



p30konkor.com

زمان آزمون :

نام درس :

نام آموزشگاه :

تاریخ برگزاری :

نام و نام خانوادگی :

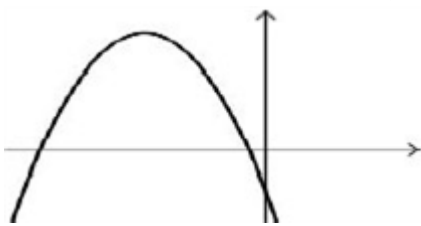
پایه تحصیلی :

نام دبیر :

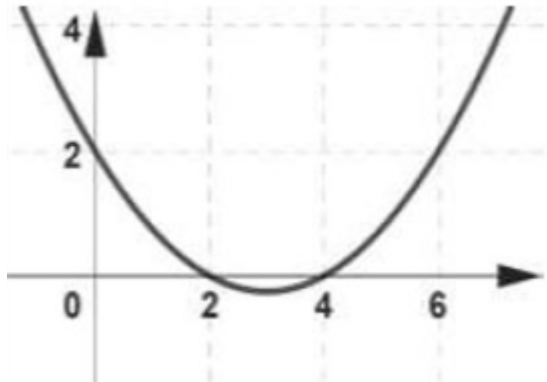
عنوان آزمون : حسابان ۱۱ فصل ۱

ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	فاصله نقطه $A(-2, 4)$ از خط $4x - 3y + 12 = 0$ را به کمک فرمول فاصله نقطه از خط به دست آورید.	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۲	معادله $\sqrt{x+1} = x-5$ را حل کنید.	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۳	شکل روبه‌رو نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ می‌باشد. علامت ضرایب $b$ و $c$ را تعیین کنید.	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۴	مجموع همه اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۶ را بنویسید. (از فرمول مجموع جملات دنباله استفاده کنید).	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۵	معادله $\sqrt{x+2} + 4 = x$ را حل کنید.	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۶	معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $\frac{2-\sqrt{3}}{5}$ و $\frac{2+\sqrt{3}}{5}$ باشند.	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۷	خط $4x - 3y = 0$ بر دایره‌ای به مرکز $(3, -1)$ مماس است. مساحت دایره را محاسبه کنید.	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳



۸	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.          - جواب نامعادله قدرمطلق <math> x - 3  \leq 2</math> برابر بازه <math>(1, 8)</math> است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۹	<p>معادله مقابل را حل کنید.  <math display="block">2x = 1 - \sqrt{2 - x}</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۰	<p>یکی از اضلاع مربعی بر خط <math>y = x + 2</math> واقع است. اگر <math>A(2, 0)</math> یکی از رئوس این مربع باشد، مساحت مربع را محاسبه کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۱	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.          گزینه نقطه <math>C(1, 2)</math> نسبت به نقطه <math>M(-1, 4)</math> برابر ..... است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۲	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.          - مقدار ماکزیمم تابع <math>y = -2x^2 + 8x - 5</math> برابر ۳ است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۳	<p>در معادله درجه دو به شکل <math>ax^2 + bx + c = 0</math>، اگر یکی از ریشه‌های این معادله برابر ۲ باشد و <math>c = 2b</math>، در این صورت ریشه دیگر این معادله را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۴	<p>معادله <math> x  - 2 = 1</math> را به روش هندسی حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۵	<p>صفرهای تابع <math>f(x) = (4 - x^2)^2 + 2(4 - x^2) - 15</math> را، در صورت وجود، به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۶	<p>نمودار سهمی <math>y = ax^2 + bx + c</math> به صورت مقابل است. علامت ضرایب <math>a, b, c</math> را تعیین کنید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۷	<p>جمله عمومی یک دنباله به صورت <math>a_n = 2^{n-1}</math> است. جملات اول تا سوم این دنباله را بنویسید و سپس، با استفاده از فرمول، تعیین کنید چند جمله اول از این دنباله را با هم جمع کنیم تا مجموع آن‌ها برابر ۲۵۵ شود؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۸	<p>جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.          ریشه‌های معادله ..... اعداد <math>-5, 2</math> است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>



۱۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - اگر $a$ عدد مثبت باشد و $ x  \geq a$ ، آنگاه $x \geq a$ یا $x \leq -a$ .	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۲۰	فاصله نقطه $A(1, 0)$ از خط $x + y = k$ برابر $\sqrt{2}$ است. مقدار $k$ را پیدا کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۲۱	معادله مقابل را حل کنید: $\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{2}{x-2} = 3$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۲۲	اگر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر باشد، ضابطه سهمی را مشخص کنید. 	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۲۳	در دنباله حسابی $2, 6, 10, \dots$ حداقل چند جمله اول آن را با هم جمع کنیم تا حاصل آن بیشتر از ۴۵۰ شود؟	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۲۴	جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید. در نامعادله $ x - 1  < 3$ ، مجموعه جواب بازه ..... است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - عدد $\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$ برابر است با $\sqrt{2} - 1$ .	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۲۶	مجموعه جواب معادله $\sqrt{4x-1} = 2x$ را به دست آورید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲
۲۷	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. مجموعه جواب معادله $\sqrt{x+3} + 1 = 0$ برابر تهی است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲
۲۸	مجموع یک عدد صحیح با معکوسش برابر با ۲- می باشد، با تشکیل معادله و حل آن، مقدار این عدد را بیابید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲

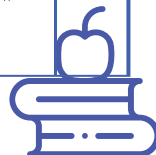
۲۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. معادله $x^2 + 6x + 7 = 0$ دو ریشه مثبت دارد.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۳۰	اگر خط $4x + 3y = -10$ بر دایره‌ای به مرکز $(1, 2)$ مماس باشد، اندازه شعاع دایره را بیابید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲
۳۱	اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادله $x^2 - 10x + a = 0$ و $2\alpha^2 + \beta^2 - 5\alpha = 7$ باشد، مقدار $a$ را به دست آورید.	سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۳۲	معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $\frac{5 - \sqrt{7}}{2}$ و $\frac{5 + \sqrt{7}}{2}$ باشند.	سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۳۳	شکل زیر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ است. علامت ضرایب $c$ و $b$ و $a$ را به دست آورید.	سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۳۴	معادله $\sqrt{x+3} = x-3$ را حل کنید.	سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۳۵	با استفاده از فرمول مجموع جملات دنباله حسابی، مجموع همه اعداد طبیعی مضرب ۸ و کوچک‌تر از ۱۰۰ را به دست آورید.	سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۳۶	نمایش عبارت «فاصله بین $x$ و $-2$ برابر ۳ است.» را با نماد قدرمطلق بنویسید و سپس $x$ را به دست آورید.	سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۳۷	در خط $(a-1)x - by = 12$ اگر طول از مبدأ برابر ۴ و عرض از مبدأ برابر ۲ باشد، $a, b$ را به دست آورید.	سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۳۸	معادله‌های زیر را حل کنید. الف) $\frac{x}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{x+5}{x^2-4}$ ب) $\sqrt{x+2} = x-4$	سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم

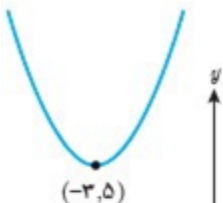
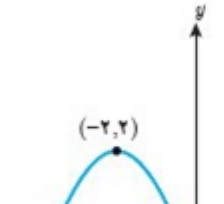

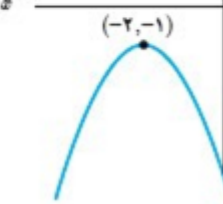


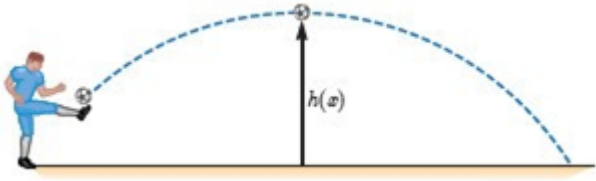
۳۹	فاصله نقطه $A(-1, 5)$ از خط $x + y + 1 = 0$ را به کمک فرمول فاصله نقطه از خط را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۴۰	معادله زیر را حل کنید. $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x} = 5$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۴۱	در خط $(m-2)x + 2ny = 10$ اگر طول از مبدأ برابر ۲ و عرض از مبدأ برابر ۳ باشد، $m$ و $n$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۴۲	اگر $A(3, 4)$ ، $B(-1, 2)$ و $C(3, -1)$ سه رأس مثلث ABC باشند، طول میانه CM را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۴۳	اگر $A(-1, 5)$ ، $B(0, 4)$ و $C(9, 0)$ سه رأس مثلث ABC باشند، معادله ارتفاع BH را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۴۴	جواب‌های معادله $x^4 - 7x^2 + 10 = 0$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۴۵	مجموع همه اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷ را بنویسید. (از فرمول مجموع جملات دنباله حسابی استفاده کنید). سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۴۶	جواب‌های معادله $x^4 - 5x^2 + 1 = 0$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۴۷	اگر $f(x) = 5 -  x $ و $g(x) = \frac{x+1}{\sqrt{4+x}}$ باشد: الف) حاصل $\frac{\text{fog}(\cdot)}{\text{gof}(\cdot)}$ را به دست آورید. ب) دامنه تابع $\text{gof}$ را به کمک تعریف به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۴۸	به روشی هندسی نشان دهید معادله $x^2 +  x  - 1 = 0$ چند ریشه دارد؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۴۹	نقاط $A(4, 2)$ و $B(1, -1)$ و $C(6, -1)$ سه رأس مثلث ABC هستند. اگر H و M به ترتیب پای ارتفاع AH و میانه AM باشد، طول MH را به دست آورید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)



۵۰	نقطه‌ای روی خط $y = 2x$ تعیین کنید که مجموع فاصله‌های آن تا مبدأ مختصات و نقطه $A(2, 4)$ برابر ۵ باشد.
۵۱	سه رأس مثلث $ABC$ ، $A(-10, -13)$ ، $B(-3, 3)$ ، $C(3, 1)$ می‌باشند. الف) طول عمودی را که از رأس $B$ بر میانه نظیر رأس $C$ وارد می‌شود به دست آورید. ب) مختصات رأس $D$ را چنان تعیین کنید که $ABCD$ یک متوازی‌الاضلاع باشد.
۵۲	اگر فاصله نقطه $A(1, 2)$ از خط $ax + 4y = 1$ برابر ۲ باشد، مقدار $a$ چه قدر است؟
۵۳	نقطه‌ی $S(x, 8)$ روی نیم‌دایره‌ای به شعاع ۱۰ در شکل روبه‌رو داده شده است. الف) مقدار $x$ را به دست آورید. ب) شیب خط‌های $PS$ و $SQ$ را به دست آورید. پ) نشان دهید $\widehat{PSQ}$ قائمه است.
۵۴	خط $4x + 3y = 5$ بر دایره‌ی $C$ به مرکز $O(-1, 2)$ مماس است. طول شعاع دایره چه قدر است؟
۵۵	شکل نمای جانبی عدسی از منحنی سهمی به معادله‌ی $y = x^2 - 8x - 20$ مطابق شکل زیر مدل‌سازی می‌شود. الف) مختصات نقاط انتهای عدسی $A$ و $B$ را به دست آورید. ب) اگر $x$ برحسب سانتی‌متر باشد طول $AB$ را به دست آورید. پ) اگر عدسی کاملاً متقارن و $y$ برحسب میلی‌متر باشد، بیش‌ترین ضخامت آن چه قدر است؟
۵۶	نمودار تابع $f(x) =  x^2 - 2x $ را رسم کنید، سپس به دو روش هندسی و جبری معادله $ x^2 - 2x  = 2$ را حل نمایید.

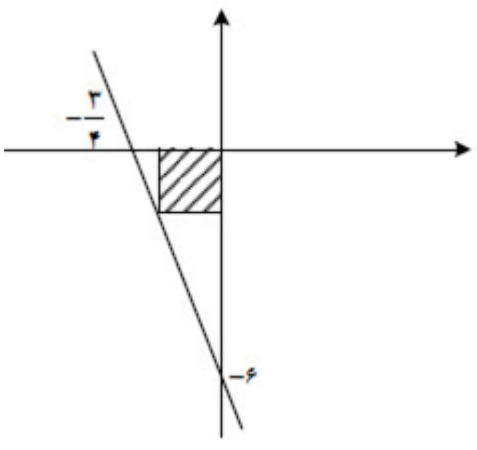


۵۷	<p>هریک از عبارت‌های زیر را با استفاده از نماد قدرمطلق به صورت یک معادله یا نامعادله بنویسید و جواب را روی محور اعداد نمایش دهید.</p> <p>الف) فاصله بین <math>x</math> و <math>۳</math> برابر <math>۷</math> است.</p> <p>ب) دو برابر فاصله بین <math>x</math> و <math>۶</math> برابر <math>۴</math> است.</p> <p>پ) فاصله بین <math>x</math> و <math>-۳</math> بزرگ‌تر از <math>۲</math> است.</p>
۵۸	<p>فاصله بین دو شهر که در کنار رودخانه‌ای واقع شده‌اند <math>۱۴۴</math> کیلومتر است. یکی کشتی از شهر اول به شهر دوم می‌رود و پس از دو ساعت توقف همین مسیر را برمی‌گردد. مدت زمان سفر در مجموع <math>۱۷</math> ساعت می‌باشد. در صورتی که سرعت حرکت کشتی در مسیر جریان آب <math>۸</math> کیلومتر در ساعت بیش‌تر از سرعت آن در خلاف جریان آب باشد سرعت حرکت کشتی را در جهت حرکت آب تعیین کنید.</p>
۵۹	<p>ماشین A کاری را به تنهایی <math>۱۵</math> ساعت زودتر از ماشین B انجام می‌دهد. اگر هر دو ماشین یک کار را در <math>۱۸</math> ساعت انجام دهند، چه زمانی برای هر کدام از ماشین‌ها لازم است تا آن کار را به تنهایی انجام دهند؟</p>
۶۰	<p>طول یک نوع کاشی یک سانتی‌متر بلندتر از چهار برابر عرض آن است. برای پوشاندن دیواری به مساحت <math>۵۲/۸</math> متر مربع تعداد دو هزار کاشی مصرف شده است. طول هر کاشی چند سانتی‌متر است؟</p>
۶۱	<p>یک استخر مستطیل شکل به ابعاد طول <math>۱۰</math> و عرض <math>۳</math> متر داریم که یک آبراه بتونی در اطرافش است. اگر این آبراه دارای پهنای یکسان و مساحت <math>۳۷</math> متر مربع باشد، پهنای آن را محاسبه کنید.</p>
۶۲	<p>هریک از سهمی‌های زیر نمودار حالتی از تابع <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math> است که در آن <math> a  = ۱</math> است و نقطه‌ی رأس سهمی نیز داده شده است. صفرهای تابع را در صورت وجود به دست آورید و ضابطه‌ی تابع را مشخص کنید.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  <p>(الف)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(ب)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(پ)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(ت)</p> </div> </div>

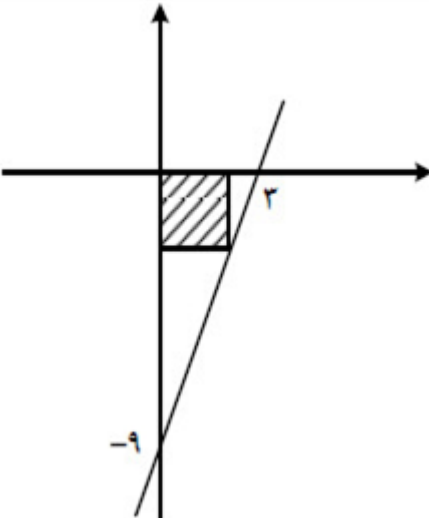
	<p>صفرهای توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.</p> <p>الف) <math>f(x) = x^3 - 4x</math></p> <p>ب) <math>g(x) = 2x^3 + x^2 + 3x</math></p> <p>پ) <math>h(x) = x^4 + 3x^2 + 5</math></p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)</p>	۶۳
	<p>یک توپ فوتبال بر اثر ضربه بازیکن طبق شکل روبه‌رو حرکت می‌کند تا دوباره به زمین بخورد. در هر لحظه ارتفاع توپ از سطح زمین را می‌توانیم با رابطه‌ی <math>h(x) = -0.3x(x - 3.6)</math> مدل‌سازی کنیم که <math>x</math> فاصله افقی توپ از نقطه اولیه است (<math>x</math> برحسب متر است).</p> <p>الف) توپ چند متر افقی را طی می‌کند تا دوباره به زمین بخورد.</p> <p>ب) توپ حداکثر تا چه ارتفاعی بالا می‌رود.</p>  <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)</p>	۶۴
	<p>معادله‌ی درجه دومی بنویسید که:</p> <p>الف) ریشه‌های آن <math>\frac{1}{3}</math> و <math>\frac{2}{3}</math> باشند.</p> <p>ب) یکی از ریشه‌های آن دو برابر دیگری باشد (مسئله چند جواب دارد؟)</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)</p>	۶۵
	<p>برای عدد حقیقی <math>a (a \neq 1)</math> و عدد طبیعی <math>n</math>:</p> <p>الف) حاصل عبارت زیر را به دست آورید.</p> <p>ب) با استفاده از قسمت الف نتیجه بگیرید که:</p> $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + a^2 + a + 1)$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)</p>	۶۶
	<p>نقطه <math>A(4, 0)</math> یک رأس مثلثی است که دو رأس دیگر آن روی خط <math>x - 3y = 1</math> قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس <math>A</math> از این خط بوده و نقطه <math>\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\right)</math> داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه اول محورهای مختصات کدام است؟</p> <p>۱ <math>\sqrt{0.6}/6</math>    ۲ <math>\sqrt{0.9}/9</math>    ۳ <math>1/65</math>    ۴ <math>1/35</math></p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی</p>	۶۷
	<p>در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف و مثبت <math>a</math>، کمترین مقدار سهمی <math>y = ax^2 + 3x + a</math> برابر <math>\frac{7}{8}</math> است؟</p> <p>۱ <math>1</math>    ۲ <math>2</math>    ۳ <math>3</math>    ۴ هیچ مقدار <math>a</math></p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی</p>	۶۸

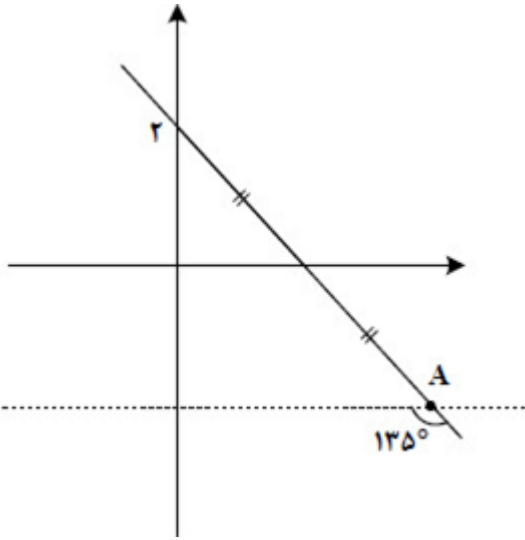




۶۹	<p>اگر <math>\sqrt{x-a} + \sqrt{x-4} = 4</math> باشد، حاصل عبارت <math>1 - \sqrt{x-a} + \sqrt{x-4}</math> کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ <math>\frac{a}{2}</math>    <input type="radio"/> ۲ <math>\frac{a}{4}</math>    <input type="radio"/> ۳ <math>\frac{1}{2}</math>    <input type="radio"/> ۴ <math>\frac{1}{4}</math> </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی</p>
۷۰	<p>دو رأس یک مستطیل روی خط <math>2y - x = 4</math> و نقاط <math>(1, 4)</math> و <math>(-1, 0)</math> رأس‌های غیرمجاور این مستطیل هستند. طول مستطیل کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ <math>5\sqrt{2}</math>    <input type="radio"/> ۲ <math>4\sqrt{3}</math>    <input type="radio"/> ۳ <math>3\sqrt{2}</math>    <input type="radio"/> ۴ <math>2\sqrt{3}</math> </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۷۱	<p>در شکل مقابل، قطر مربع هاشورخورده، کدام است؟</p>  <p> <input type="radio"/> ۱ <math>\frac{4}{2\sqrt{3}}</math>    <input type="radio"/> ۲ <math>\frac{4}{3\sqrt{2}}</math>    <input type="radio"/> ۳ <math>\frac{3}{2\sqrt{2}}</math>    <input type="radio"/> ۴ <math>\frac{3}{2\sqrt{3}}</math> </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۷۲	<p>برای چند مقدار صحیح <math>m</math>، هر دو ریشه معادله <math>-x^2 + 5x + m = 0</math> کوچک‌تر از <math>\frac{9}{4}</math> است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ صفر    <input type="radio"/> ۲ ۱    <input type="radio"/> ۳ ۴    <input type="radio"/> ۴ ۵ </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۷۳	<p>در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف و منفی <math>a</math>، بیشترین مقدار سهمی <math>y = ax^2 + x + 2a</math> برابر <math>-\frac{1}{4}</math> است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۳    <input type="radio"/> ۲ هیچ مقدار <math>a</math>    <input type="radio"/> ۳ ۲    <input type="radio"/> ۴ ۱ </p> <p>سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳</p>
۷۴	<p>نقطه <math>A(-5, -1)</math> یک رأس مثلثی است که یک ضلع آن روی خط <math>x - 2y = 1</math> قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس <math>A</math> از این خط بوده و نقطه <math>(-4, -2)</math> داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه سوم محاورهای مختصات کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۴    <input type="radio"/> ۲ <math>4/2</math>    <input type="radio"/> ۳ ۶    <input type="radio"/> ۴ <math>6/4</math> </p> <p>سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳</p>



۷۵	<p>اگر <math>\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2</math> باشد، حاصل عبارت <math>\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2</math> کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ صفر    <input type="radio"/> ۲ ۱    <input type="radio"/> ۳ <math>\frac{a}{4}</math>    <input type="radio"/> ۴ <math>\frac{a}{2}</math> </p> <p>سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳</p>
۷۶	<p>در یک مستطیل، نقاط <math>A(5, 2)</math> و <math>C(4, -1)</math> دو رأس غیرمجاور و دو رأس <math>B</math> و <math>D</math> روی خط <math>x - 3y = 3</math> واقع‌اند. اختلاف طول نقاط <math>B</math> و <math>D</math> کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۳    <input type="radio"/> ۲ <math>3/5</math>    <input type="radio"/> ۳ ۱    <input type="radio"/> ۴ <math>1/5</math> </p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳</p>
۷۷	<p>در شکل مقابل، قطر مربع هاشورخورده، کدام است؟</p>  <p> <input type="radio"/> ۱ <math>2/5\sqrt{2}</math>    <input type="radio"/> ۲ <math>3/5\sqrt{2}</math>    <input type="radio"/> ۳ <math>9/2\sqrt{2}</math>    <input type="radio"/> ۴ <math>9/\sqrt{2}</math> </p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳</p>
۷۸	<p>نقاط <math>A(2, 0)</math> و <math>C(0, -1)</math> دو رأس یک مربع و روی یک قطر هستند. کدام نقطه یک رأس مربع روی قطر دیگر است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ <math>(0, \frac{3}{2})</math>    <input type="radio"/> ۲ <math>(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})</math>    <input type="radio"/> ۳ <math>(\frac{3}{4}, -\frac{5}{4})</math>    <input type="radio"/> ۴ <math>(\frac{5}{4}, \frac{1}{4})</math> </p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>
۷۹	<p>برای چند مقدار صحیح <math>m</math>، هر دو ریشه معادله <math>2x^2 + 7x + m = 0</math> بزرگ‌تر از <math>-3</math> است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۴    <input type="radio"/> ۲ ۳    <input type="radio"/> ۳ ۱    <input type="radio"/> ۴ صفر </p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳</p>
۸۰	<p>برای چند مقدار صحیح و یک رقمی <math>a</math>، جواب معادله <math>\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a</math>، عددی صحیح است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۴    <input type="radio"/> ۲ ۵    <input type="radio"/> ۳ ۶    <input type="radio"/> ۴ ۷ </p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>
۸۱	<p>اگر <math>\alpha</math> و <math>\beta</math> صفرهای سهمی <math>y = 25\alpha x^2 + 4x + \beta</math> و <math>\beta &gt; \alpha</math> باشد، رأس این سهمی در کدام ناحیه از صفحه مختصات قرار دارد؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ اول    <input type="radio"/> ۲ دوم    <input type="radio"/> ۳ سوم    <input type="radio"/> ۴ چهارم </p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>

	<p>در شکل مقابل، فاصله نقطه A از مبدأ مختصات کدام است؟</p>  <p>۱ <math>2\sqrt{5}</math>      ۲ <math>3\sqrt{6}</math>      ۳ <math>4\sqrt{3}</math>      ۴ <math>5\sqrt{2}</math></p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>	۸۲
	<p>نقاط <math>(3, -4)</math> و <math>(-1/5, -4)</math> روی یک تابع درجه دوم واقع هستند. مجموع صفرهای این تابع در صورت وجود، کدام است؟</p> <p>۱ <math>\frac{3}{2}</math>      ۲ <math>\frac{3}{4}</math>      ۳ <math>\frac{5}{2}</math>      ۴ <math>\frac{5}{4}</math></p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>	۸۳
	<p>اختلاف ریشه‌های معادله <math>x^2 + 2kx + 5 = 0</math> برابر <math>\frac{4}{3}k</math> است. مقدار <math>\left[\frac{k^2}{2}\right]</math> کدام است؟</p> <p>۱ صفر      ۲ ۱      ۳ ۳      ۴ ۴</p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>	۸۴
	<p>صفرهای تابع <math>y = mx^2 - 4x - (m + 4)</math> و نقطه تقاطع آن با محور <math>y</math>ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر ۳ باشد، اختلاف طول رأس سهمی‌های رسم شده توسط مقادیر مختلف <math>m</math> کدام است؟</p> <p>۱ <math>\frac{7}{2}</math>      ۲ <math>\frac{9}{4}</math>      ۳ <math>\frac{7}{4}</math>      ۴ <math>\frac{9}{2}</math></p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی</p>	۸۵
	<p>نقاط <math>A(x, y)</math>، <math>B(-1-x, y-3)</math>، <math>C(0, -3)</math> و <math>D(-4, 0)</math> رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های A و B مجاور باشند، مساحت مستطیل کدام است؟</p> <p>۱ ۱۲      ۲ <math>15/5</math>      ۳ ۱۵      ۴ <math>12/5</math></p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی</p>	۸۶
	<p>از تقسیم اندازه قطر یک مستطیل به طول آن، عدد طلایی حاصل می‌شود. مجذور نسبت طول به عرض مستطیل کدام است؟</p> <p>۱ <math>\frac{1+\sqrt{5}}{2}</math>      ۲ <math>\frac{3+\sqrt{5}}{2}</math>      ۳ <math>\frac{2}{1+\sqrt{5}}</math>      ۴ <math>\frac{2}{3+\sqrt{5}}</math></p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی</p>	۸۷

۸۸	نقطه $(-۶, ۳)$ یکی از رئوس متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $x - ۳y = ۴$ و $x + ۴y = -۳$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر با اضلاع کدام است؟	$\frac{۱۹}{۲\sqrt{۱۰}}$ (۱)	$\frac{۱۹}{\sqrt{۱۰}}$ (۲)	$\frac{\sqrt{۶۵}}{۲}$ (۳)	$\frac{\sqrt{۶۵}}{\sqrt{۳}}$ (۴)
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی					
۸۹	اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادله $x^۲ - ۱۲x - a = ۰$ و $۳\alpha^۲ + \beta^۲ - ۴\alpha = ۷$ باشد، مقدار $a$ چند برابر ریشه بزرگ‌تر معادله است؟	۳ (۱)	-۳ (۲)	۹ (۳)	-۹ (۴)
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی					
۹۰	مجموع ریشه‌های معادله $\frac{۱}{x^۲} + \frac{۱}{(۲-x)^۲} = \frac{۴۰}{۹}$ کدام است؟	۲ (۱)	۲/۵ (۲)	۴ (۳)	۴/۵ (۴)
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی					
۹۱	نقاط $A(-۱, ۴)$ ، $B(۳, ۱)$ ، $C(x, y)$ و $D(-۱-x, y+۳)$ رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های $C$ و $D$ مجاور باشند، محیط مستطیل کدام است؟	۱۳ (۱)	۱۴ (۲)	۱۵ (۳)	۱۶ (۴)
سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه					
۹۲	ریشه‌های معادله $x^۲ - ax + b = ۰$ نیم‌واحد از ریشه‌های معادله $ax^۲ + ax - ۶ = ۰$ بیشتر است. مقدار $\left[\frac{ab}{۴}\right]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)	-۴ (۱)	-۳ (۲)	-۲ (۳)	-۱ (۴)
سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه					
۹۳	صفرهای تابع $y = ۲x^۲ - (m+۲)x + m$ و نقطه تقاطع آن با محور عرض‌ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر $\frac{۳}{۴}$ باشد، کدام می‌تواند طول رأس سهمی $y = x^۲ - mx + ۱$ باشد؟	$\frac{۱}{۴}$ (۱)	$\frac{۲}{۳}$ (۲)	$-\frac{۳}{۴}$ (۳)	$-\frac{۱}{۲}$ (۴)
سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه					
۹۴	نقطه $(۴/۵, ۲)$ رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $x + y = ۳$ و $x - ۴y = ۵$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع کدام است؟	$\frac{\sqrt{۱۷}}{۲}$ (۱)	$\frac{\sqrt{۱۷}}{۴}$ (۲)	$۲\sqrt{۱۷}$ (۳)	$\sqrt{۱۷}$ (۴)
سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه					



نسبت طول به عرض یک مستطیل، ۵ به ۴ است. با افزایش طول مستطیل، یک مستطیل طلایی خواهیم داشت. نسبت مساحت مستطیل طلایی به مستطیل اولیه کدام است؟

$\frac{0}{3} + \sqrt{5}$  (۱)    
  $\frac{0}{2}(1 + \sqrt{5})$  (۲)    
  $\frac{0}{6} + \frac{0}{2}\sqrt{5}$  (۳)    
  $\frac{0}{4}(1 + \sqrt{5})$  (۴)

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه



$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|4(-2) - 3(4) + 12|}{\sqrt{(4)^2 + (-3)^2}} = \frac{|-8|}{\sqrt{25}} = \frac{8}{5}$$

۱

$$\sqrt{x+1} = x-5 \Rightarrow x+1 = (x-5)^2 \Rightarrow x+1 = x^2 - 10x + 25 \Rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x-8) = 0 \Rightarrow x=3 \text{ (ق ق غ)} \quad x=8 \text{ (ق ق)}$$

۲

۳  $c < 0$  (منفی) و  $b > 0$  (مثبت)

۳

دنباله حسابی  $d = 6 \Rightarrow 12, 18, \dots, 96$

۴

$$\left. \begin{aligned} n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{96 - 12}{6} + 1 = 15 \quad \text{یا} \quad a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 96 = 12 + 6(n-1) \\ \Rightarrow \frac{84}{6} = n-1 \Rightarrow n-1 = 14 \Rightarrow n = 15 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \\ = \frac{15}{2}(12 + 96) = \frac{15}{2}(108) = 810 \end{aligned} \right\} \quad \text{یا} \quad \left. \begin{aligned} S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{15}{2}[2(12) + 6(15-1)] \\ = \frac{15}{2}(108) = 810 \end{aligned} \right\}$$

$$\sqrt{x+2} = x-4 \Rightarrow x+2 = x^2 - 8x + 16 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=7 \\ x=2 \text{ (ق ق غ)} \end{cases}$$

۵

$$S = \frac{2 - \sqrt{3}}{5} + \frac{2 + \sqrt{3}}{5} = \frac{4}{5}$$

۶ راه حل اول:

۶

$$P = \left( \frac{2 - \sqrt{3}}{5} \right) \left( \frac{2 + \sqrt{3}}{5} \right) = \frac{1}{25}$$

$$x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{1}{25} = 0$$

توجه: هر مضرب غیرصفر از معادله بالا صحیح است.

$$\left( x - \frac{2 - \sqrt{3}}{5} \right) \left( x - \frac{2 + \sqrt{3}}{5} \right) = x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{1}{25} = 0$$

راه حل دوم:

توجه: هر مضرب غیرصفر از معادله بالا صحیح است.

$$r = \frac{|12 + 3|}{\sqrt{16 + 9}}$$

$$S = 9\pi$$

۷

۸ نادرست

۸

$$\sqrt{2-x} = 1-2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} 2-x = 4x^2 - 4x + 1$$

$$4x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow \text{غیرقابل قبول} \\ x = \frac{-1}{4} \Rightarrow \text{قابل قبول} \end{cases}$$

۹

$$A(2, 0), x - y - 2 = 0$$

$$\text{فاصله نقطه از خط} = d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2 - 0 + 2|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{طول ضلع مربع} = d = 2\sqrt{2} \Rightarrow \text{مساحت} = d^2 = 8$$

۱۰

۱۱  $(-3, 6)$

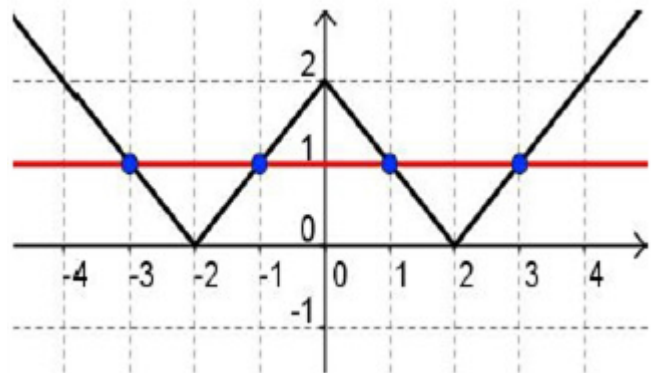
۱۲ درست

۱۳

$$x_1 = 2, x_1 + x_2 = 2 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = 2x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2b}{a}$$

$$2 + x_2 = -x_2 \Rightarrow x_2 = -1$$



۱۴

جوابهای معادله  $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 3, x_4 = -3$

$$\xrightarrow{4-x^2=u} u^2 + 2u - 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} u = 3 \\ u = -5 \end{cases}$$

$$4 - x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm 1, 4 - x^2 = -5 \Rightarrow x = \pm 3$$

۱۵

۱۶ a منفی / b منفی / c منفی

$$1, 2, 4, \dots \Rightarrow S_n = \frac{1(1 - 2^n)}{1 - 2} = 255 \Rightarrow 2^n = 256 \Rightarrow n = 8$$

۱۷

$$x^2 + 3x - 10 = 0 \quad 18$$

۱۹ نادرست

$$A(1, 0), x + y - k = 0 \Rightarrow d = \frac{|1 + 0 - k|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2} \Rightarrow |1 - k| = 2 \Rightarrow 1 - k = \pm 2 \Rightarrow k = -1, 3$$

۲۰



$$t = \frac{1}{x-2} \Rightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = -3, 1$$

$$\frac{1}{x-2} = -3 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{x-2} = 1 \Rightarrow x = 3 \text{ (ص ۱۹)}$$

۲۱

۲۲ ۲ و ۴ صفرهای تابع هستند.

$$y = a(x-2)(x-4) \xrightarrow{(\cdot, 2)} 2 = a(0-2)(0-4) \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}(x-2)(x-4) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$$

$$S_n > 450 \Rightarrow \frac{n}{2}[2(2) + 4(n-1)] > 450 \Rightarrow 2n^2 > 450 \Rightarrow n^2 > 225 \Rightarrow n > 15$$

۲۳

حداقل ۱۶ جمله را با هم جمع کنیم.

$$-2 < x < 4 \quad 24$$

۲۵ درست

$$2x = \sqrt{4x-1} \Rightarrow 4x^2 = 4x-1 \Rightarrow (2x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ ق ق}$$

۲۶

۲۷ درست.

$$x + \frac{1}{x} = -2 \xrightarrow{\times x} x^2 + 2x + 1 = 0 \\ \Rightarrow x = -1, x \neq 0$$

۲۸

۲۹ نادرست.

$$r = \frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|4(1)+3(2)+10|}{\sqrt{4^2+3^2}} = 4$$

۳۰





$$2x^2 - 10x + a = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{10}{2} = 5 \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{a}{2} \end{cases}$$

۳۱

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 5^2 - 2\left(\frac{a}{2}\right) = 25 - a$$

$$\xrightarrow{x=\alpha} 2\alpha^2 - 10\alpha + a = 0 \Rightarrow 2\alpha^2 - 10\alpha = -a \xrightarrow{\div 2} \alpha^2 - 5\alpha = -\frac{a}{2}$$

$$2\alpha^2 + \beta^2 - 5\alpha = 5 \Rightarrow \underbrace{\alpha^2 + \beta^2}_{25 - a} + \underbrace{\alpha^2 - 5\alpha}_{-\frac{a}{2}} = 5 \Rightarrow 25 - a - \frac{a}{2} = 5 \Rightarrow -\frac{3}{2}a = -18$$

$$\Rightarrow a = 12$$

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{5 - \sqrt{5}}{2} + \frac{5 + \sqrt{5}}{2} = \frac{10}{2} = 5 \\ P = \alpha\beta = \left(\frac{5 - \sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{5 + \sqrt{5}}{2}\right) = \frac{25 - 5}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

۳۲

$$x^2 - 5x + P = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + \frac{5}{2} = 0$$

$$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

۳۳

$$\sqrt{x+3} = x-3 \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم}} x+3 = (x-3)^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = x+3$$

۳۴

$$x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ ق ق غ} \\ x=6 \text{ ق ق ق} \end{cases}$$

$$1, 16, 25, \dots, 96 \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 96 = 1 + (n-1)15$$

۳۵

$$\Rightarrow 15n - 1 + 1 = 96 \Rightarrow 15n = 96 \Rightarrow n = \frac{96}{15} = 12$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{12} = \frac{12}{2}(1 + 96) = \frac{12}{2}(107) = 12 \times 53 = 636$$

$$|x - (-2)| = 3 \Rightarrow |x + 2| = 3 \Rightarrow x + 2 = \pm 3$$

۳۶

$$\begin{cases} x + 2 = 3 \Rightarrow x = 1 \\ x + 2 = -3 \Rightarrow x = -5 \end{cases}$$

اگر طول از مبدأ ۴ باشد، یعنی خط از نقطه (۴, ۰) می‌گذرد.

۳۷

$$(4, 0) \Rightarrow (a-1) \times 4 - b(0) = 12 \Rightarrow 4a - 4 = 12 \Rightarrow 4a = 16 \Rightarrow a = 4$$

اگر عرض از مبدأ برابر ۲ باشد، یعنی خط از نقطه (۰, ۲) می‌گذرد.

$$(0, 2) \Rightarrow (a-1) \times 0 - b(2) = 12 \Rightarrow -2b = 12 \Rightarrow b = -6$$



$$\text{الف) } \frac{x}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{x+5}{x^2-4} \xrightarrow{\times(x+2)(x-2)} x(x-2) + x+2 = x+5$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + x + 2 - x - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ ق ق} \\ x = 3 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\text{ب) } \sqrt{x+2} = x-4 \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{طرفین تساوی به توان ۲}} x+2 = x^2 - 8x + 16$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ ق ق غ} \\ x = 7 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-2 + 5 + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$\sqrt{2x+1} + \sqrt{x} = 5 \Rightarrow \sqrt{2x+1} = 5 - \sqrt{x} \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{به توان ۲}} 2x+1 = 25 - 10\sqrt{x} + x$$

$$\Rightarrow 10\sqrt{x} = 24 - x \xrightarrow{\sqrt{x}=t} 10t = 24 - t^2 \Rightarrow t^2 + 10t - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (t+12)(t-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -12 \text{ ق ق غ} \\ t = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

اگر طول از مبدأ ۲ باشد، یعنی خط از نقطه  $(2, 0)$  می‌گذرد.

$$(2, 0) \Rightarrow (m-2) \times 2 + 2n(0) = 10 \Rightarrow 2m - 4 = 10 \Rightarrow 2m = 14 \Rightarrow m = 7$$

اگر عرض از مبدأ برابر ۳ باشد، یعنی خط از نقطه  $(0, 3)$  می‌گذرد.

$$(0, 3) \Rightarrow (m-2) \times 0 + 2n(3) = 10 \Rightarrow 6n = 10 \Rightarrow n = \frac{10}{6} \Rightarrow n = \frac{5}{3}$$

ابتدا باید نقطه وسط AB را محاسبه کنیم و فاصله C تا M (وسط AB) برابر طول پاره خط است.

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right) \Rightarrow M\left(\frac{3-1}{2}, \frac{4+2}{2}\right) \Rightarrow M(1, 3)$$

$$CM = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-1-3)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

ابتدا شیب خط AC را به دست می‌آوریم و سپس قرینه و معکوس می‌کنیم.

$$m_{AC} = \frac{5-0}{-1-9} = \frac{5}{-10} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m_{BH} = 2$$

$$y - y_B = m(x - x_B) \Rightarrow y - 4 = 2(x - 0) \Rightarrow y = 2x + 4$$

معادله ارتفاع BH برابر  $y = 2x + 4$  است.

$$\xrightarrow{x^2=t} t^2 - 7t + 10 = 0 \Rightarrow (t-2)(t-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \\ t = 5 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$$



$$14, 21, \dots, 98 \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 98 = 14 + (n-1)7$$

۴۵

$$\Rightarrow 7n - 7 + 14 = 98 \Rightarrow 7n = 91 \Rightarrow n = \frac{91}{7} = 13$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{13} = \frac{13}{2}(14 + 98) = \frac{13}{2} \times 112 = 13 \times 56 = 728$$

$$\xrightarrow{t=x^2} t^2 - \Delta t + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-\Delta)^2 - 4(1)(1) = 21$$

۴۶

$$\Rightarrow t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\Delta \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$\begin{cases} t = \frac{\Delta + \sqrt{21}}{2} > 0 \Rightarrow x^2 = \frac{\Delta + \sqrt{21}}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{\Delta + \sqrt{21}}{2}} \\ t = \frac{\Delta - \sqrt{21}}{2} > 0 \Rightarrow x^2 = \frac{\Delta - \sqrt{21}}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{\Delta - \sqrt{21}}{2}} \end{cases}$$

$$\frac{f \circ g(\cdot)}{g \circ f(\cdot)} = \frac{f(g(\cdot))}{g(f(\cdot))} = \frac{f\left(\frac{1}{\cdot}\right)}{g(\Delta)} = \frac{\Delta - \frac{1}{\cdot}}{\frac{\Delta+1}{\sqrt{\cdot^2+\Delta}}} = \frac{\frac{\Delta-\frac{1}{\cdot}}{\frac{\Delta+1}{\sqrt{\cdot^2+\Delta}}}}{\frac{\Delta}{\cdot}} = \frac{27}{12} = \frac{9}{4}$$

الف ۴۷

$$D_f = \mathbb{R}$$

ب

$$D_g : \cdot + x > 0 \Rightarrow x > -\cdot \Rightarrow D_g = (-\cdot, +\infty)$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid \Delta - |x| > -\cdot\}$$

(۱)

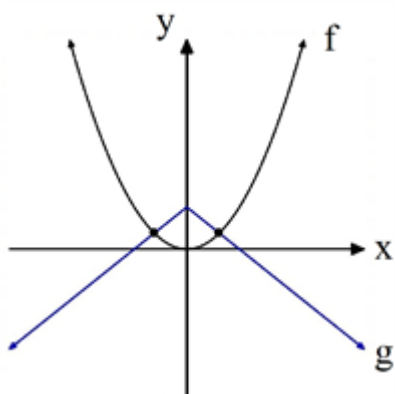
↓

$$-|x| > -\Delta \Rightarrow |x| < \Delta \Rightarrow -\Delta < x < \Delta \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} D_{g \circ f} = (-\Delta, \Delta)$$

$$x^2 + |x| - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 - |x| \Rightarrow \begin{cases} f(x) = x^2 \\ g(x) = 1 - |x| \end{cases}$$

۴۸



معادله دو ریشه دارد.

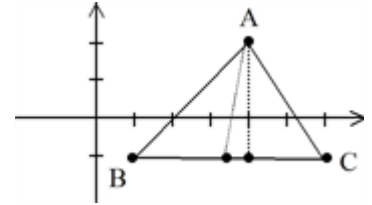


با توجه به شکل روبه‌رو BC موازی محور طول‌ها و AH عمود بر آن است، لذا می‌توان مختصات نقطه‌ی H را به صورت زیر به دست آورد:

$$H \begin{vmatrix} ۴ \\ -۱ \end{vmatrix}$$

هم‌چنین M وسط BC است، پس:

$$M \begin{vmatrix} \frac{۴+۱}{۲} = \frac{۵}{۲} \\ \frac{-۱+(-۱)}{۲} = -۱ \end{vmatrix} \Rightarrow M \begin{vmatrix} \frac{۵}{۲} \\ -۱ \end{vmatrix} \Rightarrow MH = \left| ۴ - \frac{۵}{۲} \right| = \frac{۳}{۲}$$



نقطه‌ی M را روی خط  $y = ۲x$  در نظر می‌گیریم:

$$M \begin{vmatrix} x \\ ۲x \end{vmatrix} : MO + MA = ۵$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + (۲x)^2} + \sqrt{(x-۲)^2 + (۲x-۴)^2} = ۵ \Rightarrow \sqrt{۵x^2} + \sqrt{۵(x-۲)^2} = ۵$$

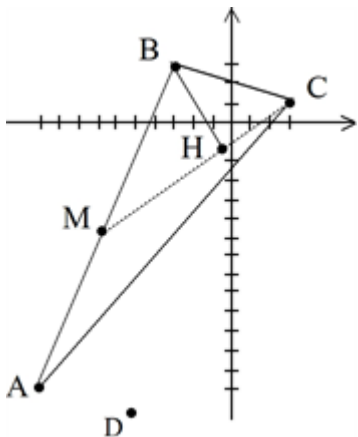
$$\Rightarrow \sqrt{۵}|x| + \sqrt{۵}|x-۲| = ۵ \Rightarrow |x| + |x-۲| = \sqrt{۵}$$

ق ق  $x < ۰ : -x - x + ۲ = \sqrt{۵} \Rightarrow ۲x = ۲ - \sqrt{۵} \Rightarrow x = ۱ - \frac{\sqrt{۵}}{۲}$

غیرممکن است  $۰ \leq x \leq ۲ : x - x + ۲ = \sqrt{۵} \Rightarrow ۲ = \sqrt{۵}$

ق ق  $x > ۲ : x + x - ۲ = \sqrt{۵} \Rightarrow ۲x = ۲ + \sqrt{۵} \Rightarrow x = ۱ + \frac{\sqrt{۵}}{۲}$

$$\Rightarrow M \begin{vmatrix} ۱ - \frac{\sqrt{۵}}{۲} \\ ۲ - \sqrt{۵} \end{vmatrix} \text{ یا } M \begin{vmatrix} ۱ + \frac{\sqrt{۵}}{۲} \\ ۲ + \sqrt{۵} \end{vmatrix}$$



$$AB \text{ وسط } M \begin{vmatrix} \frac{-۱۰-۳}{۲} = \frac{-۱۳}{۲} \\ \frac{-۱۳+۳}{۲} = -۵ \end{vmatrix}, m_{MC} = \frac{۱-(-۵)}{۳-\left(\frac{-۱۳}{۲}\right)} = \frac{۶}{\frac{۱۹}{۲}} = \frac{۱۲}{۱۹}$$

$$y - ۱ = \frac{۱۲}{۱۹}(x - ۳) \Rightarrow ۱۹y - ۱۹ = ۱۲x - ۳۶$$

$$\Rightarrow ۱۲x - ۱۹y - ۱۷ = ۰ \text{ معادله خط میانه CM}$$

$$BH = \frac{|۱۲(-۳) - ۱۹(۳) - ۱۷|}{\sqrt{۱۲^2 + ۱۹^2}} = \frac{۱۱۰}{\sqrt{۵۰۵}}$$

ب) می‌دانیم در هر متوازی‌الاضلاع، قطرهای هم‌دیگر را نصف می‌کنند لذا وسط AC و وسط BD بر هم منطبق هستند. پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{vmatrix} \frac{-۳+x_D}{۲} \\ \frac{۳+y_D}{۲} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{-۱۰+۳}{۲} \\ \frac{-۱۳+۱}{۲} \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -۳ + x_D = -۷ \Rightarrow x_D = -۴ \\ ۳ + y_D = -۱۲ \Rightarrow y_D = -۱۵ \end{cases}$$



$$ax + 4y - 1 = 0$$

$$AH = \frac{|a(1) + 4(2) - 1|}{\sqrt{a^2 + 4^2}} = \frac{|a + 7|}{\sqrt{a^2 + 16}} = 2 \Rightarrow 2\sqrt{a^2 + 16} = |a + 7|$$

$$\Rightarrow (2\sqrt{a^2 + 16})^2 = |a + 7|^2 \Rightarrow 4a^2 + 64 = a^2 + 14a + 49 \Rightarrow 3a^2 - 14a + 15 = 0$$

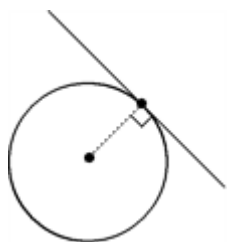
$$\Rightarrow \frac{1}{3}(3a - 5)(3a - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3a = 9 \Rightarrow a = 3 \\ 3a = 5 \Rightarrow a = \frac{5}{3} \end{cases}$$

الف)  $R = OS = \sqrt{x^2 + 8^2} = 10 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$

ب)  $S \left( \frac{6}{8}, P \right)^{-10} \Rightarrow m_{PS} = \frac{0 - 8}{-10 - 6} = \frac{-8}{-16} = \frac{1}{2}$

$S \left( \frac{6}{8}, Q \right)^{10} \Rightarrow m_{SQ} = \frac{0 - 8}{10 - 6} = \frac{-8}{4} = -2$

پ)  $m_{PS} \times m_{SQ} = \frac{1}{2} \times (-2) = -1 \Rightarrow PS \perp SQ \Rightarrow \widehat{PSQ} = 90^\circ$



$$4x + 3y - 5 = 0$$

$$R = \frac{|4(-1) + 3(2) - 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{2}{5}$$

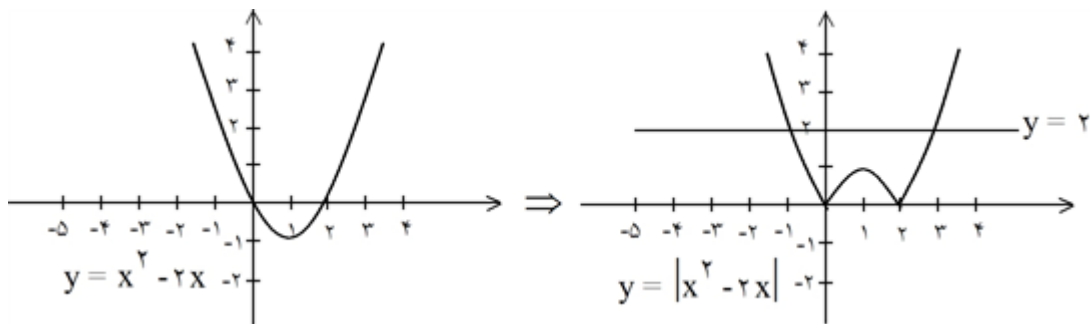
الف)  $x^2 - 8x - 20 = 0 \Rightarrow (x - 10)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow A \left( \frac{-2}{1}, B \right)^{10}$

ب)  $AB = |10 - (-2)| = 12$

پ) راس سهمی  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow y_{\min} = (4)^2 - 8(4) - 20 = -36$

بیشترین ضخامت عدسی:  $|y_{\min}| = |-36| = 36$





۵۶

معادله ۲ جواب دارد: یک جواب بین ۰ و ۱ و یک جواب هم بین ۲ و ۳

روش جبری:

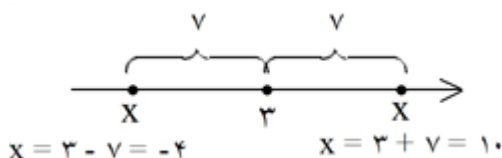
$$|x^2 - 2x| = 2 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = 2 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 : \Delta = 4 + 8 = 12^* \\ \text{ریشه حقیقی ندارد} \Delta = 4 - 8 = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 1 \pm \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{3} = 2.73 \\ x = 1 - \sqrt{3} = -0.73 \end{cases}$$

$$|x - 3| = 7$$

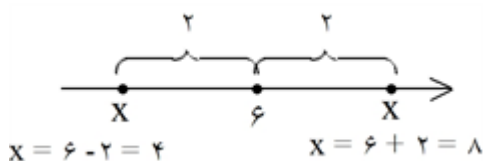
الف) ۵۷

جواب را می‌توان طبق نمودار روبه‌رو به راحتی به دست آورد:



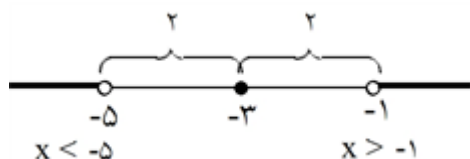
$$|x - 3| = 7 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 7 \Rightarrow x = 3 + 7 = 10 \\ x - 3 = -7 \Rightarrow x = 3 - 7 = -4 \end{cases}$$

ب)  $2|x - 6| = 4 \Rightarrow |x - 6| = 2$



$$|x - 6| = 2 \Rightarrow \begin{cases} x - 6 = 2 \Rightarrow x = 6 + 2 = 8 \\ x - 6 = -2 \Rightarrow x = 6 - 2 = 4 \end{cases}$$

پ)  $|x - (-3)| > 2 \Rightarrow |x + 3| > 2$



$$|x + 3| > 2 \Rightarrow \begin{cases} x + 3 > 2 \Rightarrow x > -1 \\ x + 3 < -2 \Rightarrow x < -5 \end{cases}$$

روش جبری:

می‌دانیم اگر متحرکی با سرعت  $V$  در مدت زمان  $t$ : مسافت  $x$  را طی کند داریم:

$$t = \frac{x}{V} \Rightarrow x = V \cdot t$$

فرض کنیم:  $t_1$ : مدت زمان رفت  $V_1$ : سرعت رفت  
 $t_2$ : مدت زمان برگشت  $V_2$ : سرعت برگشت  
 در این صورت داریم:

$$V_2 = V_1 - 8 \quad t_1 + t_2 = 17 - 2 = 15 \quad t_1 = \frac{144}{V_1} \quad t_2 = \frac{144}{V_2}$$

$$t_1 + t_2 = 15 \Rightarrow \frac{144}{V_1} + \frac{144}{V_1 - 8} = 15 \xrightarrow{\div 3} \frac{48}{V_1} + \frac{48}{V_1 - 8} = 5 \xrightarrow{\times V_1(V_1 - 8)}$$

$$48(V_1 - 8) + 48V_1 = 5V_1(V_1 - 8) \Rightarrow 48V_1 - 48 \times 8 + 48V_1 = 5V_1^2 - 40V_1$$

$$\Rightarrow 5V_1^2 - 136V_1 + 48 \times 8 = 0 \Rightarrow \frac{1}{5}(5V_1 - 120)(5V_1 - 16) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5V_1 = 120 \Rightarrow V_1 = 24 \text{ ق ق} \\ 5V_1 = 16 \Rightarrow V_1 = 3/2 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

فرض می‌کنیم:  $V$  = حجم کار

$x$  = مدت زمان انجام کار توسط ماشین B

در این صورت مدت زمان انجام کار توسط ماشین A می‌شود:  $x - 15$  و خواهیم داشت:

$$\text{میزان کار ماشین B در یک ساعت} = \frac{V}{x} \quad \text{میزان کار ماشین A در یک ساعت} = \frac{V}{x - 15}$$

$$\text{میزان کار هر دو ماشین A و B با هم در یک ساعت} = \frac{V}{18}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{x} + \frac{V}{x - 15} = \frac{V}{18} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x - 15} = \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{x - 15 + x}{x(x - 15)} = \frac{1}{18} \Rightarrow x^2 - 15x = 36x - 270$$

$$\Rightarrow x^2 - 51x + 270 = 0 \Rightarrow (x - 45)(x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 45 \text{ ق ق} \\ x = 6 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

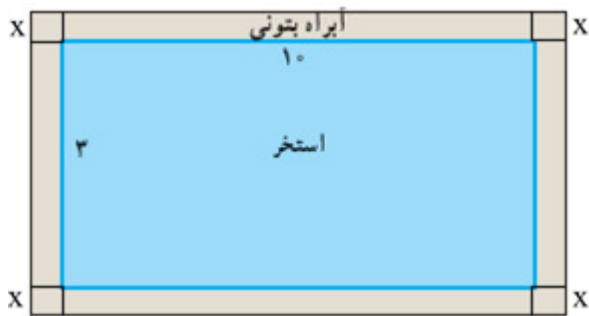
$$x \begin{matrix} 4x + 1 \\ \text{کفپوش} \end{matrix}$$

$x(4x + 1) = 4x^2 + x$ : مساحت یک کفپوش

$$2000(4x^2 + x) = 528000 \Rightarrow 4x^2 + x = 264 \Rightarrow 4x^2 + x - 264 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 4225 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm 65}{8} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{66}{8} \text{ غ ق ق} \\ x = \frac{64}{8} = 8 \text{ ق ق} \end{cases}$$

طول هر کاشی ۳۳ سانتی‌متر است.  $\text{طول کاشی} = 4x + 1 = 33$



$$4x^2 + 16x + 100 = 136$$

$$4x^2 + 16x - 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{9}{2} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}(2x + 14)(2x - 1) = 0$$

۶۱

الف)  $|a| = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = x^2 + bx + c$

$$\frac{-b}{2a} = -3 \Rightarrow \frac{-b}{2} = -3 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow f(x) = x^2 + 6x + c$$

$$\xrightarrow[y=5]{x=-3} 5 = 9 - 18 + c \Rightarrow c = 14 \Rightarrow f(x) = x^2 + 6x + 14$$

ب)  $|a| = 1 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow f(x) = -x^2 + bx + c$

$$\frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow \frac{-b}{-2} = -2 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 4x + c$$

$$\xrightarrow[y=2]{x=-2} 2 = -4 + 8 + c \Rightarrow c = -2 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 4x - 2$$

پ)  $|a| = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = x^2 + bx + c$

$$\frac{-b}{2a} = 3 \Rightarrow \frac{-b}{2} = 3 \Rightarrow b = -6 \Rightarrow f(x) = x^2 - 6x + c$$

$$\xrightarrow[y=-3]{x=3} -3 = 9 - 18 + c \Rightarrow c = 6 \Rightarrow f(x) = x^2 - 6x + 6$$

ت)  $|a| = 1 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow f(x) = -x^2 + bx + c$

$$\frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow \frac{-b}{-2} = -2 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 4x + c$$

$$\xrightarrow[y=-1]{x=-2} -1 = -4 + 8 + c \Rightarrow c = -5 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 4x - 5$$

الف)  $f(x) = x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$

ب)  $g(x) = 2x^2 + x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(3x^2 + x + 3) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x^2 + x + 3 = 0 : \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 36 = -35 \end{cases}$$

پ)  $h(x) = x^2 + 3x^2 + 5$  ریشه حقیقی ندارد

الف)  $-0.3x(x - 36) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 36 \end{cases}$  پس از ۳۶ متر به زمین برخورد می‌کند.

ب)  $x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{-100}{-2} = 50 \Rightarrow y_1 = -0.3 \times 50 \times (-50) = 7.5$

۶۲

۶۳

۶۴





$$\text{الف) } \begin{cases} S = \frac{1}{r} + \frac{r}{r} = 1 \\ P = \frac{1}{r} \times \frac{r}{r} = \frac{r}{r} \end{cases} \Rightarrow x^r - Sx + P = 0 \Rightarrow x^r - x + \frac{r}{r} = 0$$

۶۵

$$\text{ب) } S = a + r a = r a, P = a \times r a = r a^r$$

$$x^r - Sx + P = 0 \Rightarrow x^r - r a x + r a^r = 0$$

مسئله بی‌شمار جواب دارد.

$$\text{الف) } 1 + a + a^r + \dots + a^{n-1}$$

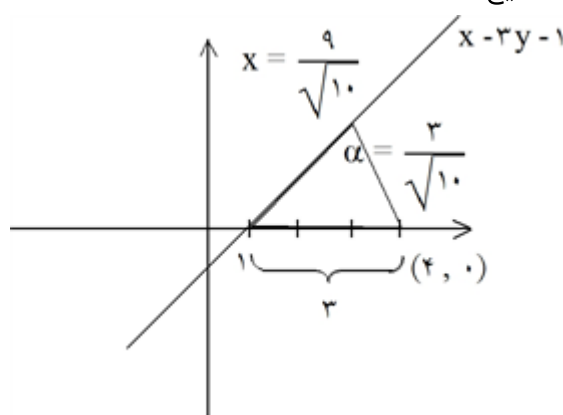
۶۶

$$S_n = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{1(1 - a^n)}{1 - a} = \frac{a^n - 1}{a - 1} : a \neq 1 \Rightarrow \frac{1 + a + a^r + \dots + a^{n-1}}{1} = \frac{a^n - 1}{a - 1}$$

$$\Rightarrow a^n - 1 = (a - 1)(1 + a + a^r + \dots + a^{n-1}) = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + a^r + a + 1)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۶۷



$$d = \frac{|4 - 1|}{\sqrt{1 + 9}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$x = \sqrt{9 - \frac{9}{10}} = \sqrt{\frac{81}{10}} = \frac{9}{\sqrt{10}}$$

$$S = \frac{1}{r} \times \frac{r}{\sqrt{10}} \times \frac{9}{\sqrt{10}} = \frac{r}{r \times 10} = \frac{1}{10}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۶۸

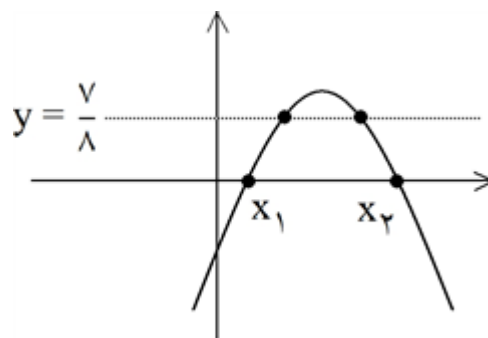
$$x_s = -\frac{r}{ra} \Rightarrow a \left( -\frac{r}{ra} \right)^r + r \left( -\frac{r}{ra} \right) + a = \frac{r}{\lambda} \Rightarrow \frac{9}{ra} - \frac{9}{ra} + a = \frac{r}{\lambda} \Rightarrow \frac{-9 + 4a^r}{\cancel{ra}} = \frac{r}{\cancel{r}}$$

$$\Rightarrow 4a^r - 9a - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 & \checkmark \\ a = -\frac{9}{\lambda} & \times \end{cases}$$

تذکر: در اصل سؤال به مثبت بودن  $a$  اشاره نشده بود که در این صورت به ازای  $-\frac{9}{\lambda} < a < 0$  و محدود کردن دامنه می‌توان به

کمترین مقدار  $\frac{r}{\lambda}$  رسید و در این صورت بی‌شمار مقدار برای  $a$  وجود خواهد داشت که در گزینه‌ها نیست. به طور مثال اگر

$a = -1$  در این صورت اگر  $D_f = [x_1, x_2]$  فرض شود، کمترین مقدار سهمی  $\frac{r}{\lambda}$  است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۹

$$\sqrt{x-4} - \sqrt{x-a} = t \Rightarrow 1+t=?$$

$$\sqrt{x-4} + \sqrt{x-a} = 4 \xrightarrow{\times(t)} \cancel{\sqrt{x-4}} - 4 - \cancel{\sqrt{x-a}} + a = 4t \Rightarrow t = \frac{a-4}{4} = \frac{a}{4} - 1$$

$$1+t = \cancel{1} + \frac{a}{4} - \cancel{1} = \frac{a}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۰

$$\text{شرط: } x = 2y - 4 > 0 \Rightarrow y > 2$$

$$m_{AB} \times m_{BC} = -1 \Rightarrow \frac{y-4}{2y-5} \times \frac{y}{2y-3} = -1$$

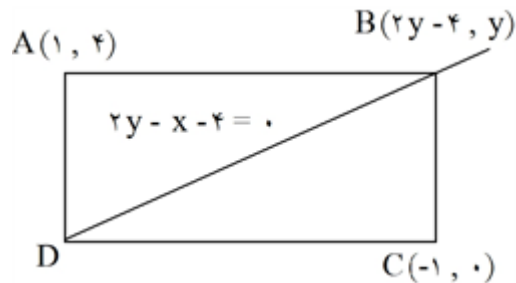
$$\Rightarrow -y^2 + 4y = 4y^2 - 16y + 15 \Rightarrow y^2 - 4y + 3 = 0$$

$$y = 3 \quad \checkmark$$

$$y = 1 \quad \times$$

$$x = 2 \Rightarrow \begin{matrix} B(2, 3) \\ C(-1, 0) \end{matrix} \Rightarrow |BC| = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2} \Rightarrow \text{طول} \quad \checkmark$$

$$\begin{matrix} B(2, 3) \\ A(1, 4) \end{matrix} \Rightarrow |AB| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \Rightarrow \text{عرض}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله خط را می‌نویسیم و سپس نقطه  $(-x, -x)$  را در آن قرار می‌دهیم. ۷۱

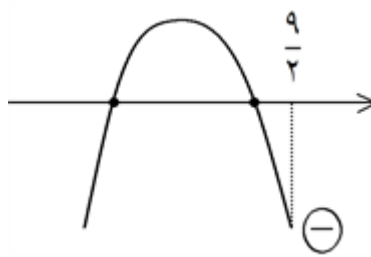
$$y = -8x - 6$$

$$-x = -8(-x) - 6 \Rightarrow 9x = 6 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$\text{قطر} = \sqrt{2}x = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4}{3\sqrt{2}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۲

$$\left\{ \begin{array}{l} f\left(\frac{9}{2}\right) < 0 \Rightarrow -\left(\frac{9}{2}\right)^2 + 5\left(\frac{9}{2}\right) + m < 0 \\ \Rightarrow -\frac{81}{4} + \frac{45}{2} + m < 0 \\ \Rightarrow m < -\frac{9}{4} = -2.25 \\ \Delta > 0 \Rightarrow 25 + 4m > 0 \Rightarrow m > -\frac{25}{4} = -6.25 \\ -6.25 < m < -2.25 \Rightarrow m = -6, -5, -4, -3 \end{array} \right.$$



$$x_s = -\frac{1}{2a} \text{ راس سهمی}$$

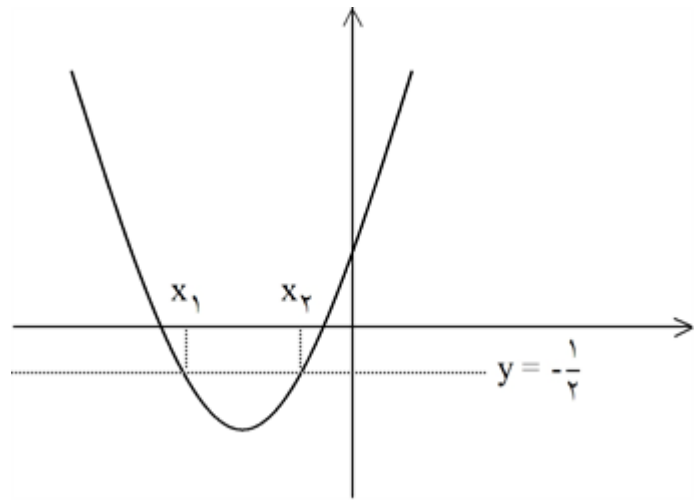
$$y_s = a\left(-\frac{1}{2a}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2a}\right) + 2a = \frac{1}{4a} - \frac{1}{2a} + 2a = -\frac{1}{4} \Rightarrow 4a^2 + 2a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } a = -\frac{1}{4} \\ \text{بیشترین مقدار ندارد} \Rightarrow \text{ق غ ق ق } a = \frac{1}{4} \end{cases}$$

تذکر: در اصل سؤال، به مقدار منفی  $a$  اشاره نشده بود که در این صورت به ازای  $0 \leq a < \frac{1}{4}$  و محدود کردن دامنه می‌توان به

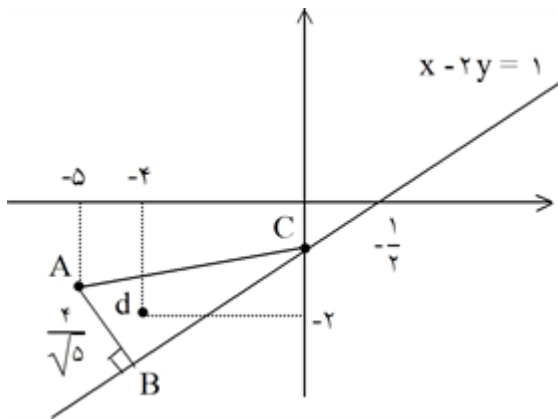
ماکزیمم  $-\frac{1}{4}$  رسید و در این حالت بی‌شمار مقدار برای  $a$  وجود دارد که در گزینه‌ها موجود نیست! به طور مثال اگر  $a = \frac{1}{5}$

$$y = \frac{1}{5}x^2 + x + \frac{2}{5} = \frac{1}{5}(x^2 + 5x + 2) \quad \text{آنگاه:}$$



با محدود کردن دامنه به فاصله  $[x_1, x_2]$  ماکزیمم سهمی  $-\frac{1}{4}$  می‌شود.





$$AB \text{ خط: } y + 2x + 11 = 0 \Rightarrow B(-4/2, -2/4)$$

$$L \text{ خط: } x - 2y = 1$$

$$C(0, -\frac{1}{2})$$

$$AB \text{ خط تا } C \text{ فاصله نقطه } \Rightarrow \frac{|-\frac{1}{2} + 0 + 11|}{\sqrt{5}} = \frac{21}{\sqrt{5}}$$

$$S = \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{21}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{2} = \frac{21}{5} = 4/2 \text{ مساحت مثلث}$$

$$\underbrace{(\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4})}_2 \underbrace{(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4})}_t = (x+a) - (x-4) = a+4$$

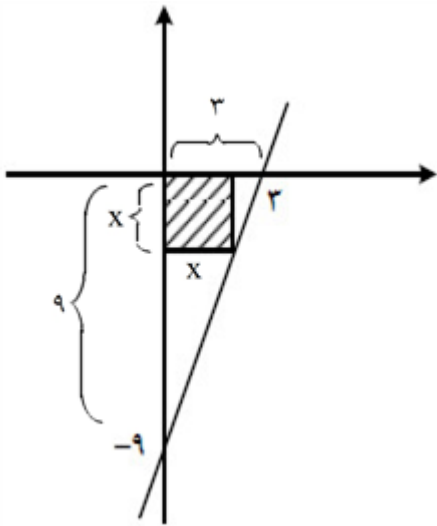
$$2t = a+4 \Rightarrow t = \frac{a+4}{2} = \frac{a}{2} + 2 \Rightarrow \sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2 = \frac{a}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} BD = AC &\Rightarrow \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{10} \\ x_B - 3y_B &= 3 \\ x_D - 3y_D &= 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_B - x_D = 3(y_B - y_D)$$

$$9(y_B - y_D)^2 + (y_B - y_D)^2 = 10 \Rightarrow (y_B - y_D)^2 = 1 \Rightarrow |y_B - y_D| = 1$$

$$\Rightarrow |x_B - x_D| = 3 \times 1 = 3$$





تالس :  $\frac{3}{x} = \frac{9}{9-x} \Rightarrow 27 - 3x = 9x \Rightarrow x = \frac{9}{4}$

قطر =  $x\sqrt{2} = \frac{9\sqrt{2}}{4} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$

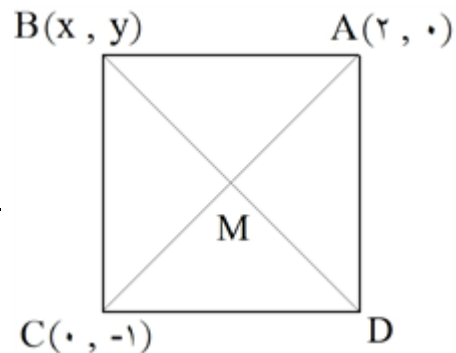
AC وسط  $M(1, -\frac{1}{2})$

AC شیب خط =  $\frac{-(-1)}{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow m_{BD} = -2$

BD معادله خط :  $y - (-\frac{1}{2}) = -2(x - 1) \Rightarrow y = -2x + \frac{3}{2}$

AC =  $\sqrt{4+1} = \sqrt{5} \Rightarrow MB = MD = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$MB = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+\frac{1}{2})^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (-2x+\frac{3}{2}+\frac{1}{2})^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$   
 $\Rightarrow \sqrt{5(x-1)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow |x-1| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = -\frac{2}{2} \Rightarrow B(\frac{3}{2}, -\frac{2}{2}) \\ x-1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow D(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \end{cases}$



$\alpha, \beta > -3 \Rightarrow S > -6, \Delta > 0 \Rightarrow m < \frac{49}{8} = 6.125$

$-\frac{7}{2} > -6 \checkmark$   $49 - 8m > 0$

x	$\alpha$	$\beta$
$2x^2 + 7x + m$	+	-

$f(-3) > 0 \Rightarrow 18 - 21 + m > 0 \Rightarrow m > 3 \Rightarrow 3 < m < \frac{49}{8} \Rightarrow m \in \{4, 5, 6\}$  مقادیر صحیح

۸۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اولاً  $a = 0$  قابل قبول است؛ زیرا در این صورت  $x = 0$  جواب صحیح معادله است.

از طرفی اگر  $a \neq 0$  باشد، داریم:

$$\sqrt{x} + \sqrt{x-a} \geq 0 \Rightarrow a \geq 0$$

$$\sqrt{x-a} = a - \sqrt{x} \xrightarrow{\text{توان } 2} x - a = a^2 + x - 2a\sqrt{x} \Rightarrow 2a\sqrt{x} = a^2 + a \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{a+1}{2}$$

$$x = \left( \frac{a+1}{2} \right)^2$$

برای اینکه  $x$  عددی صحیح باشد، لازم است  $a$  عددی فرد باشد که در بین اعداد طبیعی یک‌رقمی مقادیر ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ قابل قبول‌اند. پس در مجموع ۶ مقدار صحیح و یک‌رقمی برای  $a$  قابل قبول است.

۸۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{-4}{25\alpha} \quad (1)$$

$$25\alpha^2 = 1 \Rightarrow \alpha = \pm \frac{1}{5}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{\beta}{25\alpha} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{-4}{25\alpha} \Rightarrow 25\alpha^2 = -4 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{-4}{25} \end{cases}$$

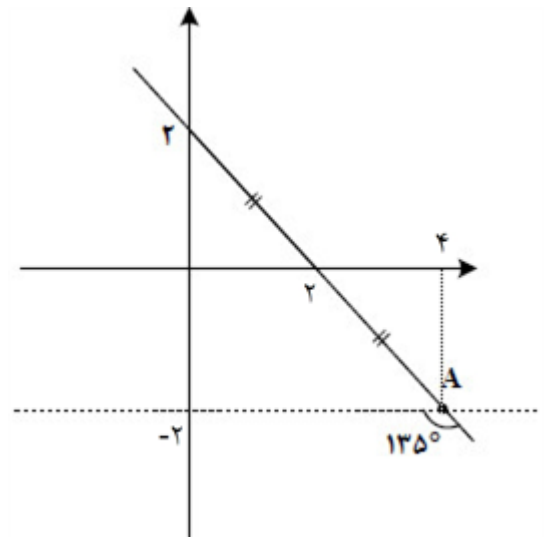
$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{5} \xrightarrow{(1)} \frac{1}{5} + \beta = -\frac{4}{5} \Rightarrow \beta = -1 & \beta < \alpha \text{ غ ق ق} \\ \alpha = -\frac{1}{5} \xrightarrow{(1)} -\frac{1}{5} + \beta = \frac{4}{5} \Rightarrow \beta = 1 & \beta > \alpha \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$y = -5x^2 + 4x + 1 \Rightarrow \begin{cases} x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{5} > 0 \\ y_S = -\frac{\Delta}{4a} \xrightarrow{\Delta > 0} y_S > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{رأس سهمی در ناحیه اول قرار دارد.}$$

۸۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

معادله خط داده شده  $y = 2 - x$  است؛ زیرا شیب آن برابر  $\tan 135^\circ = -1$  است. حال طبق شکل مقابل مختصات نقطه A به صورت  $A(4, -2)$  است و فاصله آن از مبدأ مختصات برابر  $2\sqrt{5}$  است.  $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$



۸۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در یک سهمی، اگر دو نقطه هم‌عرض داشته باشیم، طول رأس سهمی میانگین طول این دو نقطه

است. در این سؤال طول رأس سهمی  $x_S = \frac{3}{4}$  است و در نتیجه مجموع صفرهای سهمی برابر  $2x_S = \frac{3}{2}$

$$x_S = \frac{-1/5 + 3}{2} = \frac{1/5}{2} = \frac{3}{4} \text{ است.}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اختلاف ریشه‌های معادله برابر  $\sqrt{\Delta} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$  است.

$$\Rightarrow |x_2 - x_1| = \sqrt{4k^2 - 20} = 2\sqrt{k^2 - 5}$$

که باید برابر  $\frac{4}{3}k$  قرار دهیم:

$$2\sqrt{k^2 - 5} = \frac{4}{3}k \Rightarrow \sqrt{k^2 - 5} = \frac{2k}{3} \Rightarrow k^2 - 5 = \frac{4k^2}{9} \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow \left[\frac{k^2}{2}\right] = [4/5] = 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

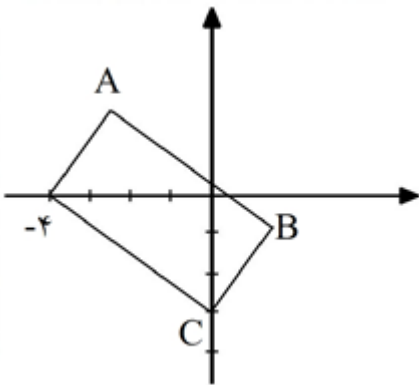
$$mx^2 - 4x - (m+4) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{m+4}{m} \end{array} \right\} |x_2 - x_1| = \left| \frac{m+4}{m} + 1 \right| = \left| \frac{2(m+2)}{m} \right|$$

$$f(0) = -(m+4) \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left| \frac{2(m+2)}{m} \right| \times |m+4| = 3$$

$$\left| \frac{m^2 + 6m + 8}{m} \right| = 3 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{m^2 + 6m + 8}{m} = 3 \Rightarrow m^2 + 3m + 8 = 0 \text{ غ ق} \\ \frac{m^2 + 6m + 8}{m} = -3 \Rightarrow m^2 + 9m + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -8 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} m = -1 \Rightarrow x_S = \frac{4}{-2} = -2 \\ m = -8 \Rightarrow x_S = \frac{4}{-16} = -\frac{1}{4} \end{array} \right\} \text{اختلاف} = \left| -\frac{1}{4} + 2 \right| = \frac{7}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

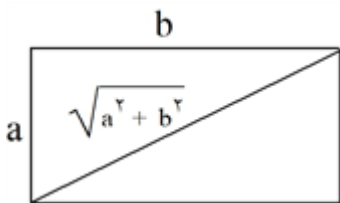


$$m_{AB} = m_{CD} \Rightarrow \frac{y-y+2}{x+1+x} = -\frac{2}{4} \Rightarrow 2x+1 = -4 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

$$BC \perp CD \Rightarrow m_{BC} \cdot m_{CD} = -1 \Rightarrow \frac{y}{-1+\frac{5}{2}} \times -\frac{2}{4} = -1 \Rightarrow y = 2$$

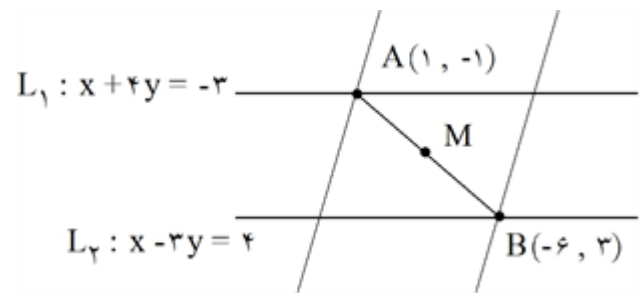
$$A\left(-\frac{5}{2}, 2\right), B\left(\frac{3}{2}, -1\right) \Rightarrow BC = \frac{5}{2}, AB = 5 \Rightarrow S = 5 \times \frac{5}{2} = 12.5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b} = \frac{\sqrt{5+1}}{2} \Rightarrow \frac{a^2+b^2}{b^2} = \frac{6+2\sqrt{6}}{4} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 1 = \frac{3+\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{1+\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{2}{1+\sqrt{6}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دقت کنید که  $B(-۶, ۳)$  روی هیچکدام از دو خط ذکر شده نیست.



$$\begin{cases} y = \frac{x-4}{3} \\ y = \frac{-x-3}{4} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقاطع}} \frac{x-4}{3} = \frac{-x-3}{4} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -1$$

$A(1, -1)$

$$L_1 \text{ فاصله از خط } M\left(-\frac{5}{2}, 1\right) \Rightarrow \frac{\left|-\frac{5}{2} + 4 + 3\right|}{\sqrt{17}}$$

$$L_2 \text{ فاصله از خط } \Rightarrow \frac{\left|-\frac{5}{2} - 3 - 4\right|}{\sqrt{10}} = \frac{19}{2\sqrt{10}}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$3x^2 - 12x - a = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - \frac{a}{3} = 0$$

$$\alpha + \beta = 4 \Rightarrow \beta = 4 - \alpha$$

$$\alpha^2 - 4\alpha - \frac{a}{3} = 0 \Rightarrow \alpha^2 = 4\alpha + \frac{a}{3}$$

$$\beta^2 = 4\beta + \frac{a}{3} = 4(4 - \alpha) + \frac{a}{3} = 16 - 4\alpha + \frac{a}{3}$$

$$2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7 \Rightarrow \cancel{\alpha^2} + \frac{2a}{3} + 16 - \cancel{4\alpha} + \frac{a}{3} - \cancel{4\alpha} = 7$$

$$\Rightarrow a = -9 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{\beta} = \frac{-9}{3} = -3$$





$$\frac{(2-x)^2 + x^2}{x^2(2-x)^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{4-4x+2x^2}{\underbrace{(2x-x^2)^2}_1} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{4-2t}{t^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{2-t}{t^2} = \frac{2}{9} \Rightarrow 2 \cdot t^2 + 9t - 18 = 0 \Rightarrow \Delta = 1521 \Rightarrow \frac{-9 \pm \sqrt{1521}}{4}$$

$$= \frac{3}{4}, -\frac{12}{10} = t$$

$$\begin{cases} -x^2 + 2x = -\frac{12}{10} \Rightarrow -x^2 + 2x + \frac{12}{10} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = 2 \\ -x^2 + 2x - \frac{3}{4} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = 2 \xrightarrow{\text{جواب}} 2 + 2 = 4 \end{cases}$$

$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{y-1}{-1-2} = \frac{-2}{2x+1} \Rightarrow 2x+1=4 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$$

$$AB \perp BC \Rightarrow \frac{-2}{4} \times \frac{y-1}{-\frac{1}{2}} = -1 \Rightarrow \frac{y-1}{2} = -1 \Rightarrow y=-1 \Rightarrow C\left(\frac{3}{2}, -1\right)$$

$$\text{محیط} = 2(AB + BC) = 2\left(5 + \frac{5}{2}\right) = 15$$

$$\alpha + \beta = \alpha' + \beta' + 1 \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{-a}{2a} + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow 2x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha', \beta' = -2, \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha, \beta = -\frac{3}{2}, 2 \Rightarrow \frac{b}{2} = \alpha\beta = -3 \Rightarrow b = -6$$

$$\left[\frac{ab}{4}\right] = \left[-\frac{6}{4}\right] = -2$$

$$2x^2 - (m+2)x + m = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} x=1, \frac{m}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left| m \left( \frac{m}{2} - 1 \right) \right|$$

$$y(0) = m : \text{محور عرض}$$

$$\Rightarrow \left| m \left( \frac{m}{2} - 1 \right) \right| = \frac{3}{2} \Rightarrow |m(m-2)| = 3 \begin{cases} m = -1 \Rightarrow \frac{m}{2} = -\frac{1}{2} \checkmark \\ m = 3 \Rightarrow \frac{m}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو خط  $x + y = 3$  و  $x - 4y = 5$  بر هم عمودند و نقطه  $(\frac{4}{5}, 2)$  روی هیچ‌کدام از آن‌ها نیست، پس فاصله این نقطه از خط‌های داده شده اضلاع مستطیل را می‌دهد:

$$a = \frac{|4 \times (\frac{4}{5}) + 2 - 3|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{17}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$$

$$b = \frac{|4/5 - 4(2) - 5|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{8/5}{\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

فاصله وسط قطراز هر ضلع (طبق تعمیم قضیه تالس) برابر نصف ضلع دیگر است، پس بیشترین فاصله موردنظر  $\frac{\sqrt{17}}{2}$  است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{نسبت طلایی} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \Rightarrow x = 2(\sqrt{5} + 1)$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{4 \times 2(\sqrt{5} + 1)}{4 \times 5} = 0.4(\sqrt{5} + 1)$$



# پاسخنامه کلیدی

۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴

