



p30konkor.com

زمان آزمون :

نام درس :

نام آموزشگاه :

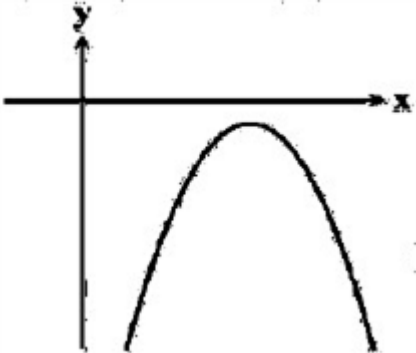
تاریخ برگزاری :

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

عنوان آزمون : حسابان ۱۱ فصل ۱

ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>فاصله نقطه <math>A(-2, 4)</math> از خط <math>4x - 3y + 12 = 0</math> را به کمک فرمول فاصله نقطه از خط به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 4(-2) - 3(4) + 12 }{\sqrt{(4)^2 + (-3)^2}} = \frac{ -8 }{\sqrt{25}} = \frac{8}{5}$	
۲	<p>معادله <math>\sqrt{x+1} = x-5</math> را حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\sqrt{x+1} = x-5 \Rightarrow x+1 = (x-5)^2 \Rightarrow x+1 = x^2 - 10x + 25 \Rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0$ $\Rightarrow (x-3)(x-8) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ (غ ق ق)} \quad x = 8 \text{ (ق ق)}$	
۳	<p>شکل روبه‌رو نمودار سهمی <math>y = ax^2 + bx + c</math> می‌باشد. علامت ضرایب <math>b</math> و <math>c</math> را تعیین کنید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p><math>c &lt; 0</math> (منفی) و <math>b &gt; 0</math> (مثبت)</p>	



مجموع همه اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۶ را بنویسید. (از فرمول مجموع جملات دنباله استفاده کنید).

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

دنباله حسابی  $d = 6 \Rightarrow 12, 18, \dots, 96$

پاسخ: ۱

$$\left. \begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1)d \Rightarrow 96 = 12 + 6(n-1) \\ n &= \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{96 - 12}{6} + 1 = 15 \end{aligned} \right\} \text{یا } \frac{84}{6} = n-1 \Rightarrow n-1 = 14 \Rightarrow n = 15$$

$$\left. \begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{15}{2}[2(12) + 6(15-1)] \\ &= \frac{15}{2}(108) = 810 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \\ &= \frac{15}{2}(12 + 96) = \frac{15}{2}(108) = 810 \end{aligned} \right\}$$

۴

معادله  $\sqrt{x+2} + 4 = x$  را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

$$\sqrt{x+2} = x-4 \Rightarrow x+2 = x^2 - 8x + 16 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=7 \\ x=2 \end{cases}$$

پاسخ: ۱

۵

معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن  $\frac{2-\sqrt{3}}{5}$  و  $\frac{2+\sqrt{3}}{5}$  باشند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

$$S = \frac{2-\sqrt{3}}{5} + \frac{2+\sqrt{3}}{5} = \frac{4}{5}$$

پاسخ: ۱ راه حل اول:

$$P = \left( \frac{2-\sqrt{3}}{5} \right) \left( \frac{2+\sqrt{3}}{5} \right) = \frac{1}{25}$$

$$x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{1}{25} = 0$$

توجه: هر مضرب غیرصفر از معادله بالا صحیح است.

$$\left( x - \frac{2-\sqrt{3}}{5} \right) \left( x - \frac{2+\sqrt{3}}{5} \right) = x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{1}{25} = 0$$

راه حل دوم:

توجه: هر مضرب غیرصفر از معادله بالا صحیح است.

۶

خط  $4x - 3y = 0$  بر دایره‌ای به مرکز  $(3, -1)$  مماس است. مساحت دایره را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

$$r = \frac{|12 + 3|}{\sqrt{16 + 9}} \\ S = 9\pi$$

پاسخ: ۱

۷

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

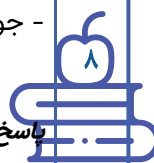
- جواب نامعادله  $|x-3| \leq 2$  برابر بازه  $(1, 8)$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳

۲

پاسخ: ۱ نادرست

۸

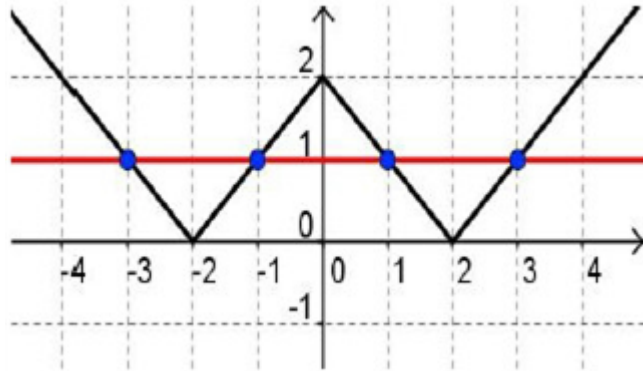


	<p>معادله مقابل را حل کنید.</p> $2x = 1 - \sqrt{2-x}$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>توان <math>2</math></p> $\sqrt{2-x} = 1 - 2x \xrightarrow{2} 2-x = 4x^2 - 4x + 1$ <p>پاسخ: ۱</p> $4x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow \text{غیرقابل قبول} \\ x = -\frac{1}{4} \Rightarrow \text{قابل قبول} \end{cases}$	۹
	<p>یکی از اضلاع مربعی بر خط <math>y = x + 2</math> واقع است. اگر <math>A(2, 0)</math> یکی از رئوس این مربع باشد، مساحت مربع را محاسبه کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p><math>A(2, 0), x - y - 2 = 0</math></p> <p>پاسخ: ۱</p> $\text{فاصله نقطه از خط} = d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 2 - 0 + 2 }{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ $\text{طول ضلع مربع} = d = 2\sqrt{2} \Rightarrow \text{مساحت} = d^2 = 8$	۱۰
	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>قرینه نقطه <math>C(1, 2)</math> نسبت به نقطه <math>M(-1, 4)</math> برابر ..... است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ <math>(-3, 6)</math></p>	۱۱
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- مقدار ماکزیمم تابع <math>y = -2x^2 + 8x - 5</math> برابر ۳ است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p>	۱۲
	<p>در معادله درجه دو به شکل <math>ax^2 + bx + c = 0</math>، اگر یکی از ریشه‌های این معادله برابر ۲ باشد و <math>c = 2b</math>، در این صورت ریشه دیگر این معادله را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $x_1 = 2, x_1 + x_2 = 2 + x_2 = -\frac{b}{a}$ $x_1 x_2 = 2x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2b}{a}$ $2 + x_2 = -x_2 \Rightarrow x_2 = -1$	۱۳



معادله  $||x| - 2| = 1$  را به روش هندسی حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳



پاسخ: ۱

۱۴

جوابهای معادله  $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 3, x_4 = -3$

صفرهای تابع  $f(x) = (4 - x^2)^2 + 2(4 - x^2) - 15$  را، در صورت وجود، به دست آورید.

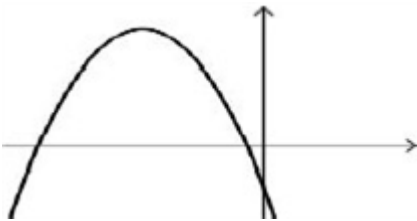
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳

$$\begin{aligned} 4 - x^2 = u &\longrightarrow u^2 + 2u - 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} u = 3 \\ u = -5 \end{cases} \\ 4 - x^2 = 3 &\Rightarrow x = \pm 1, \quad 4 - x^2 = -5 \Rightarrow x = \pm 3 \end{aligned}$$

پاسخ: ۱

۱۵

نمودار سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  به صورت مقابل است. علامت ضرایب  $a, b, c$  را تعیین کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳

پاسخ: ۱ منفی a / منفی b / منفی c

۱۶

جمله عمومی یک دنباله به صورت  $a_n = 2^{n-1}$  است. جملات اول تا سوم این دنباله را بنویسید و سپس، با استفاده از فرمول، تعیین کنید چند جمله اول از این دنباله را با هم جمع کنیم تا مجموع آن‌ها برابر ۲۵۵ شود؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳

$$1, 2, 4, \dots \Rightarrow S_n = \frac{1(1 - 2^n)}{1 - 2} = 255 \Rightarrow 2^n = 256 \Rightarrow n = 8$$

پاسخ: ۱

۱۷

جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.  
ریشه‌های معادله ..... اعداد  $2, -5$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳

$$x^2 + 3x - 10 = 0 \quad \text{پاسخ: ۱}$$

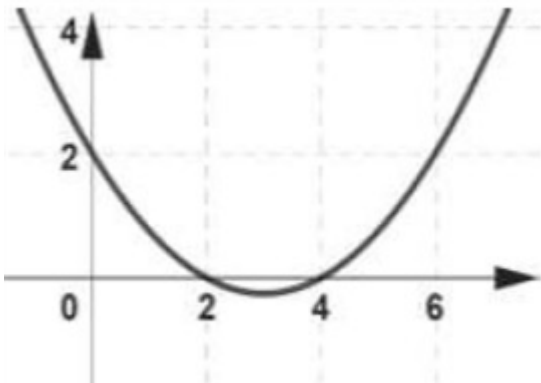
۱۸

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
اگر  $a$  عدد مثبت باشد و  $|x| \geq a$ ، آنگاه  $x \geq a$  یا  $x \leq -a$ .

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳

پاسخ: ۱ نادرست

۱۹

	<p>فاصله نقطه <math>A(1, 0)</math> از خط <math>x + y = k</math> برابر <math>\sqrt{2}</math> است. مقدار <math>k</math> را پیدا کنید.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ <math>A(1, 0), x + y - k = 0 \Rightarrow d = \frac{ 1 + 0 - k }{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2} \Rightarrow  1 - k  = 2 \Rightarrow 1 - k = \pm 2 \Rightarrow k = -1, 3</math></p>	۲۰
	<p>معادله مقابل را حل کنید:</p> $\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{2}{x-2} = 3$ <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ <math>t = \frac{1}{x-2} \Rightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = -3, 1</math></p> <p><math>\frac{1}{x-2} = -3 \Rightarrow x = \frac{5}{3}</math></p> <p><math>\frac{1}{x-2} = 1 \Rightarrow x = 3</math> (ص ۱۹)</p>	۲۱
	<p>اگر نمودار سهمی <math>y = ax^2 + bx + c</math> به صورت زیر باشد، ضابطه سهمی را مشخص کنید.</p>  <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ ۲ و ۴ صفرهای تابع هستند.</p> <p><math>y = a(x-2)(x-4) \xrightarrow{(0,2)} 2 = a(0-2)(0-4) \Rightarrow a = \frac{1}{4}</math></p> <p><math>y = \frac{1}{4}(x-2)(x-4) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 2</math></p>	۲۲
	<p>در دنباله حسابی <math>2, 6, 10, \dots</math> حداقل چند جمله اول آن را با هم جمع کنیم تا حاصل آن بیشتر از ۴۵۰ شود؟</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ <math>S_n &gt; 450 \Rightarrow \frac{n}{2}[2(2) + 4(n-1)] &gt; 450 \Rightarrow 2n^2 &gt; 450 \Rightarrow n^2 &gt; 225 \Rightarrow n &gt; 15</math></p> <p>حداقل ۱۶ جمله را با هم جمع کنیم.</p>	۲۳
	<p>جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.</p> <p>در نامعادله <math> x - 1  &lt; 3</math>، مجموعه جواب بازه ..... است.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ <math>-2 &lt; x &lt; 4</math></p>	۲۴



۲۵	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- عدد <math>\sqrt{3-2\sqrt{2}}</math> برابر است با <math>\sqrt{2}-1</math>.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p>
۲۶	<p>مجموعه جواب معادله <math>\sqrt{4x-1} = 2x</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ ق ق <math>\sqrt{4x-1} = 2x \Rightarrow 4x-1 = 4x^2 \Rightarrow (2x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}</math></p>
۲۷	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>مجموعه جواب معادله <math>\sqrt{x+3} + 1 = 0</math> برابر تهی است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ درست.</p>
۲۸	<p>مجموع یک عدد صحیح با معکوسش برابر با ۲- می باشد، با تشکیل معادله و حل آن، مقدار این عدد را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ <math>x + \frac{1}{x} = -2 \xrightarrow{\times x} x^2 + 2x + 1 = 0</math>  <math>\Rightarrow x = -1, x \neq 0</math></p>
۲۹	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>معادله <math>x^2 + 6x + 7 = 0</math> دو ریشه مثبت دارد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ نادرست.</p>
۳۰	<p>اگر خط <math>4x + 3y = -10</math> بر دایره‌ای به مرکز <math>(1, 2)</math> مماس باشد، اندازه شعاع دایره را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ <math>r = \frac{ ax + by + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 4(1) + 3(2) + 10 }{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 4</math></p>



اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 - 10x + a = 0$  و  $2\alpha^2 + \beta^2 - 5\alpha = 7$  باشد، مقدار  $a$  را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم

پاسخ: ۱

۳۱

$$x^2 - 10x + a = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{10}{1} = 10 \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{a}{1} = a \end{cases}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 10^2 - 2a = 100 - 2a$$

$$\xrightarrow{x=\alpha} 2\alpha^2 - 10\alpha + a = 0 \Rightarrow 2\alpha^2 - 10\alpha = -a \xrightarrow{\div 2} \alpha^2 - 5\alpha = -\frac{a}{2}$$

$$2\alpha^2 + \beta^2 - 5\alpha = 7 \Rightarrow \underbrace{\alpha^2 + \beta^2}_{100 - 2a} + \underbrace{\alpha^2 - 5\alpha}_{-\frac{a}{2}} = 7 \Rightarrow 100 - a - \frac{a}{2} = 7 \Rightarrow -\frac{3}{2}a = -93 \Rightarrow a = 62$$

$$\Rightarrow a = 62$$

معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن  $\frac{5 - \sqrt{7}}{2}$  و  $\frac{5 + \sqrt{7}}{2}$  باشند.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم

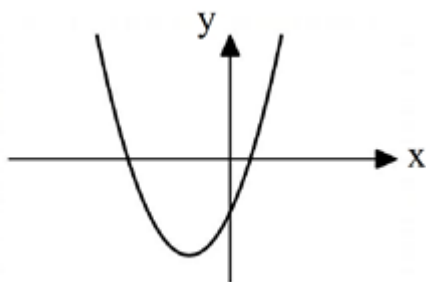
پاسخ: ۱

۳۲

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{5 - \sqrt{7}}{2} + \frac{5 + \sqrt{7}}{2} = \frac{10}{2} = 5 \\ P = \alpha\beta = \left(\frac{5 - \sqrt{7}}{2}\right)\left(\frac{5 + \sqrt{7}}{2}\right) = \frac{25 - 7}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} \end{cases}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + \frac{9}{2} = 0$$

شکل زیر نمودار سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  است. علامت ضرایب  $a$  و  $b$  و  $c$  را به دست آورید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم

پاسخ: ۱

۳۳

$$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

	<p>معادله <math>\sqrt{x+3} = x-3</math> را حل کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>به توان می‌رسانیم <math>\sqrt{x+3} = x-3 \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}} x+3 = (x-3)^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = x+3</math></p> <p>غ ق ق ۱ <math>x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=6 \end{cases}</math> ق ق ۶</p>	۳۴
	<p>با استفاده از فرمول مجموع جملات دنباله حسابی، مجموع همه اعداد طبیعی مضرب ۸ و کوچک‌تر از ۱۰۰ را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p><math>8, 16, 24, \dots, 96 \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 96 = 8 + (n-1)8</math></p> <p><math>\Rightarrow 8n - 8 + 8 = 96 \Rightarrow 8n = 96 \Rightarrow n = \frac{96}{8} = 12</math></p> <p><math>S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{12} = \frac{12}{2}(8 + 96) = \frac{12}{2}(104) = 12 \times 52 = 624</math></p>	۳۵
	<p>نمایش عبارت «فاصله بین x و -۲ برابر ۳ است.» را با نماد قدرمطلق بنویسید و سپس x را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p><math> x - (-2)  = 3 \Rightarrow  x + 2  = 3 \Rightarrow x + 2 = \pm 3</math></p> <p><math>\begin{cases} x + 2 = 3 \Rightarrow x = 1 \\ x + 2 = -3 \Rightarrow x = -5 \end{cases}</math></p>	۳۶
	<p>در خط <math>(a-1)x - by = 12</math> اگر طول از مبدأ برابر ۴ و عرض از مبدأ برابر ۲ باشد، <math>a, b</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>اگر طول از مبدأ ۴ باشد، یعنی خط از نقطه <math>(4, 0)</math> می‌گذرد.</p> <p><math>(4, 0) \Rightarrow (a-1) \times 4 - b(0) = 12 \Rightarrow 4a - 4 = 12 \Rightarrow 4a = 16 \Rightarrow a = 4</math></p> <p>اگر عرض از مبدأ برابر ۲ باشد، یعنی خط از نقطه <math>(0, 2)</math> می‌گذرد.</p> <p><math>(0, 2) \Rightarrow (a-1) \times 0 - b(2) = 12 \Rightarrow -2b = 12 \Rightarrow b = -6</math></p>	۳۷





معادله‌های زیر را حل کنید.	۳۸
<p>الف) <math>\frac{x}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{x+5}{x^2-4}</math></p> <p>ب) <math>\sqrt{x+2} = x-4</math></p>	<p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم</p> <p>الف) <math>\frac{x}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{x+5}{x^2-4} \xrightarrow{\times(x+2)(x-2)} x(x-2) + x+2 = x+5</math></p> <p><math>\Rightarrow x^2 - 2x + x + 2 - x - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0</math></p> <p><math>\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ ق ق} \\ x = 3 \text{ ق ق} \end{cases}</math></p> <p>ب) <math>\sqrt{x+2} = x-4 \xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{طرفین تساوی به توان ۲}} x+2 = x^2 - 8x + 16</math></p> <p><math>\Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ ق ق غ} \\ x = 7 \text{ ق ق} \end{cases}</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>
فاصله نقطه $A(-1, 5)$ از خط $x + y + 1 = 0$ را به کمک فرمول فاصله نقطه از خط را به دست آورید.	۳۹
<p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم</p> <p><math>d = \frac{ ax_1 + by_1 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ -2 + 5 + 1 }{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}</math></p>	پاسخ: ۱
معادله زیر را حل کنید.	۴۰
<p><math>\sqrt{2x+1} + \sqrt{x} = 5</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم</p> <p><math>\sqrt{2x+1} + \sqrt{x} = 5 \Rightarrow \sqrt{2x+1} = 5 - \sqrt{x} \xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان ۲}} 2x+1 = 25 - 10\sqrt{x} + x</math></p> <p><math>\Rightarrow 10\sqrt{x} = 24 - x \xrightarrow{\sqrt{x}=t} 10t = 24 - t^2 \Rightarrow t^2 + 10t - 24 = 0</math></p> <p><math>\Rightarrow (t+12)(t-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -12 \text{ ق ق غ} \\ t = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4 \end{cases}</math></p>	پاسخ: ۱
در خط $(m-2)x + 2ny = 10$ اگر طول از مبدأ برابر ۲ و عرض از مبدأ برابر ۳ باشد، $m$ و $n$ را به دست آورید.	۴۱
<p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ اگر طول از مبدأ ۲ باشد، یعنی خط از نقطه <math>(2, 0)</math> می‌گذرد.</p> <p><math>(2, 0) \Rightarrow (m-2) \times 2 + 2n(0) = 10 \Rightarrow 2m - 4 = 10 \Rightarrow 2m = 14 \Rightarrow m = 7</math></p> <p>اگر عرض از مبدأ برابر ۳ باشد، یعنی خط از نقطه <math>(0, 3)</math> می‌گذرد.</p> <p><math>(0, 3) \Rightarrow (m-2) \times 0 + 2n(3) = 10 \Rightarrow 6n = 10 \Rightarrow n = \frac{10}{6} \Rightarrow n = \frac{5}{3}</math></p>	

اگر  $A(۳, ۴)$ ،  $B(-۱, ۲)$  و  $C(۳, -۱)$  سه رأس مثلث ABC باشند، طول میانه CM را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

پاسخ: ۱ ابتدا باید نقطه وسط AB را محاسبه کنیم و فاصله C تا M (وسط AB) برابر طول پاره خط است.

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right) \Rightarrow M\left(\frac{۳ - ۱}{2}, \frac{۴ + ۲}{2}\right) \Rightarrow M(۱, ۳)$$

$$CM = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-۱ - ۳)^2 + (۳ - ۱)^2} = \sqrt{۱۶ + ۴} = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵}$$

۴۲

اگر  $A(-۱, ۵)$ ،  $B(۰, ۴)$  و  $C(۹, ۰)$  سه رأس مثلث ABC باشند، معادله ارتفاع BH را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

پاسخ: ۱ ابتدا شیب خط AC را به دست می آوریم و سپس قرینه و معکوس می کنیم.

$$m_{AC} = \frac{۵ - ۰}{-۱ - ۹} = \frac{۵}{-۱۰} = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow m_{BH} = ۲$$

$$y - y_B = m(x - x_B) \Rightarrow y - ۴ = ۲(x - ۰) \Rightarrow y = ۲x + ۴$$

معادله ارتفاع BH برابر  $y = ۲x + ۴$  است.

۴۳

جواب های معادله  $x^۴ - ۷x^۲ + ۱۰ = ۰$  را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

$$\xrightarrow{t=x^۲} t^۲ - ۷t + ۱۰ = ۰ \Rightarrow (t - ۲)(t - ۵) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۲ \Rightarrow x^۲ = ۲ \Rightarrow x = \pm\sqrt{۲} \\ t = ۵ \Rightarrow x^۲ = ۵ \Rightarrow x = \pm\sqrt{۵} \end{cases}$$

پاسخ: ۱

۴۴

مجموع همه اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷ را بنویسید. (از فرمول مجموع جملات دنباله حسابی استفاده کنید).

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

$$۱۴, ۲۱, \dots, ۹۸ \Rightarrow a_n = a_۱ + (n - ۱)d \Rightarrow ۹۸ = ۱۴ + (n - ۱)۷$$

پاسخ: ۱

۴۵

$$\Rightarrow ۷n - ۷ + ۱۴ = ۹۸ \Rightarrow ۷n = ۹۱ \Rightarrow n = \frac{۹۱}{۷} = ۱۳$$

$$S_n = \frac{n}{۲}(a_۱ + a_n) \Rightarrow S_{۱۳} = \frac{۱۳}{۲}(۱۴ + ۹۸) = \frac{۱۳}{۲} \times ۱۱۲ = ۱۳ \times ۵۶ = ۷۲۸$$

جواب های معادله  $x^۴ - ۵x^۲ + ۱ = ۰$  را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

$$\xrightarrow{t=x^۲} t^۲ - ۵t + ۱ = ۰ \Rightarrow \Delta = b^۲ - ۴ac = (-۵)^۲ - ۴(۱)(۱) = ۲۱$$

پاسخ: ۱

۴۶

$$\Rightarrow t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{۵ \pm \sqrt{۲۱}}{۲}$$

$$\begin{cases} t = \frac{۵ + \sqrt{۲۱}}{۲} > ۰ \Rightarrow x^۲ = \frac{۵ + \sqrt{۲۱}}{۲} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{۵ + \sqrt{۲۱}}{۲}} \\ t = \frac{۵ - \sqrt{۲۱}}{۲} > ۰ \Rightarrow x^۲ = \frac{۵ - \sqrt{۲۱}}{۲} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{۵ - \sqrt{۲۱}}{۲}} \end{cases}$$

اگر  $f(x) = 5 - |x|$  و  $g(x) = \frac{x+1}{\sqrt{4+x}}$  باشد:

الف) حاصل  $\frac{f \circ g}{g \circ f}$  را به دست آورید.

ب) دامنه تابع  $g \circ f$  را به کمک تعریف به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

$$\frac{f \circ g}{g \circ f} = \frac{f(g(x))}{g(f(x))} = \frac{f\left(\frac{1}{3}\right)}{g(5)} = \frac{5 - \frac{1}{3}}{\frac{5+1}{\sqrt{4+5}}} = \frac{\frac{14}{3}}{\frac{6}{3}} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

پاسخ: ۱ الف)

۴۷

$$D_f = R \quad \text{ب)}$$

$$D_g : 4 + x > 0 \Rightarrow x > -4 \Rightarrow D_g = (-4, +\infty)$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid 5 - |x| > -4\}$$

(۱)

↓

$$-|x| > -9 \Rightarrow |x| < 9 \Rightarrow -9 < x < 9 \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱) \cap (۲)} D_{g \circ f} = (-9, 9)$$

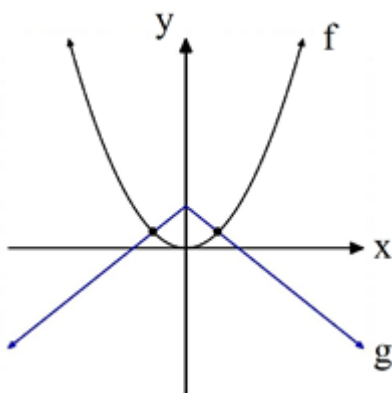
به روشی هندسی نشان دهید معادله  $x^2 + |x| - 1 = 0$  چند ریشه دارد؟

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

$$x^2 + |x| - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 - |x| \Rightarrow \begin{cases} f(x) = x^2 \\ g(x) = 1 - |x| \end{cases}$$

پاسخ: ۱

۴۸



معادله دو ریشه دارد.

نقاط  $A(4, 2)$  و  $B(1, -1)$  و  $C(6, -1)$  سه رأس مثلث ABC هستند. اگر H و M به ترتیب پای ارتفاع AH و میانه AM باشد، طول MH را به دست آورید.

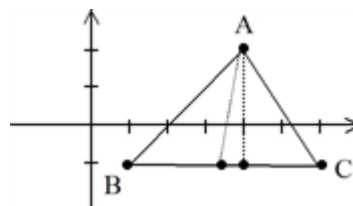
مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)

**پاسخ: ۱** با توجه به شکل روبه‌رو BC موازی محور طول‌ها و AH عمود بر آن است، لذا می‌توان مختصات نقطه‌ی H را به صورت زیر به دست آورد:

$$H \begin{vmatrix} 4 \\ -1 \end{vmatrix}$$

هم‌چنین M وسط BC است، پس:

$$M \begin{vmatrix} \frac{6+1}{2} = \frac{7}{2} \\ \frac{-1+(-1)}{2} = -1 \end{vmatrix} \Rightarrow M \begin{vmatrix} \frac{7}{2} \\ -1 \end{vmatrix} \Rightarrow MH = \left| 4 - \frac{7}{2} \right| = \frac{1}{2}$$



۴۹

نقطه‌ای روی خط  $y = 2x$  تعیین کنید که مجموع فاصله‌های آن تا مبدأ مختصات و نقطه  $A(2, 4)$  برابر ۵ باشد.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)

$$M \begin{vmatrix} x \\ 2x \end{vmatrix} : MO + MA = 5$$

**پاسخ: ۱** نقطه‌ی M را روی خط  $y = 2x$  در نظر می‌گیریم:

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + (2x)^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (2x-4)^2} = 5 \Rightarrow \sqrt{5x^2} + \sqrt{5(x-2)^2} = 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{5} |x| + \sqrt{5} |x-2| = 5 \Rightarrow |x| + |x-2| = \sqrt{5}$$

$$\text{ق ق اگر } x < 0 : -x - x + 2 = \sqrt{5} \Rightarrow 2x = 2 - \sqrt{5} \Rightarrow x = 1 - \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{غیرممکن است } 0 \leq x \leq 2 : x - x + 2 = \sqrt{5} \Rightarrow 2 = \sqrt{5}$$

$$\text{ق ق اگر } x > 2 : x + x - 2 = \sqrt{5} \Rightarrow 2x = 2 + \sqrt{5} \Rightarrow x = 1 + \frac{\sqrt{5}}{2}$$

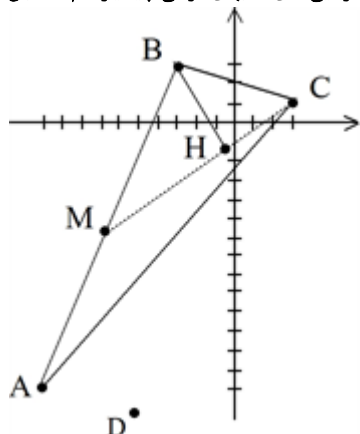
$$\Rightarrow M \begin{vmatrix} 1 - \frac{\sqrt{5}}{2} \\ 2 - \sqrt{5} \end{vmatrix} \text{ یا } M \begin{vmatrix} 1 + \frac{\sqrt{5}}{2} \\ 2 + \sqrt{5} \end{vmatrix}$$

۵۰



سه رأس مثلث ABC،  $A(-10, -13)$ ،  $B(-3, 3)$ ،  $C(3, 1)$  می باشند.  
الف) طول عمودی را که از رأس B بر میانه نظیر رأس C وارد می شود به دست آورید.  
ب) مختصات رأس D را چنان تعیین کنید که ABCD یک متوازی الاضلاع باشد.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)



$$AB \text{ وسط } M \left| \begin{array}{l} \frac{-10-3}{2} = \frac{-13}{2} \\ \frac{-13+3}{2} = -5 \end{array} \right. , m_{MC} = \frac{1-(-5)}{3-\left(\frac{-13}{2}\right)} = \frac{6}{\frac{19}{2}} = \frac{12}{19}$$

$$y - 1 = \frac{12}{19}(x - 3) \Rightarrow 19y - 19 = 12x - 36$$

$$\Rightarrow 12x - 19y - 17 = 0 \quad CM \text{ میانه}$$

$$BH = \frac{|12(-3) - 19(3) - 17|}{\sqrt{12^2 + 19^2}} = \frac{110}{\sqrt{505}}$$

ب) می دانیم در هر متوازی الاضلاع، قطرهای هم دیگر را نصف می کنند لذا وسط AC و وسط BD بر هم منطبق هستند. پس می توانیم بنویسیم:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{-3+x_D}{2} \\ \frac{3+y_D}{2} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{l} \frac{-10+3}{2} \\ \frac{-13+1}{2} \end{array} \right| \Rightarrow \begin{cases} -3 + x_D = -7 \Rightarrow x_D = -4 \\ 3 + y_D = -12 \Rightarrow y_D = -15 \end{cases}$$

پاسخ: ۱

۵۱

اگر فاصله نقطه  $A(1, 2)$  از خط  $ax + 4y = 1$  برابر ۲ باشد، مقدار a چه قدر است؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)

$$ax + 4y - 1 = 0$$

$$AH = \frac{|a(1) + 4(2) - 1|}{\sqrt{a^2 + 4^2}} = \frac{|a + 7|}{\sqrt{a^2 + 16}} = 2 \Rightarrow 2\sqrt{a^2 + 16} = |a + 7|$$

$$\Rightarrow (2\sqrt{a^2 + 16})^2 = |a + 7|^2 \Rightarrow 4a^2 + 64 = a^2 + 14a + 49 \Rightarrow 3a^2 - 14a + 15 = 0$$

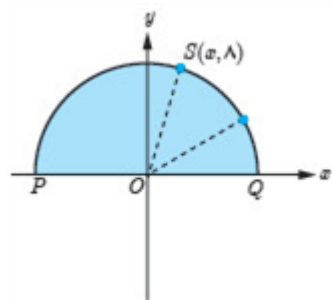
$$\Rightarrow \frac{1}{3}(3a - 9)(3a - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3a = 9 \Rightarrow a = 3 \\ 3a = 5 \Rightarrow a = \frac{5}{3} \end{cases}$$

پاسخ: ۱

۵۲



نقطه‌ی  $S(x, 8)$  روی نیم‌دایره‌ای به شعاع ۱۰ در شکل روبه‌رو داده شده است.  
 الف) مقدار  $x$  را به دست آورید.  
 ب) شیب خط‌های  $PS$  و  $SQ$  را به دست آورید.  
 پ) نشان دهید  $\widehat{PSQ}$  قائمه است.



۵۳

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)

الف)  $R = OS = \sqrt{x^2 + 8^2} = 10 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$

پاسخ: ۱

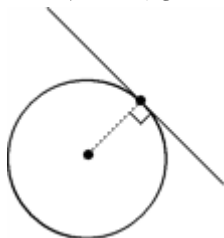
ب)  $S \left( \begin{matrix} 6 \\ 8 \end{matrix} \right), P \left( \begin{matrix} -10 \\ 0 \end{matrix} \right) \Rightarrow m_{PS} = \frac{0 - 8}{-10 - 6} = \frac{-8}{-16} = \frac{1}{2}$

$S \left( \begin{matrix} 6 \\ 8 \end{matrix} \right), Q \left( \begin{matrix} 10 \\ 0 \end{matrix} \right) \Rightarrow m_{SQ} = \frac{0 - 8}{10 - 6} = \frac{-8}{4} = -2$

پ)  $m_{PS} \times m_{SQ} = \frac{1}{2} \times (-2) = -1 \Rightarrow PS \perp SQ \Rightarrow \widehat{PSQ} = 90^\circ$

خط  $5 = 4x + 3y$  بر دایره‌ی C به مرکز  $O(-1, 2)$  مماس است. طول شعاع دایره چه قدر است؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)



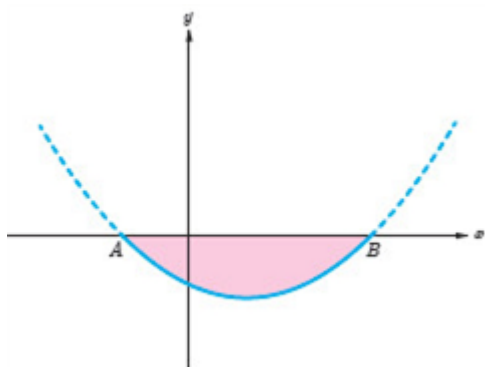
$$4x + 3y - 5 = 0$$

$$R = \frac{|4(-1) + 3(2) - 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{3}{5}$$

پاسخ: ۱

۵۴

شکل نمای جانبی عدسی از منحنی سهمی به معادله  $y = x^2 - 8x - 20$  مطابق شکل زیر مدل سازی می شود.  
 الف) مختصات نقاط انتهایی عدسی A و B را به دست آورید.  
 ب) اگر x برحسب سانتی متر باشد طول AB را به دست آورید.  
 پ) اگر عدسی کاملاً متقارن و y برحسب میلی متر باشد، بیشترین ضخامت آن چه قدر است؟



۵۵

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)

الف)  $x^2 - 8x - 20 = 0 \Rightarrow (x - 10)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow A \left| \begin{smallmatrix} -2 \\ 0 \end{smallmatrix} \right|, B \left| \begin{smallmatrix} 10 \\ 0 \end{smallmatrix} \right|$

پاسخ: ۱

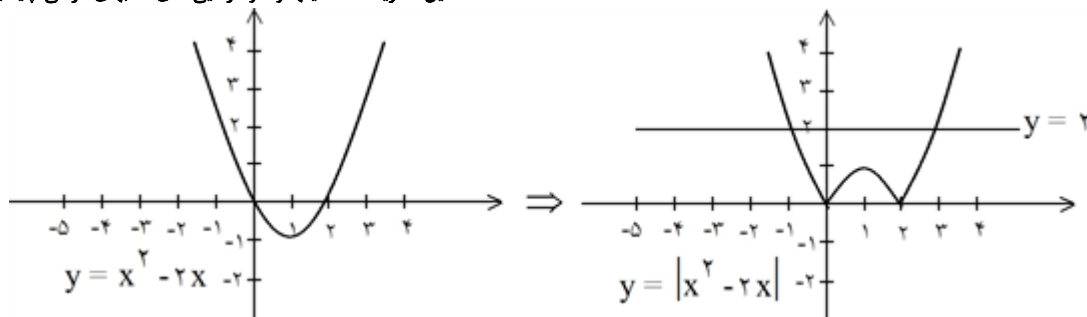
ب)  $AB = |10 - (-2)| = 12$

پ) راس سهمی  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow y_{\min} = (4)^2 - 8(4) - 20 = -36$

بیشترین ضخامت عدسی:  $|y_{\min}| = |-36| = 36$

نمودار تابع  $f(x) = |x^2 - 2x|$  را رسم کنید، سپس به دو روش هندسی و جبری معادله  $|x^2 - 2x| = 2$  را حل نمایید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)



پاسخ: ۱

۵۶

معادله ۲ جواب دارد: یک جواب بین ۰ و ۱ و یک جواب هم بین ۲ و ۳

روش جبری:

$$|x^2 - 2x| = 2 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = 2 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 : \Delta = 4 + 8 = 12^* \\ x^2 - 2x = -2 \Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0 : \Delta = 4 - 8 = -4 \text{ ندارد} \end{cases}$$

ریشه حقیقی ندارد

$$\rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 1 \pm \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{3} = 2.73 \\ x = 1 - \sqrt{3} = -0.73 \end{cases}$$

هریک از عبارت‌های زیر را با استفاده از نماد قدرمطلق به صورت یک معادله یا نامعادله بنویسید و جواب را روی محور اعداد نمایش دهید.

الف) فاصله بین  $x$  و ۳ برابر ۷ است.

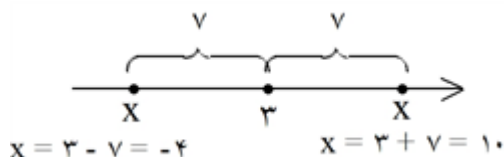
ب) دو برابر فاصله بین  $x$  و ۶ برابر ۴ است.

پ) فاصله بین  $x$  و ۳- بزرگ‌تر از ۲ است.

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)

پاسخ: ۱ الف)  $|x - 3| = 7$

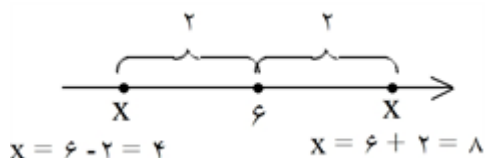
جواب را می‌توان طبق نمودار روبه‌رو به راحتی به دست آورد:



$$|x - 3| = 7 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 7 \Rightarrow x = 3 + 7 = 10 \\ x - 3 = -7 \Rightarrow x = 3 - 7 = -4 \end{cases}$$

ب)  $2|x - 6| = 4 \Rightarrow |x - 6| = 2$

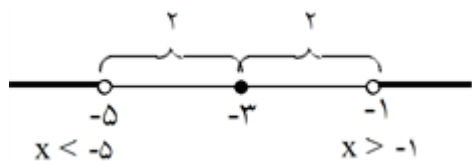
روش جبری:



$$|x - 6| = 2 \Rightarrow \begin{cases} x - 6 = 2 \Rightarrow x = 6 + 2 = 8 \\ x - 6 = -2 \Rightarrow x = 6 - 2 = 4 \end{cases}$$

پ)  $|x - (-3)| > 2 \Rightarrow |x + 3| > 2$

روش جبری:



$$|x + 3| > 2 \Rightarrow \begin{cases} x + 3 > 2 \Rightarrow x > -1 \\ x + 3 < -2 \Rightarrow x < -5 \end{cases}$$

روش جبری:





فاصله بین دو شهر که در کنار رودخانه‌ای واقع شده‌اند ۱۴۴ کیلومتر است. یکی کشتی از شهر اول به شهر دوم می‌رود و پس از دو ساعت توقف همین مسیر را برمی‌گردد. مدت زمان سفر در مجموع ۱۷ ساعت می‌باشد. در صورتی که سرعت حرکت کشتی در مسیر جریان آب ۸ کیلومتر در ساعت بیش‌تر از سرعت آن در خلاف جریان آب باشد سرعت حرکت کشتی را در جهت حرکت آب تعیین کنید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)

**پاسخ: ۱** می‌دانیم اگر متحرکی با سرعت  $V$  در مدت زمان  $t$ : مسافت  $x$  را طی کند داریم:

$$t = \frac{x}{V} \Rightarrow x = V \cdot t$$

فرض کنیم:  $t_1$ : مدت زمان رفت  $V_1$ : سرعت رفت  
 $t_2$ : مدت زمان برگشت  $V_2$ : سرعت برگشت  
 در این صورت داریم:

$$V_2 = V_1 - 8 \quad t_1 + t_2 = 17 - 2 = 15 \quad t_1 = \frac{144}{V_1} \quad t_2 = \frac{144}{V_2}$$

$$t_1 + t_2 = 15 \Rightarrow \frac{144}{V_1} + \frac{144}{V_1 - 8} = 15 \xrightarrow{\div 3} \frac{48}{V_1} + \frac{48}{V_1 - 8} = 5 \xrightarrow{\times V_1(V_1 - 8)}$$

$$48(V_1 - 8) + 48V_1 = 5V_1(V_1 - 8) \Rightarrow 48V_1 - 48 \times 8 + 48V_1 = 5V_1^2 - 40V_1$$

$$\Rightarrow 5V_1^2 - 136V_1 + 48 \times 8 = 0 \Rightarrow \frac{1}{5}(5V_1 - 120)(5V_1 - 16) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5V_1 = 120 \Rightarrow V_1 = 24 \text{ ق ق} \\ 5V_1 = 16 \Rightarrow V_1 = 3\frac{1}{5} \text{ غ ق} \end{cases}$$

۵۸

ماشین A کاری را به تنهایی ۱۵ ساعت زودتر از ماشین B انجام می‌دهد. اگر هر دو ماشین یک کار را در ۱۸ ساعت انجام دهند، چه زمانی برای هر کدام از ماشین‌ها لازم است تا آن کار را به تنهایی انجام دهند؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)

**پاسخ: ۱** فرض می‌کنیم:  $V$  = حجم کار

$x$  = مدت زمان انجام کار توسط ماشین B

در این صورت مدت زمان انجام کار توسط ماشین A می‌شود:  $15 - x$  و خواهیم داشت:

$$\text{میزان کار ماشین A در یک ساعت} = \frac{V}{x - 15} \quad \text{میزان کار ماشین B در یک ساعت} = \frac{V}{x}$$

$$\text{میزان کار هر دو ماشین A و B با هم در یک ساعت} = \frac{V}{18}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{x} + \frac{V}{x - 15} = \frac{V}{18} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x - 15} = \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{2x - 15}{x(x - 15)} = \frac{1}{18} \Rightarrow x^2 - 15x = 36x - 270$$

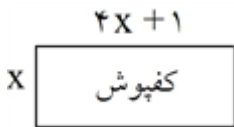
$$\Rightarrow x^2 - 51x + 270 = 0 \Rightarrow (x - 45)(x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 45 \text{ ق ق} \\ x = 6 \text{ غ ق} \end{cases}$$

۵۹



طول یک نوع کاشی یک سانتی متر بلندتر از چهار برابر عرض آن است. برای پوشاندن دیواری به مساحت  $52/8$  متر مربع تعداد دو هزار کاشی مصرف شده است. طول هر کاشی چند سانتی متر است؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)



پاسخ: ۱

مساحت یک کفپوش  $x(4x + 1) = 4x^2 + x$

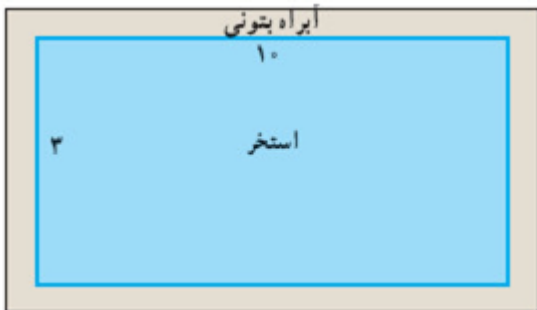
$$2000(4x^2 + x) = 528000 \Rightarrow 4x^2 + x = 264 \Rightarrow 4x^2 + x - 264 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 4225 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm 65}{8} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{66}{8} \text{ غ ق ق} \\ x = \frac{64}{8} = 8 \text{ ق ق} \end{cases}$$

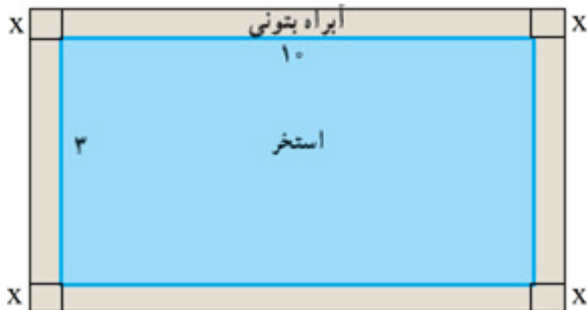
طول هر کاشی  $33$  سانتی متر است.  $\text{طول کاشی} = 4x + 1 = 33$

۶۰

یک استخر مستطیل شکل به ابعاد طول  $10$  و عرض  $3$  متر داریم که یک آبراه بتونی در اطرافش است. اگر این آبراه دارای پهنای یکسان و مساحت  $37$  متر مربع باشد، پهنای آن را محاسبه کنید.



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)



$$4x^2 + 20x + 6x + 30 = 37$$

$$2x^2 + 13x - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \text{ ق ق} \\ x = -7 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

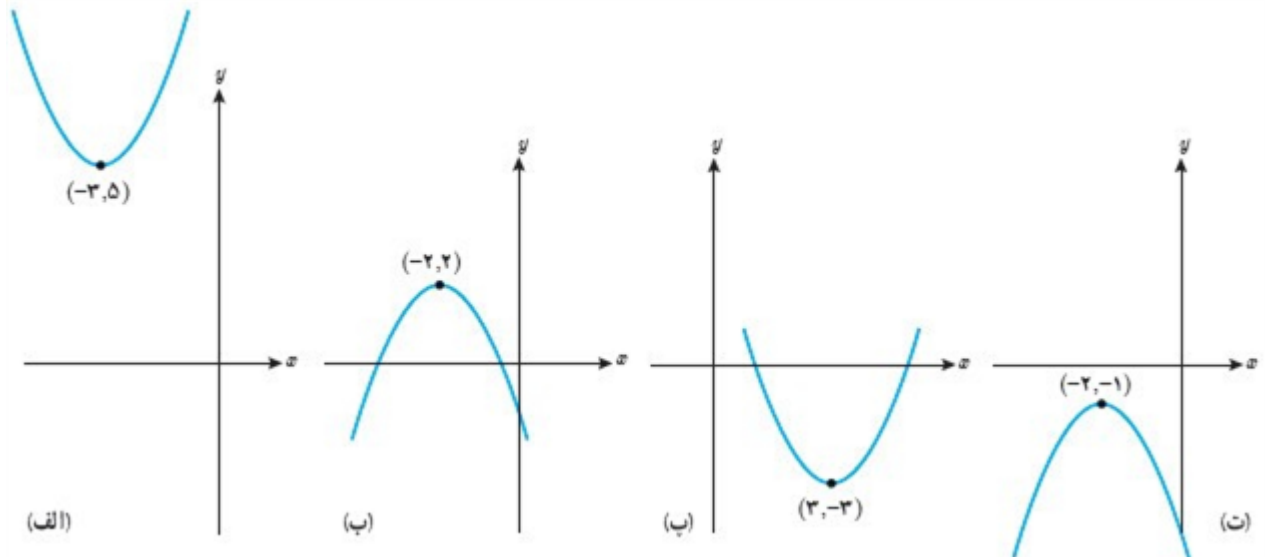
پاسخ: ۱

$$\frac{1}{2}(2x + 14)(2x - 1) = 0$$

۶۱



هریک از سهمی‌های زیر نمودار حالتی از تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  است که در آن  $|a| = 1$  است و نقطه‌ی رأس سهمی نیز داده شده است. صفرهای تابع را در صورت وجود به دست آورید و ضابطه‌ی تابع را مشخص کنید.



مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان (۱)

پاسخ: ۱

۶۲

الف)  $|a| = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = x^2 + bx + c$

$$\frac{-b}{2a} = -3 \Rightarrow \frac{-b}{2} = -3 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow f(x) = x^2 + 6x + c$$

$$\xrightarrow[x=y=5]{x=-3} 5 = 9 - 18 + c \Rightarrow c = 14 \Rightarrow f(x) = x^2 + 6x + 14$$

ب)  $|a| = 1 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow f(x) = -x^2 + bx + c$

$$\frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow \frac{-b}{-2} = -2 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 4x + c$$

$$\xrightarrow[y=2]{x=-2} 2 = -4 + 8 + c \Rightarrow c = -2 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 4x - 2$$

پ)  $|a| = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = x^2 + bx + c$

$$\frac{-b}{2a} = 3 \Rightarrow \frac{-b}{2} = 3 \Rightarrow b = -6 \Rightarrow f(x) = x^2 - 6x + c$$

$$\xrightarrow[y=-3]{x=3} -3 = 9 - 18 + c \Rightarrow c = 6 \Rightarrow f(x) = x^2 - 6x + 6$$

ت)  $|a| = 1 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow f(x) = -x^2 + bx + c$

$$\frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow \frac{-b}{-2} = -2 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 4x + c$$

$$\xrightarrow[y=-1]{x=-2} -1 = -4 + 8 + c \Rightarrow c = -5 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 4x - 5$$



صفرهای توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.

الف)  $f(x) = x^2 - 4x$

ب)  $g(x) = 2x^2 + x^2 + 3x$

پ)  $h(x) = x^4 + 3x^2 + 5$

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)

الف)  $f(x) = x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$

پاسخ: ۱

ب)  $g(x) = 2x^2 + x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(2x^2 + x + 3) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 + x + 3 = 0 : \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 24 = -23 \end{cases}$

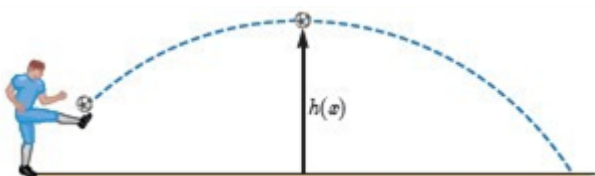
پ)  $h(x) = x^4 + 3x^2 + 5$  ریشه حقیقی ندارد

۶۳

یک توپ فوتبال بر اثر ضربه بازیکن طبق شکل روبه‌رو حرکت می‌کند تا دوباره به زمین بخورد. در هر لحظه ارتفاع توپ از سطح زمین را می‌توانیم با رابطه‌ی  $h(x) = -0.3x(x - 36)$  مدل‌سازی کنیم که  $x$  فاصله افقی توپ از نقطه اولیه است ( $x$  برحسب متر است).

الف) توپ چند متر افقی را طی می‌کند تا دوباره به زمین بخورد.

ب) توپ حداکثر تا چه ارتفاعی بالا می‌رود.



۶۴

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)

الف)  $-0.3x(x - 36) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 36 \end{cases}$

پس از ۳۶ متر به زمین برخورد می‌کند.

پاسخ: ۱

ب)  $x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{-\frac{108}{100}}{-\frac{3}{100}} = 18 \Rightarrow y_1 = -0.3 \times 18(-18) = 9.72$

معادله‌ی درجه دومی بنویسید که:

الف) ریشه‌های آن  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{2}{3}$  باشند.

ب) یکی از ریشه‌های آن دو برابر دیگری باشد (مسئله چند جواب دارد؟)

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)

الف)  $\begin{cases} S = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1 \\ P = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \end{cases} \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - x + \frac{2}{9} = 0$

پاسخ: ۱

ب)  $S = a + 2a = 3a, P = a \times 2a = 2a^2$

$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 3ax + 2a^2 = 0$

مسئله بی‌شمار جواب دارد.

۶۵



برای عدد حقیقی  $a (a \neq 1)$  و عدد طبیعی  $n$ ؛

$$1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1}$$

الف) حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

ب) با استفاده از قسمت الف نتیجه بگیرید که:

$$a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + a^2 + a + 1)$$

۶۶

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)

الف)  $1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1}$

پاسخ: ۱

$$S_n = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{1(1 - a^n)}{1 - a} = \frac{a^n - 1}{a - 1} : a \neq 1 \Rightarrow \frac{1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1}}{1} = \frac{a^n - 1}{a - 1}$$

$$\Rightarrow a^n - 1 = (a - 1)(1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1}) = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + a^2 + a + 1)$$

نقطه  $A(4, 0)$  یک رأس مثلثی است که دو رأس دیگر آن روی خط  $x - 3y = 1$  قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله

رأس A از این خط بوده و نقطه  $(\frac{7}{4}, \frac{1}{4})$  داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه اول محورهای

مختصات کدام است؟

۱/۳۵ (۴)

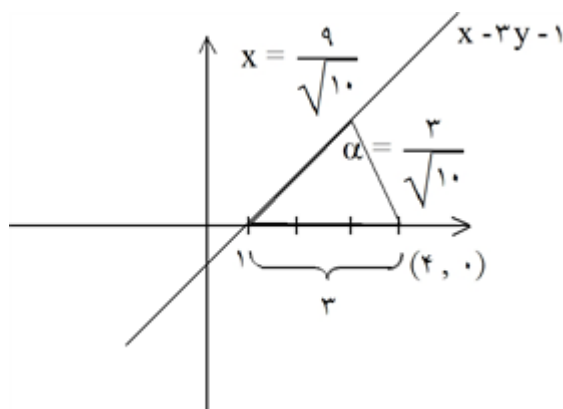
۱/۶۵ (۳)

$0/9\sqrt{0/9}$  (۲)

$0/6\sqrt{0/6}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$d = \frac{|4-1|}{\sqrt{1+9}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$x = \sqrt{9 - \frac{9}{10}} = \sqrt{\frac{81}{10}} = \frac{9}{\sqrt{10}}$$

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{3}{\sqrt{10}} \times \frac{9}{\sqrt{10}} = \frac{27}{2 \times 10} = 1/35$$

۶۷



در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف و مثبت  $a$ ، کمترین مقدار سهمی  $y = ax^2 + 3x + a$  برابر  $\frac{7}{8}$  است؟

هیچ مقدار  $a$  **۴**

**۳**

**۲**

**۱**

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

پاسخ: **۱** گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

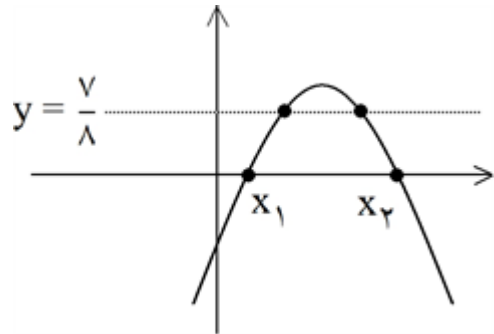
$$x_s = -\frac{3}{2a} \Rightarrow a\left(-\frac{3}{2a}\right)^2 + 3\left(-\frac{3}{2a}\right) + a = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{9}{4a} - \frac{9}{2a} + a = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{-9 + 4a^2}{4a} = \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow 8a^2 - 7a - 14 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 & \checkmark \\ a = -\frac{7}{4} & \times \end{cases}$$

تذکر: در اصل سؤال به مثبت بودن  $a$  اشاره نشده بود که در این صورت به ازای  $-\frac{7}{4} < a < 0$  و محدود کردن دامنه

می‌توان به کمترین مقدار  $\frac{7}{8}$  رسید و در این صورت بی‌شمار مقدار برای  $a$  وجود خواهد داشت که در گزینه‌ها نیست. به

طور مثال اگر  $a = -1$  در این صورت اگر  $D_f = [x_1, x_2]$  فرض شود، کمترین مقدار سهمی  $\frac{7}{8}$  است.



۶۸

اگر  $\sqrt{x-a} + \sqrt{x-4} = 4$  باشد، حاصل عبارت  $1 - \sqrt{x-a} + \sqrt{x-4}$  کدام است؟

$\frac{1}{4}$  **۴**

$\frac{1}{2}$  **۳**

$\frac{a}{4}$  **۲**

$\frac{a}{2}$  **۱**

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

$$\sqrt{x-4} - \sqrt{x-a} = t \Rightarrow 1 + t = ?$$

پاسخ: **۲** گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{x-4} + \sqrt{x-a} = 4 \xrightarrow{\times(t)} \cancel{\sqrt{x-4}} - \cancel{\sqrt{x-4}} + a = 4t \Rightarrow t = \frac{a-4}{4} = \frac{a}{4} - 1$$

$$1 + t = \cancel{1} + \frac{a}{4} - \cancel{1} = \frac{a}{4}$$

۶۹



دو رأس یک مستطیل روی خط  $2y - x = 4$  و نقاط  $(1, 4)$  و  $(-1, 0)$  رأس‌های غیرمجاور این مستطیل هستند. طول مستطیل کدام است؟

$2\sqrt{3}$  (۴)

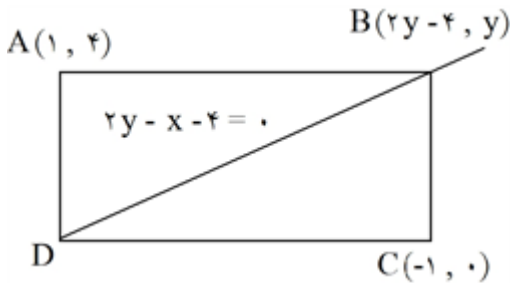
$3\sqrt{2}$  (۳)

$4\sqrt{3}$  (۲)

$5\sqrt{2}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

پاسخ: (۳) گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



شرط:  $x = 2y - 4 > 0 \Rightarrow y > 2$

$m_{AB} \times m_{BC} = -1 \Rightarrow \frac{y-4}{2y-5} \times \frac{y}{2y-2} = -1$

$\Rightarrow -y^2 + 4y = 4y^2 - 16y + 15 \Rightarrow y^2 - 4y + 3 = 0$

$y = 3$  ✓

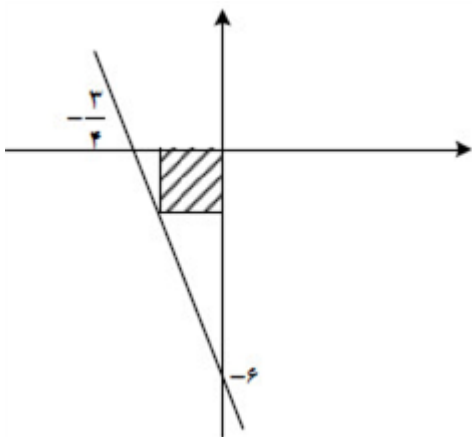
$y = 1$  ✗

$x = 2 \Rightarrow \begin{matrix} B(2, 3) \\ C(-1, 0) \end{matrix} \Rightarrow |BC| = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2} \Rightarrow \text{طول} \checkmark$

$\begin{matrix} B(2, 3) \\ A(1, 4) \end{matrix} \Rightarrow |AB| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \Rightarrow \text{عرض}$

۷۰

در شکل مقابل، قطر مربع هاشورخورده، کدام است؟



$\frac{3}{2\sqrt{3}}$  (۴)

$\frac{3}{2\sqrt{2}}$  (۳)

$\frac{4}{3\sqrt{2}}$  (۲)

$\frac{4}{2\sqrt{3}}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

پاسخ: (۲) گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله خط را می‌نویسیم و سپس نقطه  $(-x, -x)$  را در آن قرار می‌دهیم.

$y = -8x - 6$

$-x = -8(-x) - 6 \Rightarrow 9x = 6 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$

$\text{قطر} = \sqrt{2}x = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{4}{3\sqrt{2}}$

۷۱

برای چند مقدار صحیح  $m$ ، هر دو ریشه معادله  $-x^2 + 5x + m = 0$  کوچک‌تر از  $\frac{9}{4}$  است؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۴

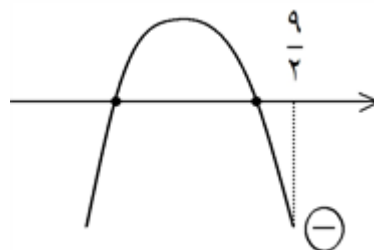
۴) ۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

پاسخ: ۳ گزینه صحیح است.

۷۲

$$\begin{cases} f\left(\frac{9}{4}\right) < 0 \Rightarrow -\left(\frac{9}{4}\right)^2 + 5\left(\frac{9}{4}\right) + m < 0 \\ \Rightarrow -\frac{81}{4} + \frac{45}{2} + m < 0 \\ \Rightarrow m < -\frac{9}{4} = -2\frac{1}{4} \\ \Delta > 0 \Rightarrow 25 + 4m > 0 \Rightarrow m > -\frac{25}{4} = -6\frac{1}{4} \\ -6\frac{1}{4} < m < -2\frac{1}{4} \Rightarrow m = -6, -5, -4, -3 \end{cases}$$



در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف و منفی  $a$ ، بیشترین مقدار سهمی  $y = ax^2 + x + 2a$  برابر  $-\frac{1}{4}$  است؟

۱) ۳

۲) هیچ مقدار  $a$

۳) ۲

۴) ۱

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۴ گزینه صحیح است.  $x_s = -\frac{1}{2a}$  راس سهمی

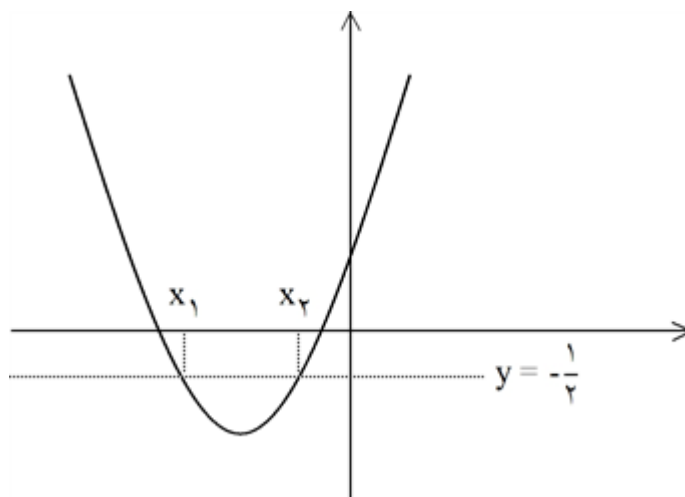
$$y_s = a\left(-\frac{1}{2a}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2a}\right) + 2a = \frac{1}{4a} - \frac{1}{2a} + 2a = -\frac{1}{4} \Rightarrow 8a^2 + 2a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \text{ ق ق} \\ a = \frac{1}{8} \text{ غ ق} \Rightarrow \text{بیشترین مقدار ندارد} \end{cases}$$

تذکر: در اصل سؤال، به مقدار منفی  $a$  اشاره نشده بود که در این صورت به ازای  $\frac{1}{8} < a \leq 0$  و محدود کردن

دامنه می‌توان به ماکزیمم  $-\frac{1}{4}$  رسید و در این حالت بی‌شمار مقدار برای  $a$  وجود دارد که در گزینه‌ها موجود

نیست! به طور مثال اگر  $a = \frac{1}{8}$  آنگاه:  $y = \frac{1}{8}x^2 + x + \frac{1}{4} = \frac{1}{8}(x^2 + 8x + 2)$



با محدود کردن دامنه به فاصله  $[x_1, x_2]$  ماکزیمم سهمی  $-\frac{1}{4}$  می‌شود.

۷۳



نقطه  $A(-5, -1)$  یک رأس مثلثی است که یک ضلع آن روی خط  $x - 2y = 1$  قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس  $A$  از این خط بوده و نقطه  $(-4, -2)$  داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه سوم محورهای مختصات کدام است؟

۱) ۴

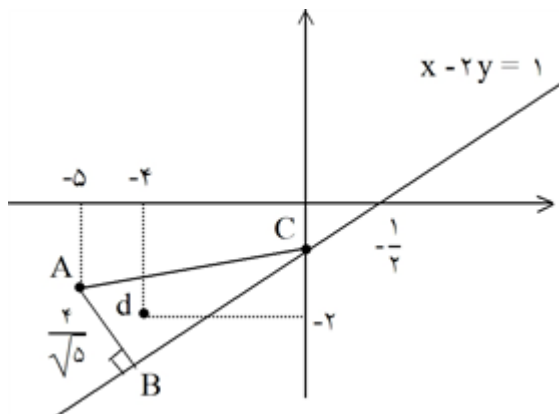
۲)  $4/2$

۳) ۶

۴)  $6/4$

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



۷۴

$$AB \text{ خط: } y + 2x + 11 = 0 \Rightarrow B(-4/2, -2/4)$$

$$L \text{ خط: } x - 2y = 1$$

$$C(0, -\frac{1}{2})$$

$$AB \text{ خط تا } C \text{ فاصله نقطه } \Rightarrow \frac{|-\frac{1}{2} + 0 + 11|}{\sqrt{5}} = \frac{21}{\sqrt{5}}$$

$$S = \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{21}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{2} = \frac{21}{5} = 4/2 \text{ مساحت مثلث}$$

اگر  $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$  باشد، حاصل عبارت  $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2$  کدام است؟

۱) صفر

۲) ۱

۳)  $\frac{a}{4}$

۴)  $\frac{a}{2}$

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۷۵

$$\underbrace{(\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4})}_2 \underbrace{(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4})}_t = (x+a) - (x-4) = a+4$$

$$2t = a+4 \Rightarrow t = \frac{a+4}{2} = \frac{a}{2} + 2 \Rightarrow \sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2 = \frac{a}{2}$$

در یک مستطیل، نقاط  $A(5, 2)$  و  $C(4, -1)$  دو رأس غیرمجاور و دو رأس  $B$  و  $D$  روی خط  $3y = x - 3$  واقع‌اند. اختلاف طول نقاط  $B$  و  $D$  کدام است؟

۱ ☐

۲ ☐ ۳/۵

۳ ☐ ۱

۴ ☐ ۱/۵

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۷۶

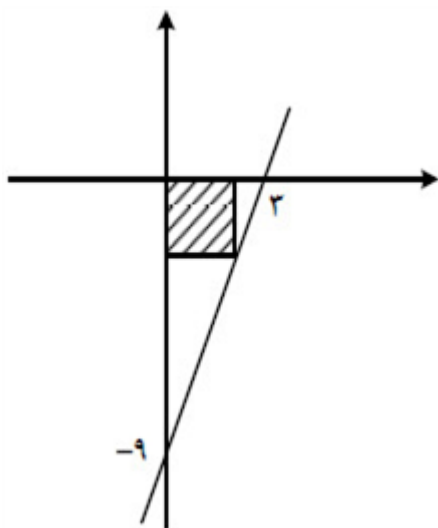
$$\left. \begin{aligned} BD = AC &\Rightarrow \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{10} \\ \begin{aligned} x_B - 3y_B &= 3 \\ x_D - 3y_D &= 3 \end{aligned} &\Rightarrow x_B - x_D = 3(y_B - y_D) \end{aligned} \right\}$$

$$9(y_B - y_D)^2 + (y_B - y_D)^2 = 10 \Rightarrow (y_B - y_D)^2 = 1 \Rightarrow |y_B - y_D| = 1$$

$$\Rightarrow |x_B - x_D| = 3 \times 1 = 3$$

در شکل مقابل، قطر مربع هاشورخورده، کدام است؟

۷۷



۴ ☐  $\frac{9}{\sqrt{2}}$

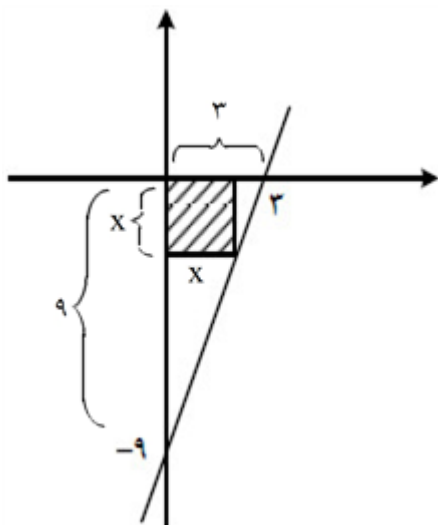
۳ ☐  $\frac{9}{2\sqrt{2}}$

۲ ☐  $\frac{3}{5}\sqrt{2}$

۱ ☐  $\frac{2}{5}\sqrt{2}$

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\text{تالس: } \frac{3}{x} = \frac{9}{9-x} \Rightarrow 27 - 3x = 9x \Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

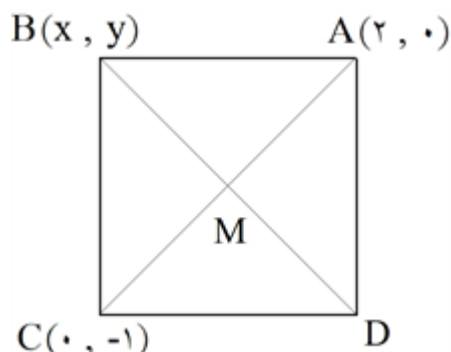
$$\text{قطر} = x\sqrt{2} = \frac{9\sqrt{2}}{4} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$$

نقاط  $A(2, 0)$  و  $C(0, -1)$  دو رأس یک مربع و روی یک قطر هستند. کدام نقطه یک رأس مربع روی قطر دیگر است؟

- ۱  $(0, \frac{3}{2})$  ۲  $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$  ۳  $(\frac{3}{4}, -\frac{5}{4})$  ۴  $(\frac{5}{4}, \frac{1}{4})$

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



AC وسط  $M(1, -\frac{1}{2})$

$$\text{شیب خط AC} = \frac{0 - (-1)}{2 - 0} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_{BD} = -2$$

$$\text{BD معادله خط: } y - \left(-\frac{1}{2}\right) = -2(x - 1) \Rightarrow y = -2x + \frac{3}{2}$$

$$AC = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} \Rightarrow MB = MD = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$MB = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + \left(-2x + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5(x - 1)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow |x - 1| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = -\frac{3}{2} \Rightarrow B\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right) \\ x - 1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow D\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

برای چند مقدار صحیح  $m$ ، هر دو ریشه معادله  $2x^2 + 7x + m = 0$  بزرگتر از ۳- است؟

- ۱ ۴ ۲ ۳ ۳ ۱ ۴ صفر

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\alpha, \beta > -3 \Rightarrow S > -6, \Delta > 0 \Rightarrow m < \frac{49}{8} = 6.125$$

$$-\frac{7}{2} > -6 \checkmark \quad 49 - 8m > 0$$

x	(-3)	$\alpha$	$\beta$	
$2x^2 + 7x + m$	+	○	○	+

$$f(-3) > 0 \Rightarrow 18 - 21 + m > 0 \Rightarrow m > 3 \Rightarrow 3 < m < \frac{49}{8} \Rightarrow m \in \{4, 5, 6\} \text{ مقادیر صحیح}$$

برای چند مقدار صحیح و یک رقمی  $a$ ، جواب معادله  $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a$ ، عددی صحیح است؟

۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اولاً  $a = ۰$  قابل قبول است؛ زیرا در این صورت  $x = ۰$  جواب صحیح معادله است.

از طرفی اگر  $a \neq ۰$  باشد، داریم:

$$\sqrt{x} + \sqrt{x-a} \geq ۰ \Rightarrow a \geq ۰$$

$$\sqrt{x-a} = a - \sqrt{x} \xrightarrow{\text{توان}^۲} x-a = a^2 + x - ۲a\sqrt{x} \Rightarrow ۲a\sqrt{x} = a^2 + a \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{a+1}{۲}$$

$$x = \left( \frac{a+1}{۲} \right)^2$$

برای اینکه  $x$  عددی صحیح باشد، لازم است  $a$  عددی فرد باشد که در بین اعداد طبیعی یکرقمی مقادیر ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ قابل قبول اند. پس در مجموع ۶ مقدار صحیح و یکرقمی برای  $a$  قابل قبول است.

۸۰

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  صفرهای سهمی  $y = ۲۵\alpha x^2 + ۴x + \beta$  و  $\beta > \alpha$  باشد، رأس این سهمی در کدام ناحیه از صفحه مختصات قرار دارد؟

اول (۱)

دوم (۲)

سوم (۳)

چهارم (۴)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{-۴}{۲۵\alpha} \quad (۱)$$

$$۲۵\alpha^2 = ۱ \Rightarrow \alpha = \pm \frac{1}{۵}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{\beta}{۲۵\alpha} \Rightarrow \begin{cases} \beta = ۰ \Rightarrow \alpha = \frac{-۴}{۲۵\alpha} \Rightarrow ۲۵\alpha^2 = -۴ \Rightarrow \alpha^2 = \frac{-۴}{۲۵} \end{cases}$$

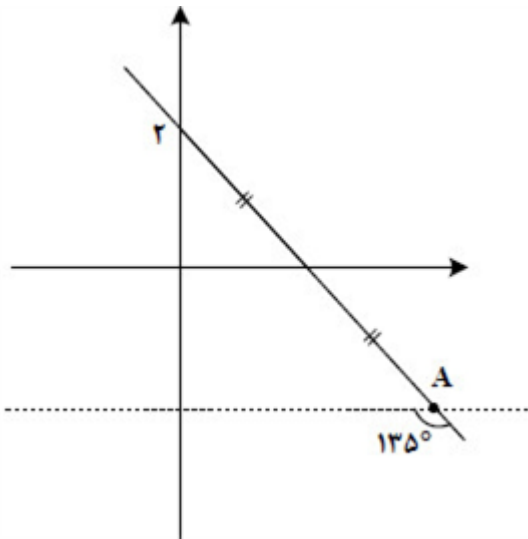
$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{۵} \xrightarrow{(۱)} \frac{1}{۵} + \beta = -\frac{۴}{۲۵} \Rightarrow \beta = -۱ & \beta < \alpha \text{ ق ق غ} \\ \alpha = -\frac{1}{۵} \xrightarrow{(۱)} -\frac{1}{۵} + \beta = \frac{۴}{۲۵} \Rightarrow \beta = ۱ & \beta > \alpha \text{ ق ق غ} \end{cases}$$

$$y = -۵x^2 + ۴x + ۱ \Rightarrow \begin{cases} x_S = \frac{-b}{۲a} = \frac{۲}{۵} > ۰ \\ y_S = -\frac{\Delta}{۴a} \xrightarrow{\Delta > ۰} y_S > ۰ \end{cases} \Rightarrow \text{رأس سهمی در ناحیه اول قرار دارد.}$$

۸۱



در شکل مقابل، فاصله نقطه A از مبدأ مختصات کدام است؟



۴  $5\sqrt{2}$

۳  $4\sqrt{3}$

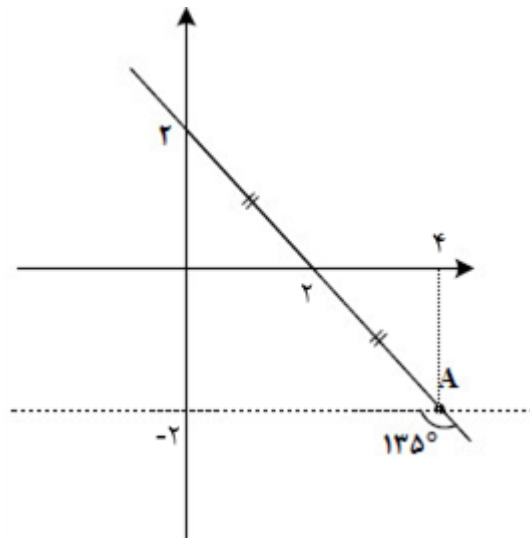
۲  $3\sqrt{6}$

۱  $2\sqrt{5}$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۸۲ پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

معادله خط داده شده  $y = 2 - x$  است؛ زیرا شیب آن برابر  $\tan 135^\circ = -1$  است. حال طبق شکل مقابل مختصات نقطه A به صورت  $A(4, -2)$  است و فاصله آن از مبدأ مختصات برابر  $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$  است.



نقاط  $(3, -4)$  و  $(-1/5, -4)$  روی یک تابع درجه دوم واقع هستند. مجموع صفرهای این تابع در صورت وجود، کدام است؟

۴  $\frac{5}{4}$

۳  $\frac{5}{2}$

۲  $\frac{3}{4}$

۱  $\frac{3}{2}$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۸۳ پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در یک سهمی، اگر دو نقطه هم‌عرض داشته باشیم، طول رأس سهمی میانگین

طول این دو نقطه است. در این سؤال طول رأس سهمی  $x_S = \frac{3}{4}$  است و در نتیجه مجموع صفرهای سهمی

برابر  $2x_S = \frac{3}{2}$  است.

$$x_S = \frac{-1/5 + 3}{2} = \frac{1/5}{2} = \frac{3}{4}$$

اختلاف ریشه‌های معادله  $x^2 + 2kx + 5 = 0$  برابر  $\frac{4}{3}k$  است. مقدار  $\left[\frac{k^2}{2}\right]$  کدام است؟

- ۱) صفر      ۲) ۱      ۳) ۳      ۴) ۴

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اختلاف ریشه‌های معادله برابر  $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \sqrt{\Delta}$  است.

$$\Rightarrow |x_2 - x_1| = \sqrt{4k^2 - 20} = 2\sqrt{k^2 - 5}$$

که باید برابر  $\frac{4}{3}k$  قرار دهیم:

$$2\sqrt{k^2 - 5} = \frac{4}{3}k \Rightarrow \sqrt{k^2 - 5} = \frac{2k}{3} \Rightarrow k^2 - 5 = \frac{4k^2}{9} \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow \left[\frac{k^2}{2}\right] = [9/5] = 4$$

۸۴

صفرهای تابع  $y = mx^2 - 4x - (m + 4)$  و نقطه تقاطع آن با محور  $y$ ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر ۳ باشد، اختلاف طول رأس سهمی‌های رسم شده توسط مقادیر مختلف  $m$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{7}{2}$       ۲)  $\frac{9}{4}$       ۳)  $\frac{7}{4}$       ۴)  $\frac{9}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$mx^2 - 4x - (m + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{m+4}{m} \end{cases} \Rightarrow |x_2 - x_1| = \left| \frac{m+4}{m} + 1 \right| = \left| \frac{2(m+2)}{m} \right|$$

$$f(0) = -(m + 4) \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left| \frac{2(m+2)}{m} \right| \times |m + 4| = 3$$

$$\left| \frac{m^2 + 6m + 8}{m} \right| = 3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{m^2 + 6m + 8}{m} = 3 \Rightarrow m^2 + 3m + 8 = 0 \\ \frac{m^2 + 6m + 8}{m} = -3 \Rightarrow m^2 + 9m + 8 = 0 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} m = -1 &\Rightarrow x_S = \frac{4}{-1} = -4 \\ m = -8 &\Rightarrow x_S = \frac{4}{-8} = -\frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \text{اختلاف} = \left| -\frac{1}{2} + 4 \right| = \frac{7}{2}$$

۸۵



نقاط  $A(x, y)$ ,  $B(-1-x, y-3)$ ,  $C(0, -3)$  و  $D(-4, 0)$  رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های A و B مجاور باشند، مساحت مستطیل کدام است؟

۱۲/۵ (۴)

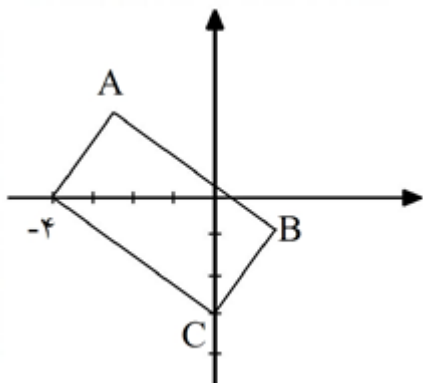
۱۵ (۳)

۱۵/۵ (۲)

۱۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$m_{AB} = m_{CD} \Rightarrow \frac{y-y+3}{x+1+x} = -\frac{3}{4} \Rightarrow 2x+1 = -4$$

$$\Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

$$BC \perp CD \Rightarrow m_{BC} \cdot m_{CD} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{y}{-1+\frac{5}{2}} \times -\frac{3}{4} = -1 \Rightarrow y = 2$$

$$A\left(-\frac{5}{2}, 2\right), B\left(\frac{3}{2}, -1\right) \Rightarrow BC = \frac{5}{2}, AB = 5 \Rightarrow S = 5 \times \frac{5}{2} = 12/5$$

۸۶

از تقسیم اندازه قطر یک مستطیل به طول آن، عدد طلایی حاصل می‌شود. مجذور نسبت طول به عرض مستطیل کدام است؟

$\frac{2}{3+\sqrt{5}}$  (۴)

$\frac{2}{1+\sqrt{5}}$  (۳)

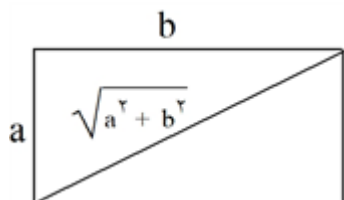
$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$  (۲)

$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۸۷



$$\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \Rightarrow \frac{a^2+b^2}{b^2} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{2}{1+\sqrt{5}}$$



نقطه  $(-6, 3)$  یکی از رئوس متوازی الاضلاعی است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط  $x - 3y = 4$  و  $x + 4y = -3$  هستند. بیشترین فاصله وسط قطر با اضلاع کدام است؟

$$\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{5}} \quad \text{۴}$$

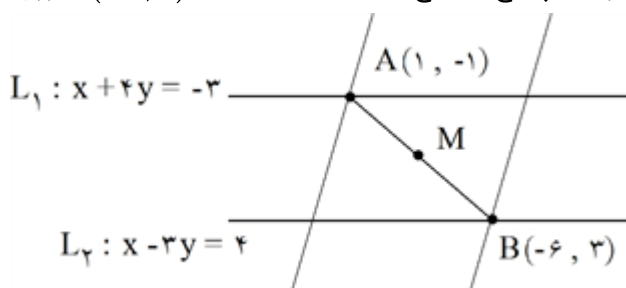
$$\frac{\sqrt{65}}{2} \quad \text{۳}$$

$$\frac{19}{\sqrt{10}} \quad \text{۲}$$

$$\frac{19}{2\sqrt{10}} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دقت کنید که  $B(-6, 3)$  روی هیچکدام از دو خط ذکر شده نیست.



۸۸

$$\begin{cases} y = \frac{x-4}{4} \\ y = \frac{-x-3}{4} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقاطع}} \frac{x-4}{4} = \frac{-x-3}{4} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -1$$

$$A(1, -1)$$

$$L_1 \text{ فاصله از خط } M\left(-\frac{5}{2}, 1\right) \Rightarrow \frac{\left|-\frac{5}{2} + 4 + 3\right|}{\sqrt{17}}$$

$$L_2 \text{ فاصله از خط } \Rightarrow \frac{\left|-\frac{5}{2} - 3 - 4\right|}{\sqrt{10}} = \frac{19}{2\sqrt{10}}$$

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $3x^2 - 12x - a = 0$  و  $2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7$  باشد، مقدار  $a$  چند برابر ریشه بزرگ‌تر معادله است؟

$$-9 \quad \text{۴}$$

$$9 \quad \text{۳}$$

$$-3 \quad \text{۲}$$

$$3 \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$3x^2 - 12x - a = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - \frac{a}{3} = 0$$

$$\alpha + \beta = 4 \Rightarrow \beta = 4 - \alpha$$

$$\alpha^2 - 4\alpha - \frac{a}{3} = 0 \Rightarrow \alpha^2 = 4\alpha + \frac{a}{3}$$

$$\beta^2 = 4\beta + \frac{a}{3} = 4(4 - \alpha) + \frac{a}{3} = 16 - 4\alpha + \frac{a}{3}$$

$$2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7 \Rightarrow \cancel{\alpha^2} + \frac{2a}{3} + 16 - \cancel{4\alpha} + \frac{a}{3} - \cancel{4\alpha} = 7$$

$$\Rightarrow a = -9 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{\beta} = \frac{-9}{3} = -3$$

۸۹





مجموع ریشه‌های معادله  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2-x)^2} = \frac{40}{9}$  کدام است؟

۴/۵ (۴)

۴ (۳)

۲/۵ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{(2-x)^2 + x^2}{x^2(2-x)^2} = \frac{40}{9} \Rightarrow \frac{4-4x+2x^2}{(2x-x^2)^2} = \frac{40}{9}$$

$$\frac{4-2t}{t^2} = \frac{40}{9} \Rightarrow \frac{2-t}{t^2} = \frac{20}{9} \Rightarrow 20t^2 + 9t - 18 = 0 \Rightarrow \Delta = 1521 \Rightarrow \frac{-9 \pm \sqrt{1521}}{40}$$

$$= \frac{2}{4}, -\frac{12}{10} = t$$

$$\begin{cases} -x^2 + 2x = -\frac{12}{10} \Rightarrow -x^2 + 2x + \frac{12}{10} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = 2 \\ -x^2 + 2x - \frac{2}{4} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = 2 \xrightarrow{\text{جواب}} 2 + 2 = 4 \end{cases}$$

۹۰

نقاط  $A(-1, 4)$ ,  $B(3, 1)$ ,  $C(x, y)$  و  $D(-1-x, y+3)$  رؤوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های  $D$  و  $C$  مجاور باشند، محیط مستطیل کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{4-1}{-1-3} = \frac{-3}{2x+1} \Rightarrow 2x+1 = 4 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$AB \perp BC \Rightarrow \frac{-3}{4} \times \frac{y-1}{-\frac{3}{2}} = -1 \Rightarrow \frac{y-1}{2} = -1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow C\left(\frac{3}{2}, -1\right)$$

$$\text{محیط} = 2(AB + BC) = 2\left(5 + \frac{5}{2}\right) = 15$$

۹۱

ریشه‌های معادله  $x^2 - ax + b = 0$  نیم‌واحد از ریشه‌های معادله  $2ax^2 + ax - 6 = 0$  بیشتر است. مقدار  $\left[\frac{ab}{4}\right]$  کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

-۱ (۴)

-۲ (۳)

-۳ (۲)

-۴ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\alpha + \beta = \alpha' + \beta' + 1 \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{-a}{2a} + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow 2x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha', \beta' = -2, \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha, \beta = -\frac{3}{2}, 2 \Rightarrow \frac{b}{2} = \alpha\beta = -3 \Rightarrow b = -6$$

$$\left[\frac{ab}{4}\right] = \left[-\frac{6}{4}\right] = -2$$

۹۲



صفرهای تابع  $y = 2x^2 - (m+2)x + m$  و نقطه تقاطع آن با محور عرض‌ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر  $\frac{3}{4}$  باشد، کدام می‌تواند طول رأس سهمی  $y = x^2 - mx + 1$  باشد؟

- ☐ ۱  $\frac{1}{4}$ 
☐ ۲  $\frac{2}{3}$ 
☐ ۳  $-\frac{3}{4}$ 
☐ ۴  $-\frac{1}{2}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۹۳

$$2x^2 - (m+2)x + m = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} x=1, \frac{m}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left| m \left( \frac{m}{2} - 1 \right) \right|$$

محور عرض:  $y(0) = m$

$$\Rightarrow \left| m \left( \frac{m}{2} - 1 \right) \right| = \frac{3}{2} \Rightarrow |m(m-2)| = 3 \begin{cases} m = -1 \Rightarrow \frac{m}{2} = -\frac{1}{2} \checkmark \\ m = 3 \Rightarrow \frac{m}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

نقطه  $(\frac{4}{5}, 2)$  رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط  $4x + y = 3$  و  $x - 4y = 5$  هستند. بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع کدام است؟

- ☐ ۱  $\frac{\sqrt{17}}{2}$ 
☐ ۲  $\frac{\sqrt{17}}{4}$ 
☐ ۳  $2\sqrt{17}$ 
☐ ۴  $\sqrt{17}$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو خط  $4x + y = 3$  و  $x - 4y = 5$  بر هم عمودند و نقطه  $(\frac{4}{5}, 2)$  روی هیچ‌کدام از آن‌ها نیست، پس فاصله این نقطه از خط‌های داده شده اضلاع مستطیل را می‌دهد:

۹۴

$$a = \frac{|4 \times (\frac{4}{5}) + 2 - 3|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{17}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$$

فاصله  $(\frac{4}{5}, 2)$  از خط اول

$$b = \frac{|\frac{4}{5} - 4(2) - 5|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{8/5}{\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

فاصله نقطه از خط دوم

فاصله وسط قطراز هر ضلع (طبق تعمیم قضیه تالس) برابر نصف ضلع دیگر است، پس بیشترین فاصله

موردنظر  $\frac{\sqrt{17}}{2}$  است.

نسبت طول به عرض یک مستطیل، ۵ به ۴ است. با افزایش طول مستطیل، یک مستطیل طلایی خواهیم داشت. نسبت مساحت مستطیل طلایی به مستطیل اولیه کدام است؟

- ☐ ۱  $\frac{5}{3} + \sqrt{5}$ 
☐ ۲  $\frac{5}{2}(1 + \sqrt{5})$ 
☐ ۳  $\frac{5}{6} + \frac{5}{2}\sqrt{5}$ 
☐ ۴  $\frac{5}{4}(1 + \sqrt{5})$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۹۵

طول مستطیل جدید  $x = 2(\sqrt{5} + 1)$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{4 \times 2(\sqrt{5} + 1)}{4 \times 5} = \frac{5}{4}(\sqrt{5} + 1)$$

نسبت طلایی  $= \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \Rightarrow x = 2(\sqrt{5} + 1)$



$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|4(-2) - 3(4) + 12|}{\sqrt{(4)^2 + (-3)^2}} = \frac{|-8|}{\sqrt{25}} = \frac{8}{5}$$

۱

$$\sqrt{x+1} = x-5 \Rightarrow x+1 = (x-5)^2 \Rightarrow x+1 = x^2 - 10x + 25 \Rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x-8) = 0 \Rightarrow x=3 \text{ (غ ق ق)} \quad x=8 \text{ (ق ق ق)}$$

۲

۳  $c < 0$  (منفی) و  $b > 0$  (مثبت)

۳

دنباله حسابی  $d = 6 \Rightarrow 12, 18, \dots, 96$

۴

$$\left. \begin{aligned} n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{96 - 12}{6} + 1 = 15 \quad \text{یا} \quad a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 96 = 12 + 6(n-1) \\ \Rightarrow \frac{84}{6} = n-1 \Rightarrow n-1 = 14 \Rightarrow n = 15 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \\ = \frac{15}{2}(12 + 96) = \frac{15}{2}(108) = 810 \end{aligned} \right\} \quad \text{یا} \quad \left. \begin{aligned} S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{15}{2}[2(12) + 6(15-1)] \\ = \frac{15}{2}(108) = 810 \end{aligned} \right\}$$

$$\sqrt{x+2} = x-4 \Rightarrow x+2 = x^2 - 8x + 16 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=7 \\ x=2 \text{ (غ ق ق)} \end{cases}$$

۵

$$S = \frac{2 - \sqrt{3}}{5} + \frac{2 + \sqrt{3}}{5} = \frac{4}{5}$$

۶ راه حل اول:

۶

$$P = \left( \frac{2 - \sqrt{3}}{5} \right) \left( \frac{2 + \sqrt{3}}{5} \right) = \frac{1}{25}$$

$$x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{1}{25} = 0$$

توجه: هر مضرب غیرصفر از معادله بالا صحیح است.

$$\left( x - \frac{2 - \sqrt{3}}{5} \right) \left( x - \frac{2 + \sqrt{3}}{5} \right) = x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{1}{25} = 0$$

راه حل دوم:

توجه: هر مضرب غیرصفر از معادله بالا صحیح است.

$$r = \frac{|12 + 3|}{\sqrt{16 + 9}}$$

$$S = 9\pi$$

۷

۸ نادرست

۸

$$\sqrt{2-x} = 1 - 2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} 2-x = 4x^2 - 4x + 1$$

$$4x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow \text{غیرقابل قبول} \\ x = \frac{-1}{4} \Rightarrow \text{قابل قبول} \end{cases}$$

۹

$$A(2, 0), x - y - 2 = 0$$

$$\text{فاصله نقطه از خط} = d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2 - 0 + 2|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{طول ضلع مربع} = d = 2\sqrt{2} \Rightarrow \text{مساحت} = d^2 = 8$$

۱۰

۱۱  $(-3, 6)$

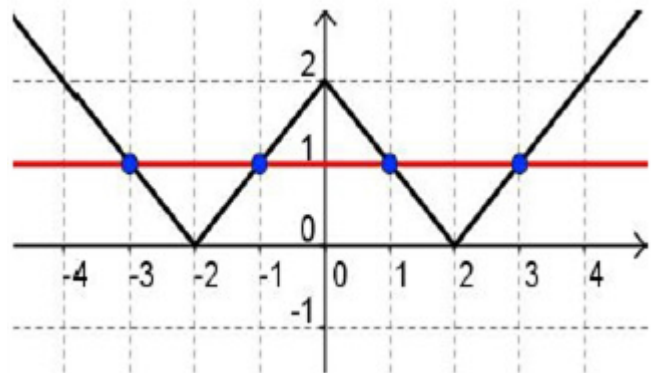
۱۲ درست

۱۳

$$x_1 = 2, x_1 + x_2 = 2 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = 2x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2b}{a}$$

$$2 + x_2 = -x_2 \Rightarrow x_2 = -1$$



۱۴

جوابهای معادله  $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 3, x_4 = -3$

$$\xrightarrow{4-x^2=u} u^2 + 2u - 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} u = 3 \\ u = -5 \end{cases}$$

$$4 - x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm 1, 4 - x^2 = -5 \Rightarrow x = \pm 3$$

۱۵

۱۶ a منفی / b منفی / c منفی

$$1, 2, 4, \dots \Rightarrow S_n = \frac{1(1 - 2^n)}{1 - 2} = 255 \Rightarrow 2^n = 256 \Rightarrow n = 8$$

۱۷

$$x^2 + 3x - 10 = 0 \quad 18$$

۱۹ نادرست

$$A(1, 0), x + y - k = 0 \Rightarrow d = \frac{|1 + 0 - k|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2} \Rightarrow |1 - k| = 2 \Rightarrow 1 - k = \pm 2 \Rightarrow k = -1, 3$$

۲۰



$$t = \frac{1}{x-2} \Rightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = -3, 1$$

$$\frac{1}{x-2} = -3 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{x-2} = 1 \Rightarrow x = 3 \text{ (ص ۱۹)}$$

۲۱

۲۲ ۲ و ۴ صفرهای تابع هستند.

$$y = a(x-2)(x-4) \xrightarrow{(\cdot, 2)} 2 = a(0-2)(0-4) \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}(x-2)(x-4) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$$

$$S_n > 450 \Rightarrow \frac{n}{2}[2(2) + 4(n-1)] > 450 \Rightarrow 2n^2 > 450 \Rightarrow n^2 > 225 \Rightarrow n > 15$$

۲۳

حداقل ۱۶ جمله را با هم جمع کنیم.

$$-2 < x < 4 \quad 24$$

۲۵ درست

$$2x = \sqrt{4x-1} \Rightarrow 4x^2 = 4x-1 \Rightarrow (2x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ ق ق}$$

۲۶

۲۷ درست.

$$x + \frac{1}{x} = -2 \xrightarrow{\times x} x^2 + 2x + 1 = 0 \\ \Rightarrow x = -1, x \neq 0$$

۲۸

۲۹ نادرست.

$$r = \frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|4(1)+3(2)+10|}{\sqrt{4^2+3^2}} = 4$$

۳۰



$$2x^2 - 10x + a = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{10}{2} = 5 \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{a}{2} \end{cases}$$

۳۱

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 5^2 - 2\left(\frac{a}{2}\right) = 25 - a$$

$$\xrightarrow{x=\alpha} 2\alpha^2 - 10\alpha + a = 0 \Rightarrow 2\alpha^2 - 10\alpha = -a \xrightarrow{\div 2} \alpha^2 - 5\alpha = -\frac{a}{2}$$

$$2\alpha^2 + \beta^2 - 5\alpha = 5 \Rightarrow \underbrace{\alpha^2 + \beta^2}_{25 - a} + \underbrace{\alpha^2 - 5\alpha}_{-\frac{a}{2}} = 5 \Rightarrow 25 - a - \frac{a}{2} = 5 \Rightarrow -\frac{3}{2}a = -18$$

$$\Rightarrow a = 12$$

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{5 - \sqrt{5}}{2} + \frac{5 + \sqrt{5}}{2} = \frac{10}{2} = 5 \\ P = \alpha\beta = \left(\frac{5 - \sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{5 + \sqrt{5}}{2}\right) = \frac{25 - 5}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

۳۲

$$x^2 - 5x + P = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + \frac{5}{2} = 0$$

$$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

۳۳

$$\sqrt{x+3} = x-3 \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}} x+3 = (x-3)^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = x+3$$

۳۴

$$x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ ق ق} \\ x=6 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$1, 16, 25, \dots, 96 \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 96 = 1 + (n-1)15$$

۳۵

$$\Rightarrow 15n - 1 + 1 = 96 \Rightarrow 15n = 96 \Rightarrow n = \frac{96}{15} = 12$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{12} = \frac{12}{2}(1 + 96) = \frac{12}{2}(107) = 12 \times 53 = 636$$

$$|x - (-2)| = 3 \Rightarrow |x + 2| = 3 \Rightarrow x + 2 = \pm 3$$

۳۶

$$\begin{cases} x + 2 = 3 \Rightarrow x = 1 \\ x + 2 = -3 \Rightarrow x = -5 \end{cases}$$

اگر طول از مبدأ ۴ باشد، یعنی خط از نقطه (۴, ۰) می‌گذرد.

۳۷

$$(4, 0) \Rightarrow (a-1) \times 4 - b(0) = 12 \Rightarrow 4a - 4 = 12 \Rightarrow 4a = 16 \Rightarrow a = 4$$

اگر عرض از مبدأ برابر ۲ باشد، یعنی خط از نقطه (۰, ۲) می‌گذرد.

$$(0, 2) \Rightarrow (a-1) \times 0 - b(2) = 12 \Rightarrow -2b = 12 \Rightarrow b = -6$$



$$\text{الف) } \frac{x}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{x+5}{x^2-4} \xrightarrow{\times(x+2)(x-2)} x(x-2) + x+2 = x+5$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + x + 2 - x - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ ق ق} \\ x = 3 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\text{ب) } \sqrt{x+2} = x-4 \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{طرفین تساوی به توان ۲}} x+2 = x^2 - 8x + 16$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ ق ق غ} \\ x = 7 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-2 + 5 + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$\sqrt{2x+1} + \sqrt{x} = 5 \Rightarrow \sqrt{2x+1} = 5 - \sqrt{x} \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{به توان ۲}} 2x+1 = 25 - 10\sqrt{x} + x$$

$$\Rightarrow 10\sqrt{x} = 24 - x \xrightarrow{\sqrt{x}=t} 10t = 24 - t^2 \Rightarrow t^2 + 10t - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (t+12)(t-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -12 \text{ ق ق غ} \\ t = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

اگر طول از مبدأ ۲ باشد، یعنی خط از نقطه  $(2, 0)$  می‌گذرد.

$$(2, 0) \Rightarrow (m-2) \times 2 + 2n(0) = 10 \Rightarrow 2m - 4 = 10 \Rightarrow 2m = 14 \Rightarrow m = 7$$

اگر عرض از مبدأ برابر ۳ باشد، یعنی خط از نقطه  $(0, 3)$  می‌گذرد.

$$(0, 3) \Rightarrow (m-2) \times 0 + 2n(3) = 10 \Rightarrow 6n = 10 \Rightarrow n = \frac{10}{6} \Rightarrow n = \frac{5}{3}$$

ابتدا باید نقطه وسط AB را محاسبه کنیم و فاصله C تا M (وسط AB) برابر طول پاره خط است.

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right) \Rightarrow M\left(\frac{3-1}{2}, \frac{4+2}{2}\right) \Rightarrow M(1, 3)$$

$$CM = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-1-3)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

ابتدا شیب خط AC را به دست می‌آوریم و سپس قرینه و معکوس می‌کنیم.

$$m_{AC} = \frac{5-0}{-1-9} = \frac{5}{-10} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m_{BH} = 2$$

$$y - y_B = m(x - x_B) \Rightarrow y - 4 = 2(x - 0) \Rightarrow y = 2x + 4$$

معادله ارتفاع BH برابر  $y = 2x + 4$  است.

$$\xrightarrow{x^2=t} t^2 - 7t + 10 = 0 \Rightarrow (t-2)(t-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \\ t = 5 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$$

۳۸

۳۹

۴۰

۴۱

۴۲

۴۳

۴۴



$$14, 21, \dots, 98 \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 98 = 14 + (n-1)7$$

۴۵

$$\Rightarrow 7n - 7 + 14 = 98 \Rightarrow 7n = 91 \Rightarrow n = \frac{91}{7} = 13$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{13} = \frac{13}{2}(14 + 98) = \frac{13}{2} \times 112 = 13 \times 56 = 728$$

$$\xrightarrow{t=x^2} t^2 - \Delta t + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-\Delta)^2 - 4(1)(1) = 21$$

۴۶

$$\Rightarrow t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\Delta \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$\begin{cases} t = \frac{\Delta + \sqrt{21}}{2} > 0 \Rightarrow x^2 = \frac{\Delta + \sqrt{21}}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{\Delta + \sqrt{21}}{2}} \\ t = \frac{\Delta - \sqrt{21}}{2} > 0 \Rightarrow x^2 = \frac{\Delta - \sqrt{21}}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{\Delta - \sqrt{21}}{2}} \end{cases}$$

$$\frac{f \circ g(\cdot)}{g \circ f(\cdot)} = \frac{f(g(\cdot))}{g(f(\cdot))} = \frac{f\left(\frac{1}{\cdot}\right)}{g(\Delta)} = \frac{\Delta - \frac{1}{\cdot}}{\frac{\Delta+1}{\sqrt{\Delta+5}}} = \frac{\frac{\Delta-\frac{1}{\cdot}}{1}}{\frac{\Delta+1}{\sqrt{\Delta+5}}} = \frac{\frac{\Delta-\frac{1}{\cdot}}{1}}{\frac{\Delta+1}{\sqrt{\Delta+5}}} = \frac{27}{12} = \frac{9}{4}$$

الف ۴۷

$$D_f = \mathbb{R}$$

ب

$$D_g : x + x > 0 \Rightarrow x > -x \Rightarrow D_g = (-x, +\infty)$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid \Delta - |x| > -x\}$$

(۱)

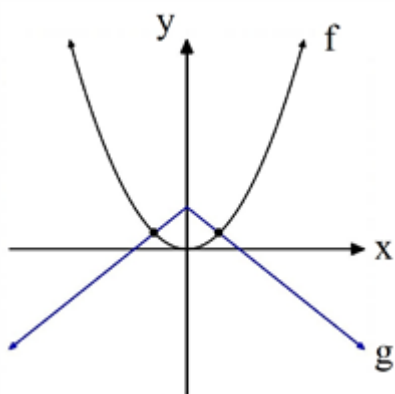
↓

$$-|x| > -\Delta \Rightarrow |x| < \Delta \Rightarrow -\Delta < x < \Delta \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} D_{g \circ f} = (-\Delta, \Delta)$$

$$x^2 + |x| - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 - |x| \Rightarrow \begin{cases} f(x) = x^2 \\ g(x) = 1 - |x| \end{cases}$$

۴۸



معادله دو ریشه دارد.



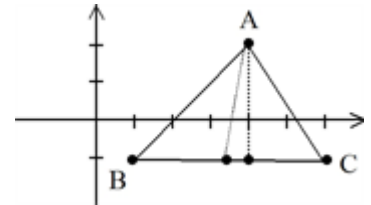


با توجه به شکل روبه‌رو BC موازی محور طول‌ها و AH عمود بر آن است، لذا می‌توان مختصات نقطه‌ی H را به صورت زیر به دست آورد:

$$H \begin{vmatrix} ۴ \\ -۱ \end{vmatrix}$$

هم‌چنین M وسط BC است، پس:

$$M \begin{vmatrix} \frac{۴+۱}{۲} = \frac{۵}{۲} \\ \frac{-۱+(-۱)}{۲} = -۱ \end{vmatrix} \Rightarrow M \begin{vmatrix} \frac{۵}{۲} \\ -۱ \end{vmatrix} \Rightarrow MH = \left| ۴ - \frac{۵}{۲} \right| = \frac{۳}{۲}$$



نقطه‌ی M را روی خط  $y = ۲x$  در نظر می‌گیریم:

$$M \begin{vmatrix} x \\ ۲x \end{vmatrix} : MO + MA = ۵$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + (۲x)^2} + \sqrt{(x-۲)^2 + (۲x-۴)^2} = ۵ \Rightarrow \sqrt{۵x^2} + \sqrt{۵(x-۲)^2} = ۵$$

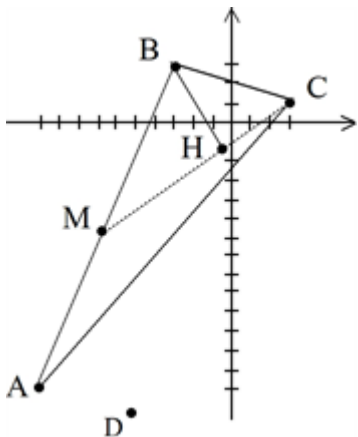
$$\Rightarrow \sqrt{۵}|x| + \sqrt{۵}|x-۲| = ۵ \Rightarrow |x| + |x-۲| = \sqrt{۵}$$

ق ق  $x < ۰ : -x - x + ۲ = \sqrt{۵} \Rightarrow ۲x = ۲ - \sqrt{۵} \Rightarrow x = ۱ - \frac{\sqrt{۵}}{۲}$

غیرممکن است  $۰ \leq x \leq ۲ : x - x + ۲ = \sqrt{۵} \Rightarrow ۲ = \sqrt{۵}$

ق ق  $x > ۲ : x + x - ۲ = \sqrt{۵} \Rightarrow ۲x = ۲ + \sqrt{۵} \Rightarrow x = ۱ + \frac{\sqrt{۵}}{۲}$

$$\Rightarrow M \begin{vmatrix} ۱ - \frac{\sqrt{۵}}{۲} \\ ۲ - \sqrt{۵} \end{vmatrix} \text{ یا } M \begin{vmatrix} ۱ + \frac{\sqrt{۵}}{۲} \\ ۲ + \sqrt{۵} \end{vmatrix}$$



$$AB \text{ وسط } M \begin{vmatrix} \frac{-۱۰+۳}{۲} = \frac{-۱۳}{۲} \\ \frac{-۱۳+۳}{۲} = -۵ \end{vmatrix}, m_{MC} = \frac{۱-(-۵)}{۳-\left(\frac{-۱۳}{۲}\right)} = \frac{۶}{\frac{۱۹}{۲}} = \frac{۱۲}{۱۹}$$

$$y - ۱ = \frac{۱۲}{۱۹}(x - ۳) \Rightarrow ۱۹y - ۱۹ = ۱۲x - ۳۶$$

$$\Rightarrow ۱۲x - ۱۹y - ۱۷ = ۰ \text{ معادله خط میانه CM}$$

$$BH = \frac{|۱۲(-۳) - ۱۹(۳) - ۱۷|}{\sqrt{۱۲^2 + ۱۹^2}} = \frac{۱۱۰}{\sqrt{۵۰۵}}$$

ب) می‌دانیم در هر متوازی‌الاضلاع، قطرهای هم‌دیگر را نصف می‌کنند لذا وسط AC و وسط BD بر هم منطبق هستند. پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{vmatrix} \frac{-۳+x_D}{۲} \\ \frac{۳+y_D}{۲} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{-۱۰+۳}{۲} \\ \frac{-۱۳+۱}{۲} \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -۳ + x_D = -۷ \Rightarrow x_D = -۴ \\ ۳ + y_D = -۱۲ \Rightarrow y_D = -۱۵ \end{cases}$$



$$ax + 4y - 1 = 0$$

$$AH = \frac{|a(1) + 4(2) - 1|}{\sqrt{a^2 + 4^2}} = \frac{|a + 4|}{\sqrt{a^2 + 16}} = 2 \Rightarrow 2\sqrt{a^2 + 16} = |a + 4|$$

$$\Rightarrow (2\sqrt{a^2 + 16})^2 = |a + 4|^2 \Rightarrow 4a^2 + 64 = a^2 + 16a + 16 \Rightarrow 3a^2 - 16a + 48 = 0$$

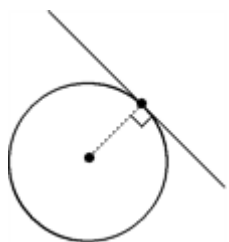
$$\Rightarrow \frac{1}{3}(3a - 4)(3a - 12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3a = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{3} \\ 3a = 12 \Rightarrow a = 4 \end{cases}$$

الف)  $R = OS = \sqrt{x^2 + 4^2} = 10 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$

ب)  $S\left(\frac{6}{4}, P\right)^{-10} \Rightarrow m_{PS} = \frac{0 - 4}{-10 - 6} = \frac{-4}{-16} = \frac{1}{4}$

$S\left(\frac{6}{4}, Q\right)^{10} \Rightarrow m_{SQ} = \frac{0 - 4}{10 - 6} = \frac{-4}{4} = -1$

پ)  $m_{PS} \times m_{SQ} = \frac{1}{4} \times (-1) = -\frac{1}{4} \Rightarrow PS \perp SQ \Rightarrow \widehat{PSQ} = 90^\circ$



$$4x + 3y - 5 = 0$$

$$R = \frac{|4(-1) + 3(2) - 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{2}{5}$$

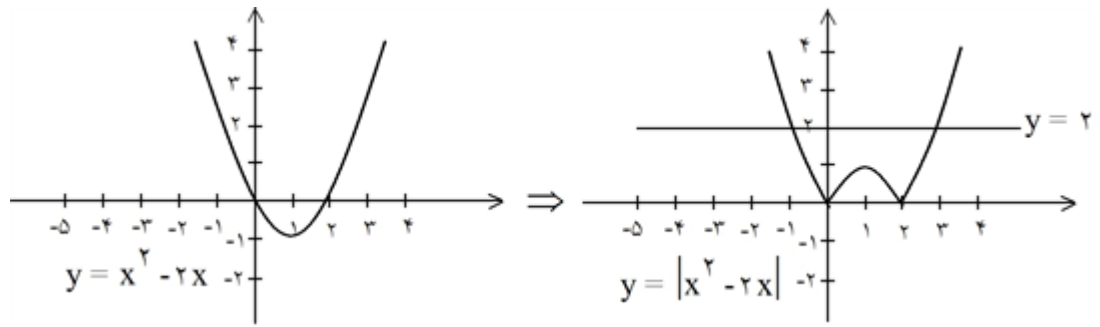
الف)  $x^2 - 4x - 20 = 0 \Rightarrow (x - 10)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow A\left(-\frac{2}{4}, B\right)^{10}$

ب)  $AB = |10 - (-2)| = 12$

پ) راس سهمی  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow y_{\min} = (2)^2 - 4(2) - 20 = -32$

بیشترین ضخامت عدسی:  $|y_{\min}| = |-32| = 32$





۵۶

معادله ۲ جواب دارد: یک جواب بین ۰ و ۱ و یک جواب هم بین ۲ و ۳

روش جبری:

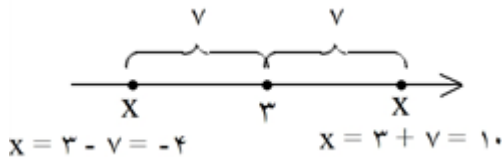
$$|x^2 - 2x| = 2 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = 2 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 : \Delta = 4 + 8 = 12^* \\ x^2 - 2x = -2 \Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0 : \Delta = 4 - 8 = -4 \text{ ریشه حقیقی ندارد} \end{cases}$$

$$\rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 1 \pm \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{3} = 2.73 \\ x = 1 - \sqrt{3} = -0.73 \end{cases}$$

$$|x - 3| = 7$$

الف) ۵۷

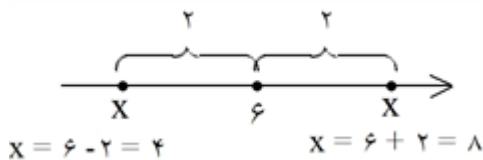
جواب را می‌توان طبق نمودار روبه‌رو به راحتی به دست آورد:



$$|x - 3| = 7 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 7 \Rightarrow x = 3 + 7 = 10 \\ x - 3 = -7 \Rightarrow x = 3 - 7 = -4 \end{cases}$$

ب)  $2|x - 6| = 4 \Rightarrow |x - 6| = 2$

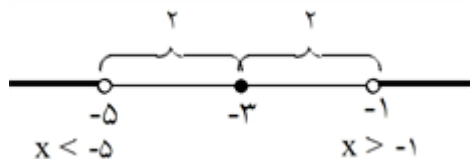
روش جبری:



$$|x - 6| = 2 \Rightarrow \begin{cases} x - 6 = 2 \Rightarrow x = 6 + 2 = 8 \\ x - 6 = -2 \Rightarrow x = 6 - 2 = 4 \end{cases}$$

پ)  $|x - (-3)| > 2 \Rightarrow |x + 3| > 2$

روش جبری:



$$|x + 3| > 2 \Rightarrow \begin{cases} x + 3 > 2 \Rightarrow x > -1 \\ x + 3 < -2 \Rightarrow x < -5 \end{cases}$$

روش جبری:

می‌دانیم اگر متحرکی با سرعت  $V$  در مدت زمان  $t$ : مسافت  $x$  را طی کند داریم:

$$t = \frac{x}{V} \Rightarrow x = V \cdot t$$

فرض کنیم:  $t_1$ : مدت زمان رفت  $V_1$ : سرعت رفت  
 $t_2$ : مدت زمان برگشت  $V_2$ : سرعت برگشت  
 در این صورت داریم:

$$V_2 = V_1 - 8 \quad t_1 + t_2 = 17 - 2 = 15 \quad t_1 = \frac{144}{V_1} \quad t_2 = \frac{144}{V_2}$$

$$t_1 + t_2 = 15 \Rightarrow \frac{144}{V_1} + \frac{144}{V_1 - 8} = 15 \xrightarrow{\div 3} \frac{48}{V_1} + \frac{48}{V_1 - 8} = 5 \xrightarrow{\times V_1(V_1 - 8)}$$

$$48(V_1 - 8) + 48V_1 = 5V_1(V_1 - 8) \Rightarrow 48V_1 - 48 \times 8 + 48V_1 = 5V_1^2 - 40V_1$$

$$\Rightarrow 5V_1^2 - 136V_1 + 48 \times 8 = 0 \Rightarrow \frac{1}{5}(5V_1 - 120)(5V_1 - 16) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5V_1 = 120 \Rightarrow V_1 = 24 \text{ ق ق} \\ 5V_1 = 16 \Rightarrow V_1 = 3/2 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

فرض می‌کنیم:  $V$  = حجم کار

$x$  = مدت زمان انجام کار توسط ماشین B

در این صورت مدت زمان انجام کار توسط ماشین A می‌شود:  $x - 15$  و خواهیم داشت:

$$\text{میزان کار ماشین B در یک ساعت} = \frac{V}{x} \quad \text{میزان کار ماشین A در یک ساعت} = \frac{V}{x - 15}$$

$$\text{میزان کار هر دو ماشین A و B با هم در یک ساعت} = \frac{V}{18}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{x} + \frac{V}{x - 15} = \frac{V}{18} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x - 15} = \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{x - 15 + x}{x(x - 15)} = \frac{1}{18} \Rightarrow x^2 - 15x = 36x - 270$$

$$\Rightarrow x^2 - 51x + 270 = 0 \Rightarrow (x - 45)(x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 45 \text{ ق ق} \\ x = 6 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

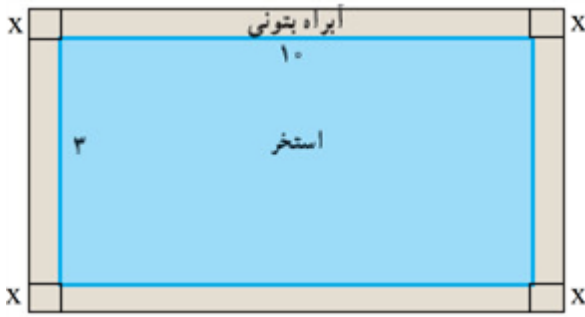
$$x \begin{matrix} 4x + 1 \\ \text{کفپوش} \end{matrix}$$

$x(4x + 1) = 4x^2 + x$ : مساحت یک کفپوش

$$2000(4x^2 + x) = 528000 \Rightarrow 4x^2 + x = 264 \Rightarrow 4x^2 + x - 264 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 4225 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm 65}{8} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{66}{8} \text{ غ ق ق} \\ x = \frac{64}{8} = 8 \text{ ق ق} \end{cases}$$

طول هر کاشی ۳۳ سانتی‌متر است.  $\text{طول کاشی} = 4x + 1 = 33$



$$4x^2 + 20x + 6x + 30 = 37$$

$$2x^2 + 13x - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \text{ ق ق} \\ x = -7 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}(2x + 14)(2x - 1) = 0$$

۶۱

الف)  $|a| = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = x^2 + bx + c$

$$\frac{-b}{2a} = -3 \Rightarrow \frac{-b}{2} = -3 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow f(x) = x^2 + 6x + c$$

$$\xrightarrow[y=5]{x=-3} 5 = 9 - 18 + c \Rightarrow c = 14 \Rightarrow f(x) = x^2 + 6x + 14$$

ب)  $|a| = 1 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow f(x) = -x^2 + bx + c$

$$\frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow \frac{-b}{-2} = -2 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 4x + c$$

$$\xrightarrow[y=2]{x=-2} 2 = -4 + 8 + c \Rightarrow c = -2 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 4x - 2$$

پ)  $|a| = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = x^2 + bx + c$

$$\frac{-b}{2a} = 3 \Rightarrow \frac{-b}{2} = 3 \Rightarrow b = -6 \Rightarrow f(x) = x^2 - 6x + c$$

$$\xrightarrow[y=-3]{x=3} -3 = 9 - 18 + c \Rightarrow c = 6 \Rightarrow f(x) = x^2 - 6x + 6$$

ت)  $|a| = 1 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow f(x) = -x^2 + bx + c$

$$\frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow \frac{-b}{-2} = -2 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 4x + c$$

$$\xrightarrow[y=-1]{x=-2} -1 = -4 + 8 + c \Rightarrow c = -5 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 4x - 5$$

الف)  $f(x) = x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$

ب)  $g(x) = 2x^2 + x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(3x^2 + x + 3) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x^2 + x + 3 = 0 : \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 36 = -35 \end{cases}$$

پ)  $h(x) = x^2 + 3x^2 + 5$  ریشه حقیقی ندارد

الف)  $-0.3x(x - 36) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 36 \end{cases}$  پس از ۳۶ متر به زمین برخورد می‌کند.

ب)  $x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{-108}{-2} = 54 \Rightarrow y_1 = 0.3 \times 54(-54) = -9/22$

۶۳

۶۴



$$\text{الف) } \begin{cases} S = \frac{1}{r} + \frac{r}{r} = 1 \\ P = \frac{1}{r} \times \frac{r}{r} = \frac{r}{r} \end{cases} \Rightarrow x^r - Sx + P = 0 \Rightarrow x^r - x + \frac{r}{r} = 0$$

۶۵

$$\text{ب) } S = a + r a = r a, P = a \times r a = r a^r$$

$$x^r - Sx + P = 0 \Rightarrow x^r - r a x + r a^r = 0$$

مسئله بی‌شمار جواب دارد.

$$\text{الف) } 1 + a + a^r + \dots + a^{n-1}$$

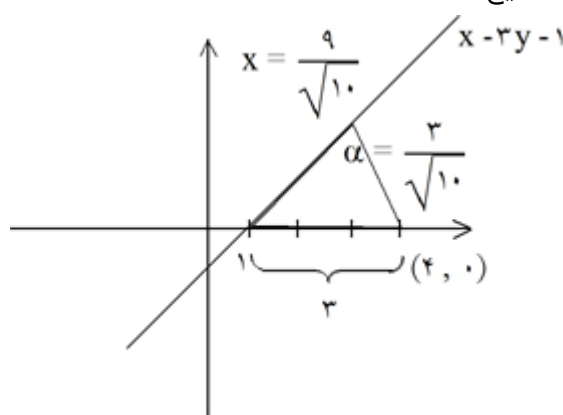
۶۶

$$S_n = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{1(1 - a^n)}{1 - a} = \frac{a^n - 1}{a - 1} : a \neq 1 \Rightarrow \frac{1 + a + a^r + \dots + a^{n-1}}{1} = \frac{a^n - 1}{a - 1}$$

$$\Rightarrow a^n - 1 = (a - 1)(1 + a + a^r + \dots + a^{n-1}) = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + a^r + a + 1)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۶۷



$$d = \frac{|r-1|}{\sqrt{1+q}} = \frac{r}{\sqrt{10}}$$

$$x = \sqrt{9 - \frac{9}{10}} = \sqrt{\frac{81}{10}} = \frac{9}{\sqrt{10}}$$

$$S = \frac{1}{r} \times \frac{r}{\sqrt{10}} \times \frac{9}{\sqrt{10}} = \frac{r^2}{r \times 10} = \frac{r}{10} = 1/35$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۶۸

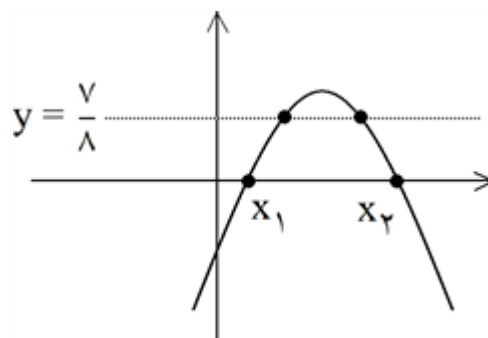
$$x_s = -\frac{r}{ra} \Rightarrow a\left(-\frac{r}{ra}\right)^r + r\left(-\frac{r}{ra}\right) + a = \frac{r}{\lambda} \Rightarrow \frac{9}{ra} - \frac{9}{ra} + a = \frac{r}{\lambda} \Rightarrow \frac{-9 + ra^r}{ra} = \frac{r}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \lambda a^r - ra - 1\lambda = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = r & \checkmark \\ a = -\frac{9}{\lambda} & \times \end{cases}$$

تذکر: در اصل سؤال به مثبت بودن  $a$  اشاره نشده بود که در این صورت به ازای  $-\frac{9}{\lambda} < a < 0$  و محدود کردن دامنه می‌توان به

کمترین مقدار  $\frac{r}{\lambda}$  رسید و در این صورت بی‌شمار مقدار برای  $a$  وجود خواهد داشت که در گزینه‌ها نیست. به طور مثال اگر

$a = -1$  در این صورت اگر  $D_f = [x_1, x_2]$  فرض شود، کمترین مقدار سهمی  $\frac{r}{\lambda}$  است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۹

$$\sqrt{x-4} - \sqrt{x-a} = t \Rightarrow 1+t=?$$

$$\sqrt{x-4} + \sqrt{x-a} = 4 \xrightarrow{\times(t)} \cancel{\sqrt{x-4}} - 4 - \cancel{\sqrt{x-a}} + a = 4t \Rightarrow t = \frac{a-4}{4} = \frac{a}{4} - 1$$

$$1+t = \cancel{1} + \frac{a}{4} - \cancel{1} = \frac{a}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۰

$$\text{شرط: } x = 2y - 4 > 0 \Rightarrow y > 2$$

$$m_{AB} \times m_{BC} = -1 \Rightarrow \frac{y-4}{2y-5} \times \frac{y}{2y-3} = -1$$

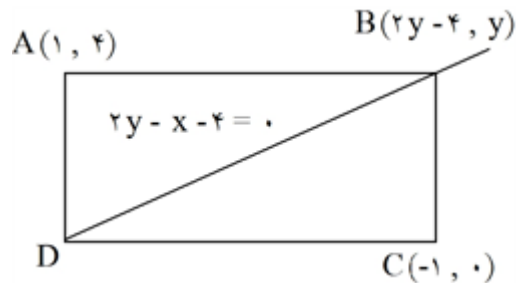
$$\Rightarrow -y^2 + 4y = 4y^2 - 16y + 15 \Rightarrow y^2 - 4y + 3 = 0$$

$$y = 3 \quad \checkmark$$

$$y = 1 \quad \times$$

$$x = 2 \Rightarrow \begin{matrix} B(2, 3) \\ C(-1, 0) \end{matrix} \Rightarrow |BC| = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2} \Rightarrow \text{طول} \quad \checkmark$$

$$\begin{matrix} B(2, 3) \\ A(1, 4) \end{matrix} \Rightarrow |AB| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \Rightarrow \text{عرض}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله خط را می‌نویسیم و سپس نقطه  $(-x, -x)$  را در آن قرار می‌دهیم. ۷۱

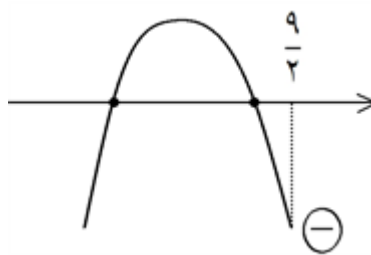
$$y = -8x - 6$$

$$-x = -8(-x) - 6 \Rightarrow 9x = 6 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$\text{قطر} = \sqrt{2}x = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4}{3\sqrt{2}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۲

$$\left\{ \begin{array}{l} f\left(\frac{9}{2}\right) < 0 \Rightarrow -\left(\frac{9}{2}\right)^2 + 5\left(\frac{9}{2}\right) + m < 0 \\ \Rightarrow -\frac{81}{4} + \frac{45}{2} + m < 0 \\ \Rightarrow m < -\frac{9}{4} = -2.25 \\ \Delta > 0 \Rightarrow 25 + 4m > 0 \Rightarrow m > -\frac{25}{4} = -6.25 \\ -6.25 < m < -2.25 \Rightarrow m = -6, -5, -4, -3 \end{array} \right.$$



$$x_s = -\frac{1}{2a} \text{ راس سهمی}$$

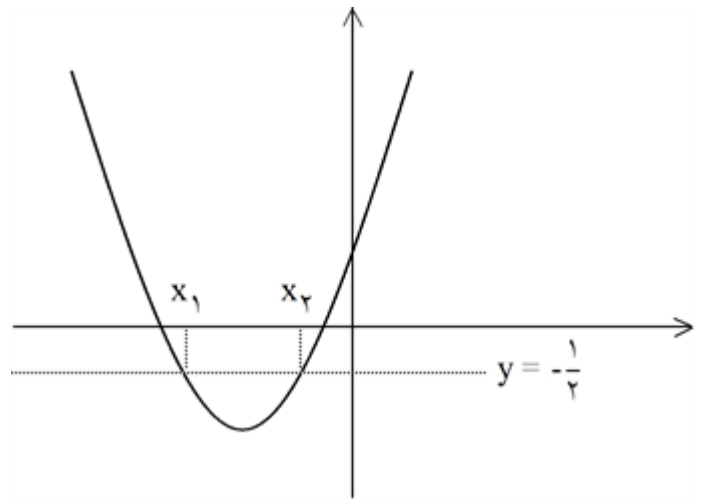
$$y_s = a\left(-\frac{1}{2a}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2a}\right) + 2a = \frac{1}{4a} - \frac{1}{2a} + 2a = -\frac{1}{4} \Rightarrow 4a^2 + 2a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } a = -\frac{1}{4} \\ \text{بیشترین مقدار ندارد} \Rightarrow \text{ق غ ق ق } a = \frac{1}{4} \end{cases}$$

تذکر: در اصل سؤال، به مقدار منفی  $a$  اشاره نشده بود که در این صورت به ازای  $0 \leq a < \frac{1}{4}$  و محدود کردن دامنه می‌توان به

ماکزیمم  $-\frac{1}{4}$  رسید و در این حالت بی‌شمار مقدار برای  $a$  وجود دارد که در گزینه‌ها موجود نیست! به طور مثال اگر  $a = \frac{1}{5}$

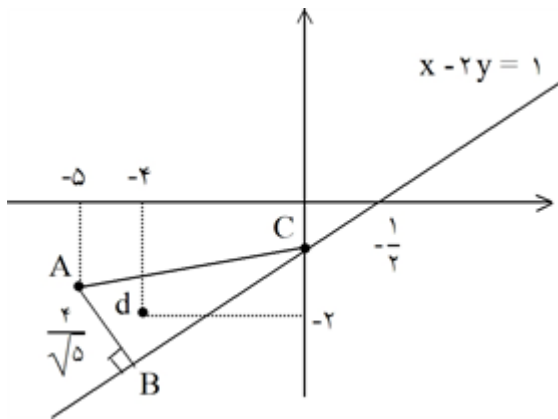
$$y = \frac{1}{5}x^2 + x + \frac{2}{5} = \frac{1}{5}(x^2 + 5x + 2) \quad \text{آنگاه:}$$



با محدود کردن دامنه به فاصله  $[x_1, x_2]$  ماکزیمم سهمی  $-\frac{1}{4}$  می‌شود.







$$AB \text{ خط: } y + 2x + 11 = 0 \Rightarrow B(-4/2, -2/4)$$

$$L \text{ خط: } x - 2y = 1$$

$$C(0, -\frac{1}{2})$$

$$AB \text{ خط تا } C \text{ فاصله نقطه } \Rightarrow \frac{|-\frac{1}{2} + 0 + 11|}{\sqrt{5}} = \frac{21}{\sqrt{5}}$$

$$S = \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{21}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{2} = \frac{21}{5} = 4/2 \text{ مساحت مثلث}$$

$$\underbrace{(\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4})}_2 \underbrace{(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4})}_t = (x+a) - (x-4) = a+4$$

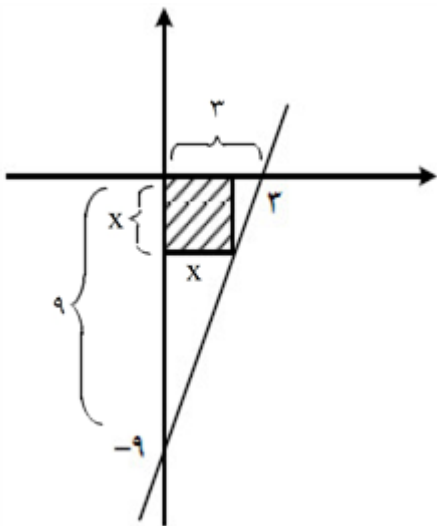
$$2t = a+4 \Rightarrow t = \frac{a+4}{2} = \frac{a}{2} + 2 \Rightarrow \sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2 = \frac{a}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} BD = AC &\Rightarrow \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{10} \\ x_B - 3y_B &= 3 \\ x_D - 3y_D &= 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_B - x_D = 3(y_B - y_D)$$

$$9(y_B - y_D)^2 + (y_B - y_D)^2 = 10 \Rightarrow (y_B - y_D)^2 = 1 \Rightarrow |y_B - y_D| = 1$$

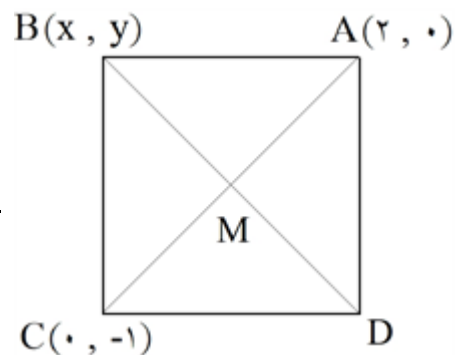
$$\Rightarrow |x_B - x_D| = 3 \times 1 = 3$$





تالس :  $\frac{3}{x} = \frac{9}{9-x} \Rightarrow 27 - 3x = 9x \Rightarrow x = \frac{9}{4}$

قطر =  $x\sqrt{2} = \frac{9\sqrt{2}}{4} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$



AC وسط  $M(1, -\frac{1}{2})$

AC شیب خط =  $\frac{-(-1)}{2-0} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_{BD} = -2$

BD معادله خط :  $y - (-\frac{1}{2}) = -2(x - 1) \Rightarrow y = -2x + \frac{3}{2}$

AC =  $\sqrt{4+1} = \sqrt{5} \Rightarrow MB = MD = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$MB = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+\frac{1}{2})^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (-2x+\frac{3}{2}+\frac{1}{2})^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$   
 $\Rightarrow \sqrt{5(x-1)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow |x-1| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = -\frac{2}{2} \Rightarrow B(\frac{3}{2}, -\frac{2}{2}) \\ x-1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow D(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \end{cases}$

$\alpha, \beta > -3 \Rightarrow S > -6, \Delta > 0 \Rightarrow m < \frac{49}{8} = 6.125$

$-\frac{7}{2} > -6 \checkmark$   $49 - 8m > 0$

x	$(-3)$	$\alpha$	$\beta$	
$2x^2+7x+m$	+	○	○	+

$f(-3) > 0 \Rightarrow 18 - 21 + m > 0 \Rightarrow m > 3 \Rightarrow 3 < m < \frac{49}{8} \Rightarrow m \in \{4, 5, 6\}$  مقادیر صحیح

۸۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اولاً  $a = 0$  قابل قبول است؛ زیرا در این صورت  $x = 0$  جواب صحیح معادله است.

از طرفی اگر  $a \neq 0$  باشد، داریم:

$$\sqrt{x} + \sqrt{x-a} \geq 0 \Rightarrow a \geq 0$$

$$\sqrt{x-a} = a - \sqrt{x} \xrightarrow{\text{توان}} x - a = a^2 + x - 2a\sqrt{x} \Rightarrow 2a\sqrt{x} = a^2 + a \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{a+1}{2}$$

$$x = \left( \frac{a+1}{2} \right)^2$$

برای اینکه  $x$  عددی صحیح باشد، لازم است  $a$  عددی فرد باشد که در بین اعداد طبیعی یک‌رقمی مقادیر ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ قابل قبول‌اند. پس در مجموع ۶ مقدار صحیح و یک‌رقمی برای  $a$  قابل قبول است.

۸۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{-4}{25\alpha} \quad (1)$$

$$25\alpha^2 = 1 \Rightarrow \alpha = \pm \frac{1}{5}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{\beta}{25\alpha} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{-4}{25\alpha} \Rightarrow 25\alpha^2 = -4 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{-4}{25} \end{cases}$$

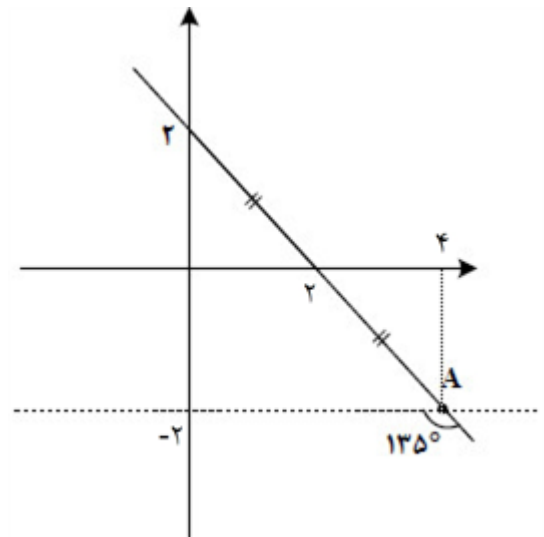
$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{5} \xrightarrow{(1)} \frac{1}{5} + \beta = -\frac{4}{5} \Rightarrow \beta = -1 & \beta < \alpha \text{ غ ق ق} \\ \alpha = -\frac{1}{5} \xrightarrow{(1)} -\frac{1}{5} + \beta = \frac{4}{5} \Rightarrow \beta = 1 & \beta > \alpha \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$y = -5x^2 + 4x + 1 \Rightarrow \begin{cases} x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{5} > 0 \\ y_S = -\frac{\Delta}{4a} \xrightarrow{\Delta > 0} y_S > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{رأس سهمی در ناحیه اول قرار دارد.}$$

۸۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

معادله خط داده شده  $y = 2 - x$  است؛ زیرا شیب آن برابر  $\tan 135^\circ = -1$  است. حال طبق شکل مقابل مختصات نقطه A به صورت  $A(4, -2)$  است و فاصله آن از مبدأ مختصات برابر  $2\sqrt{5}$  است.  $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$



۸۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در یک سهمی، اگر دو نقطه هم‌عرض داشته باشیم، طول رأس سهمی میانگین طول این دو نقطه

است. در این سؤال طول رأس سهمی  $x_S = \frac{3}{4}$  است و در نتیجه مجموع صفرهای سهمی برابر  $2x_S = \frac{3}{2}$

$$x_S = \frac{-1/5 + 3}{2} = \frac{1/5}{2} = \frac{3}{4} \text{ است.}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اختلاف ریشه‌های معادله برابر  $\sqrt{\Delta} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$  است.

$$\Rightarrow |x_2 - x_1| = \sqrt{4k^2 - 20} = 2\sqrt{k^2 - 5}$$

که باید برابر  $\frac{4}{3}k$  قرار دهیم:

$$2\sqrt{k^2 - 5} = \frac{4}{3}k \Rightarrow \sqrt{k^2 - 5} = \frac{2k}{3} \Rightarrow k^2 - 5 = \frac{4k^2}{9} \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow \left[\frac{k^2}{2}\right] = [9/5] = 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

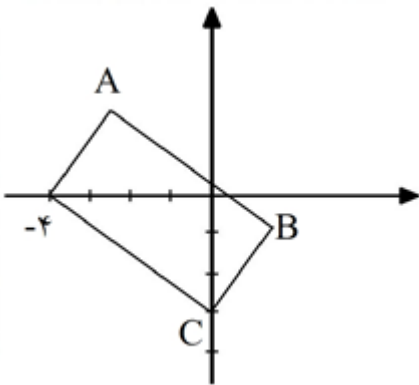
$$mx^2 - 4x - (m+4) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{m+4}{m} \end{array} \right\} |x_2 - x_1| = \left| \frac{m+4}{m} + 1 \right| = \left| \frac{2(m+2)}{m} \right|$$

$$f(0) = -(m+4) \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left| \frac{2(m+2)}{m} \right| \times |m+4| = 3$$

$$\left| \frac{m^2 + 6m + 8}{m} \right| = 3 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{m^2 + 6m + 8}{m} = 3 \Rightarrow m^2 + 3m + 8 = 0 \text{ غ ق} \\ \frac{m^2 + 6m + 8}{m} = -3 \Rightarrow m^2 + 9m + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -8 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} m = -1 \Rightarrow x_S = \frac{4}{-2} = -2 \\ m = -8 \Rightarrow x_S = \frac{4}{-16} = -\frac{1}{4} \end{array} \right\} \text{اختلاف} = \left| -\frac{1}{4} + 2 \right| = \frac{7}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

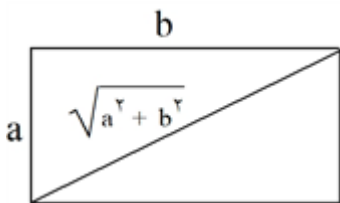


$$m_{AB} = m_{CD} \Rightarrow \frac{y-y+2}{x+1+x} = -\frac{2}{4} \Rightarrow 2x+1 = -4 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

$$BC \perp CD \Rightarrow m_{BC} \cdot m_{CD} = -1 \Rightarrow \frac{y}{-1+\frac{5}{2}} \times -\frac{2}{4} = -1 \Rightarrow y = 2$$

$$A\left(-\frac{5}{2}, 2\right), B\left(\frac{3}{2}, -1\right) \Rightarrow BC = \frac{5}{2}, AB = 5 \Rightarrow S = 5 \times \frac{5}{2} = 12.5$$

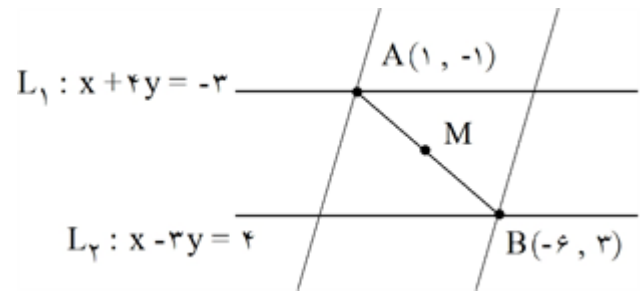
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b} = \frac{\sqrt{5+1}}{2} \Rightarrow \frac{a^2+b^2}{b^2} = \frac{6+2\sqrt{6}}{4}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 1 = \frac{3+\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{1+\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{2}{1+\sqrt{6}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دقت کنید که  $B(-۶, ۳)$  روی هیچکدام از دو خط ذکر شده نیست.



$$\begin{cases} y = \frac{x-4}{3} \\ y = \frac{-x-3}{4} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقاطع}} \frac{x-4}{3} = \frac{-x-3}{4} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -1$$

$A(1, -1)$

$$L_1 \text{ فاصله از خط } M\left(-\frac{5}{2}, 1\right) \Rightarrow \frac{\left|-\frac{5}{2} + 4 + 3\right|}{\sqrt{17}}$$

$$L_2 \text{ فاصله از خط } \Rightarrow \frac{\left|-\frac{5}{2} - 3 - 4\right|}{\sqrt{10}} = \frac{19}{2\sqrt{10}}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$3x^2 - 12x - a = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - \frac{a}{3} = 0$$

$$\alpha + \beta = 4 \Rightarrow \beta = 4 - \alpha$$

$$\alpha^2 - 4\alpha - \frac{a}{3} = 0 \Rightarrow \alpha^2 = 4\alpha + \frac{a}{3}$$

$$\beta^2 = 4\beta + \frac{a}{3} = 4(4 - \alpha) + \frac{a}{3} = 16 - 4\alpha + \frac{a}{3}$$

$$2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7 \Rightarrow \cancel{\alpha^2} + \frac{2a}{3} + 16 - \cancel{4\alpha} + \frac{a}{3} - \cancel{4\alpha} = 7$$

$$\Rightarrow a = -9 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{\beta} = \frac{-9}{3} = -3$$



$$\frac{(2-x)^2 + x^2}{x^2(2-x)^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{4-4x+2x^2}{\underbrace{(2x-x^2)^2}_1} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{4-2t}{t^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{2-t}{t^2} = \frac{2}{9} \Rightarrow 2 \cdot t^2 + 9t - 18 = 0 \Rightarrow \Delta = 1521 \Rightarrow \frac{-9 \pm \sqrt{1521}}{4}$$

$$= \frac{3}{4}, -\frac{12}{10} = t$$

$$\begin{cases} -x^2 + 2x = -\frac{12}{10} \Rightarrow -x^2 + 2x + \frac{12}{10} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = 2 \\ -x^2 + 2x - \frac{3}{4} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = 2 \xrightarrow{\text{جواب}} 2 + 2 = 4 \end{cases}$$

$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{y-1}{-1-2} = \frac{-2}{2x+1} \Rightarrow 2x+1=4 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$$

$$AB \perp BC \Rightarrow \frac{-2}{4} \times \frac{y-1}{-\frac{1}{2}} = -1 \Rightarrow \frac{y-1}{2} = -1 \Rightarrow y=-1 \Rightarrow C\left(\frac{3}{2}, -1\right)$$

$$\text{محیط} = 2(AB + BC) = 2\left(5 + \frac{5}{2}\right) = 15$$

$$\alpha + \beta = \alpha' + \beta' + 1 \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{-a}{2a} + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow 2x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha', \beta' = -2, \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha, \beta = -\frac{3}{2}, 2 \Rightarrow \frac{b}{2} = \alpha\beta = -3 \Rightarrow b = -6$$

$$\left[\frac{ab}{4}\right] = \left[-\frac{6}{4}\right] = -2$$

$$2x^2 - (m+2)x + m = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} x=1, \frac{m}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left| m \left( \frac{m}{2} - 1 \right) \right|$$

$$y(0) = m : \text{محور عرض}$$

$$\Rightarrow \left| m \left( \frac{m}{2} - 1 \right) \right| = \frac{3}{2} \Rightarrow |m(m-2)| = 3 \begin{cases} m = -1 \Rightarrow \frac{m}{2} = -\frac{1}{2} \checkmark \\ m = 3 \Rightarrow \frac{m}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو خط  $x + y = 3$  و  $x - 4y = 5$  بر هم عمودند و نقطه  $(\frac{4}{5}, 2)$  روی هیچ‌کدام از آن‌ها نیست، پس فاصله این نقطه از خط‌های داده شده اضلاع مستطیل را می‌دهد:

$$a = \frac{|4 \times (\frac{4}{5}) + 2 - 3|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{17}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$$

$$b = \frac{|4/5 - 4(2) - 5|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{8/5}{\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

فاصله وسط قطراز هر ضلع (طبق تعمیم قضیه تالس) برابر نصف ضلع دیگر است، پس بیشترین فاصله موردنظر  $\frac{\sqrt{17}}{2}$  است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{نسبت طلایی} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \Rightarrow x = 2(\sqrt{5} + 1)$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{4 \times 2(\sqrt{5} + 1)}{4 \times 5} = 0.4(\sqrt{5} + 1)$$



# پاسخنامه کلیدی

۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴



