



p30konkor.com

زمان آزمون :

نام درس :

نام آموزشگاه :

تاریخ برگزاری :

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

عنوان آزمون : آمار و احتمال ۱۱ فصل ۱

ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم																
۱	برای مجموعه‌های A و B با مرجع u ثابت کنید که $A \subseteq A \cup B$.	سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم																
۲	اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره زیر را به‌دست آورید. $(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q)$	سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم																
۳	اگر q گزاره‌ای نادرست و p گزاره‌ای درست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره زیر را به‌دست آورید. $(\sim p \Leftrightarrow q) \wedge r$	سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم																
۴	جدول زیر را تکمیل کنید. <table><tr><th>p</th><th>ارزش p</th><th>گزاره $\sim p$</th><th>ارزش $\sim p$</th></tr><tr><td>$5 \in \mathbb{N}$</td><td>.....</td><td>.....</td><td>.....</td></tr><tr><td>حاصل ضرب ۲ عدد فرد، عددی زوج است.</td><td>.....</td><td>.....</td><td>.....</td></tr><tr><td>.....</td><td>.....</td><td>$-3 \leq -5$</td><td>.....</td></tr></table>	p	ارزش p	گزاره $\sim p$	ارزش $\sim p$	$5 \in \mathbb{N}$	حاصل ضرب ۲ عدد فرد، عددی زوج است.	$-3 \leq -5$	سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم
p	ارزش p	گزاره $\sim p$	ارزش $\sim p$															
$5 \in \mathbb{N}$															
حاصل ضرب ۲ عدد فرد، عددی زوج است.															
.....	$-3 \leq -5$															
۵	ارزش گزاره‌های زیر را مشخص کرده و سپس نقیض آن را نیز بنویسید. الف) $(3 \times 6) > (2 \times 10)$ ب) کسر $\frac{5x - 3}{3x - x^2}$ گویا است.	سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم																
۶	دو افراز ۲ عضوی برای $A = \{a, b, c, d\}$ بنویسید.	سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم																
۷	برای مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ یک افراز بنویسید که شامل ۳ زیرمجموعه (۳ قسمت) با تعداد اعضای نابرابر باشد.	سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم																



۸	دو مجموعه $A \neq \emptyset$ و B را چنان مثال بنویسید که $A \subseteq B$ و $A \in B$ باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۹	برای آنکه نشان دهیم دو مجموعه A و B مساوی‌اند کافی است ثابت کنیم و سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۱۰	ثابت کنید گزاره زیر همواره درست است. $p \Rightarrow [q \Rightarrow (P \wedge q)]$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۱۱	با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها، ارزش گزاره زیر را تعیین کنید. $\sim [(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)]$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۱۲	اگر به تعداد اعضای یک مجموعه ۲ عضو اضافه شود، آنگاه به تعداد زیرمجموعه‌های آن ۴۸ واحد اضافه می‌شود. تعداد اولیه اعضای مجموعه را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۱۳	ابتدا مشخص کنید کدامیک گزاره است و سپس ارزش آن را مشخص کنید. الف) عدد $\frac{\sqrt{3}}{3}$ گنگ است. ب) امروز هوا چطور است؟ ج) عدد $(-1)^n$ عددی منفی است ($n \in \mathbb{N}$). د) چلومرغ خوشمزه‌تر از چلوکباب است. ه) عدد 5^{10} ، عدد بسیار بزرگی است. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۱۴	ارزش گزاره‌های زیر را مشخص کرده و سپس نقیض آن را نیز بنویسید. الف) $\sqrt{2}$ عددی گنگ است. ب) $2^2 + 2^3 = 2^5$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۱۵	با توجه به مجموعه‌های داده شده، نمودار هریک از حاصل ضرب‌های $A \times B$ و $B \times A$ را رسم کنید. الف) $A = \{2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}$ ب) $A = \{3, 4\}, B = \{1, 5\}$ پ) $A = [2, 6], B = [3, 8]$ ت) $A = \mathbb{N}, B = [1, 4]$ ث) $A = \mathbb{R}, B = \{2, 3\}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال
۱۶	اگر $A = \{y + 2, 5, z\}$ و $B = \{x + 1, 4, -2\}$ در این صورت، با فرض $A \times B = B \times A$ بیش‌ترین مقدار برای $(x + y + z)$ را بیابید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

	<p>درستی هریک از تساوی‌های زیر را بررسی کنید.</p> <p>الف) $(A \subseteq X) \wedge (A' \subseteq X) \Rightarrow X = U$</p> <p>ب) $(A - B) \cup (A \cap B) = A$</p> <p>پ) $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$</p> <p>ت) $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$</p> <p>ث) $(A \cup B) \cap (A' \cap B') = \emptyset$</p> <p>ج) $[(A \cup B) = (A \cup C) \wedge (A \cap B) = (A \cap C)] \Rightarrow B = C$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p>	۱۷
	<p>هریک از عبارت‌های زیر را ساده کنید:</p> <p>الف) $(A' \cap B) \cup ((B \cap A) - B') \cap (B \cup A)$</p> <p>ب) $(A \cup B) - B$</p> <p>پ) $[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B)$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p>	۱۸
	<p>درستی هریک از تساوی‌های زیر را ثابت کنید.</p> <p>الف) $(A \cap B) \cup (B' \cap A) = A$</p> <p>پ) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$</p> <p>ب) $(A' \cap B') \cap A = \emptyset$</p> <p>ت) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup (A \cup C)$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p>	۱۹
	<p>فرض کنیم A و B و C سه مجموعه با مرجع U باشند، ثابت کنید: اگر $A \subseteq B$ آن‌گاه:</p> <p>الف) $A \cup C \subseteq B \cup C$</p> <p>ب) $A \cap C \subseteq B \cap C$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p>	۲۰
	<p>ثابت کنید برای مجموعه‌های A و B با مرجع U داریم: $A - B \subseteq A$.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p>	۲۱
	<p>مثال‌هایی از مجموعه‌های دلخواه A و B و C بیاورید که برای آن‌ها حکم‌های زیر درست باشند.</p> <p>الف) $A \in B, B \in C, A \notin C$</p> <p>ب) $A \in B, B \in C, A \in C$</p> <p>پ) $A \in B, A \subseteq B$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p>	۲۲
	<p>کدامیک از مجموعه‌های زیر با هم مساوی‌اند؟</p> <p>$A = \{m \in \mathbb{Z} \mid m < 2\}$</p> <p>$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = x\}$</p> <p>$C = \{y \in \mathbb{Z} \mid y^2 \leq 2y\}$</p> <p>$D = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 \leq 1\}$</p> <p>$E = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 + 2m = 3m^2\}$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p>	۲۳



۲۴	<p>فرض کنید $A = \{1, 2, 3, \dots, 8, 9\}$ و $B = \{2, 4, 6, 8\}$ و $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ و $D = \{3, 4, 5\}$ و $E = \{3, 5\}$. در هریک از حالت‌های زیر مشخص کنید: X می‌تواند کدام یک از این مجموعه‌ها باشد؟</p> <p>الف) X و B عضو مشترکی ندارند. (ب) $X \subseteq A$ ولی $X \not\subseteq C$</p> <p>پ) $X \subseteq D$ ولی $X \not\subseteq B$ (ت) $X \subseteq C$ ولی $X \not\subseteq A$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p>
۲۵	<p>ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید، سپس نقیض هریک را بنویسید.</p> <p>الف) $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$ (ب) $\forall n \in \mathbb{N}; (2^n + 1) \in \mathbb{P}$</p> <p>پ) $\forall x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \leq -2$ (ت) $\exists y \in \mathbb{R}; \frac{y - 3}{5} = 0$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p>
۲۶	<p>گزاره‌های زیر را با استفاده از نمادهای \exists, \forall بنویسید و ارزش هریک را با ذکر دلیل مشخص کنید.</p> <p>الف) هر عدد طبیعی زوج یا فرد است.</p> <p>ب) برای بعضی از مقادیر a در مجموعه اعداد حسابی داریم: $a^2 < 0$.</p> <p>پ) همه‌ی اعداد اول فرداند.</p> <p>ت) عدد صحیح مثبتی وجود دارد مانند x به طوری که $1 - 2x > 5$</p> <p>ث) حاصل جمع هر عدد حقیقی ناصفر با معکوسش، بزرگ‌تر یا مساوی ۲ است.</p> <p>ج) به ازای بعضی از مقادیر حقیقی داریم $x^3 = x$.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p>
۲۷	<p>با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید که:</p> <p>الف) $p \Rightarrow p \equiv T$ (ب) $p \vee F \equiv p$</p> <p>پ) $p \wedge T \equiv p$ (ت) $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$</p> <p>ث) $p \wedge (q \vee p) \equiv p$ (ج) $p \vee (q \wedge p) \equiv p$</p> <p>چ) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$ (ح) $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p>
۲۸	<p>نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.</p> <p>الف) $4 \leq 3$</p> <p>ب) ابوالوفای بوزجانی، ریاضی‌دان ایرانی است.</p> <p>پ) $a \in \{b, c, d\}$</p> <p>ت) ۲ عددی زوج است یا عدد π گویاست.</p> <p>ث) خورشید به دور زمین می‌چرخد و سنج‌ مرکز استان کردستان است.</p> <p>ج) اگر ۳ زوج باشد، آن‌گاه ۲ فرد است.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p>
۲۹	<p>دامنه‌ی متغیر هریک از گزاره‌نماهای زیر، مجموعه‌ی اعداد صحیح است، مجموعه جواب هریک را بنویسید.</p> <p>الف) x مربع کامل است. (ب) a یک واحد از مضرب ۵ بیش‌تر است.</p> <p>پ) $\frac{2x + 1}{3} \leq -1$ (ت) $\{n(n + 1) = 0 n \in \mathbb{W}\}$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p>



۳۹	<p>به جای S یکی از مجموعه‌های، N ، Z یا R را چنان جایگزین کنید تا تساوی درستی حاصل شود:</p> $\{x \in S \mid 1 < x \leq 4\} = \{x \in S \mid x^2 = 4\} \cup \{3, 4\}$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p>
۴۰	<p>به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید اگر A و B دو مجموعه باشند آن‌گاه داریم:</p> $(A \Delta B) \cup (A \cap B) = A \cup B$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p>
۴۱	<p>به وسیله‌ی نمودار ون نشان دهید که: $A' - B' = B - A$.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p>
۴۲	<p>به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید اگر A و B دو مجموعه باشند آن‌گاه داریم: $(A - B) \cap B = \emptyset$.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p>
۴۳	<p>به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید اگر A و B مجموعه باشند، داریم:</p> <p>اگر $A \subset B$ و $A \subset C$ آن‌گاه $A \subset B \cap C$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p>
۴۴	<p>به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید اگر A و B مجموعه باشند، داریم:</p> $A \cup B = (A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A)$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p>
۴۵	<p>اگر $A_i = [-i, 10 - i]$ و $i \in \{1, 2, \dots, 10\}$ ، A_1, A_2, \dots, A_{10} را حساب کنید.</p> <p>سپس $\bigcap_{i=1}^{10} A_i$ و $\bigcup_{i=1}^{10} A_i$ را مشخص کنید.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p>
۴۶	<p>اگر $n \in N$ و $A_n = \left(-\frac{1}{n}, \frac{2n-1}{n}\right)$ ، مطلوب است A_1, A_2, A_3 سپس اجتماع و اشتراک A_1, A_2, A_3 را مشخص کنید.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p>
۴۷	<p>مثال‌هایی از مجموعه‌های دلخواه A و B و C بیاورید که برای آن‌ها حکم زیر درست باشد.</p> <p>$A \in C$ و $B \in C$ و $A \in B$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p>
۴۸	<p>مثال‌هایی از مجموعه‌های دلخواه A و B و C بیاورید که برای آن‌ها حکم زیر درست باشد.</p> <p>$A \notin C$ و $B \in C$ و $A \in B$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p>



۴۹	<p>تعیین کنید که در مجموعه‌های زیر، کدام مجموعه، زیرمجموعه‌ی دیگری است؟</p> $A = \{x \subseteq \mathbb{R} \mid x^2 - 8x + 12 = 0\} = \{2, 6\}$ $B = \{2, 4, 6\}$ $C = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ $D = \{6\}$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p>
۵۰	<p>از گزاره‌های زیر کدامیک درست و کدامیک نادرست است؟</p> <p>الف) $\emptyset = \{\emptyset\}$</p> <p>ب) $\emptyset \in \{\emptyset\}$</p> <p>پ) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$</p> <p>ث) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p>
۵۱	<p>نشان دهید که مجموعه حروف لازم برای هجی کردن «بینابین» با مجموعه حروف لازم برای هجی کردن «بیان» مساوی است.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p>
۵۲	<p>مجموعه‌ی زیر را که با گزاره‌نما نوشته شده است با نوشتن اعضا نشان دهید.</p> $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 25\}$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p>
۵۳	<p>مجموعه‌ی زیر را که با گزاره‌نما نوشته شده است با نوشتن اعضا نشان دهید.</p> $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p>
۵۴	<p>مجموعه‌ی زیر را که با بیان خاصیتی معین، مشخص شده است با گزاره‌نما نشان دهید.</p> <p>مجموعه‌ی اعداد حقیقی بین ۲- و ۲</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-جبر و احتمال</p>
۵۵	<p>در خصوص گزاره مرکب $(\sim p \vee \sim q \vee r) \Rightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow r]$، کدام مورد صحیح است؟</p> <p>۱ فقط در حالتی که p و q نادرست باشند، گزاره نادرست است.</p> <p>۲ فقط در حالتی که p و q درست باشند، گزاره درست است.</p> <p>۳ همواره نادرست است.</p> <p>۴ همواره درست است.</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۵۶	<p>در خصوص گزاره منطقی $((p \Rightarrow q) \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$، کدام مورد صحیح است؟</p> <p>۱ همواره درست است.</p> <p>۲ همواره نادرست است.</p> <p>۳ تنها وقتی درست است که p درست باشد.</p> <p>۴ تنها وقتی درست است که q نادرست باشد.</p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳</p>



۵۷	<p>اگر p گزاره درست، q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه باشد، گزاره $(p \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow q)$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟</p> <p>r (۱) T (۲) $\sim r$ (۳) $\sim T$ (۴)</p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>																																				
۵۸	<p>با توجه به جدول ارزش درستی گزاره‌های زیر، کدام گزاره مرکب زیر می‌تواند هم‌ارز منطقی گزاره X باشد؟</p> <table><tr><th>p</th><th>q</th><th>r</th><th>X</th></tr><tr><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td></tr><tr><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td></tr><tr><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td></tr><tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr><tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td></tr><tr><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td></tr><tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td></tr><tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr></table> <p>$(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (q \wedge \sim r))$ (۱)</p> <p>$(\sim r \Rightarrow (p \vee \sim q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (\sim q \wedge r))$ (۲)</p> <p>$(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q]$ (۳)</p> <p>$((p \wedge q) \Rightarrow r) \Rightarrow [(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow \sim((p \wedge r) \Rightarrow q)]$ (۴)</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>	p	q	r	X	د	د	د	ن	د	د	ن	د	د	ن	د	ن	د	ن	ن	ن	ن	د	د	ن	ن	د	ن	د	ن	ن	د	د	ن	ن	ن	ن
p	q	r	X																																		
د	د	د	ن																																		
د	د	ن	د																																		
د	ن	د	ن																																		
د	ن	ن	ن																																		
ن	د	د	ن																																		
ن	د	ن	د																																		
ن	ن	د	د																																		
ن	ن	ن	ن																																		
۵۹	<p>برای مجموعه‌های $A = \left\{ \frac{x}{2}, \frac{y}{3}, 5 \right\}$ و $B = \{z, t, 1, 4\}$، فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد. در چند حالت $x + y + z + t > 20$ است؟</p> <p>۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>																																				



مطابق با جدول ارزش درستی گزاره‌های مقابل، کدام گزاره مرکب می‌تواند هم‌ارز منطقی گزاره X باشد؟

p	q	r	X
د	د	د	ن
د	د	ن	ن
د	ن	د	د
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	د	ن	د
ن	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

۶۰

۱ $(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow ((p \vee \sim p) \wedge (\sim q \wedge r))$

۲ $(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \vee \sim p) \wedge (q \wedge \sim r))$

۳ $[p \Rightarrow ((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r))] \Rightarrow (\sim(p \vee r) \wedge q)$

۴ $(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q]$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

برای مجموعه‌های $A = \{a - ۲, ۶, ۲b + ۱, c\}$ و $B = \{\sqrt{d}, ۵, -۱\}$ ، فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد، در چند حالت مقدار $a + b + c = ۹$ است؟

۶۱

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره $(p \wedge r) \vee (q \wedge r) \vee [\sim p \wedge (\sim q \wedge r)]$ است؟

۶۲

۱ (۱) q ۲ (۲) r ۳ (۳) $r \vee p$ ۴ (۴) $p \vee q$

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

اگر A ، B و C سه مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $C - ((A - B)' - (B - C)) - C$ با کدام مجموعه برابر است؟

۶۳

۱ (۱) $A' - (B \cup C)$ ۲ (۲) $B - (A \cup C)$ ۳ (۳) $C - (A \cup B)$ ۴ (۴) $(A' \cup B') - C$

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

کدام مورد در خصوص ارزش گزاره $q \Rightarrow [p \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p)]$ ، صحیح است؟

۶۴

۱ (۱) با ارزش گزاره $\sim p$ برابر است. ۲ (۲) همواره درست است. ۳ (۳) با ارزش گزاره $\sim q$ برابر است. ۴ (۴) با ارزش گزاره $\sim(p \vee q)$ برابر است.

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱



۶۵	<p>اگر p گزاره درست، q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره درست است؟</p> <p> $(p \Leftrightarrow \sim q) \vee r$ (۱) $\sim(p \wedge \sim q) \wedge r$ (۲) $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim q)$ (۳) $(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q)$ (۴) </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی</p>
۶۶	<p>اگر A و B دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $[(A \cap B) \cup (A - B)]' \cap [(A \cap B) - B]$ با کدام مجموعه برابر است؟</p> <p> A (۱) \emptyset (۲) $A - B$ (۳) $A' - B'$ (۴) </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۶۷	<p>اگر U مجموع مرجع و $A' \cup B = A' \cap B'$ باشد، کدام مورد درست است؟</p> <p> $A = B$ (۱) $A = \emptyset$ (۲) $B = U$ (۳) $B = \emptyset$ (۴) </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۶۸	<p>ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$ در کدام حالت زیر درست است؟</p> <p> p درست، q نادرست، r درست (۱) p نادرست، q نادرست، r نادرست (۲) p درست، q درست، r نادرست (۳) p نادرست، q درست، r نادرست (۴) </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۶۹	<p>کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره $q \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$ است؟</p> <p> p (۱) $p \vee q$ (۲) q (۳) $\sim p \Leftrightarrow q$ (۴) </p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱</p>
۷۰	<p>گزاره $p \Rightarrow ((\sim p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q))$ در کدام حالت <u>نادرست</u> است؟</p> <p> p و q درست (۱) $\sim p$ و $\sim q$ نادرست (۲) p و q نادرست (۳) p و $\sim q$ نادرست (۴) </p> <p>سراسری-انسانی-تیرماه ۱۴۰۱</p>
۷۱	<p>مجموعه‌های A، B، C و D را در نظر بگیرید. تعداد اعضای C، دو واحد بیشتر از A و تعداد اعضای D، سه واحد کمتر از B است. اگر تعداد اعضای مجموعه $C \times B$، ۲۵٪ بیشتر از تعداد اعضای مجموعه $A \times B$ و $1/5$ برابر تعداد اعضای مجموعه $A \times D$ باشد، اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های A و B چقدر است؟</p> <p> ۲ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۱۰ (۴) </p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱</p>
۷۲	<p>اگر A و B دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $(A' \cup ((B \cap A) \cap [(B \cup A) \cap B]))$ با کدام مجموعه برابر است؟</p> <p> $(A - B)'$ (۱) $B - A$ (۲) B (۳) \emptyset (۴) </p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱</p>
۷۳	<p>ارزش گزاره‌ی $r \Rightarrow (p \vee q)$، نادرست است. احتمال این‌که q نادرست باشد، کدام است؟</p> <p> $\frac{1}{۴}$ (۱) $\frac{1}{۳}$ (۲) $\frac{۳}{۸}$ (۳) $\frac{1}{۲}$ (۴) </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>



۷۴	فرض کنید $U = A \cup B$ مجموعه‌ی مرجع و $C = (A - B) \cup (B - A)$. اگر $((A' - B)' \cap C)' = B$ کدام عبارت درست است؟ $A - B = \emptyset$ (۴) $A \subseteq B$ (۳) $A \cap B = \emptyset$ (۲) $B \subseteq A$ (۱)	سراسری-ریاضی-۱۴۰۰
۷۵	ارزش گزاره‌ی $p \Rightarrow (q \vee r)$ درست است. احتمال این‌که ارزش گزاره‌ی r نادرست باشد، کدام است؟ $\frac{۲}{۳}$ (۴) $\frac{۴}{۷}$ (۳) $\frac{۱}{۲}$ (۲) $\frac{۳}{۷}$ (۱)	سراسری-ریاضی-۱۴۰۰
۷۶	گزاره‌ی $(p \wedge r) \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$ ، با کدام گزاره‌ی زیر، هم‌ارزش است؟ $r \Rightarrow (p \vee q)$ (۴) $r \Rightarrow (p \wedge q)$ (۳) $p \wedge (q \vee r)$ (۲) $p \vee (q \wedge r)$ (۱)	کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی
۷۷	کدام گزاره‌ی سوری زیر، دارای ارزش درست است؟ $\exists x \in \mathbb{R} : \frac{x-۱}{x} = x$ (۲) $\forall x \in \mathbb{R} : x^۲ + ۲ > ۲x$ (۱) $\forall x \in \mathbb{R} : \frac{x^۲ - ۴}{x - ۲} = x + ۲$ (۴) $\exists x \in \mathbb{R} : \left x + \frac{۱}{x} \right < ۲$ (۳)	کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی
۷۸	یک مجموعه‌ی هشت عضوی را به چند طریق می‌توان به دو مجموعه‌ی ۳ عضوی و یک مجموعه‌ی ۲ عضوی، افراز کرد؟ ۳۲۰ (۴) ۲۸۰ (۳) ۲۴۰ (۲) ۲۱۰ (۱)	کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی
۷۹	اگر $A = \{۱, ۲, \{۱, ۲, ۳\}\}$ ، $B = \{۱, ۲, ۳, \{۱, ۲\}\}$ و $C = \{۱, ۲, ۳\}$ باشد، کدام رابطه درست است؟ $A - B = \{C\}$ (۴) $B - C = \{۱, ۲\}$ (۳) $B - C = \emptyset$ (۲) $A - B = C$ (۱)	کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی
۸۰	مجموعه‌ی A دارای ۵۱۲ زیرمجموعه است، مجموعه‌ی $A \cap B$ دارای ۳ عضو است. تعداد زیرمجموعه‌های $(B \cup A')'$ کدام است؟ ۶۴ (۴) ۴۸ (۳) ۳۲ (۲) ۱۶ (۱)	کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی
۸۱	تعداد افزایندهای مجموعه‌ی $A = \{a, b, c, d, e\}$ ، که شامل مجموعه‌های دو عضوی و سه عضوی باشند، کدام است؟ ۱۲ (۴) ۱۰ (۳) ۹ (۲) ۸ (۱)	کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی
۸۲	اگر $A = \{۱, ۲\}$ و $B = \{۱, ۲, \{۱, ۲\}\}$ و $C = \{\{۱, ۲, \{۱, ۲\}\}, ۱\}$ باشند، کدام بیان در مورد این مجموعه‌ها نادرست است؟ $B \in C$ (۴) $A \subset B$ (۳) $A \in B$ (۲) $B \subset C$ (۱)	کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



۸۳	<p>رابطه‌ی $R = \left\{ (a, b) : 1 < \frac{b}{a} \leq \frac{3}{2} \right\}$ از مجموعه‌ی $A = \{2, 4, 6, 8\}$ در مجموعه‌ی $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ تعریف شده است. تعداد عضوهای این رابطه کدام است؟</p> <p>۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۸۴	<p>یکی از افرازهای مجموعه‌ی A به صورت $\{c\}, \{\{a, b\}\}, \{b\}, \{a\}$، است. تعداد افرازهای مجموعه‌ی A که فاقد مجموعه تک عضوی باشند، کدام است؟</p> <p>۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۸۵	<p>متمم مجموعه‌ی $A - (B - A)$، نسبت به مجموعه‌ی جهانی کدام است؟</p> <p>$A \cup B$ (۱) $A \cap B$ (۲) A (۳) B (۴)</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۸۶	<p>اگر $n \in \mathbb{N}$، $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -n, 2^m \leq n\}$، آنگاه مجموعه‌ی $A_4 \cap A_3$ چند زیرمجموعه دارد؟</p> <p>۸ (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴)</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۸۷	<p>تعداد افرازهای مجموعه‌ی $\{0, 1, 2, 3\}$ کدام است؟</p> <p>۶ (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴)</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۸۸	<p>اگر A و B دو مجموعه‌ی غیر تهی باشند $(A \cap B') - (B - A)$ برابر کدام مجموعه است؟</p> <p>B' (۱) \emptyset (۲) $A \cap B$ (۳) $A - B$ (۴)</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۸۹	<p>متمم مجموعه $\{A - (A - B)\} \cup (A \cap B)$ کدام است؟</p> <p>A (۱) B' (۲) $A' \cup B'$ (۳) \emptyset (۴)</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی</p>



$$\forall x ; (x \in A \Rightarrow x \in A \cup x \in B) \Rightarrow x \in A \cup B$$

$$\forall x ; (x \in A \Rightarrow x \in A \cup B) \Rightarrow A \subseteq A \cup B$$

$$(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q)$$

$$(F \vee T) \Leftrightarrow \sim(T \vee F)$$

$$T \Leftrightarrow F \equiv F$$

می‌توان با جدول ارزش گزاره‌ها نیز به جواب رسید.

$$(\sim p \Leftrightarrow q) \wedge r$$

$$\underbrace{F \Leftrightarrow F}_{T \wedge r \equiv r}$$

بستگی به ارزش r دارد. می‌توان با جدول ارزش‌ها نیز به جواب رسید.

p	ارزش p	گزاره $\sim p$	ارزش $\sim p$
$5 \in \mathbb{N}$	T	$5 \notin \mathbb{N}$	F
حاصل ضرب ۲ عدد فرد، عددی زوج است.	F	حاصل ضرب ۲ عدد، فرد، زوج نمی‌شود.	T
$-3 > -5$	T	$-3 \leq -5$	F

الف) نادرست، نقیض: $(3 \times 6) \leq (2 \times 10)$

ب) درست، نقیض: کسر $\frac{5x-3}{3x-x^2}$ گویا نیست.

$$① A_1 = \{a, b\}, A_2 = \{c, d\}$$

$$② A_1 = \{a, b, c\}, A_2 = \{d\}$$

$$A_1 = \{a\}, A_2 = \{b, c\}, A_3 = \{d, e, f\}$$

$$A = \{a\} \quad B = \{a, \{a\}\}$$

واضح است $A = \{a\} \in B$ و چون $a \in B$ پس $A = \{a\} \subseteq B$.

$$B \subseteq A \text{ و } A \subseteq B$$

$$p \Rightarrow [q \Rightarrow (P \wedge q)] \equiv \sim p \vee [\sim q \vee (p \wedge q)]$$

$$\equiv (\sim p \vee \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv \underbrace{\sim(p \wedge q)}_r \vee \underbrace{(p \wedge q)}_r$$

$$\equiv \sim r \vee r \equiv T$$

با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نیز می‌توان به این نتیجه رسید.

r					
p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$	$\sim r$
د	د	د	د	د	ن
د	ن	ن	د	د	ن
ن	د	ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن	د	ن

۱۱

$$2^{n+2} = 2^n + 48$$

$$2^n \times 2^2 = 2^n + 48$$

$$4 \times 2^n - 2^n = 48$$

$$3 \times 2^n = 48$$

$$2^n = \frac{48}{3} = 16$$

$$n = 4$$

۱۲

۱۳ الف) گزاره‌ای با ارزش درست است.

ب) گزاره نیست.

ج) گزاره است و نادرست (زیرا اگر n زوج باشد، مثبت می‌شود).

د) گزاره نیست.

ه) گزاره نیست.

۱۴ الف) درست است، نقیض: $\sqrt{2}$ عددی گویا است (چنین نیست که $\sqrt{2}$ گنگ باشد).

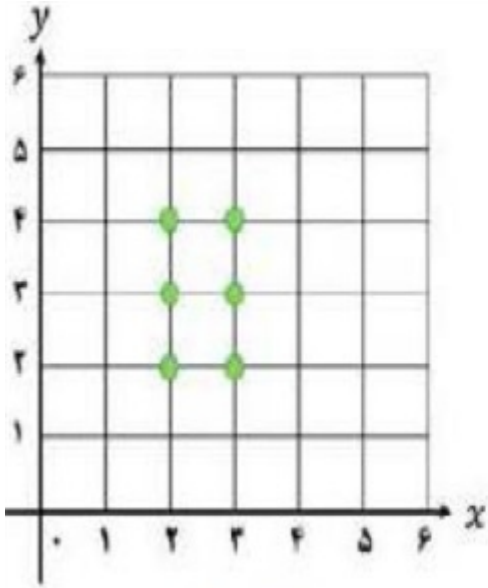
ب) نادرست است، نقیض: $2^2 + 2^3 \neq 2^5$



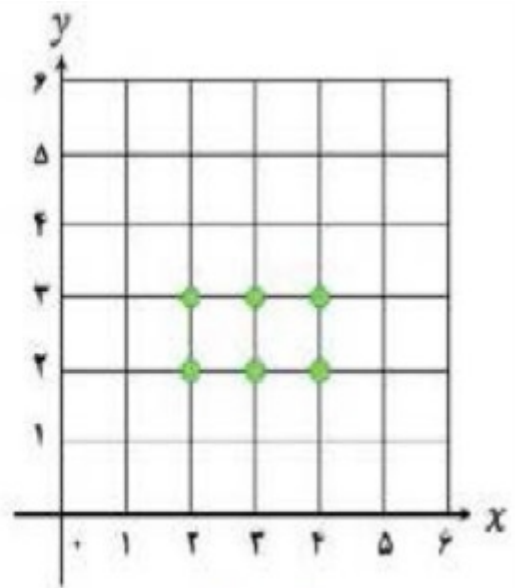
الف) $A = \{۲, ۳\}, B = \{۲, ۳, ۴\}$

$A \times B = \{(۲, ۲), (۲, ۳), (۲, ۴), (۳, ۲), (۳, ۳), (۳, ۴)\}$

$B \times A = \{(۲, ۲), (۲, ۳), (۳, ۲), (۳, ۳), (۴, ۲), (۴, ۳)\}$

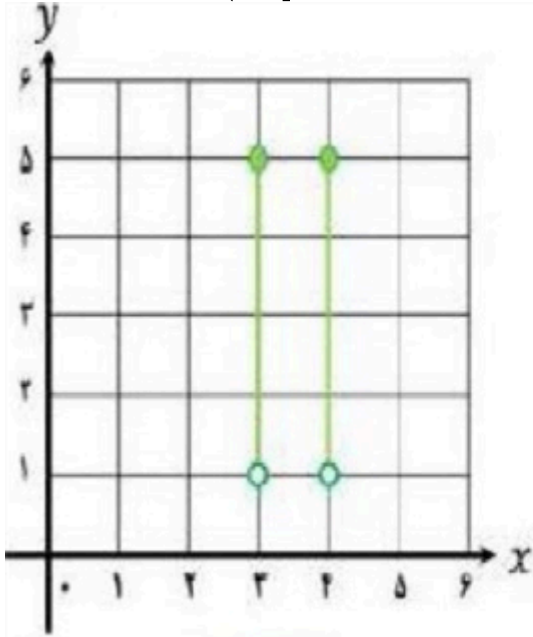


$A \times B$

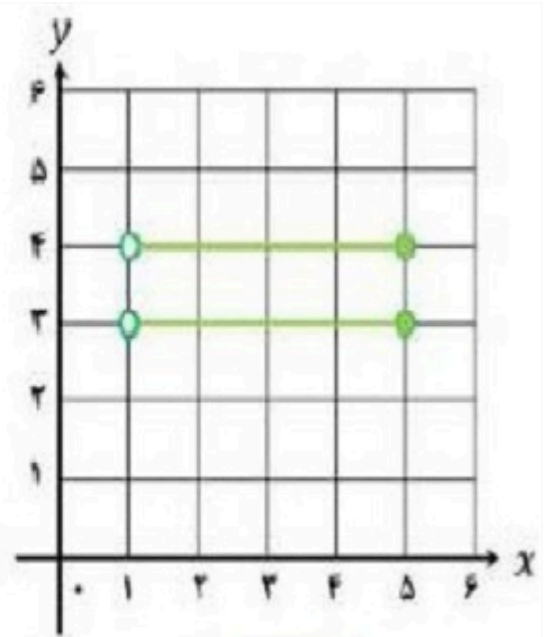


$B \times A$

ب) $A = \{۳, ۴\}, B = (۱, ۵]$

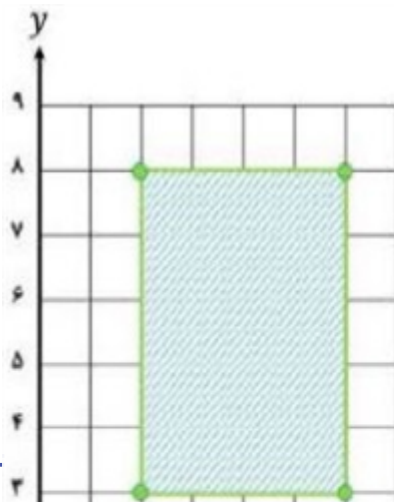


$A \times B$



$B \times A$

پ) $A = [۲, ۶], B = [۳, ۸]$



می‌دانیم اگر $A \times B = B \times A$ باشد، خواهیم داشت $A = B$ ، بنابراین $\{x+1, 4, -2\} = \{y+2, 5, z\}$ ، واضح است

که ۵ فقط می‌تواند با ۱ برابر باشد، لذا $x = 4$ است. اما در دو مورد دیگر دو حالت داریم:

$$[(y+2) \wedge (z=-2)] \vee [(y+2=-2) \wedge (z=4)] \Rightarrow [(y=-2) \wedge (z=-2)] \vee [(y=5) \wedge (z=4)]$$

$$\Rightarrow y+z=0 \Rightarrow x+y+z=4$$

ت) $A = N, B = [1, 4]$

الف) $(A \subseteq X) \wedge (A' \subseteq X) \Rightarrow (A \cup A') \subseteq X \Rightarrow U \subseteq X$

از طرفی می‌دانیم همواره $X \subseteq U$ ، بنابراین $X = U$ است.

ب) $(A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = A$

پ) $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C) = (A \cap C') \cap (B \cap C') = (A \cap B) \cap (C' \cap C')$

$$= (A \cap B) \cap C' = (A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$$

ت) $(A \cup B) - (A \cap B) = (A \cup B) \cap (A \cap B)' = (A \cup B) \cap (A' \cap B')$

$$= [(A \cup B) \cap A'] \cup [(A \cup B) \cap B']$$

$$= [\overbrace{(A \cap A')}^{\emptyset} \cup \overbrace{(B \cap A')}^{B-A}] \cup [\overbrace{(A \cap B')}^{A-B} \cup \overbrace{(B \cap B')}^{\emptyset}]$$

$$= (B-A) \cup (B-A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

ث) $(A \cup B) \cap (A \cap B)' = \emptyset$

ج) $B \equiv B \cap (A \cup B) \xrightarrow{A \cup B = A \cup C} B \cap (A \cup C)$

$$= (B \cap A) \cup (B \cap C) \xrightarrow{A \cap B = A \cap C} (A \cap C) \cup (B \cap C) = C \cap (A \cup B)$$

$$\xrightarrow{A \cup B = A \cup C} C \cap (A \cup C) = C$$

الف) $(A' \cap B) \cup ((B \cap A) - B') \cap (B \cup A) \Rightarrow$

$$(B \cap A) \cup \underbrace{[(B \cap A) \cap B'] \cap (B \cup A)}_{B \cup A} = (B-A) \cup (B \cup A)$$

$$\xrightarrow{(B-A) \subseteq (B \cup A)} (B \cup A)$$

ب) $(A \cup B) - B \Rightarrow (A \cup B) \cap B' = \underbrace{(A \cap B')}_{A-B} \cup \underbrace{(B \cap B')}_{\emptyset} = (A-B)$

$$= (B \cap A') \cup (B \cap A) = B \cap (A' \cup A) = B$$

پ) $[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B) = \underbrace{[(A \cap A') \cup (B \cap A')]}_{\emptyset} \cup (A \cap B)$

$$= (B \cap A) \cup (A \cap B) = B \cap \underbrace{(A \cup A)}_U = B$$

$$\text{الف) } (A \cap B) \cup (A \cap B') \Rightarrow (A \cap \overbrace{(B \cup B')}^U) = A$$

$$\text{ب) } (A' \cap A) \cap (B' \cap A) = \emptyset$$

$$\begin{aligned} \text{پ) } A \cap (B \cap C) &= (A \cap A) \cap (B \cap C) = A \cap (A \cap (B \cap C)) \\ &= A \cap ((A \cap B) \cap C) = A \cap (C \cap (A \cap B)) = (A \cap C) \cap (A \cap B) \\ &= (A \cap B) \cap (A \cap C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ت) } A \cup (B \cup C) &= (A \cup A) \cup (B \cup C) = A \cup (A \cup (B \cup C)) = A \cup ((A \cup B) \cup C) \\ &= A \cup (C \cup (A \cup B)) = (A \cup C) \cup (A \cup B) = (A \cup B) \cup (A \cup C) \end{aligned}$$

$$\text{الف) } \forall x; [x \in A \cup C] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in C \end{cases} \text{ یا } \Rightarrow \begin{cases} x \in B \\ x \in C \end{cases} \text{ یا } \Rightarrow x \in B \cup C$$

$$\text{ب) } \forall x; [x \in A \cap C] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in C \end{cases} \text{ و } \Rightarrow \begin{cases} x \in B \\ x \in C \end{cases} \text{ و } \Rightarrow x \in C \cap B \Rightarrow A \cap C \subseteq B \cap C$$

$$\forall x; [x \in (A - B)] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow x \in A \Rightarrow A - B \subseteq A$$

$$\text{الف) } A = \{۱, ۲\}, B = \{\{۱, ۲\}, ۱\}, C = \{\{\{۱, ۲\}, ۱\}, ۳\}$$

$$\text{ب) } A = \{۱\}, B = \{\{۱\}, ۲\}, C = \{\{\{۱\}, ۲\}, \{۱\}, ۴, ۵\}$$

$$\text{پ) } A = \{۴\}, B = \{۴, ۵, ۶\}$$

$$A = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m| < ۲\} = \{-۱, ۰, ۱\} \quad -۲ < m < ۲$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^۲ = x\} = \{-۱, +۱, ۰\}$$

$$C = \{y \in \mathbb{Z} \mid y^۲ \leq ۲y\} = \{۰, ۱, ۲\}$$

$$D = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^۲ \leq ۱\} = \{-۱, ۰, ۱\}$$

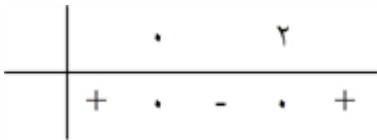
$$E = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^۲ + ۲m = ۳m^۲\} = \{۰, ۱, ۲\}$$

$$m^۲ - ۳m^۲ + ۲m = ۰ \Rightarrow m(m^۲ - ۳m + ۲) = ۰ \Rightarrow m = ۰ \Rightarrow (m - ۲)(m - ۱) = ۰$$

$$\Rightarrow m = ۲, m = ۱$$

$$x^۲ - x = ۰ \Rightarrow x(x^۲ - ۱) = ۰ \Rightarrow x = ۰, x = \pm ۱ \quad -۱ \leq x \leq ۱$$

$$y^۲ - ۲y \leq ۰ \Rightarrow y(y - ۲) \leq ۰$$



$$A = B = D, C = E$$

ب) A, B, D

ت) چنین مجموعه‌ای وجود ندارد.

الف) C, E

پ) D, E



۲۵ الف) $\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} \neq x + 1$ - نادرست

ب) $\exists n \in \mathbb{N}; (2^n + 1) \notin P$ - درست

پ) $\exists x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \geq -2$ - نادرست

ت) $\forall y \in \mathbb{R}; \frac{y-3}{5} \neq 0$ - درست

۲۶ الف) $\forall x \in \mathbb{N}; (x = 2k) \vee (x = 2k - 1)$ - درست

ب) $\exists a \in \mathbb{W}; a^2 < 0$ - نادرست

پ) $\forall d \in \mathbb{P}; d - 2k - 1$ - نادرست

ت) $\forall x \in \mathbb{Z}; x \geq 0 \Rightarrow 1 - 2x > 5$ - نادرست

ث) $\forall x \in \mathbb{R}; x \neq 0 / \left(x + \frac{1}{x} \geq 2\right)$ - درست

ج) $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 = x$ - درست



p	p	$p \Rightarrow p$
د	د	د
ن	د	د
د	ن	ن
ن	ن	ن

الف $p \Rightarrow p \equiv T$ (۲۷)

p	f	$p \vee f$
د	د	$\text{د} \equiv p$
ن	د	د
د	ن	$\text{د} \equiv p$
ن	ن	$\text{ن} \equiv p$

ب $p \vee F \equiv p$

p	T	$p \wedge T$
د	د	$\text{د} \equiv p$
ن	د	$\text{ن} \equiv p$
د	ن	ن
ن	ن	$\text{ن} \equiv p$

پ $p \wedge T \equiv p$

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim[p \Rightarrow q]$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن
د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د

ت $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

p	q	$q \vee p$	$p \wedge [p \vee p]$
د	د	د	د
ن	د	د	ن
د	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

ث $p \wedge (q \vee p) \equiv p$

p	q	$q \wedge p$	$p \vee [q \wedge p]$
د	د	د	$\text{د} \equiv p$
د	ن	ن	$\text{د} \equiv p$
ن	د	ن	$\text{ن} \equiv p$
ن	ن	ن	$\text{ن} \equiv p$

ج $p \vee (q \wedge p) \equiv p$

p	q	r	$q \Rightarrow r$	$p \Rightarrow [q \Rightarrow r]$	$p \wedge q$	$[p \wedge q] \Rightarrow r$
د	د	د	د	د	د	د



ن	ن	د	د	د	ن	د
د	ن	د	د	د	ن	د
ن	د	د	د	د	ن	د
ن	ن	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	ن	د
د	ن	ن	د	د	ن	د
د	د	ن	ن	ن	د	ن

۲۸ الف) $4 > 3$

چ) $\frac{1}{2}$ ابوالوفای/بون جانی (ریاضی) ان نیست.

پ) $a \notin \{b, c, d\}$

ت) ۲ عدد زوج نیست و عدد π گویا نیست.

ث) زمین به دور خورشید می‌چرخد یا سندج مرکز استان کردستان نیست.

ج) اگر n فرد باشد. آن‌گاه $a + 1$ زوج است.

ب) $\{6, 11, 16, 21, \dots\}$

۲۹ الف) $\{1, 4, 9, 16, \dots\}$

ت) $\{0\}$

ج) $\{p \Leftrightarrow q, \neg p \Leftrightarrow q, p \Leftrightarrow \neg q, \neg p \Leftrightarrow \neg q\}$

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$p \Leftrightarrow q$	$\sim[p \Leftrightarrow q]$	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow \sim p$	$\sim p \Leftrightarrow q$
د	د	د	$5 \div \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$ (ب)	ن	ن	د	$-7 \times 1 = -7$ (الف)	ن	د
د	ن	$\frac{10 \times 9}{3} > 5 \times 3$ (ت)	ن	د	ن	د	$\frac{8 \times 5}{4} \in \left\{2, \frac{1}{2}\right\}$ (پ)	د	د
ن	د	د	ن	ن	د	د	$0 \times \sqrt{2} = 0$ (ث)	د	د
ن	ن	د	$1 \in \{1\}$ (ج)	ن	د	ن	$5(7 - 3) = 20$ (ج)	ن	د

ب) گزاره هست - درست

ت) گزاره نیست

ج) گزاره نیست

ح) گزاره هست - غلط

د) گزاره هست - غلط

۳۱ الف) گزاره هست - نادرست

پ) گزاره هست - درست

ث) گزاره هست - درست

ج) گزاره هست - غلط

خ) گزاره هست - غلط

$$a^r + b^r = (a + b)(a^r + ab + b^r) \Rightarrow 5^9 + 8 = (5^r)^r + 2^r = (5^r + 2)(\dots) = 137q$$

ر) گزاره هست - درست

ذ) گزاره نیست

$$A \times C = B \times C \Rightarrow (A \times C) - (B \times C) = \emptyset = (A - B) \times C \xrightarrow{C \neq \emptyset} A - B = \emptyset$$

$$: A \cap B' = \emptyset \xrightarrow{\cup B} (A \cap B') \cup B = B : (A \cup B) \cap \underbrace{(B' \cup B)}_M = B : A \cup B = B$$

$$\Rightarrow A \subset B(I)$$

$$A \times C = B \times C \Rightarrow n(A \times C) = n(B \times C)$$

$$: n(A) \times n(C) = n(B \times n(C) : n(A) = n(B) (II))$$

$$I, II \Rightarrow A = B$$

۳۲



اثبات از چپ به راست :

$$A \times B = \emptyset \Rightarrow n(A \times B) = n(\emptyset) \Rightarrow n(A) \times n(B) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n(A) = 0 \Rightarrow A = \emptyset \\ \text{یا} \\ n(B) = 0 \Rightarrow B = \emptyset \end{cases}$$

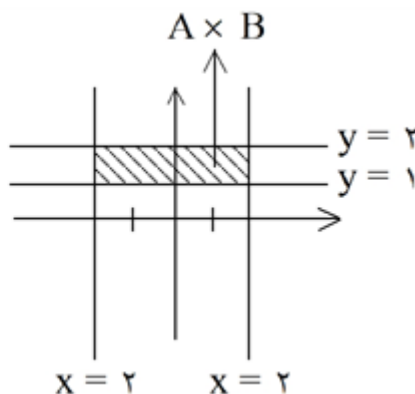
اثبات از راست به چپ :

$$A \times B \neq \emptyset \Rightarrow \exists (x, y) \in A \times B \Rightarrow x \in A \times y \in B \Rightarrow$$

یعنی A و B هر دو عضو دارند ولی مطابق فرض $A = \emptyset$ یا $B = \emptyset$ پس فرض خلف غلط است \Leftarrow

$$A \times B = \emptyset$$

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \times y \in B\} :$$



زمانی $A \times B$ با $B \times A$ برابر است که هر دو مجموعه با هم برابر باشند.

از طرفی می‌دانیم $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$ پس:

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A) = \emptyset \Rightarrow A \cap B = \emptyset$$

$$A = \{-3, -1, 1\}, B = \{1, 2, 3\}, A \cap B = \{1\}$$

$$A \times B = \{(-3, 1), (-3, 2), (-3, 3), (-1, 1), (-1, 2), (-1, 3), (1, 1), (1, 2), (1, 3)\}$$

$$\left. \begin{aligned} n(B \times A) &= n(A \times B) = n(A) \times n(B) \\ (A \times B) \cap (C \times D) &= (A \cap C) \times (B \cap D) \\ (A \cap B) \times (B \cap A) \end{aligned} \right\} \text{ می‌دانیم:}$$

$$n((A \times B) \cap (B \times A)) = n^*(A \cap B) = 1^2 = 1$$

$$n((A \times B) \cup (B \times A)) = n(C \cup D) = n(C) + n(D) - n(C \cap D)$$

$$= n(A \times B) + n(B \times A) - n((A \times B) \cap (B \times A))$$

$$= 2n(A) \times n(B) - n^*(A \cap B) = 2 \times 3 \times 3 - 1^2 = 17$$

$$n(A^c - B^c) = n(C - D) = n(C) - n(C \cap D)$$

$$= n(A \times A) - n((A \times A) \cap (B \times B)) = n^*(A) - n^*(A \cap B) = 3^2 - 1^2 = 8$$

$$(A \cap B) \times (A \cap B)$$

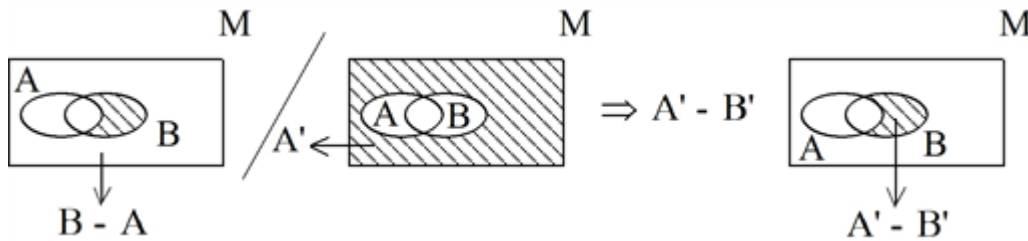
پس تعداد زیرمجموعه‌های $A^c - B^c$ برابر است با: 2^8 .



$$S = N$$

$$\{x \in N \mid 1 < x \leq 4\} = \{2, 3, 4\} / \{x \in N \mid x^2 = 4\} = \{2\} \cup \{3, 4\} = \{2, 3, 4\}$$

$$\begin{aligned} \text{حل : } (A \Delta B) \cup (A \cap B) &= [(A - B) \cup (B - A)] \cup (A \cap B) = (A \cap B') \cup (B \cap A') \cup (A \cap B) \\ &= [A \cap \underbrace{(B \cup B')}_{\text{مرجع } M}] \cup (B \cap A') = A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap \underbrace{(A \cup A')}_{\text{مرجع } M} = A \cup B \end{aligned}$$



$$(A - B) \cap B = (A \cap B') \cap B = A \cap \underbrace{B' \cap B}_{\emptyset} = A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$\begin{aligned} A \subset B : &\begin{cases} A \cap B = A \\ A \cup B = B \end{cases} \\ A \subset C : &\begin{cases} A \cap C = A \\ A \cup C = C \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{حل } A \cup B = B \xrightarrow{\cap C} (A \cup B) \cap C = B \cap C \Rightarrow \underbrace{(A \cap C) \cup (B \cap C)}_A = B \cap C$$

$$\Rightarrow A \cup (B \cap C) = B \cap C \Rightarrow A \subset B \cap C$$

$$\begin{aligned} \text{حل : } (A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) &= \underbrace{(A \cap B')}_{\text{مرجع } M} \cup \underbrace{(A \cap B)}_{\text{مرجع } M} \cup (B \cap A') \\ &= [A \cap (B' \cup B)] \cup (B \cap A') = A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap \underbrace{(A \cup A')}_{\text{مرجع } M} = A \cup B \end{aligned}$$

دقت کنیم A_i بازه اعداد حقیقی است:

$$\begin{aligned} A_1 &= [-1 \text{ و } 9] \\ A_2 &= [-2 \text{ و } 8] \\ &\vdots \\ A_{10} &= [-10 \text{ و } 0] \\ \bigcup_{i=1}^{10} A_i &= A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_{10} = [-10, 9] \\ \bigcap_{i=1}^{10} A_i &= A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = [-1, 0] \end{aligned}$$



$$A_1 = (-1, 1)$$

$$A_2 = \left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{2}\right)$$

$$A_3 = \left(-\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$$

$$\bigcup_{i=1}^3 A_i = \left(-1, \frac{5}{3}\right)$$

$$\bigcap_{i=1}^3 A_i = \left(-\frac{1}{3}, 1\right)$$

$$A = \{a\} \text{ و } B = \{\{a\}\} \text{ و } C = \{\{a\}, \{\{a\}\}\}$$

$$A = \{a\} \text{ و } B = \{\{a\}\} \text{ و } C = \{\{\{a\}\}\}$$

$$D \subset A \subset B \subset C$$

۴۷ الف) نادرست ب) درست پ) درست ث) درست
دقت کنیم نماد \emptyset زمانی که وارد مجموعه می‌شود، یک عضو محسوب می‌شود.

۴۸ می‌دانیم در یک مجموعه هر عضو را باید یک بار بنویسیم: ۴۹

$$A = \{ب, ی, ا, ن\} : \text{ بیان}$$

$$\Rightarrow A = B$$

$$B = \{ب, ی, ا, ن\} : \text{ بینابین}$$

$$B = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$C = \{x \mid x \in R, x \in (-2, 2)\} = \{x \in R \mid -2 < x < 2\}$$

۵۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۱

$$[(p \wedge q) \Rightarrow r] \Rightarrow (\sim p \vee \sim q \vee r) \equiv \sim(\sim p \vee \sim q \vee r) \vee (\sim p \vee \sim q \vee r) \equiv \sim s \vee s \equiv T \Rightarrow \text{همواره درست}$$

۵۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر p را نادرست بگیریم صرف‌نظر از ارزش q و r گزاره درست است. اگر p را درست هم بگیریم باز هم نتیجه می‌شود گزاره درست است، پس این گزاره همواره درست است. ۵۳

۵۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۵

$$(p \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow q) \equiv (T \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow F) \equiv r \Rightarrow \sim r \equiv \sim r \vee \sim r \equiv \sim r$$

۵۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به سطر ۲ گزینه ۲ حذف می‌شود. ۵۷

با سطر ۴ گزینه ۳ و با سطر ۳ گزینه ۴ حذف می‌گردد.



$$A \times B = B \times A \Rightarrow A = B = \{1, 4, 5\}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۹

$\frac{x}{2}$	$\frac{y}{3}$	z	t	$x+y+z+t$
۱	۴	۵	۵	۲۴
۱	۴	۵	۴	۲۳
۱	۴	۴	۵	۲۳
۴	۱	۵	۵	۲۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در ۳ حالت درست X، گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم که تنها گزینه‌ی ۱ باقی می‌ماند. ۶۰

$$A \times B = B \times A \Rightarrow A = B \Rightarrow \sqrt{d} = 6 \Rightarrow d = 36$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۱

$$\begin{cases} A = \{a-2, 6, 2b+1, c\} \\ B = \{6, 5, -1\} \end{cases}$$

$$\left. \begin{matrix} a-2 \\ 2b+1 \\ c \end{matrix} \right\} \rightarrow \begin{matrix} 5, -1, -1 \\ 5, 6, -1 \\ 5, 5, -1 \end{matrix} \xrightarrow{\oplus} a+2b+c-1 = \begin{cases} 3 \\ 10 \\ 9 \end{cases}$$

$$a+b+c=9: \begin{cases} b-1=-6 \Rightarrow b=-5 \\ b-1=1 \Rightarrow b=2 \\ b-1=0 \Rightarrow b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-2=-1 \\ c=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-2=6 \\ c=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=6 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a=8 \\ b=2 \\ c=-1 \end{cases} \text{ دو حالت}$$

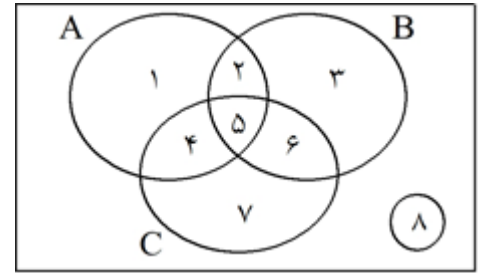
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق قوانین گزاره‌ها داریم: ۶۲

$$\begin{aligned} & [\sim p \wedge (\sim q \wedge r)] \vee [(q \wedge r) \vee (p \wedge r)] \equiv [(\sim p \wedge \sim q) \wedge r] \vee [(q \vee p) \wedge r] \\ & \equiv [\sim(p \vee q) \wedge r] \vee [(p \vee q) \wedge r] \equiv \underbrace{[\sim(p \vee q) \vee (p \vee q)]}_{T} \wedge r \equiv T \wedge r \equiv r \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 [(A - B)' - (B - C)] - C &= [(A \cap B')' \cap (B \cap C')]' \cap C' \\
 &= [(A' \cup B) \cap (B' \cup C)] \cap C' = (A' \cup B) \cap [(B' \cup C) \cap C'] \\
 &= (A' \cup B) \cap [(B' \cap C') \cup (C \cap C')] = (A' \cup B) \cap (B' \cap C') \\
 &\quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\emptyset} \\
 &= [(A' \cup B) \cap B'] \cap C' = [(A' \cap B') \cup (B \cap B')] \cap C' \\
 &\quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\emptyset} \\
 &= (A' \cap B') \cap C' = A' \cap (B' \cap C') = A' \cap (B \cup C)' = A' - (B \cup C)
 \end{aligned}$$

روش دوم:



$$\begin{aligned}
 A - B &= \{1, 4\} & (A - B)' &= \{2, 3, 5, 6, 7, 8\} \\
 \Rightarrow (A - B)' - (B - C) &= \{5, 6, 7, 8\} \Rightarrow [(A - B)' - (B - C)] - C = \{8\} = A' \cap B' \cap C'
 \end{aligned}$$

$$B - C = \{2, 3\}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\underbrace{[p \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p)]}_{q \vee \sim p} \Rightarrow q \equiv \underbrace{[p \wedge (q \vee \sim p)]}_{p \wedge q} \Rightarrow q \equiv \sim(p \wedge q) \vee q \equiv (\sim p \vee \sim q) \equiv T$$

همواره درست

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$\text{گزینه ۱: } (p \Leftrightarrow \sim q) \vee r \equiv \underbrace{(T \Leftrightarrow T)}_T \vee r \equiv T$$

$$\text{گزینه ۲: } \sim(p \wedge \sim q) \wedge r \equiv \sim(T \wedge T) \wedge r \equiv F \wedge r \equiv F$$

$$\text{گزینه ۳: } (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim q) \equiv F \Leftrightarrow T \equiv F$$

$$\text{گزینه ۴: } (\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}
 &[(A \cap B) - B]' \cap [(A \cap B) \cup (A - B)] \\
 &= \underbrace{((A \cap B) \cap B')}' \cap \underbrace{[(A \cap B) \cup (A \cap B')]}_{A \cap (B \cup B')} = \underbrace{\emptyset'}_M \cap \underbrace{(A \cap M)}_A = M \cap A = A
 \end{aligned}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۷

روش اول:

$$A' \cup B = A' \cap B' \xrightarrow{\cap B} \underbrace{(A' \cup B) \cap B}_{\text{جذب } B} = \underbrace{(A' \cap B') \cap B}_{\emptyset} : B = \emptyset$$

روش دوم:

$$A' \cup B = A' \cap B' \xrightarrow{\text{متمم}} (A' \cup B)' = (A' \cap B')' \\ \Rightarrow A \cap B' = A \cup B \Rightarrow A - B = A \cup B : B = \emptyset$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌توان تمامی گزینه‌ها را بررسی کرد. ۶۸

در گزینه ۱ ارزش $p \Rightarrow q$ نادرست می‌شود و ارزش کل گزاره نیز نادرست خواهد بود.

در گزینه ۳ و ۴ ارزش $q \Rightarrow r$ نادرست می‌شود و در کل گزاره‌ای نادرست خواهیم داشت. اما در گزینه ۲ به ارزشی درست می‌رسیم.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۹

$$(\sim p \vee q) \Leftrightarrow q \\ \equiv ((\sim p \vee q) \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow (\sim p \vee q)) \\ \equiv ((p \wedge \sim q) \vee q) \wedge (\sim q \vee (\sim p \vee q)) \equiv p \vee q \\ \underbrace{\hspace{1cm}}_{p \vee q} \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_T$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در یک گزاره شرطی، اگر تالی درست باشد آنگاه ارزش کلی گزاره نیز درست است و نیازی به چک کردن مقدم نیست. در گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ تالی (p) درست است. بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح می‌باشد. ۷۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۱

$$\begin{cases} |A| = x \\ |C| = x + 2 \\ |B| = y \\ |D| = y - 3 \end{cases} \begin{cases} n(B \times C) = n(B) \times n(C) = y(x + 2) = xy + 2y \\ n(A \times B) = n(A) \times n(B) = xy \end{cases} \Rightarrow xy + 2y = 1/5 xy \\ \Rightarrow 2y = 0/5 xy \Rightarrow x = 8 \\ n(A \times D) = x(y - 3) = xy - 3x \\ \Rightarrow n(B \times C) = 1/5 n(A \times D) \Rightarrow xy + 2y = 1/5 (xy - 3x) \xrightarrow{\times 5} 5xy + 10y = xy - 3x \\ \xrightarrow{x=8} 16y + 10y = 8y - 24 \Rightarrow 8y = 24 \Rightarrow y = 3 \\ \Rightarrow n(B) - n(A) = y - x = 3 - 8 = -5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۲

$$\begin{array}{ccc} & \text{جذب } B & B \cap A \\ A' \cup ((B \cap A) \cap [(B \cup A) \cap B]) & = A' \cup ((B \cap A) \cap [B]) & = A' \cup (B \cap A) \\ = (A' \cup B) \cap (A' \cup A) & = A' \cup B = (A \cap B')' & = (A - B)' \end{array}$$

M مرجع



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق جدول ارزش گزاره‌ها برای سه گزاره‌ی p ، q و r داریم:

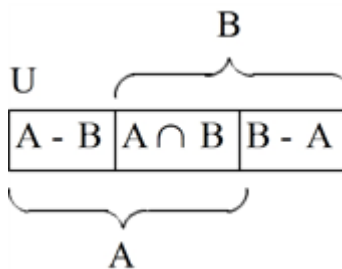
p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \Rightarrow r$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	د
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن	د

همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، در ردیف‌های ۲، ۴ و ۶، ارزش گزاره‌ی $(p \vee q) \Rightarrow r$ نادرست است. در بین این سه ردیف، تنها در ردیف ۴، ارزش گزاره‌ی q نادرست است، پس احتمال موردنظر برابر $\frac{1}{3}$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(A' - B)' \cap C = (A' \cap B')' \cap C = (A \cup B) \cap C = U \cap C = C \xrightarrow{\text{طبق فرض}} C' = B$$

مطابق نمودار ون، متمم مجموعه‌ی C در این سؤال معادل مجموعه‌ی $A \cap B$ است، بنابراین داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} C' = B \Rightarrow A \cap B = B \Rightarrow B \subseteq A \\ C = (A - B) \cup (B - A) \xrightarrow{\text{طبق شکل}} C' = A \cap B \end{array} \right.$$




گزینه ۱ پاسخ صحیح است. همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، در ۷ ردیف ارزش گزاره‌ی $p \Rightarrow (q \vee r)$ درست است که در ردیف‌های ۲، ۶ و ۸ یعنی ۳ ردیف آن، ارزش گزاره‌ی r نادرست است.

p	q	r	$q \vee r$	$p \Rightarrow (q \vee r)$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	د
ن	ن	ن	ن	د

پس:
$$\begin{cases} n(S) = 7 \\ n(A) = 3 \end{cases} \rightarrow P(A) = \frac{3}{7}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها می‌توان نشان داد اگر a و b دو گزاره باشد، ارزش گزاره‌های $a \Rightarrow b$ و $\sim a \vee b$ با هم برابر است:

a	b	$\sim a$	$\sim a \vee b$	$a \Rightarrow b$
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

حالا در این سؤال $\sim p \vee \sim q$ را a و $p \wedge r$ را b در نظر بگیرید. داریم:

$$(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge r) \equiv \overbrace{\sim(\sim p \vee \sim q)}^{\text{دمورگان}} \vee (p \wedge r) \equiv \overbrace{(p \wedge q) \vee (p \wedge r)}^{\text{توزیع پذیری}} \equiv p \wedge (q \vee r)$$



گزینه ۱

$$x^2 + 2 > 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + 1 > 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + 1 > 0$$

پس رابطه داده شده در گزینه ۱ درست و پاسخ سؤال همین گزینه است. برای محکم‌کاری نادرستی بقیه گزینه‌ها را نیز نشان می‌دهیم.

$$\frac{x-1}{x} = x \Rightarrow x^2 = x-1 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0 \quad \text{گزینه ۲}$$

چنین چیزی امکان‌پذیر نیست. $\Delta = 1 - 4 = -3 < 0$

گزینه ۳ می‌توان ثابت کرد به ازای $x \neq 0$ عضو R ، عبارت $x + \frac{1}{x}$ یا بزرگ‌تر و یا مساوی ۲ و یا کوچک‌تر از ۲- اثبات یکی از حالت‌ها را در زیر ببینید.

فرض کنید $x > 0$ است:

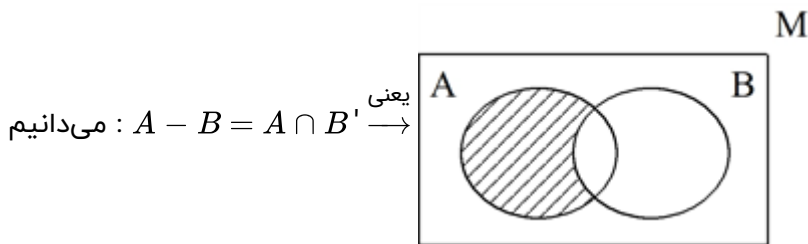
$$x + \frac{1}{x} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 1}{x} \geq 2 \Leftrightarrow x^2 + 1 \geq 2x \Leftrightarrow x^2 + 1 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0$$

گزینه ۴ رابطه به ازای $x = 2$ برقرار نیست. چون یک طرفه رابطه تعریف نشده و طرف دیگر برابر ۴ می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left(\frac{1}{2} \binom{8}{3} \binom{5}{2} \right) \times \binom{2}{2} = 280$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



فقط کافی است بررسی گزینه کنیم.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر است با 2^n ، بنابراین:

$$2^{n(A)} = 512 \Rightarrow 2^{n(A)} = 2^9 \Rightarrow n(A) = 9$$

$$(B \cup A')' = B' \cap A = A - B$$

از طرفی:

$$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 9 - 3 = 6 \Rightarrow 2^6 = 64$$

می‌دانیم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 5 \\ 1 و 4 \\ 2 و 3 \rightarrow \text{قابل قبول} \Rightarrow \binom{5}{2} \times \binom{3}{2} = 10 \\ 1 و 3 \\ 1 و 2 \\ 1 و 1 و 2 \\ 1 و 1 و 1 و 1 \end{array} \right.$$

حالت‌های افزایش عضوی



۸۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا $B \subset C$ نادرست است. دلیل این است که $2 \in B$ ولی $2 \notin C$.

۸۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \quad A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$1 < \frac{b}{a} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow a \leq b \leq \frac{3}{2}a$$

۱) $b = 1$ هیچ مقدار a

۲) $b = 3$ $a = 2$

۳) $b = 5$ $a = 4$

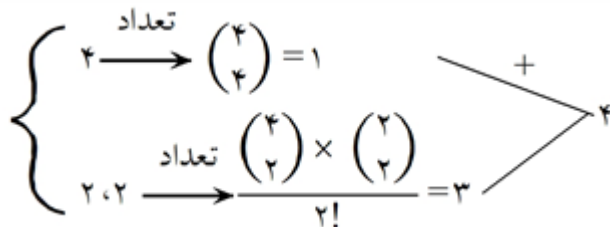
۴) $b = 7$ $a = 4, 6$

۵) $b = 9$ $a = 6, 8$

به وضوح ۶ عضو است.

مسئله راه حل هندسی نیز دارد که نقاط با مختصات صحیح بین دو $y = x$ و $y = \frac{3}{4}x$ را با شرایط بالا بشماریم.

۸۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مجموعه A ، ۴ عضوی است، حالت های افراز فاقد تک عضوی:



۸۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا مجموعه $A - (B - A)'$ را کمی ساده کرده و سپس متمم آن را به دست

می آوریم:

$$(B - A)' - A = (B \cap A')' \cap A' = (B' \cup A) \cap A' = (B' \cap A') \cup (A \cap A')$$

$$\xrightarrow{A \cap A' = \phi} (B' \cap A') \cup \phi = (B' \cap A') = (B \cup A)'$$

بنابراین مجموعه $A - (B - A)'$ برابر با $(B \cup A)'$ است و متمم آن مجموعه $A \cup B$ است.

۸۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا دو مجموعه A_3 و A_4 را به دست می آوریم:

$$A_3 = \{m \in \mathbb{Z} | m \geq -3, 2^m \leq 3\} \Rightarrow A_3 = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

$$A_4 = \{m \in \mathbb{Z} | m \geq -4, 2^m \leq 4\} \Rightarrow A_4 = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$A_3 \cap A_4 = \{-3, -2, -1, 0, 1\} \Rightarrow n(A_3 \cap A_4) = 5$$

می دانیم یک مجموعه k عضوی، 2^k زیرمجموعه دارد. بنابراین مجموعه $(A_3 \cap A_4)$ دارای $2^5 = 32$ زیرمجموعه است.

۸۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

کل افراهای چند مجموعه چنین است:

	۲	۳	۴	۵
کل افراز	۲	۵	۱۵	۵۲



$$(A \cap B') - (B - A) = (A \cap B') \cap (B \cap A')' = A \cap B' \cap (B' \cup A) = A \cap B' = A - B$$

جذب

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $A - (A - B) = A \cap B$ داریم:

$$\{A - (A - B)\} \cup (A \cap B)' = (A \cap B) \cup (A \cap B)' = M$$

$$A - (A - B) = A \cap (A \cap B')' = A \cap (A' \cup B) = \cancel{(A \cap A')}^{\emptyset} \cup (A \cap B) = A \cap B$$

بنابراین متمم این مجموعه برابر \emptyset است.

پاسخنامه کلیدی

۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴

۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴

