2, 3\} \\
 \Rightarrow (A - B)' - (B - C) &= \{5, 6, 7, 8\} \Rightarrow [(A - B)' - (B - C)] - C = \{8\} = A' \cap B' \cap C'
 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\underbrace{[p \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p)]}_{q \vee \sim p} \Rightarrow q \equiv \underbrace{[p \wedge (q \vee \sim p)]}_{p \wedge q} \Rightarrow q \equiv \sim(p \wedge q) \vee q \equiv (\sim p \vee \sim q) \equiv T$$

همواره درست

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$\text{گزینه ۱: } (p \Leftrightarrow \sim q) \vee r \equiv \underbrace{(T \Leftrightarrow T)}_T \vee r \equiv T$$

$$\text{گزینه ۲: } \sim(p \wedge \sim q) \wedge r \equiv \sim(T \wedge T) \wedge r \equiv F \wedge r \equiv F$$

$$\text{گزینه ۳: } (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim q) \equiv F \Leftrightarrow T \equiv F$$

$$\text{گزینه ۴: } (\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}
 [(A \cap B) - B]' \cap [(A \cap B) \cup (A - B)] \\
 \underbrace{((A \cap B) \cap B')}' \cap \underbrace{[(A \cap B) \cup (A \cap B')]}_{A \cap (B \cup B')} &= \underbrace{\emptyset'}_M \cap \underbrace{(A \cap M)}_A = M \cap A = A
 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۷

روش اول:

$$A' \cup B = A' \cap B' \xrightarrow{\cap B} \underbrace{(A' \cup B) \cap B}_{\text{جذب } B} = \underbrace{(A' \cap B') \cap B}_{\emptyset} : B = \emptyset$$

روش دوم:

$$A' \cup B = A' \cap B' \xrightarrow{\text{متمم}} (A' \cup B)' = (A' \cap B')' \\ \Rightarrow A \cap B' = A \cup B \Rightarrow A - B = A \cup B : B = \emptyset$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌توان تمامی گزینه‌ها را بررسی کرد. ۶۸

در گزینه ۱ ارزش  $p \Rightarrow q$  نادرست می‌شود و ارزش کل گزاره نیز نادرست خواهد بود.

در گزینه ۳ و ۴ ارزش  $q \Rightarrow r$  نادرست می‌شود و در کل گزاره‌ای نادرست خواهیم داشت. اما در گزینه ۲ به ارزشی درست می‌رسیم.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۹

$$(\sim p \vee q) \Leftrightarrow q \\ \equiv ((\sim p \vee q) \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow (\sim p \vee q)) \\ \equiv \underbrace{((p \wedge \sim q) \vee q)}_{p \vee q} \wedge \underbrace{(\sim q \vee (\sim p \vee q))}_T \equiv p \vee q$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در یک گزاره شرطی، اگر تالی درست باشد آنگاه ارزش کلی گزاره نیز درست است و نیازی به چک کردن مقدم نیست. در گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ تالی (p) درست است. بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح می‌باشد. ۷۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۱

$$\begin{cases} |A| = x \\ |C| = x + 2 \\ |B| = y \\ |D| = y - 3 \end{cases} \begin{cases} n(B \times C) = n(B) \times n(C) = y(x + 2) = xy + 2y \\ n(A \times B) = n(A) \times n(B) = xy \end{cases} \Rightarrow xy + 2y = 1/5 xy \\ \Rightarrow 2y = 1/5 xy \Rightarrow x = 10 \\ n(A \times D) = x(y - 3) = xy - 3x \\ \Rightarrow n(B \times C) = 1/5 n(A \times D) \Rightarrow xy + 2y = 1/5 (xy - 3x) \xrightarrow{\times 5} 5xy + 10y = xy - 3x \\ \xrightarrow{x=10} 16y + 10y = 24y - 30 \Rightarrow 4y = 30 \Rightarrow y = 18 \\ \Rightarrow n(B) - n(A) = y - x = 18 - 10 = 10$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۲

$$\begin{array}{ccc} & \text{جذب } B & B \cap A \\ A' \cup ((B \cap A) \cap \underbrace{[(B \cup A) \cap B]}_{\text{جذب } B}) & = A' \cup ((B \cap A) \cap [B]) & = A' \cup (B \cap A) \\ & = (A' \cup B) \cap (A' \cup A) & = A' \cup B = (A \cap B')' = (A - B)' \end{array}$$

M مرجع



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق جدول ارزش گزاره‌ها برای سه گزاره‌ی  $p$ ،  $q$  و  $r$  داریم:

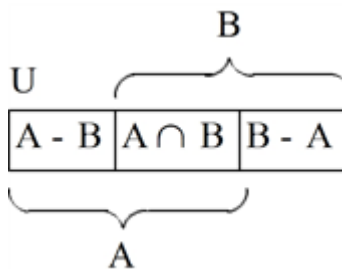
$p$	$q$	$r$	$p \vee q$	$(p \vee q) \Rightarrow r$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	د
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن	د

همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، در ردیف‌های ۲، ۴ و ۶، ارزش گزاره‌ی  $(p \vee q) \Rightarrow r$  نادرست است. در بین این سه ردیف، تنها در ردیف ۴، ارزش گزاره‌ی  $q$  نادرست است، پس احتمال موردنظر برابر  $\frac{1}{3}$  است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(A' - B)' \cap C = (A' \cap B')' \cap C = (A \cup B) \cap C = U \cap C = C \xrightarrow{\text{طبق فرض}} C' = B$$

مطابق نمودار ون، متمم مجموعه‌ی  $C$  در این سؤال معادل مجموعه‌ی  $A \cap B$  است، بنابراین داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} C' = B \Rightarrow A \cap B = B \Rightarrow B \subseteq A \\ C = (A - B) \cup (B - A) \xrightarrow{\text{طبق شکل}} C' = A \cap B \end{array} \right.$$


گزینه ۱ پاسخ صحیح است. همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، در ۷ ردیف ارزش گزاره‌ی  $p \Rightarrow (q \vee r)$  درست است که در ردیف‌های ۲، ۶ و ۸ یعنی ۳ ردیف آن، ارزش گزاره‌ی  $r$  نادرست است.

p	q	r	$q \vee r$	$p \Rightarrow (q \vee r)$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	د
ن	ن	ن	ن	د

پس:  $\begin{cases} n(S) = 7 \\ n(A) = 3 \end{cases} \rightarrow P(A) = \frac{3}{7}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها می‌توان نشان داد اگر  $a$  و  $b$  دو گزاره باشد، ارزش گزاره‌های  $a \Rightarrow b$  و  $\sim a \vee b$  با هم برابر است:

a	b	$\sim a$	$\sim a \vee b$	$a \Rightarrow b$
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

حالا در این سؤال  $\sim p \vee \sim q$  را  $a$  و  $p \wedge r$  را  $b$  در نظر بگیرید. داریم:

$$(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge r) \equiv \overbrace{\sim(\sim p \vee \sim q)}^{\text{دمورگان}} \vee (p \wedge r) \equiv \overbrace{(p \wedge q) \vee (p \wedge r)}^{\text{توزیع پذیری}} \equiv p \wedge (q \vee r)$$



گزینه ۱

$$x^2 + 2 > 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + 1 > 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + 1 > 0$$

پس رابطه داده شده در گزینه ۱ درست و پاسخ سؤال همین گزینه است. برای محکم‌کاری نادرستی بقیه گزینه‌ها را نیز نشان می‌دهیم.

$$\frac{x-1}{x} = x \Rightarrow x^2 = x-1 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0 \quad \text{گزینه ۲}$$

چنین چیزی امکان‌پذیر نیست.  $\Delta = 1 - 4 = -3 < 0$

گزینه ۳ می‌توان ثابت کرد به ازای  $x \neq 0$  عضو  $R$ ، عبارت  $x + \frac{1}{x}$  یا بزرگ‌تر و یا مساوی ۲ و یا کوچک‌تر از ۲- اثبات یکی از حالت‌ها را در زیر ببینید.

فرض کنید  $x > 0$  است:

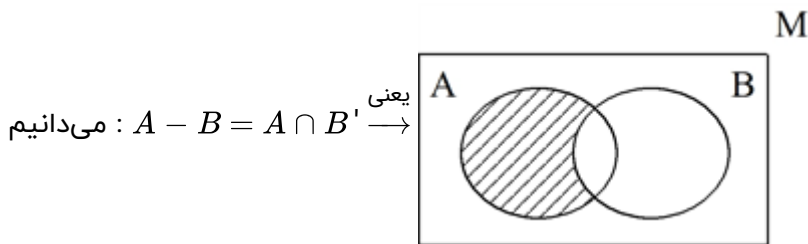
$$x + \frac{1}{x} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 1}{x} \geq 2 \Leftrightarrow x^2 + 1 \geq 2x \Leftrightarrow x^2 + 1 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0$$

گزینه ۴ رابطه به ازای  $x = 2$  برقرار نیست. چون یک طرفه رابطه تعریف‌نشده و طرف دیگر برابر ۴ می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left( \frac{1}{2} \binom{8}{3} \binom{5}{2} \right) \times \binom{2}{2} = 280$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



یعنی  $A - B = A \cap B' \rightarrow$  می‌دانیم

فقط کافی است بررسی گزینه کنیم.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n$  عضوی برابر است با  $2^n$ ، بنابراین:

$$2^{n(A)} = 512 \Rightarrow 2^{n(A)} = 2^9 \Rightarrow n(A) = 9$$

$$(B \cup A')' = B' \cap A = A - B$$

از طرفی:

$$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 9 - 3 = 6 \Rightarrow 2^6 = 64$$

می‌دانیم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 5 \\ 1 \text{ و } 4 \\ 2 \text{ و } 3 \rightarrow \text{قابل قبول} \Rightarrow \binom{5}{2} \times \binom{3}{2} = 10 \\ 1 \text{ و } 3 \\ 1 \text{ و } 2 \\ 1 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \\ 1 \text{ و } 1 \text{ و } 1 \text{ و } 1 \end{array} \right.$$



۸۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا  $B \subset C$  نادرست است. دلیل این است که  $2 \in B$  ولی  $2 \notin C$ .

۸۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \quad A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$1 < \frac{b}{a} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow a \leq b \leq \frac{3}{2}a$$

۱)  $b = 1$  هیچ مقدار  $a$

۲)  $b = 3$   $a = 2$

۳)  $b = 5$   $a = 4$

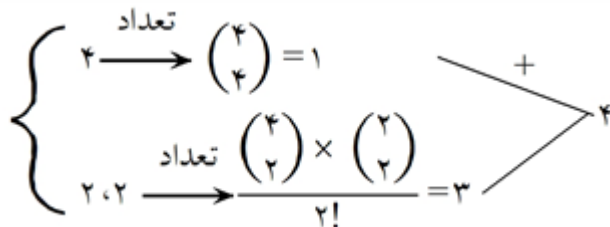
۴)  $b = 7$   $a = 4, 6$

۵)  $b = 9$   $a = 6, 8$

به وضوح ۶ عضو است.

مسئله راه حل هندسی نیز دارد که نقاط با مختصات صحیح بین دو  $y = x$  و  $y = \frac{3}{2}x$  را با شرایط بالا بشماریم.

۸۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مجموعه  $A$ ، ۴ عضوی است، حالت های افراز فاقد تک عضوی:



۸۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا مجموعه  $A - (B - A)$  را کمی ساده کرده و سپس متمم آن را به دست

می آوریم:

$$(B - A)' - A = (B \cap A')' \cap A' = (B' \cup A) \cap A' = (B' \cap A') \cup (A \cap A')$$

$$\xrightarrow{A \cap A' = \emptyset} (B' \cap A') \cup \emptyset = (B' \cap A') = (B \cup A)'$$

بنابراین مجموعه  $A - (B - A)$  برابر با  $(B \cup A)'$  است و متمم آن مجموعه  $A \cup B$  است.

۸۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا دو مجموعه  $A_3$  و  $A_4$  را به دست می آوریم:

$$A_3 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -3, 2^m \leq 3\} \Rightarrow A_3 = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

$$A_4 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -4, 2^m \leq 4\} \Rightarrow A_4 = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$A_3 \cap A_4 = \{-3, -2, -1, 0, 1\} \Rightarrow n(A_3 \cap A_4) = 5$$

می دانیم یک مجموعه  $k$  عضوی،  $2^k$  زیرمجموعه دارد. بنابراین مجموعه  $(A_3 \cap A_4)$  دارای  $2^5 = 32$  زیرمجموعه است.

۸۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

کل افراهای چند مجموعه چنین است:

	۲	۳	۴	۵
کل افراز	۲	۵	۱۵	۵۲



$$(A \cap B') - (B - A) = (A \cap B') \cap (B \cap A')' = A \cap B' \cap (B' \cup A) = A \cap B' = A - B$$

جذب

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $A - (A - B) = A \cap B$  داریم:

$$\{A - (A - B)\} \cup (A \cap B)' = (A \cap B) \cup (A \cap B)' = M$$

$$A - (A - B) = A \cap (A \cap B')' = A \cap (A' \cup B) = \cancel{(A \cap A')}^{\emptyset} \cup (A \cap B) = A \cap B$$

بنابراین متمم این مجموعه برابر  $\emptyset$  است.

# پاسخنامه کلیدی

۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴

۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴

