



p30konkor.com

زمان آزمون :

نام درس :

نام آموزشگاه :

تاریخ برگزاری :

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

عنوان آزمون : هندسه ۱۲ فصل ۱

ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>به ازای چه مقادیری از <math>m</math> دستگاه معادلات</p> $\begin{cases} -4x + (m-3)y = 3 \\ 2x - \frac{m-3}{2}y = 1 \end{cases}$ <p>یک جواب منحصر به فرد دارد؟</p> <p>پاسخ: ۱ روش اول: به ازای هیچ مقدار <math>m</math></p> <p>روش دوم: به ازای هیچ <math>m</math>ی دترمینان زیر مخالف صفر نمی‌شود.</p> $\begin{vmatrix} -4 & m-3 \\ 2 & -\frac{m-3}{2} \end{vmatrix} = -4\left(-\frac{m-3}{2}\right) - 2(m-3) = 0$	
۲	<p>دستگاه معادلات</p> $\begin{cases} 3x + 7y = -4 \\ -5x + 2y = -7 \end{cases}$ <p>را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>سوال امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> $X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{41} \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	
۳	<p>اگر <math>A = [a_{ij}]_{2 \times 2}</math> و <math> A^2  = -8</math> باشد، حاصل <math>\frac{ A^{-1} }{ 3A }</math> را بیابید.</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>سوال امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> $ A^2  =  A ^2 = -8 \Rightarrow  A  = -2, \frac{ A^{-1} }{ 3A } = \frac{\frac{1}{ A }}{3^2  A } = \frac{1}{36}$	
۴	<p>اگر <math>A = [a_{ij}]_{3 \times 3}</math> به صورت</p> $a_{ij} = \begin{cases} -1 &  i-j  > 1 \\ 0 &  i-j  = 1 \\ 1 &  i-j  < 1 \end{cases}$ <p>باشد، ماتریس <math>A^2 - 2I</math> را به دست آورید.</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>سوال امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}, A^2 - 2I = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	



	<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>الف) دترمینان ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} 2 &amp; 1 &amp; -1 \\ 3 &amp; 2 &amp; 1 \\ 0 &amp; -2 &amp; 4 \end{bmatrix}</math> برابر ..... است.</p> <p>ب) از تساوی ماتریسی <math>A \times B = A \times C</math> که در آن <math>A</math> یک ماتریس مربعی است، با شرط ..... نتیجه می‌شود <math>B = C</math>.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ الف) ۱۴ ب) وارون‌پذیری <math>A</math> یا <math> A  \neq 0</math></p>	۵
	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>A</math> ماتریس اسکالر و <math>B</math> ماتریس هم‌مرتبه <math>A</math> باشد، آنگاه حاصلضرب آنها تعویض‌پذیر است.</p> <p>ب) اگر <math>A = \begin{bmatrix} 5 &amp; -2 \\ 10 &amp; -4 \end{bmatrix}</math> باشد آنگاه <math>A^{1403} = I</math>.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ الف) درست ب) نادرست</p>	۶
	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 2x-y &amp; 5 \\ z &amp; 4 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 3 &amp; 2x+y \\ -3 &amp; 4 \end{bmatrix}</math> و <math>A = B</math> باشند، حاصل <math>x^2 - 2y + z</math> را به دست آورید.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>ص ۲۰) <math>z = -3</math></p> $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = 1 \Rightarrow x^2 - 2y + z = -1$	۷
	<p>اگر <math>A</math> ماتریسی <math>3 \times 3</math> باشد و <math> A  = -2</math>، حاصل <math> 2A  +  A^{-1} ^3</math> را محاسبه کنید.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>ص ۳۱) <math> 2A  +  A^{-1} ^3 = 2^3  A  + \frac{1}{ A ^3} = 8(-2) + \frac{1}{-8} = \frac{-129}{8}</math></p>	۸
	<p>دستگاه <math>\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ 2y - x = 1 \end{cases}</math> را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>ص ۲۴) <math>A = \begin{bmatrix} 3 &amp; -4 \\ -1 &amp; 2 \end{bmatrix}</math></p> $A^{-1} = \frac{1}{6-4} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$	۹



ماتریس  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  که  $a_{ij} = \begin{cases} j-1 & i > j \\ i^2 - j & i = j \\ 1-i & i < j \end{cases}$  و  $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$  مفروض اند.

الف) حاصل  $A \times B$  را به دست آورید.

ب) دترمینان ماتریس  $B$  را به دست آورید. (با روش دلخواه)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

ص ۲۱ و ۲۸)  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 6 \end{bmatrix}$

الف)  $A \times B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -5 & -4 & 3 \\ 4 & 11 & -5 \end{bmatrix}$

ب)  $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (-1)(2) - (1)(1) = -2 - 1 = -3$

$|B| = (-1 + 1 - 8) - (-2 - 2 + 2) = -6$

پاسخ: ۱

۱۰

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر  $A_{n \times n}$  ماتریس دلخواه  $I_n$  ماتریس همانی و  $A^T - A = I$  باشد، وارون ماتریس  $A$ ، برابر  $(I - A)$  است.

ب) مکان هندسی مرکزی همه دایره‌های با شعاع ثابت  $r$  که بر دایره  $C(O, r)$  در صفحه این دایره مماس خارج هستند، دایره  $C'(O, 2r)$  است.

پ) بردار  $\vec{a} = \left(0, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ ، یک بردار یکه است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

پ) درست (ص ۷۵)

ب) درست (ص ۳۹)

پاسخ: ۱ الف) نادرست (ص ۲۲)

۱۱

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) در ماتریس قطری  $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 2k-1 & 2 \end{bmatrix}$ ، مقدار  $k$  برابر ..... است.

ب) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل ..... است.

پ) حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای واحد  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  و  $\vec{k}$  بنا می‌شود، برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

پاسخ: ۱ الف)  $k = \frac{1}{4}$  (ص ۱۲)

ب) دو خط متقاطع (ص ۳۹)

پ) یک (ص ۸۲ و ۸۳)

۱۲

مقدار  $m$  را طوری بیابید که دستگاه  $\begin{cases} mx + 9y = m + 1 \\ 4x + my = -4 \end{cases}$  جواب نداشته باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

ص ۲۶ و ۳۱) هر دو جواب قابل قبول  $\begin{cases} m = 6 \\ m = -6 \end{cases} \Rightarrow m^2 = 36 \Rightarrow \frac{m}{4} = \frac{9}{m} \neq \frac{m+1}{-4}$

پاسخ: ۱

۱۳

۱۴	<p>اگر <math>{}^3A = \begin{bmatrix}  A  &amp; -5 \\ 1 &amp; 4 A  \end{bmatrix}</math> باشد، مقدار <math> A^{-1} </math> را محاسبه کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ (ص ۳۰ و ۳۱) <math>\Rightarrow \begin{cases}  A  = 1 \Rightarrow  A^{-1}  = 1 \\  A  = \frac{5}{4} \Rightarrow  A^{-1}  = \frac{4}{5} \end{cases}</math>  <math> {}^3A  = 4 A ^2 + 5 \Rightarrow 4 A ^2 - 9 A  + 5 = 0 \Rightarrow</math></p>
۱۵	<p>در تساوی <math>\begin{bmatrix} 1 &amp; 0 \\ -2 &amp; -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0</math>، مقدار <math>x</math> را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ (ص ۱۷) <math>\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}</math>  <math>\begin{bmatrix} x &amp; -2 &amp; -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow</math></p>
۱۶	<p>ماتریس <math>A = [a_{ij}]_{2 \times 2}</math> به صورت <math>a_{ij} = \begin{cases} i^2 - j &amp; i &gt; j \\ i + j &amp; i \leq j \end{cases}</math> داده شده است، ماتریس <math>A^{-1}</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ (ص ۲۱ و ۲۳) <math>A = \begin{bmatrix} 2 &amp; 3 \\ 3 &amp; 4 \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = -1</math>  <math>A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 4 &amp; -3 \\ -3 &amp; 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 &amp; 3 \\ 3 &amp; -2 \end{bmatrix}</math></p>
۱۷	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر ماتریس مربعی وارون پذیر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ نادرست (ص ۲۳)</p>
۱۸	<p>جای خالی را با واژه مناسب کامل کنید. اگر <math>A = \begin{bmatrix} -\sin \theta &amp; \cos \theta \\ \cos \theta &amp; \sin \theta \end{bmatrix}</math> باشد، آنگاه دترمینان ماتریس <math>A</math> برابر ..... است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ -۱ (ص ۲۸)</p>
۱۹	<p>جای خالی را با واژه مناسب کامل کنید. اگر در ماتریس قطری تمام درایه‌های روی قطر اصلی با هم برابر باشند، آن را ماتریس ..... می‌نامند.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ اسکالر (ص ۱۲)</p>
۲۰	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix}  A  &amp; 0 &amp; 1 \\ 1 &amp;  A  &amp; 1 \\ 0 &amp; 2 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> باشد، مقدار <math> A </math> را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ (ص ۲۸ و ۳۰) <math>\Rightarrow \begin{cases}  A  = 1 \\  A  = 2 \end{cases}</math>  <math> A  =  A  ( A  - 2) + 1(2) \Rightarrow  A ^2 - 3 A  + 2 = 0 \Rightarrow</math></p>



	<p>در تساوی ماتریسی <math>A = \begin{bmatrix} -1 &amp; 2 \\ 2 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> ، ماتریس A را به دست آورید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ <math>\begin{bmatrix} 5 &amp; 2 \\ 7 &amp; 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 &amp; 2 \\ 2 &amp; 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 5 &amp; 2 \\ 7 &amp; 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 &amp; 2 \\ 2 &amp; 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{15-14} \begin{bmatrix} 3 &amp; -2 \\ -7 &amp; 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 &amp; 2 \\ 2 &amp; 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 &amp; 4 \\ 17 &amp; -9 \end{bmatrix}</math></p> <p>(ص ۲۵)</p>	۲۱
	<p>ماتریس <math>A = [a_{ij}]_{3 \times 3}</math> به صورت <math>a_{ij} = \begin{cases} 1 &amp; i = j \\ 0 &amp; i \neq j \end{cases}</math> معرفی شده است، مقدار k را طوری پیدا کنید که رابطه <math>k kA  = 625</math> برقرار باشد.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ <math>A = \begin{bmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 1 \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = 1</math></p> <p>(ص ۳۱) <math>k kA  = k(k^3 A ) = k^4 \times 1 = 625 \Rightarrow k = \pm 5</math></p>	۲۲
	<p>ماتریس‌های <math>A = \begin{bmatrix} 2 &amp; 3 \\ 5 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} x+1 &amp; y+2 \\ 3 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> را در نظر بگیرید، اگر <math>A + B = \begin{bmatrix} 5 &amp; 4 \\ 8 &amp; 3 \end{bmatrix}</math> باشد، آنگاه مقادیر x و y را به دست آورید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ <math>x = 2, y = -1</math> (ص ۱۳)</p>	۲۳
	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 1 \\ 2 &amp; 6 &amp; 2 \\ 1 &amp; -1 &amp; 2 \end{bmatrix}</math>، حاصل <math>\left  -\frac{1}{2}A^4 \right </math> را به دست آورید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱ <math> A  = 2, \left  -\frac{1}{2}A^4 \right  = \left( -\frac{1}{2} \right)^3  A ^4 = -2</math> (ص ۲۸ و ۳۱)</p>	۲۴
	<p>با استفاده از ویژگی‌های ضرب ماتریس‌ها و ماتریس همانی ا درستی رابطه زیر را ثابت کنید:</p> $(A - 3I)^4 = A^4 - 6A^3 + 9A^2$ <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱ <math>(A - 3I)^4 = (A - 3I)(A - 3I)(A - 3I)(A - 3I) = A^4 - 3AI - 3IA + 9I^2 \xrightarrow[I^4=I]{AI=IA=A} A^4 - 6A^3 + 9A^2</math></p> <p>(ص ۱۹ و ۳۱)</p>	۲۵



	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 3 &amp; -1 \\ 1 &amp; -1 \end{bmatrix}</math>، نشان دهید: <math>(5A)^{-1} = \frac{1}{5}A^{-1}</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>(ص ۲۳ و ۳۱)</p> $A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{5}A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & -\frac{3}{10} \end{bmatrix}$ $5A = \begin{bmatrix} 15 & -5 \\ 5 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow (5A)^{-1} = \frac{1}{-50} \begin{bmatrix} -5 & 5 \\ -5 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & -\frac{3}{10} \end{bmatrix}$	۲۶
	<p>ماتریس <math>(B^T + 2I)</math> را محاسبه کنید. (۱ ماتریس همانی مرتبه سه است.)</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>(ص ۲۰ و ۱۹)</p> $(B^T + 2I) = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 6 & 10 & 8 \\ 7 & 7 & 18 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 6 \\ 6 & 12 & 8 \\ 7 & 7 & 20 \end{bmatrix}$	۲۷
	<p><math>B = [b_{ij}]_{3 \times 3}</math>، ماتریس B را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید.</p> $b_{ij} = \begin{cases} i+1 & i=j \\ j-2 & i < j \\ 1 & i > j \end{cases}$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>(ص ۲۱)</p> $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$	۲۸
	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} m &amp; 0 \\ m-2 &amp; n \end{bmatrix}</math> ماتریسی اسکالر باشد مقادیر m و n را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>(ص ۱۲)</p> $m-2=0 \Rightarrow m=2, n=m=2$	۲۹
	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 0 &amp; 0 &amp; 1 \\ 0 &amp; 2 &amp; 0 \\ -1 &amp; 0 &amp; 0 \end{bmatrix}</math> باشد، حاصل <math>  A  A </math> را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>(ص ۲۹ و ۳۱)</p> $ A  = 2$ $  A  A  =  A ^3  A  =  A ^4 = 16$	۳۰
	<p>در دستگاه <math>\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'x=c \end{cases}</math>، اگر <math>\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}</math> آنگاه دستگاه بی‌شمار جواب دارد. (درست - نادرست)</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>نادرست (ص ۲۶)</p>	۳۱



۳۲	<p>اگر ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} ۴ &amp; ۱ \\ ۰ &amp; ۳ \end{bmatrix}</math> باشد، وارون ماتریس <math>A - ۲I</math> را بیابید. (۱ ماتریس همانی مرتبه دو است).</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> $A - ۲I = \begin{bmatrix} ۴ & ۱ \\ ۰ & ۳ \end{bmatrix} - ۲ \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ & ۱ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$ $ A - ۲I  = ۲ \Rightarrow (A - ۲I)^{-۱} = \frac{۱}{۲} \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix} \quad (\text{ص ۲۳})$
۳۳	<p>اگر A و B دو ماتریس مربعی مرتبه ۳ و تعویض پذیر باشند، ثابت کنید:</p> $(A - B)^T = A^T - ۲AB + B^T$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> $(A - B)^T = (A - B)(A - B) = A^T - AB - BA + B^T \xrightarrow{AB=BA} A^T - ۲AB + B^T$ <p>(ص ۲۱)</p>
۳۴	<p>اگر دو ماتریس مربعی A و B به صورت <math>A = [۳i - ۲j]_{۲ \times ۲}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} ۱ &amp; ۲ &amp; ۰ \\ ۰ &amp; ۱ &amp; ۳ \\ -۱ &amp; ۲ &amp; ۱ \end{bmatrix}</math> باشند:</p> <p>الف) ماتریس A را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید.</p> <p>ب) ماتریس <math>B^T</math> را محاسبه کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) <math>A = \begin{bmatrix} ۳ &amp; -۲ &amp; ۰ \\ ۰ &amp; ۳ &amp; ۰ \end{bmatrix}</math></p> <p>ب) <math>B^T = B \times B = \begin{bmatrix} ۱ &amp; ۴ &amp; ۶ \\ -۳ &amp; ۷ &amp; ۶ \\ -۲ &amp; ۲ &amp; ۷ \end{bmatrix}</math> (ص ۲۱)</p>
۳۵	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} ۲ &amp; m+۱ \\ ۲n+۴ &amp; ۵ \end{bmatrix}</math> یک ماتریس قطری باشد، با محاسبه m و n ماتریس <math>A + I</math> را بیابید. (۱ ماتریس همانی مرتبه دو است).</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\begin{cases} m+۱=۰ \\ ۲n+۴=۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=-۱ \\ n=-۲ \end{cases}$ $A + I = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۵ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۰ & ۶ \end{bmatrix} \quad (\text{ص ۲۱ و ۱۹})$
۳۶	<p>اگر دو ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} ۲x-۱ &amp; ۳ \\ ۲ &amp; ۰ \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} ۵ &amp; ۳ \\ ۲ &amp; ۰ \end{bmatrix}</math> مساوی باشند، آنگاه مقدار x برابر با ..... است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> $۲x - ۱ = ۵ \Rightarrow x = ۳ \quad (\text{ص ۱۳})$



۳۷	<p>دستگاه <math>\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 7x + 4y = 15 \end{cases}</math> را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> $X = A^{-1} \times B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -7 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad x = 1, y = 2 \quad (\text{ص ۲۴})$
۳۸	<p>ماتریس <math>A</math> مربعی مرتبه سه به صورت <math>A = [a_{ij}]_{3 \times 3}</math> که <math>a_{ij} = \begin{cases} i+j &amp; i=j \\ j &amp; i&gt;j \\ 0 &amp; i&lt;j \end{cases}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 2 &amp; 1 &amp; 0 \\ -1 &amp; 3 &amp; 2 \\ 2 &amp; 0 &amp; 5 \end{bmatrix}</math> باشد:</p> <p>الف) ماتریس <math>A</math> را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید.</p> <p>ب) دترمینان ماتریس <math>B</math> را محاسبه کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) <math>A = \begin{bmatrix} 2 &amp; 1 &amp; 0 \\ 1 &amp; 4 &amp; 0 \\ 1 &amp; 2 &amp; 6 \end{bmatrix}</math> (ص ۲۱ و ۲۸)</p> <p>ب) <math> B  = 39</math></p>
۳۹	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 4 &amp; a \\ b &amp; -1 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; -2 \\ 3 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را طوری به دست آورید که <math>A \times B</math> ماتریس قطری باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> $A \times B = \begin{bmatrix} 4+3a & -8+2a \\ b-3 & -2b-2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a-8=0 \Rightarrow a=4 \\ b-3=0 \Rightarrow b=3 \end{cases} \quad (\text{ص ۲۱})$
۴۰	<p>درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در صورت نادرستی، شکل صحیح عبارت را بنویسید.</p> <p>- اگر <math>A</math> یک ماتریس <math>3 \times 3</math> و <math> A  = 5</math> باشد آنگاه <math> 2A  = 40</math> است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱ درست (ص ۳۱)</p>
۴۱	<p>عبارت زیر را کامل کنید.</p> <p>- اگر ماتریس <math>\begin{bmatrix} r &amp; m-1 \\ 0 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> یک ماتریس همانی باشد حاصل <math>m+r</math> برابر با ..... است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱ دو (ص ۱۲)</p>
۴۲	<p>اگر <math>A</math> ماتریس <math>3 \times 3</math> باشد، <math> A  = 4</math> باشد، آنگاه حاصل <math> A  A </math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱</p> $ A  A  =  4A  = 4^3  A  = 4^4$
۴۳	<p>اگر ماتریس <math>A</math> را ماتریس ضرایب و <math>X</math> را ماتریس مجهولات و <math>B</math> را ماتریس معلومات دستگاه دو معادله و دو مجهولی <math>\begin{cases} 2x - y = 4 \\ -4x + 3y = 2 \end{cases}</math> در نظر بگیریم، از تساوی <math>AX = B</math> ماتریس <math>X</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱</p> $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = A^{-1} B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix}$



۴۴	<p>اگر <math>A = [2i - 3j]_{3 \times 2}</math> و <math>B_{2 \times 3} = \begin{cases} -1 &amp; i \neq j \\ 0 &amp; i = j \end{cases}</math> باشد، دترمینان ماتریس AB را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱</p> $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ $AB = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow  AB  = 4(6) - 1(-6) + 5(-6) = 0$
۴۵	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 2x &amp; 5 \\ z &amp; 1 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 3 &amp; 2x+y \\ -2 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> و <math>A = B</math> در این صورت حال <math>x + 2y + 3z</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱</p> $A = B \rightarrow \begin{bmatrix} 2x & 5 \\ z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 3 \\ 2x+y = 5 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 2 \end{cases}$ $\Rightarrow x + 2y + 3z = \frac{-1}{2}$
۴۶	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) هر آرایش مستطیلی از اعداد حقیقی، شامل تعداد سطر و ستون ..... نامیده می‌شود.</p> <p>ب) مکان هندسی، مجموعه‌ی نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه‌ی آن‌ها یک ویژگی ..... داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.</p> <p>پ) اگر مجموع فواصل نقطه A از دو کانون بیضی بیش‌تر از طول قطر بزرگ بیضی باشد، نقطه A در ..... بیضی است.</p> <p>ت) اگر برای دو بردار <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> داشته باشیم: <math>\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b} </math>، در این صورت زاویه بین دو بردار <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> برابر ..... است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ الف) ماتریس ب) مشترک پ) خارج ت) صفر</p>
۴۷	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر A و B دو ماتریس <math>2 \times 2</math> باشند آن‌گاه: <math> AB  =  A   B </math></p> <p>ب) در حالتی که صفحه‌ی P بر محور سطح مخروطی (I) عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، فصل مشترک حاصل یک دایره خواهد بود.</p> <p>پ) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر صفر باشد بیضی تبدیل به یک پاره‌خط می‌شود.</p> <p>ت) نقطه با مختصات <math>(-2, 3, -4)</math> در ناحیه (کنج) شماره ۵ محورهای مختصات سه بعدی واقع است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ الف) درست ب) درست پ) نادرست ت) نادرست</p>
۴۸	<p>مقدار m را طوری بیابید که دستگاه معادلات خطی <math>\begin{cases} 2x + my = 1 \\ (m-1)x + y = 3 \end{cases}</math> جواب نداشته باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{2}{m-1} = \frac{m}{1} \neq \frac{1}{3} \Rightarrow m(m-1) = 2 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases} \quad (\text{ص } ۲۶)$



<p>۴۹</p>	<p>دو ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} -1 &amp; 1 \\ 0 &amp; 2 \\ -2 &amp; 3 \end{bmatrix}</math>, <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; -1 &amp; 0 \\ -2 &amp; 3 &amp; -2 \end{bmatrix}</math> در نظر بگیرید.</p> <p>الف) آیا جمع دو ماتریس A و B تعریف می‌شود؟ چرا؟  ب) حاصل <math> A \times B </math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ الف) خیر - زیرا دو ماتریس هم مرتبه نیستند. (ص ۱۳)  ب) <math>A \times B = \begin{bmatrix} -3 &amp; 4 &amp; -2 \\ -4 &amp; 6 &amp; -4 \\ -8 &amp; 11 &amp; -6 \end{bmatrix} \Rightarrow  A \times B  = 0</math> (ص ۳۰)</p>
<p>۵۰</p>	<p>ماتریس <math>A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 &amp; -1 \\ 2 &amp; 3 \end{bmatrix}</math> مفروض است، ماتریس A را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ <math>A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 &amp; -1 \\ 2 &amp; 3 \end{bmatrix} \rightarrow  A^{-1}  = 8, A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 3 &amp; 1 \\ -2 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> (ص ۲۳)</p>
<p>۵۱</p>	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 4 &amp; a \\ b &amp; -1 \end{bmatrix}</math>, <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; -2 \\ 3 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> باشد مقادیر a و b را طوری به دست آورید که حاصل ضرب <math>A \times B</math> ماتریس قطری باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ <math>A \times B = \begin{bmatrix} 4 &amp; a \\ b &amp; -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 &amp; -2 \\ 3 &amp; 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+3a &amp; -8+2a \\ b-3 &amp; -2b-2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} -8+2a=0 \rightarrow a=4 \\ b-3=0 \rightarrow b=3 \end{cases}</math> (ص ۲۱)</p>
<p>۵۲</p>	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) ماتریس مربعی که همه درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند را ماتریس ..... گویند.  ب) مکان هندسی، مجموعه‌ی نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه‌ی آن‌ها یک ویژگی ..... داشته باشند و هم‌چنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.  پ) در حالتی که <math>\frac{c}{a} = 1</math> بیضی به یک ..... تبدیل می‌شود.  ت) بردار <math>\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{k}</math> در فضا سه بعدی بر صفحه‌ی مختصات سه بعدی ..... منطبق است.</p> <p>(xoz, yoz, xoy)</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ الف) قطری (ص ۱۲) ب) مشترک (ص ۳۶) پ) پاره‌خط (ص ۷۳) ت) yoz (ص ۷۳) (۱۴۹)</p>



۵۳	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>A</math> و <math>B</math> دو ماتریس <math>3 \times 3</math> دلخواه باشند آنگاه عبارت <math>(A + B)^T = A^T + 2AB + B^T</math> همواره برقرار است.</p> <p>ب) اگر صفحه‌ی <math>P</math> به گونه‌ای باشد که هر دو تکه‌ی بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور باشد، در این صورت فصل مشترک صفحه <math>P</math> و سطح مخروطی یک هذلولی است.</p> <p>پ) نقطه <math>(-2, 3)</math> روی دایره <math>x^2 + y^2 + 2x = 0</math> قرار دارد.</p> <p>ت) برای سه بردار <math>\vec{i}</math> و <math>\vec{j}</math> و <math>\vec{k}</math> به طول‌های واحد روی محورهای مختصات در <math>R^3</math>، داریم: <math>\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}</math>.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ الف) نادرست (ص ۲۱) ب) نادرست (ص ۳۹) پ) نادرست (ص ۴۲) ت) درست (ص ۸۱)</p>
۵۴	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix}  A  &amp; -4 \\ 1 &amp;  A  \end{bmatrix}</math> باشد، در این صورت حاصل <math> A^{-1} </math> را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ <math> 2A  = ( A ^2 + 4) \Rightarrow ( A  - 2)^2 = 0 \Rightarrow  A  = 2</math>  <math> A^{-1}  = \frac{1}{ A } = \frac{1}{2}</math></p>
۵۵	<p>جواب دستگاه مقابل را در صورت وجود، با استفاده از ماتریس وارون بیابید.</p> $\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ <math>A = \begin{bmatrix} 3 &amp; -4 \\ 2 &amp; 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{3+8} \begin{bmatrix} 1 &amp; 4 \\ -2 &amp; 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}</math></p>
۵۶	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>A</math> و <math>B</math> دو ماتریس هم مرتبه و ۲ یک عدد حقیقی دلخواه و مخالف صفر باشد، و <math>rA = rB</math> آنگاه داریم: <math>A = B</math>.</p> <p>ب) مکان هندسی مرکزهای همه‌ی دایره‌هایی در صفحه که بر خط <math>d</math> در نقطه‌ی ثابت <math>A</math> مماس‌اند، یک نیم‌خط عمود بر خط <math>d</math> در نقطه‌ی <math>A</math> است.</p> <p>پ) در یک سهمی، هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از کانون سهمی خواهد گذشت.</p> <p>ت) اگر زاویه بین دو بردار مخالف صفر، منفرجه باشد، آنگاه ضرب داخلی آن‌ها یک عدد حقیقی مثبت است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ الف) درست ب) نادرست پ) درست ت) نادرست</p>
۵۷	<p>دو ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} 2 &amp; m-2 &amp; 0 \\ 0 &amp; 3 &amp; 0 \\ n+1 &amp; 0 &amp; 3 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 2 &amp; 1 &amp; 1 \\ m &amp; 0 &amp; n \\ 3 &amp; -1 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> مفروض‌اند، اگر <math>A</math> یک ماتریس قطری باشد، حاصل <math>AB</math> را محاسبه کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ <math>\begin{cases} m-2=0 \\ n+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ n=-1 \end{cases}</math>  <math>AB = \begin{bmatrix} 2 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 3 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 &amp; 1 &amp; 1 \\ 2 &amp; 0 &amp; -1 \\ 3 &amp; -1 &amp; 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 &amp; 2 &amp; 2 \\ 6 &amp; 0 &amp; -3 \\ 9 &amp; -3 &amp; 6 \end{bmatrix}</math></p>

	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر ماتریس <math>\begin{bmatrix} 2 &amp; 0 &amp; f \\ 0 &amp; a &amp; 0 \\ e &amp; c &amp; b \end{bmatrix}</math> اسکالر باشد، حاصل دترمینان ماتریس برابر ..... است.</p> <p>ب) اگر صفحه‌ی P با مولد (d) موازی باشد و از رأس <u>سطح مخروطی عبور کند</u>، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک ..... است.</p> <p>پ) در بیضی، در حالتی که <math>\frac{c}{a} = 0</math> بیضی به ..... تبدیل می‌شود.</p> <p>ت) در فضای <math>R^3</math>، نقطه <math>(-3, 2, -5)</math> در ناحیه (کنج) ..... دستگاه مختصات قرار دارد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ الف) ۸      ب) خط      پ) دایره      ت) ۶</p>
	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 4 &amp; a \\ b &amp; -1 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; -2 \\ 3 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> مقادیر a و b را طوری به دست آورید که <math>A \times B</math> ماتریس قطری باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ <math>A \times B = \begin{bmatrix} 4+3a &amp; -8+2a \\ b-3 &amp; -2b-2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a-8=0 \Rightarrow 2a=8 \Rightarrow a=4 \\ b-3=0 \Rightarrow b=3 \end{cases}</math></p>
	<p>مقادیر x و y را از معادله مقابل به دست آورید.</p> $\begin{bmatrix} x & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & y-2 \end{bmatrix}$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ <math>\begin{bmatrix} 2x &amp; 4x-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 &amp; y-2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x=4 \Rightarrow x=2 \\ 4x-2=y-2 \Rightarrow y=8 \end{cases}</math></p>
	<p>اگر <math>A = [a_{ij}]</math> یک ماتریس <math>3 \times 3</math> با درایه‌های <math>a_{ij} = \begin{cases} i-j &amp; i &lt; j \\ 2 &amp; i = j \\ i+j &amp; i &gt; j \end{cases}</math> باشد، درایه‌های <math>a_{13}, a_{31}, a_{33}</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ <math>a_{33} = 2, a_{31} = 3+1=4, a_{13} = 1-2=-1</math></p>
	<p>دستگاه معادلات <math>\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x+6y=-4 \end{cases}</math> را با استفاده از <math>A^{-1}</math> حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ <math>\begin{vmatrix} 1 &amp; -2 \\ 2 &amp; 6 \end{vmatrix} = 10 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 6 &amp; 2 \\ -2 &amp; 1 \end{bmatrix}</math></p> <p><math>\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 6 &amp; 2 \\ -2 &amp; 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow x=1, y=-1</math></p>
	<p>به ازای چه مقداری از m دستگاه معادله <math>\begin{cases} x-2y=3 \\ mx+6y=-4 \end{cases}</math> فاقد جواب است؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ <math>\begin{vmatrix} 1 &amp; -2 \\ m &amp; 6 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 6+2m=0 \Rightarrow m=-3</math></p>



۶۴	معادله‌ی ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = 0$ را حل کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹
پاسخ: ۱	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-3 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x-21 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow x=7$	
۶۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشند، حاصل $ A  +  B $ را بیابید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹
پاسخ: ۱	دترمینان ماتریس A را برحسب ستون اول به دست می‌آوریم. $ A  = 2 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 10 = 20,  B  = -6 \Rightarrow  B^T  = 36$ $ A  +  B^T  = 56$	
۶۶	اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد مقادیر m و n را طوری بیابید که رابطه‌ی $A^T = mA + nI_2$ برقرار باشد. ( $I_2$ ماتریس همانی است).	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹
پاسخ: ۱	$\left. \begin{aligned} A^T &= \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 9 \end{bmatrix} \\ mA + nI &= \begin{bmatrix} 0 & 4m \\ 2m & m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & 4m \\ 2m & m+n \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \Rightarrow n=8, m=1$	
۶۷	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + by = c \end{cases}$ ، اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه جواب منحصر به فرد دارد. ب) مکان هندسی، مجموعه‌ی نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه‌ی آن‌ها یک ویژگی مشترک داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد. پ) هرگاه صفحه‌ی P بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل یک دایره است. ت) رابطه $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 10 = 0$ معادله‌ی یک دایره است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹
پاسخ: ۱	الف) نادرست      ب) درست      پ) درست      ت) نادرست	
۶۸	اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x-1 & 8 \\ 3 & z+1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} y+1 & x-2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ مساوی باشند مقدار $x + y + z$ را بیابید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹
پاسخ: ۱	$\begin{cases} x-1 = y+1 \\ x-2 = 8 \\ z+1 = 4 \end{cases} \Rightarrow x=10, y=8, z=3 \Rightarrow x+y+z=21$	



	<p>الف) حدود <math>m</math> را طوری بیابید که دستگاه معادلات <math>\begin{cases} 2mx + 3y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}</math> دارای جواب منحصر به فرد باشد.</p> <p>ب) جواب دستگاه مذکور را به ازای <math>m = 2</math> با استفاده از ماتریس وارون محاسبه کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹</p> <p>الف) <math>\frac{2m}{2} \neq \frac{3}{-1} \Rightarrow m \neq -3</math></p> <p>ب) <math>A = \begin{bmatrix} 2 &amp; 3 \\ 2 &amp; -1 \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = -10 \neq 0, A^{-1} = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -1 &amp; -3 \\ -2 &amp; 2 \end{bmatrix}</math></p> <p>ب) <math>\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -1 &amp; -3 \\ -2 &amp; 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}</math></p>	۶۹
	<p>جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) در ماتریس قطری <math>A = \begin{bmatrix} 3 &amp; 0 \\ m-1 &amp; 4 \end{bmatrix}</math> مقدار <math>m</math> برابر ..... است.</p> <p>ب) اگر <math>A</math> یک ماتریس <math>3 \times 3</math> و <math> A  = 5</math> باشد آن گاه <math>\left  \frac{1}{5} A \right </math> برابر ..... است.</p> <p>پ) اگر طول قطر بزرگ بیضی دو برابر فاصله کانونی آن باشد، خروج از مرکز بیضی برابر ..... است.</p> <p>ت) سهمی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک ..... ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹</p> <p>الف) <math>m = 1</math> پاسخ: ۱</p> <p>ب) <math>\frac{5}{8}</math></p> <p>پ) <math>\frac{1}{5}</math></p> <p>ت) نقطه</p>	۷۰
	<p>دو ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} 2 &amp; m-2 \\ n+1 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 2 &amp; 1 &amp; 1 \\ m &amp; 0 &amp; n \\ 3 &amp; -1 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> مفروض‌اند. اگر <math>A</math> یک ماتریس قطری باشد، حاصل <math> A  +  B </math> را محاسبه کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹</p> <p><math>\begin{cases} m-2 = 0 \rightarrow m = 2 \\ n+1 = 0 \rightarrow n = -1 \end{cases}</math></p> <p><math>B = \begin{bmatrix} 2 &amp; 1 &amp; 1 \\ 2 &amp; 0 &amp; -1 \\ 3 &amp; -1 &amp; 2 \end{bmatrix} \rightarrow  B  = 2(-1) - 1(7) + 1(-2) = -11,  A  = 2</math></p> <p><math> A  +  B  = 2 + (-11) = -9</math></p>	۷۱
	<p>الف) اگر <math>A = \begin{bmatrix}  A  &amp; 8 \\ 3 &amp; 5 \end{bmatrix}</math> در این صورت حاصل <math> A </math> را بیابید.</p> <p>ب) ماتریس وارون <math>A</math> را حساب کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹</p> <p>الف) <math> A  = 5  A  - 24 \Rightarrow  A  = 6</math></p> <p>ب) ماتریس <math>A</math> وارون‌پذیر است و وارون آن برابر است با:</p> <p><math>A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 5 &amp; -8 \\ -3 &amp; 6 \end{bmatrix}</math></p>	۷۲



۷۳	<p>در تساوی ماتریسی <math>\begin{bmatrix} 2 &amp; 4 \\ 1 &amp; 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0</math> مقدار <math>x</math> را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ <math>\Rightarrow [2+x \quad 4+2x] \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = [4+2x+4+2x] = 0 \Rightarrow x = -2</math></p>
۷۴	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر <math>A = \begin{bmatrix} a &amp; 8 \\ 3 &amp; -4 \end{bmatrix}</math> وارون پذیر نباشد، مقدار <math>a</math> برابر ..... است.</p> <p>ب) اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه‌های روی قطر اصلی با هم برابر باشند آن را یک ماتریس ..... می‌نامیم.</p> <p>پ) اگر مجموع فواصل نقطه <math>A</math> از دو کانون بیضی بیش‌تر از طول قطر بزرگ بیضی باشد، نقطه <math>A</math> در ..... بیضی است.</p> <p>ت) هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از ..... خواهد گذشت.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ الف) ۶- ب) اسکالر پ) بیرون ت) کانون سهمی</p>
۷۵	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) در حالت کلی حاصل ضرب ماتریس‌ها خاصیت جابه‌جایی دارد.</p> <p>ب) اگر <math>A</math> یک ماتریس <math>3 \times 3</math> و <math> A  = 2</math> باشد آن‌گاه <math> 2A  = 16</math> است.</p> <p>پ) مکان هندسی مرکز همه دایره‌هایی با شعاع ثابت <math>r</math> که بر دایره‌ی <math>C(O, r)</math> در صفحه این دایره مماس خارج‌اند، دایره <math>C'(O, 2r)</math> است.</p> <p>ت) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر یک باشد بیضی تبدیل به یک دایره می‌شود.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ الف) نادرست ب) درست پ) درست ت) نادرست</p>
۷۶	<p>جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} -2 &amp; 0 &amp; 0 \\ -1 &amp; 4 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; -1 \end{bmatrix}</math> باشد، مقدار <math> -A </math> برابر است با .....</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱ ۸</p>
۷۷	<p>اگر ماتریس‌های <math>A = \begin{bmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 2 \\ 0 &amp; -1 &amp; 1 \\ 2 &amp; 1 &amp; 0 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} a+b &amp; 2 &amp; 2 \\ 2 &amp; 2 &amp; -1 \\ 2 &amp; -1 &amp; 4a+b \end{bmatrix}</math> باشند، مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را چنان بیابید که داشته باشیم: <math>A^T - B = \bar{O}</math> (ماتریس صفر است)</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱ <math>A^T = B \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 &amp; 2 &amp; 2 \\ 2 &amp; 2 &amp; -1 \\ 2 &amp; -1 &amp; 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+b &amp; 2 &amp; 2 \\ 2 &amp; 2 &amp; -1 \\ 2 &amp; -1 &amp; 4a+b \end{bmatrix}</math>  <math>\begin{cases} a+b=5 \\ 4a+b=5 \end{cases} \rightarrow a=0, b=5</math></p>



	<p>جواب دستگاه زیر را در صورت وجود، با استفاده از ماتریس وارون بیابید.</p> $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱</p> $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow  A  = 13 \neq 0, A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$	۷۸
	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 0 &amp; 2 \\ -1 &amp; 0 \end{bmatrix}</math> باشد، ماتریس <math>A^v</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱</p> $A^v = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = -2I$ $A^v = (A^v)^t \cdot A = (-2I)^t \cdot A = -8 \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -16 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$	۷۹
	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 2 &amp; 4 &amp; 1 \\ -1 &amp; 3 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; -1 \\ 0 &amp; 1 \\ 2 &amp; 3 \end{bmatrix}</math> باشد، دترمینان ماتریس <math>BA</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱</p> $BA = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 17 & 8 \end{bmatrix}$ $ BA  = 3(-10) - 1(-10) - 1(-20) = 0$	۸۰
	<p>دستگاه <math>\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}</math> را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱</p> $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix},  A  = 2 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 3, y = 2$	۸۱
	<p>جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>در ماتریس <math>A = [a_{ij}]_{4 \times 3}</math> که در آن <math>a_{ij} = \frac{2i}{j-1}</math> باشد، درایه واقع در سطر سوم و ستون دوم ماتریس <math>A</math> برابر است با: .....</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱ ۶</p>	۸۲
	<p>درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>هر ماتریس اسکالر یک ماتریس قطری است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p>	۸۳





	<p>اگر ماتریس <math>A = [a_{ij}]_{3 \times 3}</math> که <math>a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 &amp; i = j \\ i - j &amp; i &gt; j \\ j - i &amp; i &lt; j \end{cases}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 2 &amp; 1 &amp; 0 \\ -1 &amp; 3 &amp; 2 \\ 2 &amp; 0 &amp; 5 \end{bmatrix}</math> باشد:</p> <p>الف) حاصل ماتریس <math>A \times B</math> را به دست آورید.  ب) دترمینان ماتریس <math>B</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸</p> <p>الف) <math>A = \begin{bmatrix} 0 &amp; 1 &amp; 2 \\ 1 &amp; 3 &amp; 1 \\ 2 &amp; 1 &amp; 8 \end{bmatrix}, A \times B = \begin{bmatrix} 0 &amp; 1 &amp; 2 \\ 1 &amp; 3 &amp; 1 \\ 2 &amp; 1 &amp; 8 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 &amp; 1 &amp; 0 \\ -1 &amp; 3 &amp; 2 \\ 2 &amp; 0 &amp; 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 &amp; 3 &amp; 12 \\ 1 &amp; 10 &amp; 11 \\ 19 &amp; 5 &amp; 42 \end{bmatrix}</math></p> <p>ب) <math> B  = 2(15) - 1(-9) + 0(-6) = 39</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>	۸۴
	<p>مقدار <math>m</math> را طوری بیابید که ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} m &amp; 4 \\ 1 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> وارون پذیر نباشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸</p> <p><math> A  = 0 \Rightarrow 2m - 4 = 0 \Rightarrow m = 2</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>	۸۵
	<p>جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 2 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; -3 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 5 \end{bmatrix}</math> باشد، مقدار <math> A </math> برابر است با ..... .</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱ -۳۰</p>	۸۶
	<p>درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>در دستگاه <math>\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}</math>، اگر <math>A = \begin{bmatrix} a &amp; b \\ a' &amp; b' \end{bmatrix}</math>، ماتریس ضرایب باشد و <math> A  \neq 0</math>، در این حالت دستگاه هیچ جوابی ندارد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱ نادرست</p>	۸۷
	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 2x &amp; 5 \\ z &amp; 1 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 3 &amp; 2x + y \\ -2 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> و <math>A = B</math> در این صورت حاصل <math>(x + y + z)</math> را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸</p> <p><math>A = B \Rightarrow \begin{cases} 2x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{2} \\ 2x + y = 5 \rightarrow y = 2 \rightarrow x + y + z = \frac{3}{2} \\ z = -2 \end{cases}</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>	۸۸
	<p>مقدار <math>m</math> را چنان بیابید که دستگاه <math>\begin{cases} mx + 3y = -3 \\ 4x + (m + 4)y = 2 \end{cases}</math> جواب نداشته باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸</p> <p>غیرقابل قبول <math>m = -6(0/25)</math>  قابل قبول <math>m = 2(0/25)</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>	۸۹



۹۰	<p>در معادله ماتریسی <math>\begin{bmatrix} ۱ &amp; -۲ \\ -۳ &amp; ۶ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = ۰</math> مقدار <math>x</math> را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\begin{bmatrix} ۳x - ۶ & -۶x + ۱۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = ۰ \xrightarrow{(۰/۵)} \begin{bmatrix} -۳x + ۶ & -۶x + ۱۲ \end{bmatrix} = ۰$ $\xrightarrow{(۰/۲۵)} -۹x + ۱۸ = ۰ \xrightarrow{(۰/۲۵)} x = ۲(۰/۲۵)$
۹۱	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} ۲ &amp; ۳ &amp; ۴ \\ ۰ &amp; ۲ &amp; ۳ \\ ۰ &amp; ۱ &amp; ۲ \end{bmatrix}</math> باشد، حاصل <math> A^۳ </math> را محاسبه کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱</p> $ A  = ۲(۴ - ۳) = ۲ \xrightarrow{(۰/۵)} \underbrace{ A^۳  =  A ^۳}_{(۰/۲۵)} = ۸(۰/۲۵)$
۹۲	<p>درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر برای ماتریس‌های متمایز <math>A, B</math> و <math>C</math> داشته باشیم، <math>AB = AC</math>، آنگاه لزوماً <math>B = C</math> است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱ نادرست (۰/۲۵)</p>
۹۳	<p>جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. شرط لازم و کافی برای اینکه ماتریس مربعی <math>A</math> وارون‌پذیر باشد، آن است که دترمینان ماتریس <math>A</math> ..... باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱ <math> A  \neq ۰</math> یا مخالف صفر (۰/۲۵)</p>



$$\frac{-4}{2} \neq \frac{m-3}{-\frac{(m-3)}{2}} \Rightarrow -2 \neq -2$$

۱) روش اول: به ازای هیچ مقدار  $m$

روش دوم: به ازای هیچ  $m$ ی دترمینان زیر مخالف صفر نمی‌شود.

$$\begin{vmatrix} -4 & m-3 \\ 2 & -\frac{m-3}{2} \end{vmatrix} = -4 \left( -\frac{m-3}{2} \right) - 2(m-3) = 0$$

$$X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{41} \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$|A^T| = |A|^T = -8 \Rightarrow |A| = -2, \frac{|A^{-1}|}{|3A|} = \frac{\frac{1}{|A|}}{3^2 |A|} = \frac{1}{36}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A^T - 2I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

ب) وارون‌پذیری  $A$  یا  $|A| \neq 0$

۵) الف) ۱۴

ب) نادرست

۶) الف) درست

$$z = -3 \text{ (ص ۲۰)}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = 1 \Rightarrow x^2 - 2y + z = -1$$

$$|2A| + |A^{-1}|^T = 2^2 |A| + \frac{1}{|A|^T} = 8(-2) + \frac{1}{-8} = \frac{-129}{8} \text{ (ص ۳۱)}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ (ص ۲۴)}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6-4} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 6 \end{bmatrix} \text{ (ص ۲۱ و ۲۸)}$$

$$\text{الف) } A \times B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -5 & -4 & 3 \\ 4 & 11 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\text{ب) } \begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$|B| = (-1 + 1 - 8) - (-2 - 2 + 2) = -6$$

ب (دو خط متقاطع (ص ۳۹)

پ (یک (ص ۸۲ و ۸۳)

$$\frac{m}{4} = \frac{9}{m} \neq \frac{m+1}{-4} \Rightarrow m^2 = 36 \Rightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = -6 \end{cases} \text{ (ص ۲۶ و ۳۱) هر دو جواب قابل قبول}$$

$$|3A| = 4|A|^2 + 5 \Rightarrow 4|A|^2 - 9|A| + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \Rightarrow |A^{-1}| = 1 \\ |A| = \frac{5}{4} \Rightarrow |A^{-1}| = \frac{4}{5} \end{cases} \text{ (ص ۳۰ و ۳۱)}$$

$$\begin{bmatrix} x-2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \text{ (ص ۱۷)}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -1$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \text{ (ص ۲۱ و ۲۳)}$$

$$|A| = |A|(|A| - 2) + 1(2) \Rightarrow |A|^2 - 3|A| + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \\ |A| = 2 \end{cases} \text{ (ص ۲۸ و ۳۰)}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{15-14} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 17 & -9 \end{bmatrix}$$

(ص ۲۵)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 1$$

$$k|kA| = k(k^3|A|) = k^4 \times 1 = 625 \Rightarrow k = \pm 5 \text{ (ص ۳۱)}$$

$$x = 2, y = -1 \text{ (ص ۱۳)}$$

$$|A| = 2, \left| -\frac{1}{2}A^T \right| = \left( -\frac{1}{2} \right)^3 |A|^4 = -2 \text{ (ص ۲۸ و ۳۱)}$$



$$(A - 3I)^T = (A - 3I)(A - 3I) = A^T - 3AI - 3IA + 9I^T \xrightarrow[I^T=I]{AI=IA=A} A^T - 6A + 9I$$

(ص ۱۹ و ۳۱)

$$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{5} A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & -\frac{3}{10} \end{bmatrix} \quad (\text{ص ۲۳ و ۳۱})$$

$$5A = \begin{bmatrix} 15 & -5 \\ 5 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow (5A)^{-1} = \frac{1}{-50} \begin{bmatrix} -5 & 5 \\ -5 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & -\frac{3}{10} \end{bmatrix}$$

$$(B^T + 2I) = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 6 & 10 & 8 \\ 7 & 7 & 18 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 6 \\ 6 & 12 & 8 \\ 7 & 7 & 20 \end{bmatrix} \quad (\text{ص ۱۹ و ۲۰})$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad (\text{ص ۲۱})$$

$$m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2n = m = 2 \quad (\text{ص ۱۲})$$

$$|A| = 2 \quad (\text{ص ۲۹ و ۳۱})$$

$$||A| A| = |A|^T |A| = |A|^2 = 16$$

نادرست (ص ۲۶)

$$A - 2I = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|A - 2I| = 2 \Rightarrow (A - 2I)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{ص ۲۳})$$

$$(A - B)^T = (A - B)(A - B) = A^T - AB - BA + B^T \xrightarrow{AB=BA} A^T - 2AB + B^T$$

(ص ۲۱)

الف)  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 4 & 2 & 0 \\ 7 & 5 & 3 \end{bmatrix}$

ب)  $B^T = B \times B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 \\ -3 & 7 & 6 \\ -2 & 2 & 7 \end{bmatrix} \quad (\text{ص ۲۱})$



$$\begin{cases} m + 1 = 0 \\ 2n + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = -2 \end{cases}$$

$$A + I = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \quad (\text{ص ۲۱ و ۱۹})$$

۲۵

$$2x - 1 = 5 \Rightarrow x = 3 \quad (\text{ص ۱۳})$$

۳۶

$$X = A^{-1} \times B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -7 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad x = 1, y = 2 \quad (\text{ص ۲۴})$$

۳۷

$$\text{الف) } A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 6 \end{bmatrix} \quad (\text{ص ۲۱ و ۲۸})$$

۳۸

$$\text{ب) } |B| = 39$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 4 + 3a & -1 + 2a \\ b - 3 & -2b - 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a - 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \\ b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3 \end{cases} \quad (\text{ص ۲۱})$$

۳۹

۴۰ درست (ص ۳۱)

۴۱ دو (ص ۱۲)

$$|A| |A| = |4A| = 4^3 |A| = 4^4$$

۴۲

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = A^{-1} B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix}$$

۴۳

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

۴۴

$$AB = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow |AB| = 4(6) - 1(-6) + 5(-6) = 0$$

$$A = B \rightarrow \begin{bmatrix} 2x & 5 \\ z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2x + y \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 3 \\ 2x + y = 5 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + 2y + 3z = \frac{-1}{2}$$

۴۵

ت) صفر

پ) خارج

ب) مشترک

۴۶ الف) ماتریس

ت) نادرست

پ) نادرست

ب) درست

۴۷ الف) درست

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{2}{m-1} = \frac{m}{1} \neq \frac{1}{3} \Rightarrow m(m-1) = 2 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases} \quad (\text{ص ۲۶})$$

۴۸



۴۹ الف) خیر - زیرا دو ماتریس هم مرتبه نیستند. (ص ۱۳)

$$A \times B = \begin{bmatrix} -۳ & ۴ & -۲ \\ -۴ & ۶ & -۴ \\ -۸ & ۱۱ & -۶ \end{bmatrix} \Rightarrow |A \times B| = ۰ \text{ (ص ۳۰)} \quad \text{ب)}$$

$$A^{-۱} = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۲ & ۳ \end{bmatrix} \rightarrow |A^{-۱}| = ۸, A = (A^{-۱})^{-۱} = \frac{۱}{۸} \begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ -۲ & ۲ \end{bmatrix} \text{ (ص ۲۳)}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} ۴ & a \\ b & -۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴ + ۳a & -۸ + ۲a \\ b - ۳ & -۲b - ۲ \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} -۸ + ۲a = ۰ \rightarrow a = ۴ \\ b - ۳ = ۰ \rightarrow b = ۳ \end{cases} \text{ (ص ۲۱)}$$

۵۲ الف) قطری (ص ۱۲)      ب) مشترک (ص ۳۶)      پ) پاره خط (ص ۴۹)      ت) yoz (ص ۷۳)

۵۳ الف) نادرست (ص ۲۱)      ب) نادرست (ص ۳۹)      پ) نادرست (ص ۴۲)      ت) درست (ص ۸۱)

$$|۲A| = (|A|^۲ + ۴) \Rightarrow (|A| - ۲)^۲ = ۰ \Rightarrow |A| = ۲$$

$$|A^{-۱}| = \frac{۱}{|A|} = \frac{۱}{۲}$$

$$A = \begin{bmatrix} ۳ & -۴ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{۱}{۳ + ۸} \begin{bmatrix} ۱ & ۴ \\ -۲ & ۳ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۷ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

۵۶ الف) درست      ب) نادرست      پ) درست      ت) نادرست

$$\begin{cases} m - ۲ = ۰ \\ n + ۱ = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = ۲ \\ n = -۱ \end{cases}$$

$$AB = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۳ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۳ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۲ & ۱ & ۱ \\ ۲ & ۰ & -۱ \\ ۳ & -۱ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴ & ۲ & ۲ \\ ۶ & ۰ & -۳ \\ ۹ & -۳ & ۶ \end{bmatrix}$$

۵۸ الف) ۸      ب) خط      پ) دایره      ت) ۶

$$A \times B = \begin{bmatrix} ۴ + ۳a & -۸ + ۲a \\ b - ۳ & -۲b - ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} ۲a - ۸ = ۰ \Rightarrow ۲a = ۸ \Rightarrow a = ۴ \\ b - ۳ = ۰ \Rightarrow b = ۳ \end{cases}$$

$$[۲x \quad ۴x - ۲] = [۴ \quad y - ۲] \Rightarrow \begin{cases} ۲x = ۴ \Rightarrow x = ۲ \\ ۴x - ۲ = y - ۲ \Rightarrow y = ۸ \end{cases}$$

$$a_{۳۳} = ۲, a_{۳۱} = ۳ + ۱ = ۴, a_{۱۳} = ۱ - ۲ = -۱$$



$$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 10 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

۶۲

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 1, y = -1$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ m & 6 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 6 + 2m = 0 \Rightarrow m = -3$$

۶۳

$$\begin{bmatrix} x & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-3 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x-21 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow x = 7$$

۶۴

۶۵ دترمینان ماتریس A را برحسب ستون اول به دست می‌آوریم.

$$|A| = 2 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 2 \times 10 = 20, |B| = -6 \Rightarrow |B^T| = 36$$

$$|A| + |B^T| = 56$$

$$\left. \begin{aligned} A^T &= \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 9 \end{bmatrix} \\ mA + nI &= \begin{bmatrix} 0 & 4m \\ 2m & m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & 4m \\ 2m & m+n \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \Rightarrow n = 8, m = 1$$

۶۶

ت) نادرست

پ) درست

ب) درست

۶۷ الف) نادرست

$$\begin{cases} x - 1 = y + 1 \\ x - 2 = 8 \\ z + 1 = 6 \end{cases} \Rightarrow x = 10, y = 8, z = 5 \Rightarrow x + y + z = 23$$

۶۸

$$\text{الف) } \frac{4m}{2} \neq \frac{3}{-1} \Rightarrow m \neq -3$$

۶۹

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -10 \neq 0, A^{-1} = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{ب) } \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

ت) نقطه

پ)  $\frac{1}{2}$

ب)  $\frac{5}{8}$

۷۰ الف)  $m = 1$

$$\begin{cases} m - 2 = 0 \rightarrow m = 2 \\ n + 1 = 0 \rightarrow n = -1 \end{cases}$$

۷۱

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow |B| = 2(-1) - 1(7) + 1(-2) = -11, |A| = 2$$

$$|A| + |B| = 2 + (-11) = -9$$





$$\text{الف}) |A| = 5 |A| - 24 \Rightarrow |A| = 6$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 5 & -8 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$$

ب) ماتریس A وارون‌پذیر است و وارون آن برابر است با:

$$[1 \ x] \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow [2+x \ 4+2x] \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = [4+2x+4+2x] = 0 \Rightarrow x = -2$$

ت) کانون سهمی

پ) بیرون

ب) اسکالر

الف) ۶-

ت) نادرست

پ) درست

ب) درست

الف) نادرست

۸ ۷۶

$$A^T = B \rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 4a+b \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} a+b=5 \\ 4a+b=5 \end{cases} \rightarrow a=0, b=5$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow |A| = 13 \neq 0, A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = -2I$$

$$A^T = (A^T)^T \cdot A = (-2I)^T \cdot A = -2 \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 17 & 8 \end{bmatrix}$$

$$|BA| = 3(-10) - 1(-10) - 1(-20) = 0$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, |A| = 2 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow x=3, y=2$$

۶ ۸۲

درست ۸۳

$$\text{الف)} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}, A \times B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 12 \\ 1 & 10 & 11 \\ 19 & 5 & 42 \end{bmatrix}$$

$$\text{ب)} \quad |B| = 2(15) - 1(-9) + 0(-6) = 39$$

$$|A| = 0 \Rightarrow 2m - 4 = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$A = B \Rightarrow \begin{cases} 2x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{2} \\ 2x + y = 5 \\ z = -2 \end{cases} \rightarrow y = 2 \rightarrow x + y + z = \frac{3}{2}$$

$$\frac{m}{4} = \frac{3}{m+4} \neq \frac{-3}{2} \xrightarrow{(0/5)} m(m+4) - 12 = 0 \xrightarrow{(0/25)} \begin{cases} m = -6 \quad (0/25) \\ m = 2 \quad (0/25) \end{cases} \begin{array}{l} \text{غیرقابل قبول} \\ \text{قابل قبول} \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 3x - 6 & -6x + 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \xrightarrow{(0/5)} \begin{bmatrix} -3x + 6 & -6x + 12 \end{bmatrix} = 0$$

$$\xrightarrow{(0/25)} -9x + 18 = 0 \xrightarrow{(0/25)} x = 2 \quad (0/25)$$

$$|A| = 2(4 - 3) = 2 \xrightarrow{(0/5)} \underbrace{|A^3|}_{(0/25)} = |A|^3 = 8 \quad (0/25)$$

$$(0/25) \quad \text{نادرست} \quad 92$$

$$(0/25) \quad |A| \neq 0 \quad \text{یا مخالف صفر} \quad 93$$

84

85

86 -30

87 نادرست

88

89

90

91

92

93



