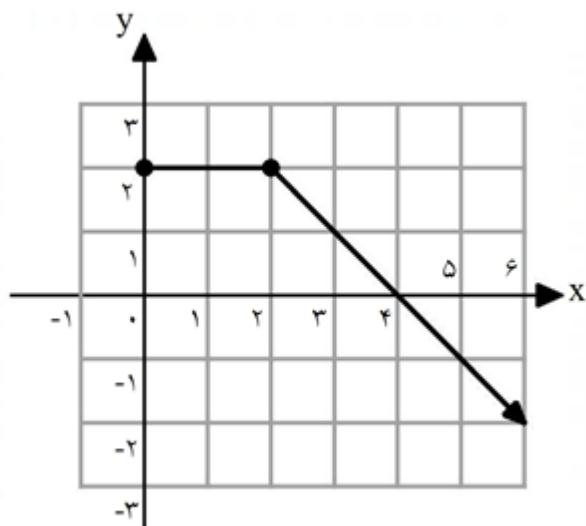


لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید

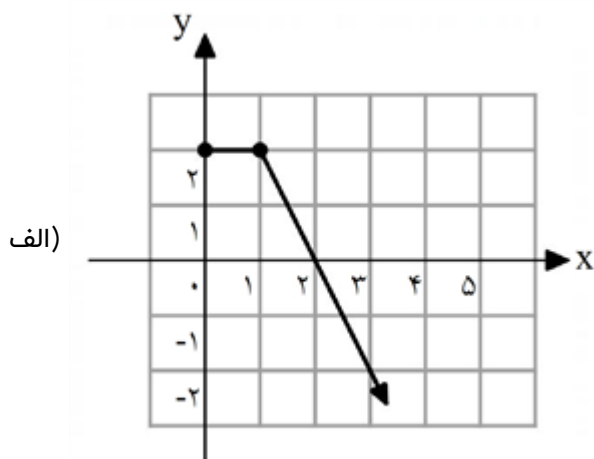
بارم

ردیف

در شکل روبه‌رو نمودار تابع f رسم شده است.
الف) نمودار تابع g با ضابطه $g(x) = f(2x)$ را رسم کنید.
ب) مقدار $g \circ f(0)$ را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳



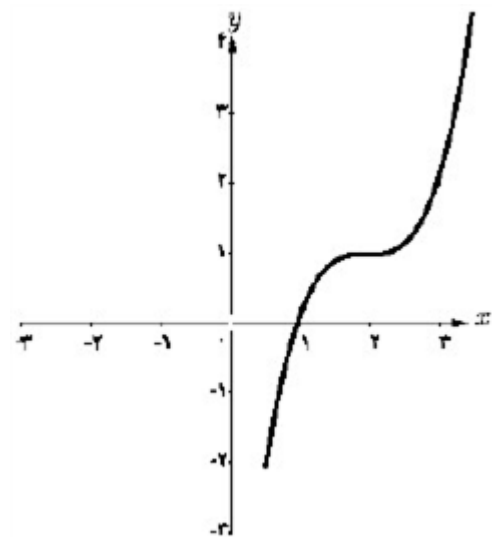
الف)

$$g(f(0)) = g(2) = 0$$

پاسخ: ۱

به کمک انتقال نمودار تابع $y = x^3$ نمودار تابع $f(x) = (x - 2)^3 + 1$ را رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳



پاسخ: ۱

۲

جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.
تابع $g(x) = x^2 - 4x + 5$ در بازه $(-\infty, a]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار a برابر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۱ ۲

۳

اگر چندجمله‌ای $p(x) = x^3 + mx + 2$ بر $x - 2$ بخش‌پذیر باشد، آنگاه باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x + 1$ را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

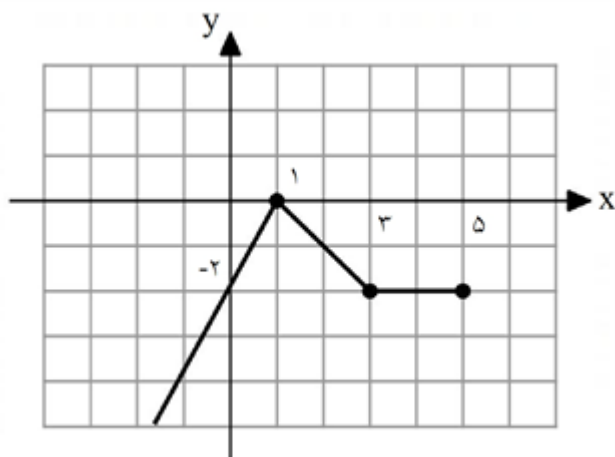
$$p(2) = 0 \Rightarrow 8 + 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = -5$$

$$p(-1) = 6$$

پاسخ: ۱

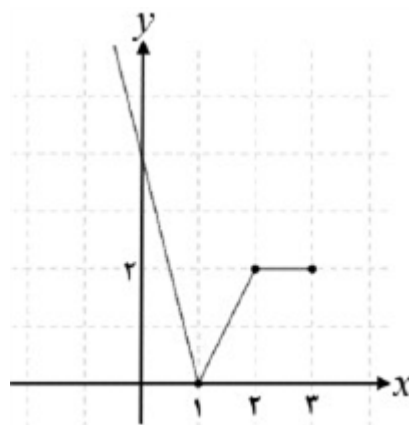
۴

نمودار تابع $f(x)$ در مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = -f(2x - 1)$ را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۱ دامنه: $(-\infty, 3]$
برد: $[0, +\infty)$



۵

جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.
تابع $f(x) = (x - 2)^3 + 1$ را در نظر بگیرید. نمودار f^{-1} از ناحیه محورهای مختصات عبور نمی‌کند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۱ چهارم

۶

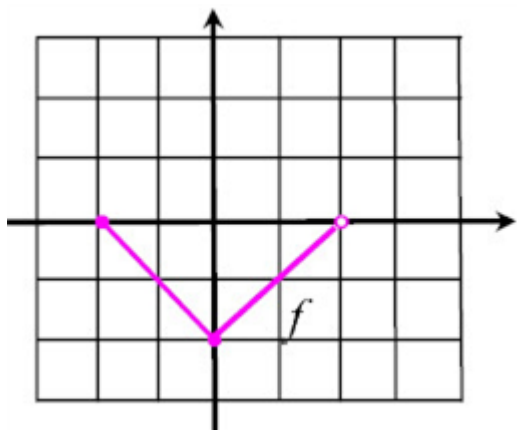
درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.
- اگر توابع f و g در یک فاصله اکیداً نزولی باشند، تابع $f + g$ نیز در آن فاصله اکیداً نزولی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۱ درست

۷

نمودار تابع f در شکل مقابل را در نظر بگیرید و سپس به سؤالات زیر پاسخ دهید.
 الف) مقدار $f(0)$ چقدر است؟
 ب) دامنه و برد را بنویسید.
 پ) نمودار تابع $g(x) = f(x) + 2$ را رسم کنید.



سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳

پاسخ: ۱ الف) $f(0) = -2$

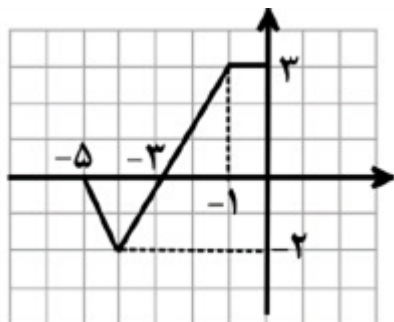
ب) روش اول $R_f = [-2, 0]$ و $D_f = [-2, 2)$

روش دوم $R_f = \{x | x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 0\}$, $D_f = \{x | x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 2\}$

پ) نمودار تابع در راستای قائم دو واحد به بالا منتقل می‌شود.

۸

نمودار تابع f به صورت مقابل است.
 دامنه و برد تابع $g(x) = 2f(-x)$ را بنویسید.



سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

$D_g = [0, 5]$, $R_g = [-4, 6]$

پاسخ: ۱

۹

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = 2x^3 - x^2 + 1$ بر $x - 1$ برابر ۲ است.

سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

پاسخ: ۱ درست

۱۰

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{3}\right)$ از انقباض افقی نمودار تابع $y = f(x)$ به دست می‌آید.

سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

پاسخ: ۱ نادرست

۱۱

۱۲

اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = 3x^2 + mx + 2m + 1$ بر $x - 2$ برابر ۳ باشد، باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x) = mx^2 - mx + 3$ بر $x + 2$ را تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

$$p(2) = 3 \Rightarrow 12 + 2m + 2m + 1 = 3 \Rightarrow 4m = -10 \Rightarrow m = -\frac{5}{2}$$

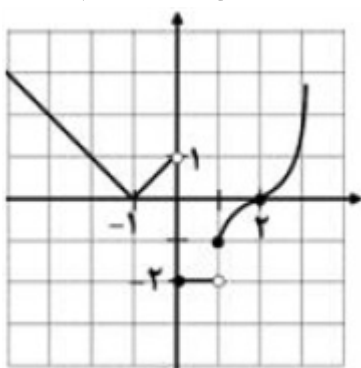
پاسخ: ۱

$$f(-2) = -\frac{5}{2}(-2)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)(-2) + 3 = -12$$

۱۳

ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 & x \geq 1 \\ -2 & 0 \leq x < 1 \\ |x+1| & x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

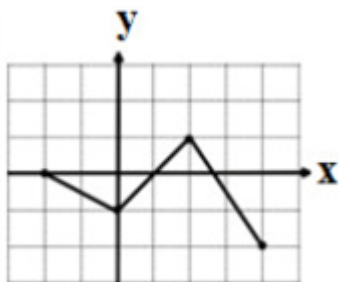


اکیدا صعودی $[-1, 0)$ و $[1, +\infty)$
اکیدا نزولی $(-\infty, -1]$

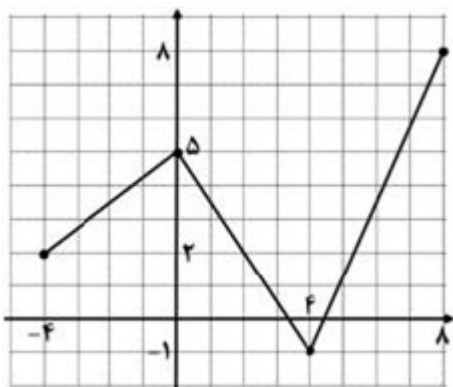
پاسخ: ۱

۱۴

نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $g(x) = -3f\left(\frac{x}{2}\right) + 2$ را رسم کرده و سپس برد تابع $g(x)$ را تعیین کنید.

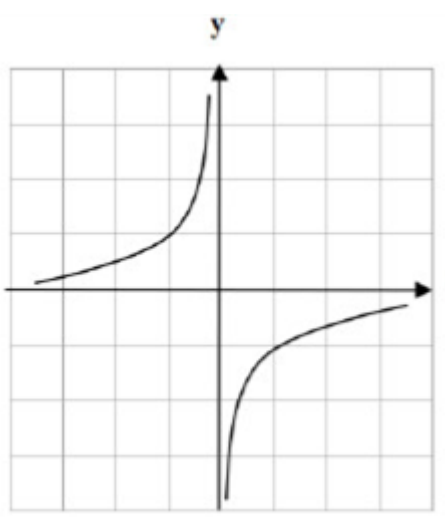


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

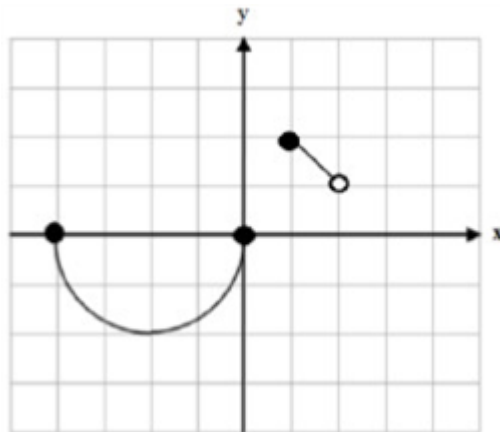


$$R = [-1, 8]$$

پاسخ: ۱

۱۵	<p>نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را ابتدا سه واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم و سپس عرض نقاط را دو برابر می‌کنیم، ضابطه تابع جدید را بنویسید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $y = 2\sqrt{x-3}$
۱۶	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- تابع $y = \frac{1}{x}$ در دامنه‌اش یکنواست.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ نادرست</p>
۱۷	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- تابع $y = \sqrt[3]{x^3} - \pi x + 1$ یک تابع چندجمله‌ای است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p>
۱۸	<p>مقادیر a و b را چنان بیابید که عبارت $p(x) = x^3 - ax + b$ بر $(x-2)$ بخش‌پذیر باشد و باقیمانده تقسیم آن بر $(x+1)$ برابر ۳ باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\begin{aligned} P(2) = 0 &\Rightarrow 8 - 2a + b = 0 \\ P(-1) = 3 &\Rightarrow a + b = 4 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -8 \\ a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} a &= 4 \\ b &= 0 \end{aligned}$
۱۹	<p>با توجه به نمودار تابع مقابل، تعیین کنید:</p> <p>الف) تابع f در چه بازه‌هایی اکیداً یکنوا است.</p> <p>ب) آیا تابع در کل دامنه خود اکیداً یکنوا است؟</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ الف) $(0, +\infty)$ اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی) و $(-\infty, 0)$ اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی) ب) خیر، در کل دامنه اکیداً یکنوا نیست.</p>

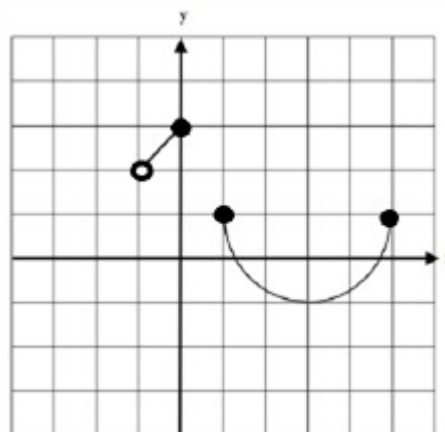
نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است.



نمودار تابع $y = f(1 - x) + 1$ را رسم کنید.

۲۰

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲



پاسخ: ۱

جای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

اگر برد تابع $y = \sqrt{x}$ بازه $[0, 2]$ باشد، برد تابع $y = 2 + \sqrt{x - 2}$ برابر است.

۲۱

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

پاسخ: ۱ $[2, 4]$

درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.

- عبارت $x^6 + 1$ بر $x + 1$ بخش پذیر است.

۲۲

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

پاسخ: ۱ نادرست

در جای خالی عبارت مناسب را قرار دهید.

نقطه $(-2, 4)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ می باشد. نقطه متناظر آن روی نمودار تابع $y = f(2x)$ برابر است.

۲۳

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

پاسخ: ۱ $(-1, 4)$

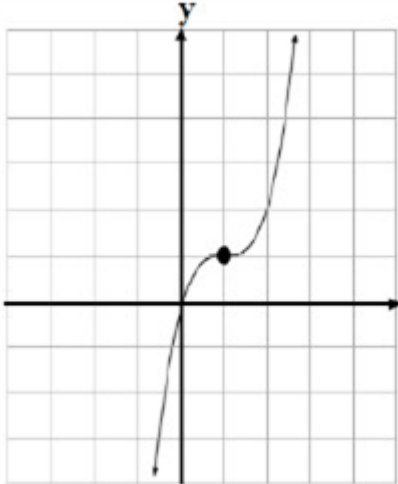
درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- بی شمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی است.

۲۴

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

پاسخ: ۱ درست

۲۵	<p>اگر $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x+1} \leq \frac{1}{125}$ باشد، حدود x را بیابید.</p>	پاسخ: ۱
۲۶	<p>نمودار تابع $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ را به کمک انتقال نمودار $f(x) = x^3$ رسم کنید، سپس اکیداً یکنوایی تابع $g(x)$ را در تمام دامنه خود، بررسی کنید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)</p> 	پاسخ: ۱
۲۷	<p>اگر چند جمله‌ای $x^2 + ax - 8$ بر $x - a$ بخش‌پذیر باشد، مقدار a را تعیین کنید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>$x = a \Rightarrow 2a^2 - 8 = 0 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$</p>	پاسخ: ۱
۲۸	<p>اگر دامنه تابع $y = f(x)$ برابر $[-1, 3]$ و برد آن $(0, 2]$ باشد، دامنه و برد تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ را بیابید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>برد تغییر نمی‌کند.</p> <p>$D_{f\left(\frac{x}{2}\right)} \Rightarrow -1 < \frac{x}{2} \leq 3 \Rightarrow D_{f\left(\frac{x}{2}\right)} = (-2, 6]$</p>	پاسخ: ۱
۲۹	<p>عبارت $\frac{x^5 + 1}{x + 1}$ را ساده کنید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>$\frac{x^5 + 1}{x + 1} = \frac{(x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)}{x + 1} = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$</p>	پاسخ: ۱

در چند جمله‌ای $P(x) = x^3 + ax^2 + b$ مقادیر a و b را چنان بیابید که باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $x + 2$ برابر ۱- و $P(x)$ بر $x - 1$ بخش‌پذیر باشد.

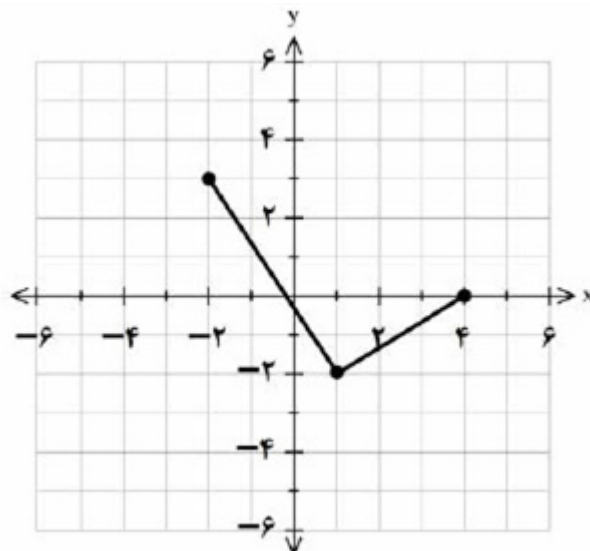
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

$$\begin{cases} p(-2) = -1 \\ p(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 7 \\ a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{8}{3}, b = -\frac{11}{3}$$

پاسخ: ۱

۳۰

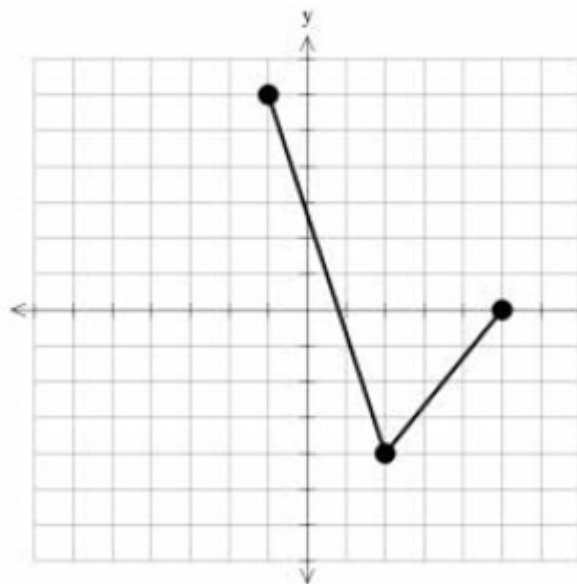
نمودار تابع f به صورت زیر است:



الف) نمودار تابع $g(x) = 2f(x - 1)$ را رسم کنید.
ب) دامنه تابع g را به دست آورید.

۳۱

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱



پاسخ: ۱ الف)

ب) $[-1, 5]$

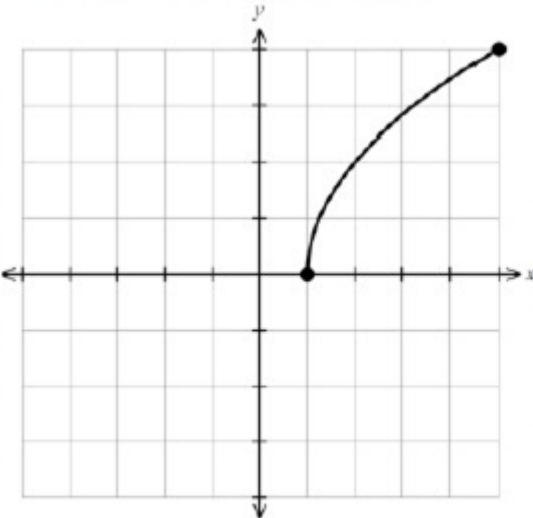
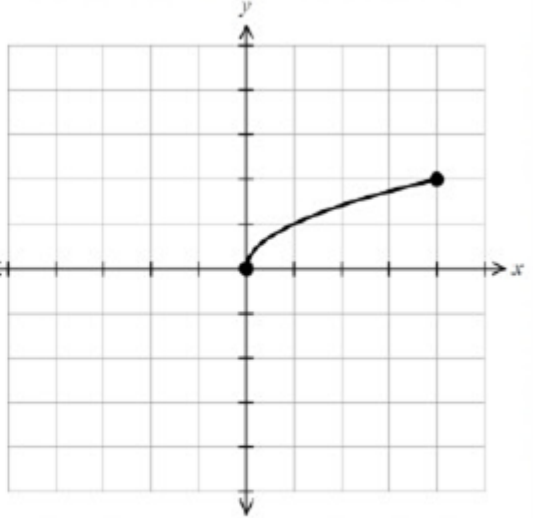
چندجمله‌ای $x^5 + 32$ را برحسب عامل $x + 2$ تجزیه کنید.

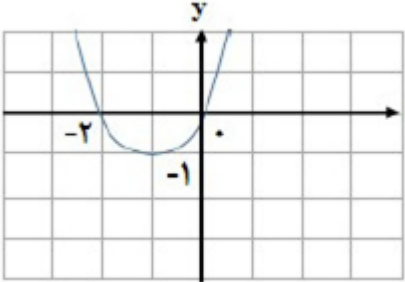
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

$$(x + 2)(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16)$$

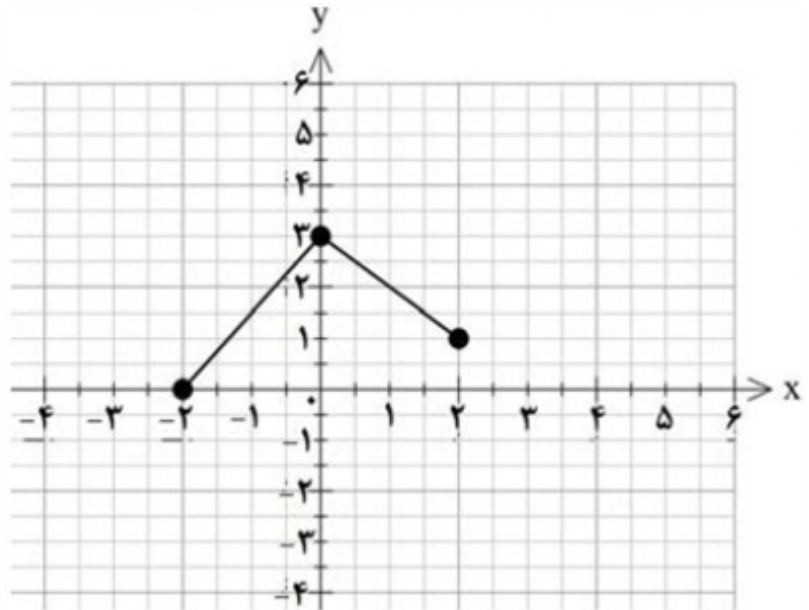
پاسخ: ۱

۳۲

	<p>۳۳</p> <p>اگر $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{27}\right)$ باشد، حدود x را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow 2x+1 \geq 3 \Rightarrow x \geq 1$
	<p>۳۴</p> <p>اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = x^4 + kx^2 - 3$ بر $x + 1$ برابر ۲ باشد، k را تعیین کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow p(-1) = 2 \Rightarrow (-1)^4 + k(-1)^2 - 3 = 2 \Rightarrow k = 4$
	<p>۳۵</p> <p>الف) نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در بازه $[0, 4]$ رسم کنید. ب) به کمک نمودار $f(x)$ نمودار تابع $g(x) = 2f(x-1)$ را رسم کنید. سپس دامنه و برد g را تعیین کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>ب</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>الف</p> </div> </div> <p>پاسخ: ۱</p> <p>$R_g = [0, 4], D_g = [1, 5]$</p>
	<p>۳۶</p> <p>جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. اگر تابعی در یک فاصله هم صعودی و هم نزولی باشد، تابع در آن فاصله است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱ ثابت</p>
	<p>۳۷</p> <p>برد تابع f بازه‌ی $[-3, 1]$ است. برد تابع $y = -2f(3x-1) + 3$ کدامیک از موارد زیر است؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.</p> <p>۱ $[-8, 0]$ ۲ $[-12, 0]$ ۳ $[1, 9]$ ۴ $[-10, 2]$</p> $-3 < f(3x-1) \leq 1 \xrightarrow{\times(-2)} -2 \leq -2f(3x-1) < 6 \xrightarrow{+3} 1 \leq y < 9$

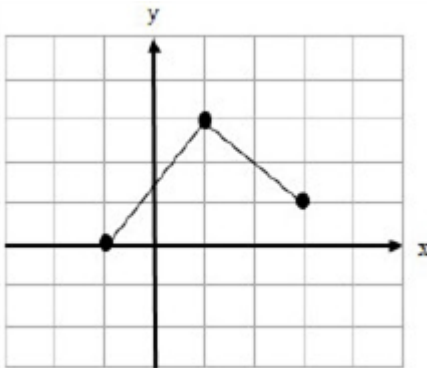
۳۸	<p>در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.</p> <p>- باقیمانده تقسیم عبارت $۱ + ۵x - ۲x^۲$ بر $۳ - x$ برابر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱ ۴</p>
۳۹	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول طول آن، مخروط نام دارد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱ نادرست</p>
۴۰	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- تابع $f(x) = x^۳$، تابعی اکیداً صعودی است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p>
۴۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- تابع $f(x) = \sqrt{۲}x - x^۲$ یک تابع درجه دوم است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p>
۴۲	<p>باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $۲ + ۴x^۲ - ۸x^۳ = p(x)$ را بر $۱ + ۲x$ به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> $۲x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = \frac{-۱}{۲} \Rightarrow p\left(\frac{-۱}{۲}\right) = ۰ = r$
۴۳	<p>ابتدا نمودار تابع $f(x) = x^۲ + ۲x$ را رسم نمایید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>اکیدا صعودی $[-۱, +\infty)$</p> <p>اکیدا نزولی $(-\infty, -۱]$</p> 

نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(x - 1)$ را رسم کرده و دامنه تابع g را تعیین کنید.



۴۴

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱



$$D_g = [-1, 3]$$

پاسخ: ۱

مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ بر $(x + 2)$ و $(x - 1)$ بخش پذیر باشد.

۴۵

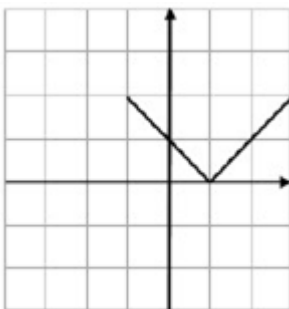
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

$$\begin{aligned} -8 + 4a - 2b + 2 &= 0 \Rightarrow 4a - 2b = 6 \Rightarrow a = 0 \\ 1 + a + b + 2 &= 0 \Rightarrow a + b = -3 \Rightarrow b = -3 \end{aligned}$$

پاسخ: ۱

ابتدا نمودار تابع $f(x) = |x - 1|$ را رسم کنید، سپس تعیین کنید که تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰



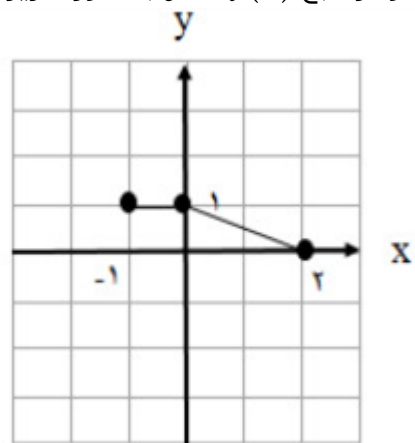
اکیدا صعودی $(1, +\infty)$

اکیدا نزولی $(-\infty, 1]$

پاسخ: ۱

۴۶

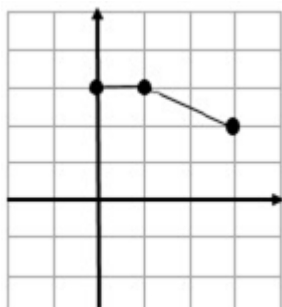
نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است.



۴۷

نمودار $g(x) = f(x - 1) + 2$ را رسم کرده و دامنه تابع $g(x)$ را تعیین کنید.

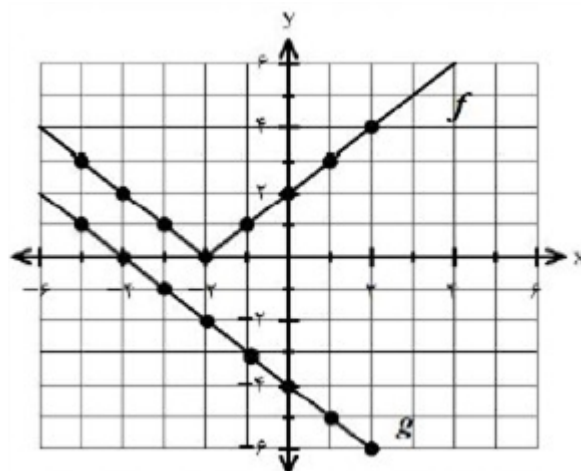
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰



$$D_g = [0, 3]$$

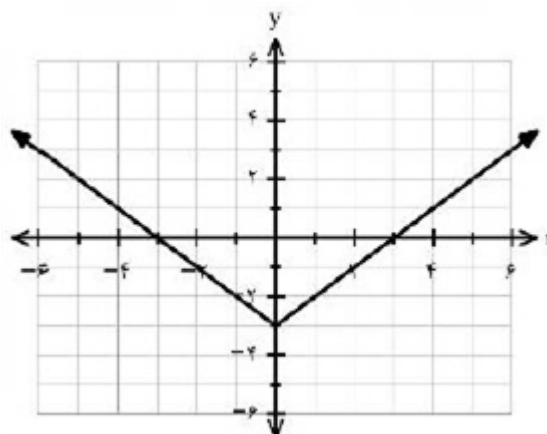
پاسخ: ۱

نمودار تابع $g(x) = f(x - 2) - 3$ را رسم کنید.



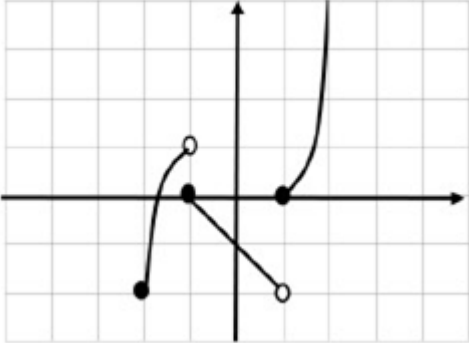
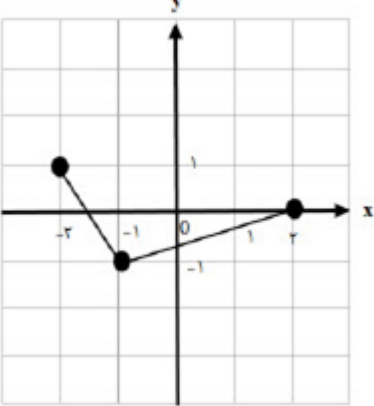
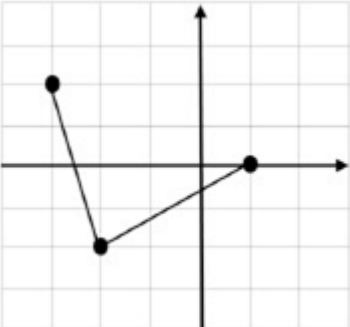
۴۸

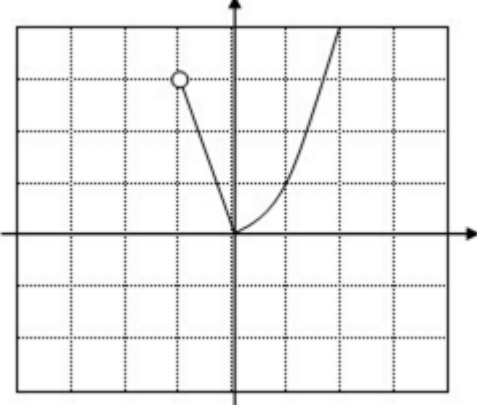
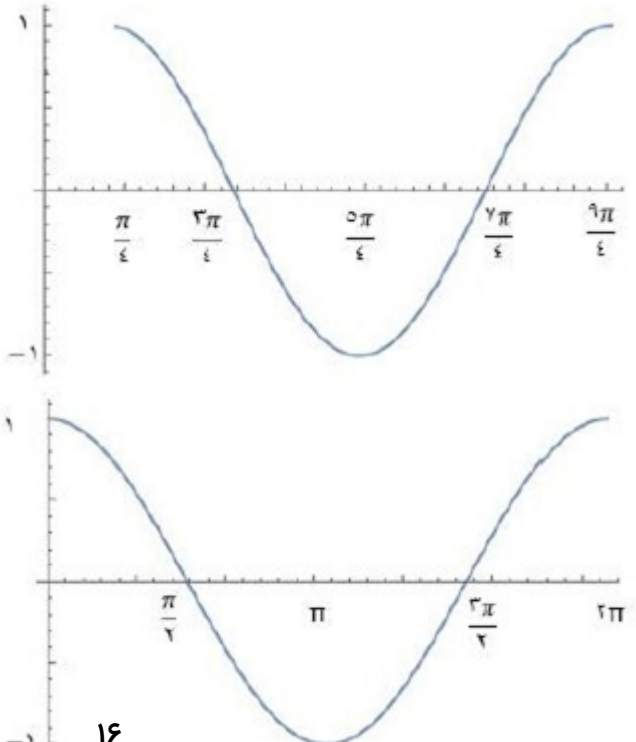
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰



پاسخ: ۱

۴۹	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید. چند جمله‌ای $p(x) = 2x^3 + x^2 + 1$ بر دو جمله‌ای بخش‌پذیر است. $((x + 1), (x - 1))$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰	پاسخ: ۱ $(x + 1)$						
۵۰	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید. نمودار تابع $f(x) = x^3$ در بازه $(0, 1)$ ، از نمودار تابع $g(x) = x^2$ قرار دارد. (بالا تر - پایین‌تر) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰	پاسخ: ۱ پایین‌تر						
۵۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $y = \sqrt{2}x^3 - \frac{3}{4}x$ یک چندجمله‌ای از درجه ۳ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰	پاسخ: ۱ درست						
۵۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x}$ در دامنه‌اش اکیداً نزولی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰	پاسخ: ۱ نادرست						
۵۳	نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - 2x + 1$ را ابتدا دو واحد به سمت پایین سپس یک واحد به سمت چپ و در مرحله‌ی آخر نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. ضابطه‌ی نمودار تابع را در هر مرحله بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰	پاسخ: ۱ <table><tr><td>مرحله ۱</td><td>مرحله ۲</td><td>مرحله ۳</td></tr><tr><td>$f(x) - 2 = (x - 1)^2 - 2$</td><td>$f(x + 1) - 2 = x^2 - 2$</td><td>$-f(x + 1) + 2 = -x^2 + 2$</td></tr></table>	مرحله ۱	مرحله ۲	مرحله ۳	$f(x) - 2 = (x - 1)^2 - 2$	$f(x + 1) - 2 = x^2 - 2$	$-f(x + 1) + 2 = -x^2 + 2$
مرحله ۱	مرحله ۲	مرحله ۳						
$f(x) - 2 = (x - 1)^2 - 2$	$f(x + 1) - 2 = x^2 - 2$	$-f(x + 1) + 2 = -x^2 + 2$						
۵۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. دامنه توابع چندجمله‌ای برابر R است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰	پاسخ: ۱ درست						
۵۵	در $\left(\frac{1}{3}\right)^{10-2x} \leq \left(\frac{1}{81}\right)$ حدود x را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰	پاسخ: ۱ $3^{2x-10} \leq 3^{-4}$ $2x - 10 \leq -4 \Rightarrow x \leq 3$						

	<p>چند جمله‌ای $x^7 + 128$ را برحسب عامل $(x + 2)$ تجزیه کنید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱</p> $x^7 + 2^7 = (x + 2)(x^6 - 2x^5 + 4x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 32x + 64)$	۵۶
	<p>با رسم نمودار $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & -2 \leq x < -1 \\ -x - 1 & -1 \leq x < 1 \\ x^2 - 1 & 1 \leq x \end{cases}$ تعیین کنید، تابع در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی می‌باشد.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p>  <p>پاسخ: ۱</p> <p>صعودی $[-2, -1)$ ، $[1, +\infty)$ صعودی نزولی $[-1, 1)$</p>	۵۷
	<p>نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار $g(x) = 2f(x + 1)$ را رسم کرده و دامنه و برد تابع g را تعیین کنید.</p>  <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p>  <p>پاسخ: ۱</p> <p>$D_f = [-3, 1]$ $R_f = [-2, 2]$</p>	۵۸
	<p>جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.</p> <p>- اگر $k > 1$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می‌آید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ انقباض افقی</p>	۵۹

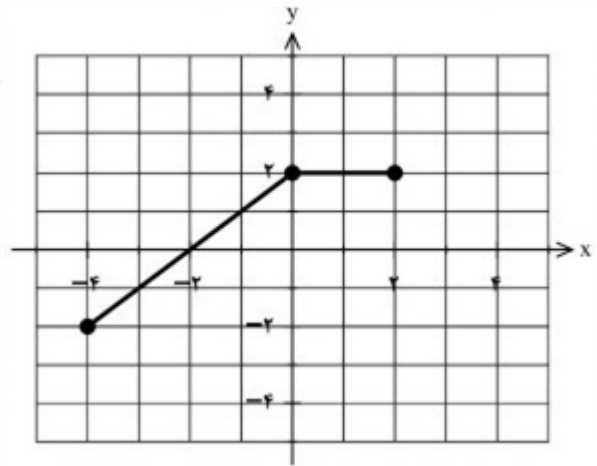
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.</p> <p>- تابع $y = -\log_5 x + 1$ در دامنه خود، یک تابع اکیداً یکنوا است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p>	۶۰
	<p>باقیمانده تقسیم عبارت‌های $p(x) = x^2 + ax + 1$ و $q(x) = 2x^2 - x + 1$ بر $(x + 2)$ یکسان می‌باشد.</p> <p>مقدار a را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -2a - 7 \\ q(-2) = 11 \end{cases} \Rightarrow a = -9$</p>	۶۱
	<p>با رسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -3x & -1 < x < 0 \end{cases}$ تعیین کنید، تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی می‌باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>اکیدا نزولی $(-1, 0]$</p> <p>اکیدا صعودی $[0, +\infty)$</p> </div> </div> <p>پاسخ: ۱</p>	۶۲
	<p>نمودار تابع $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ را به کمک نمودار $y = \cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>پاسخ: ۱</p> </div> </div> <p style="text-align: center;">۱۶</p>	۶۳

جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

- به تابعی که در یک بازه صعودی یا نزولی باشد، می‌گوییم.

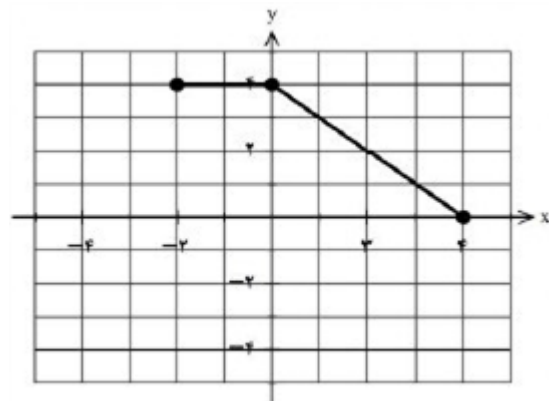
۶۴

با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ ، نمودار تابع $y = f(-x) + 2$ را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰



۶۵

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰



پاسخ: ۱

۶۶

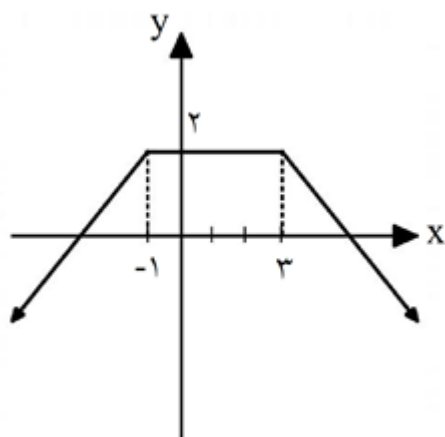
در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

- بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $f(x) = x^3 - 3x$ در آن اکیداً نزولی است برابر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

پاسخ: ۱ $[-1, 1]$

تابع زیر در بازه حداکثری اکیداً صعودی و در بازه حداکثری نزولی است.



۶۷

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم

پاسخ: ۱ $(-\infty, -1]$

$[-1, +\infty)$

نمودار تابع $f(x) = x^2 + 2x + 5$ را ابتدا دو واحد به سمت راست و سپس ۵ واحد به پایین منتقل می‌کنیم. نمودار جدید را g می‌نامیم. نمودارهای f و g یک‌دیگر را با چه طولی قطع می‌کنند؟

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

$$f(x) = x^2 + 2x + 5 \xrightarrow[\text{منتقل می‌کنیم}]{\text{دو واحد به سمت راست}} y = (x - 2)^2 + 2(x - 2) + 5$$

پاسخ: ۱

۶۸

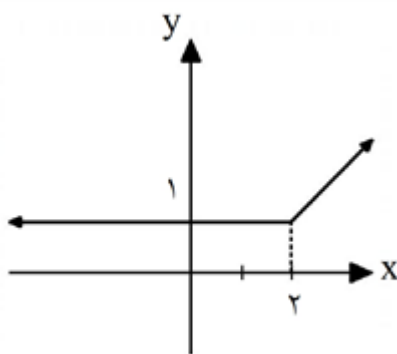
$$\xrightarrow[\text{منتقل می‌کنیم}]{\text{واحد به پایین ۵}} y = (x - 2)^2 + 2(x - 2) + 5$$

$$\Rightarrow g(x) = x^2 - 4x + 4 + 2x - 4 \Rightarrow g(x) = x^2 - 2x$$

برای یافتن طول نقاط برخورد f و g باید آن‌ها را برابر یک‌دیگر قرار دهیم.

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 + 2x + 5 = x^2 - 2x \Rightarrow 4x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{4}$$

تابع در بازه حداکثری هم صعودی و هم نزولی و در بازه حداکثری صعودی است.

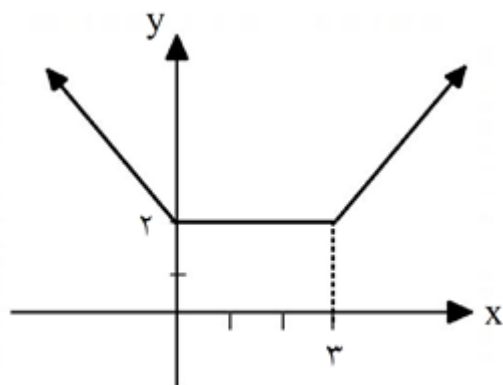


۶۹

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

پاسخ: ۱
 $(-\infty, 2]$
 $(-\infty, +\infty)$

تابع زیر در بازه حداکثری اکیداً نزولی و در بازه حداکثری صعودی است.



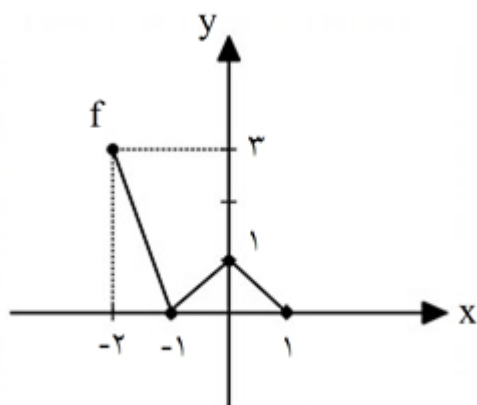
۷۰

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

پاسخ: ۱
 $(-\infty, 0]$
 $[0, +\infty)$

	<p>نمودار تابع $f(x) = x^2 - 3x - 1$ را یک واحد به چپ و سپس سه واحد به بالا منتقل می‌کنیم و تابع جدید را g می‌نامیم. الف) نمایش جبری g را بنویسید. ب) توابع f و g یک‌دیگر را با چه طولی قطع می‌کنند؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف)</p> <p>سه واحد به بالا $\xrightarrow{\quad\quad\quad} y = (x+1)^2 - 3(x+1) - 1$ یک واحد به چپ $f(x) = x^2 - 3x - 1$</p> $y = (x+1)^2 - 3(x+1) - 1 + 3 \Rightarrow g(x) = x^2 + 2x + 1 - 3x - 3 + 2$ $\Rightarrow g(x) = x^2 - x$ <p>ب) باید دو تابع f و g را برابر یک‌دیگر قرار دهیم:</p> $f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 - 3x - 1 = x^2 - x \Rightarrow -2x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$	۷۱
	<p>نمودار تابع $f(x) = x^2 - 2x$ را ابتدا دو واحد به سمت چپ و سپس دو واحد به بالا انتقال می‌دهیم و نمودار جدید را g می‌نامیم. نمودارهای f و g یک‌دیگر را با چه طولی قطع می‌کنند؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>دو واحد به سمت چپ $\xrightarrow{\quad\quad\quad} y = (x+2)^2 - 2(x+2)$ منتقل شود $f(x) = x^2 - 2x$</p> <p>دو واحد به بالا $\xrightarrow{\quad\quad\quad} y = (x+2)^2 - 2(x+2) + 2$ منتقل شود</p> $\Rightarrow g(x) = x^2 + 4x + 4 - 2x - 4 + 2 \Rightarrow g(x) = x^2 + 2x + 2$ <p>برای یافتن طول نقاط برخورد f و g باید آن‌ها را برابر یک‌دیگر قرار دهیم.</p> $f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 - 2x = x^2 + 2x + 2 \Rightarrow -4x = 2 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$	۷۲
	<p>چند جمله‌ای $x^4 - 1$ را طوری تجزیه کنید که $x - 1$ یک عامل آن باشد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $x^4 - 1 = (x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1)$	۷۳
	<p>اگر باقی‌مانده تقسیم $P(x) = x^3 + kx + 7$ بر $x - 2$ برابر ۵ باشد: الف) k را به دست آورید. ب) باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $x + 3$ را بیابید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف)</p> $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow R = 2^3 + k(2) + 7 = 5 \Rightarrow 8 + 2k + 7 = 5$ $\Rightarrow 2k = -10 \Rightarrow k = -5$ <p>ب)</p> $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow R = (-3)^3 - 5(-3) + 7 = -27 + 15 + 7 = -5$	۷۴

نمودار تابع $f(x)$ در زیر رسم شده است. نمودار تابع $y = -2f(1-x) + 2$ را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به دست آورید.



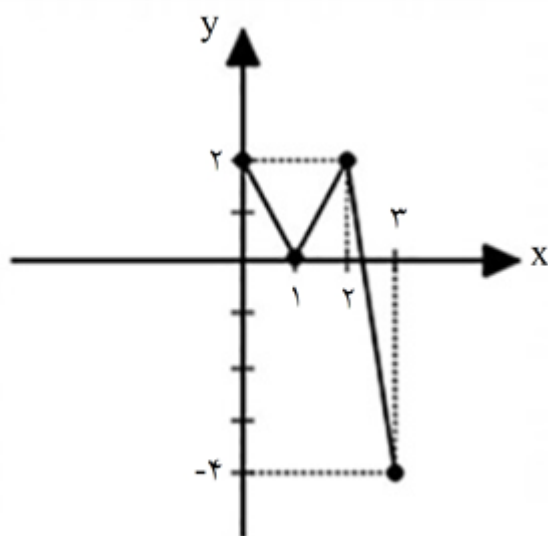
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

$1-x$	-2	-1	0	1
x	3	2	1	0
f	3	0	1	0
$y = -2f + 2$	-4	2	0	2

پاسخ: ۱

۷۵

سپس به کمک x و y نمودار حاصل را رسم می‌کنیم.



$$D = [0, 3]$$

$$R = [-4, 2]$$

تابع $f(x) = x^2 - 6x + 7$ در بازه $(-\infty, k]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار k را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

پاسخ: ۱ بازه موردنظر باید تا قبل از رأس سهمی باشد.

۷۶

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2(1)} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow k = 3$$

- جاهای خالی را با کلمه مناسب کامل کنید.
- الف) اگر $۰ < k < ۱$ باشد، نمودار $y = kf(x)$ از نمودار $y = f(x)$ حاصل می‌شود. (انقباض عمودی - انقباض افقی)
- ب) اگر $۰ < k < ۱$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از نمودار $y = f(x)$ حاصل می‌شود. (انبساط عمودی - انبساط افقی)

سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دوازدهم

پاسخ: ۱ الف) انقباض عمودی
ب) انبساط افقی

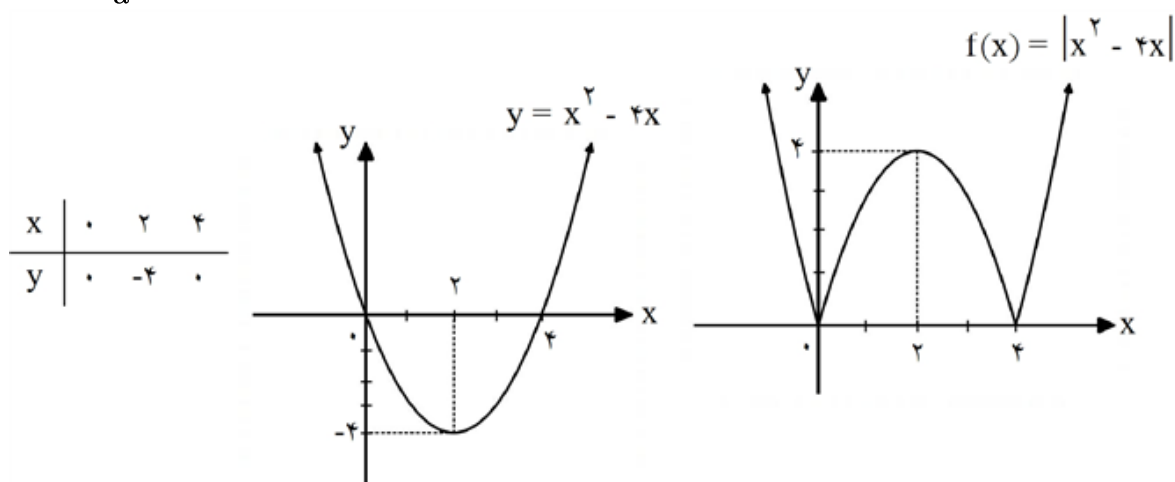
نمودار $f(x) = |x^2 - 4x|$ را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است؟

سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دوازدهم

پاسخ: ۱ ابتدا نمودار $y = x^2 - 4x$ را رسم می‌کنیم و سپس نمودار $f(x) = |x^2 - 4x|$ را رسم می‌کنیم و تابع را در هر بازه از نظر صعودی یا نزولی بررسی می‌کنیم.

$$y = x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow y_0 = -4$$



در بازه‌های $(-\infty, 0]$ و $[2, 4]$ اکیداً نزولی است و در بازه‌های $[0, 2]$ و $[4, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

تابع $f(x) = 3x - 5$ را با دامنه $[-1, 3]$ در نظر بگیرید.
الف) دامنه تابع $y = 2f(2x - 1) + 5$ را مشخص کنید.
ب) نمودار تابع $y = -\frac{1}{3}f(x)$ را رسم کنید.

سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دوازدهم

پاسخ: ۱ الف)

$$-1 \leq 2x - 1 \leq 3 \xrightarrow{+1} 0 \leq 2x \leq 4 \xrightarrow{\div 2} 0 \leq x \leq 2$$

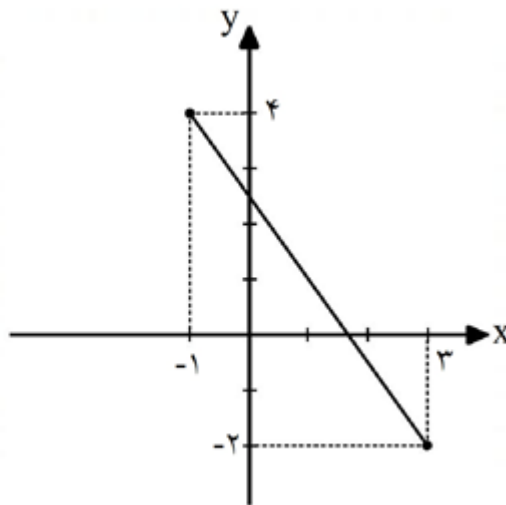
$$D = [0, 2]$$

ب)

$$\begin{cases} x = -1 \Rightarrow f(-1) = 3(-1) - 5 = -3 - 5 = -8 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}f(-1) = -\frac{1}{3}(-8) = \frac{8}{3} \\ x = 3 \Rightarrow f(3) = 3(3) - 5 = 9 - 5 = 4 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}f(3) = -\frac{1}{3}(4) = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

A(-1, 8/3)

B(3, -4/3)



۷۹

موارد درست را مشخص کنید.

الف) تابع $f(2x)$ نسبت به تابع f دارای $\frac{1}{2}$ انقباض افقی و $\frac{1}{4}$ انقباض عمودی است.

ب) تابع $f(x - 2)$ نسبت به تابع f دو واحد به راست منتقل می‌شود و تابع $f(x) + 3$ نسبت به تابع f سه چپ

بالا واحد به منتقل می‌شود. پایین

۸۰

سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دوازدهم

پاسخ: ۱ الف) انقباض - انقباض

ب) راست - بالا

نمودار تابع $f(x) = x^2 - 2x - 2$ را دو واحد به سمت راست و سپس یک واحد به طرف پایین منتقل می‌کنیم. مساحت مثلث محدود بین صفرهای تابع و رأس سهمی را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

واحد به سمت راست $\xrightarrow{\quad}$ $y = (x - 2)^2 - 2(x - 2) - 2$

پاسخ: ۱

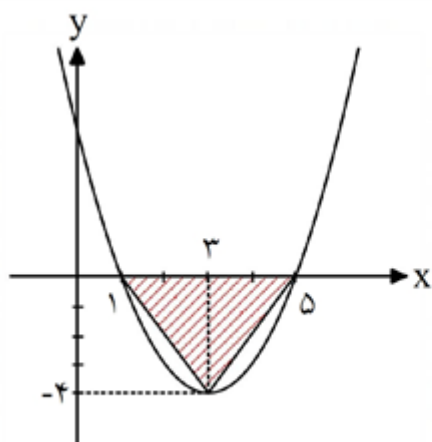
یک واحد به طرف پایین $\xrightarrow{\quad}$ $y = (x - 2)^2 - 2(x - 2) - 2 - 1 = x^2 - 4x + 4 - 2x + 4 - 3$

$\Rightarrow y = x^2 - 6x + 5$

برای یافتن صفرهای تابع، ضابطه را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$

$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow y_v = (3)^2 - 6(3) + 5 = 9 - 18 + 5 = -4$



$S = \frac{(5 - 1) + |-4|}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$

۸۱

جاهای خالی را پر کنید.
الف) تابع $y = 5 - 3|x - 1|$ در بازه حداکثری اکیداً نزولی است.
ب) تابع $y = x + |x - 2|$ در بازه حداکثری هم صعودی و هم نزولی است.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-یازدهم

پاسخ: ۱ الف) $(1, +\infty)$

ب) $(-\infty, 2]$

۸۲

اگر تابع نمایی $y = (3k - 1)^x$ اکیداً نزولی باشد، حدود k را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دوازدهم

پاسخ: ۱ برای آنکه تابع نمایی $y = a^x$ یک تابع اکیداً نزولی باشد، باید $0 < a < 1$ باشد.

$0 < 3k - 1 < 1 \xrightarrow{+1} 1 < 3k < 2 \xrightarrow{\div 3} \frac{1}{3} < k < \frac{2}{3}$

۸۳

اگر تابع نمایی $y = (2m - 1)^x$ اکیداً صعودی باشد، حدود m را حساب کنید.

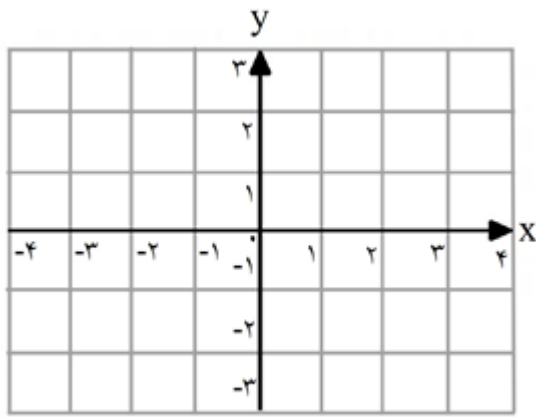
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دوازدهم

پاسخ: ۱ برای آنکه تابع نمایی $y = a^x$ یک تابع اکیداً صعودی باشد، باید $a > 1$ باشد.

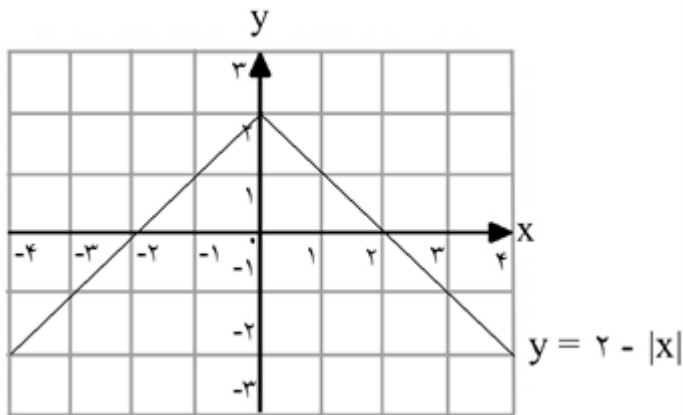
$2m - 1 > 1 \Rightarrow 2m > 2 \Rightarrow m > 1$

۸۴

نمودار $y = 2 - |x|$ را به کمک انتقال نمودار $y = |x|$ رسم کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم



پاسخ: ۱

۸۵

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^2 + 2x + 2$ برابر $x - 3$ است. اگر $f(1) = 3$ و $f(-2) = 1$ باشد، خارج قسمت این تقسیم کدام است؟

$$-\frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \quad \text{۴}$$

$$\frac{5}{2}x - \frac{3}{2} \quad \text{۳}$$

$$2x - 2 \quad \text{۲}$$

$$2x + 2 \quad \text{۱}$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دوازدهم

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = (x^2 + 2x + 2)(ax + b) + x - 3$$

$$\xrightarrow{x=1} f(1) = (1 + 2 + 2)(a + b) - 2 \Rightarrow 5(a + b) - 2 = 3$$

$$\Rightarrow 5(a + b) = 5 \Rightarrow a + b = 1$$

$$\xrightarrow{x=-2} f(-2) = (4 - 4 + 2)(-2a + b) - 5 \Rightarrow 2(-2a + b) - 5 = 1$$

$$\Rightarrow 2(-2a + b) = 6 \Rightarrow -2a + b = 3$$

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ -2a + b = 3 \end{cases}$$

$$3a = -2 \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{2}{3} + b = 1 \Rightarrow b = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \Rightarrow b = \frac{5}{3}$$

۸۶

باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^2 + x + 1$ برابر $x + 3$ است. اگر $f(2) = 12$ و $f(-1) = 5$ باشد، خارج قسمت این تقسیم را حساب کنید. (خارج قسمت درجه اول است).

سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲ - دوازدهم

$$f(x) = (x^2 + x + 1)(ax + b) + x + 3$$

پاسخ: ۱

$$\xrightarrow{x=2} f(2) = (4 + 2 + 1)(2a + b) + 5 \Rightarrow 7(2a + b) + 5 = 12$$

$$\Rightarrow 7(2a + b) = 7 \Rightarrow 2a + b = 1$$

$$\xrightarrow{x=-1} f(-1) = (1 - 1 + 1)(-a + b) + 2 \Rightarrow (-a + b) + 2 = 5$$

$$\Rightarrow -a + b = 3 \Rightarrow -a + b = 3$$

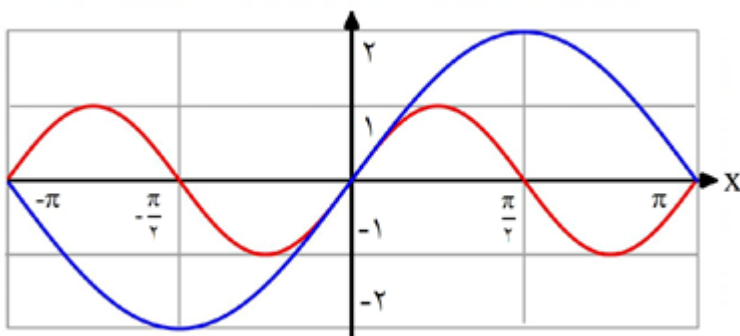
$$\begin{cases} 2a + b = 1 \\ -a + b = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3a = -2 \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} + b = 3 \Rightarrow b = 3 - \frac{2}{3} = \frac{9-2}{3} \Rightarrow b = \frac{7}{3}$$

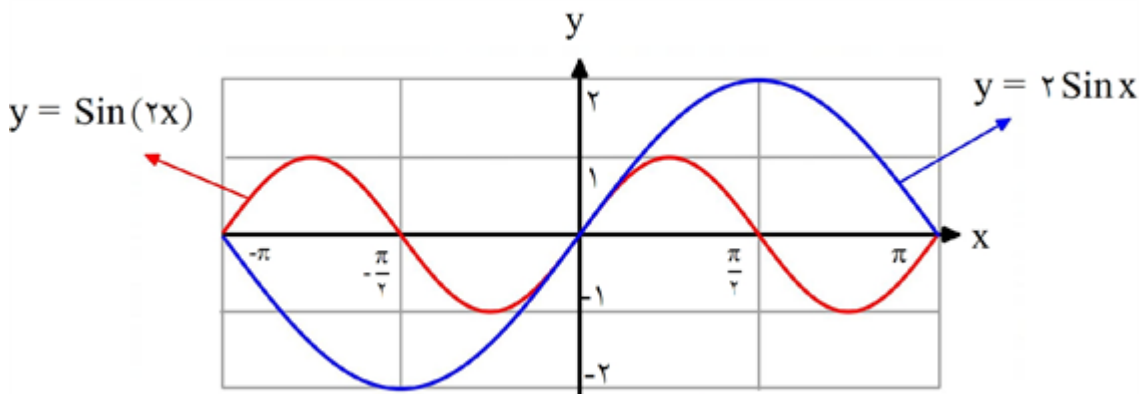
بنابراین خارج قسمت برابر $-\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$ است.

۸۷

در شکل زیر نمودارهای $y = \sin(2x)$ و $y = 2 \sin x$ را در بازه $[-\pi, \pi]$ مشخص کنید.



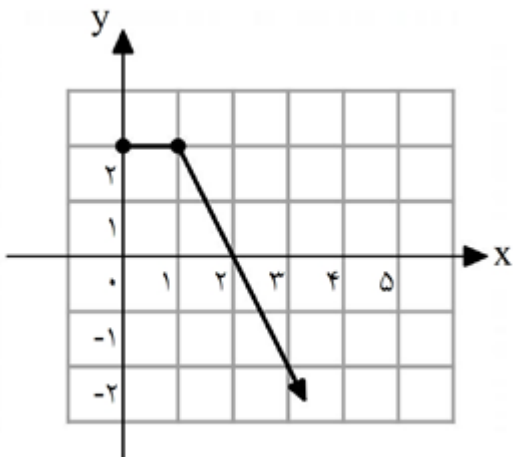
سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲ - دوازدهم



پاسخ: ۱

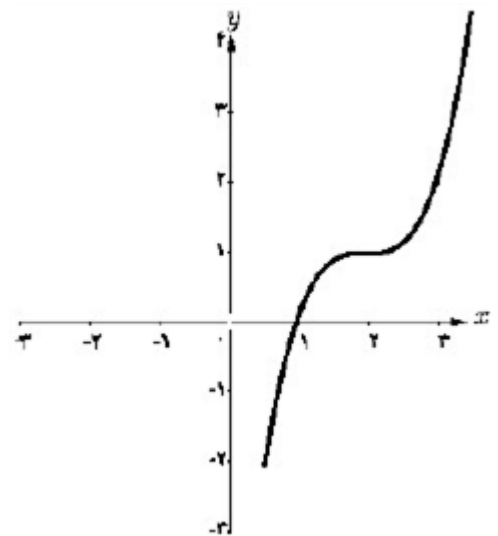
۸۸

الف)



ب) $g(f(0)) = g(2) = 0$

۱



۲

$p(2) = 0 \Rightarrow 8 + 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = -5$

$p(-1) = 6$

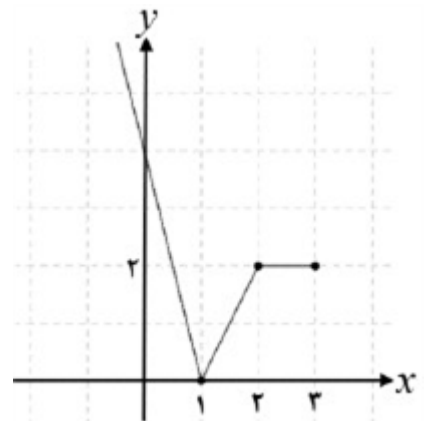
۳

۴

دامنه: $(-\infty, 2]$

بردار: $[0, +\infty)$

۵



چهارم

۶

درست

۷

الف) $f(0) = -2$ ۸

ب) روش اول $R_f = [-2, 0]$ و $D_f = [-2, 2)$

روش دوم $D_f = \{x | x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 2\}$, $R_f = \{x | x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 0\}$

پ) نمودار تابع در راستای قائم دو واحد به بالا منتقل می‌شود.

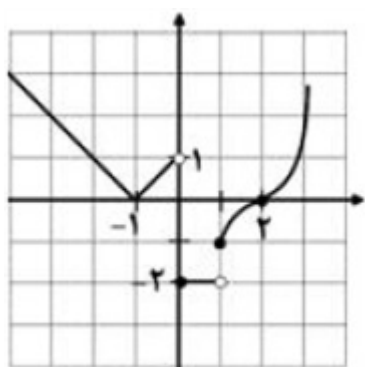
$D_g = [0, 5]$, $R_g = [-4, 6]$ ۹

درست ۱۰

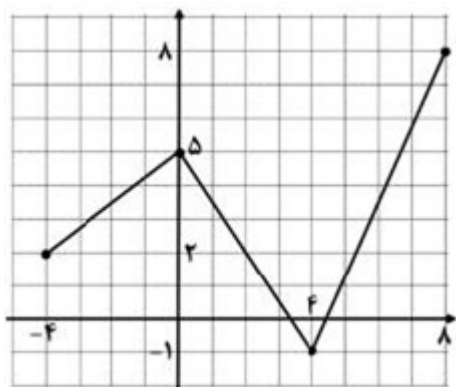
نادرست ۱۱

$p(2) = 3 \Rightarrow 12 + 2m + 2m + 1 = 3 \Rightarrow 4m = -10 \Rightarrow m = -\frac{5}{2}$ ۱۲

$f(-2) = -\frac{5}{2}(-2)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)(-2) + 3 = -12$



اکیدا صعودی $[1, +\infty)$ و $[-1, 0)$
اکیدا نزولی $(-\infty, -1]$ ۱۳



$R = [-1, 8]$ ۱۴

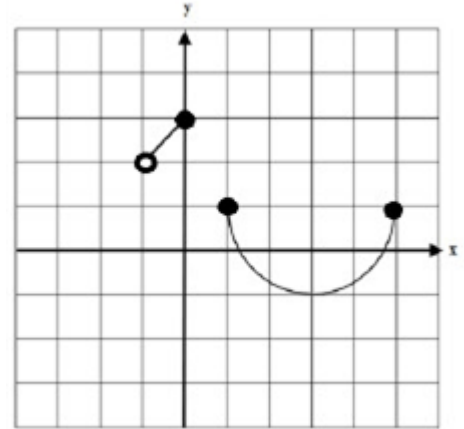
$y = 2\sqrt{x-3}$ ۱۵

نادرست ۱۶

درست ۱۷

$P(2) = 0 \Rightarrow 8 - 2a + b = 0 \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -8 \\ a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a = 4 \\ b = 0 \end{matrix}$ ۱۸

۱۹ الف $(0, +\infty)$ اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی) و $(-\infty, 0)$ اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)
 ب) خیر، در کل دامنه اکیداً یکنوا نیست.



۲۱ $[2, 4]$

۲۲ نادرست

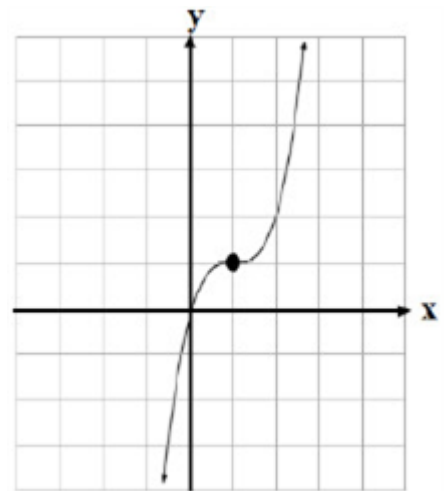
۲۳ $(-1, 4)$

۲۴ درست

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^3 \Rightarrow x+1 \geq 3 \Rightarrow x \geq 2 \quad (\text{ص ۲۲})$$

$$g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = (x-1)^3 + 1$$

اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)



$$x = a \Rightarrow 2a^2 - 8 = 0 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

۲۷

$$D_{f\left(\frac{x}{2}\right)} \Rightarrow -1 < \frac{x}{2} \leq 3 \Rightarrow D_{f\left(\frac{x}{2}\right)} = (-2, 6]$$

۲۸

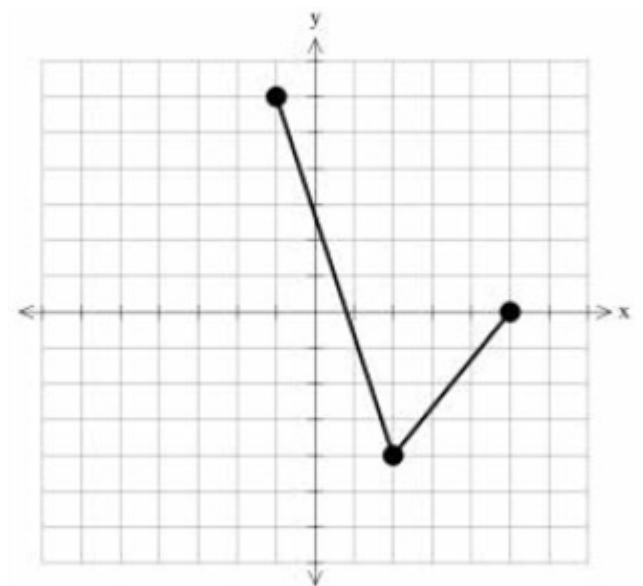
برد تغییر نمی‌کند.

$$\frac{x^5 + 1}{x + 1} = \frac{(x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)}{x + 1} = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$$

۲۹

$$\begin{cases} p(-2) = -1 \\ p(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 1 \\ a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2}{3}, b = -\frac{11}{3}$$

۳۰



۳۱ الف

ب) $[-1, 5]$

$$(x + 2)(x^5 - 2x^4 + 4x^3 - 8x + 16)$$

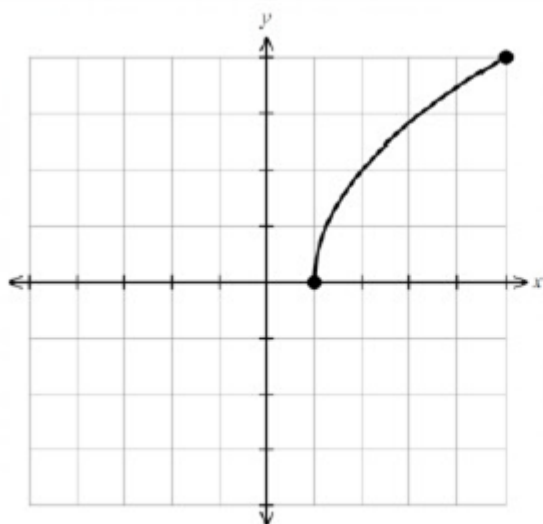
۳۲

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow x + 1 \geq 3 \Rightarrow x \geq 2$$

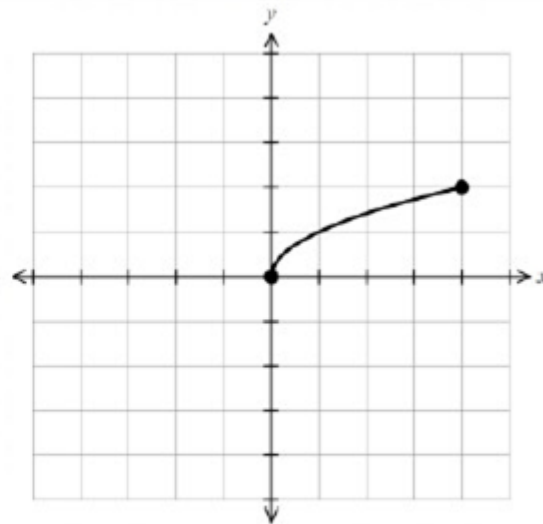
۳۳

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow p(-1) = 2 \Rightarrow (-1)^5 + k(-1)^4 - 3 = 2 \Rightarrow k = 6$$

۳۴



ب



الف

۳۵

$$R_g = [0, 4], D_g = [1, 5]$$

ثابت ۳۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۷

$$-3 < f(3x-1) \leq 1 \xrightarrow{\times(-2)} -2 \leq -2f(3x-1) < 2 \xrightarrow{+3} 1 \leq y < 4$$

۴ ۳۸

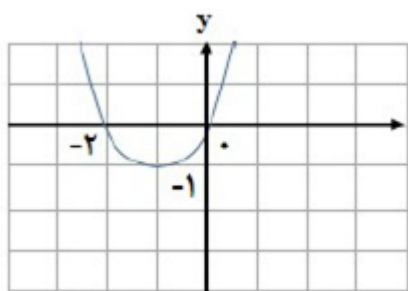
نادرست ۳۹

درست ۴۰

درست ۴۱

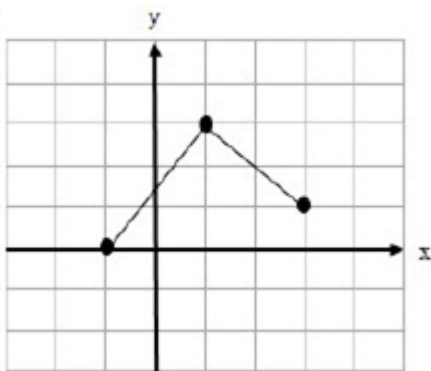
۴۲

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2} \Rightarrow p\left(\frac{-1}{2}\right) = 0 = r$$



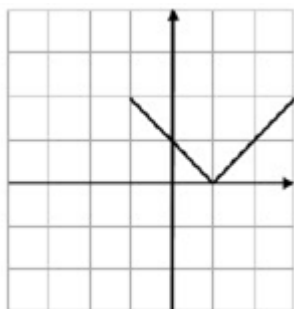
اکیدا صعودی $[-1, +\infty)$
اکیدا نزولی $(-\infty, -1]$

۴۳



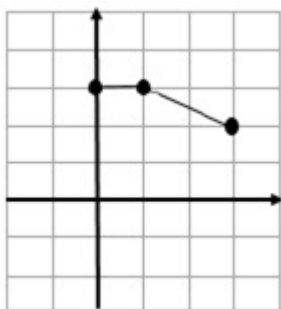
$$D_g = [-1, 2]$$

$$\begin{aligned} -1 + 4a - 2b + 2 &= 0 \Rightarrow 4a - 2b = -1 \Rightarrow a = \frac{-1 + 2b}{4} \\ 1 + a + b + 2 &= 0 \Rightarrow a + b = -3 \Rightarrow b = -3 - a \end{aligned}$$

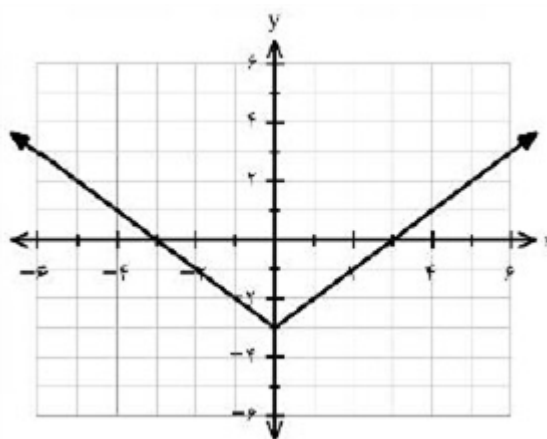


اکیدا صعودی $[1, +\infty)$

اکیدا نزولی $(-\infty, 1]$



$$D_g = [0, 3]$$



$$(x + 1) \quad 49$$

$$\text{پایین تر} \quad 50$$

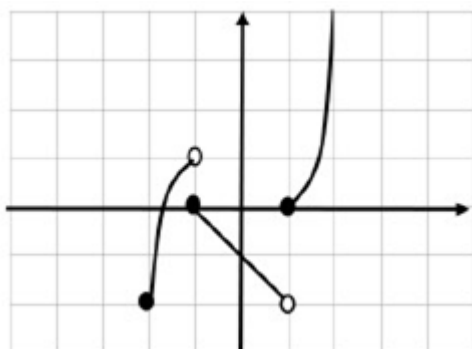
$$\text{درست} \quad 51$$

مرحله ۱	مرحله ۲	مرحله ۳
$f(x) - 2 = (x - 1)^2 - 2$	$f(x + 1) - 2 = x^2 - 2$	$-f(x + 1) + 2 = -x^2 + 2$

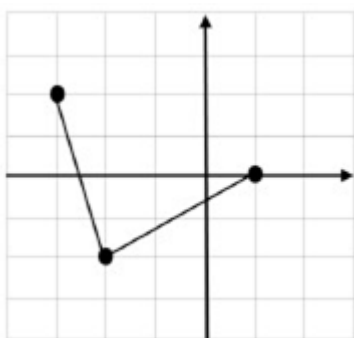
$$3^{2x-10} \leq 3^{-4}$$

$$2x - 10 \leq -4 \Rightarrow x \leq 3$$

$$x^6 + 2^6 = (x + 2)(x^5 - 2x^4 + 4x^3 - 8x^2 + 16x - 32x + 64)$$



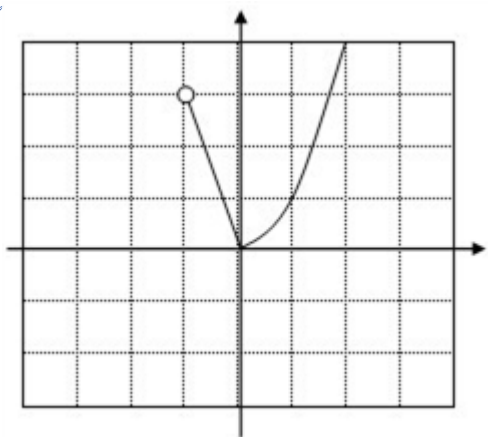
صعودی $[-2, -1)$ ، صعودی $[1, +\infty)$
نزولی $[-1, 1)$



$$D_f = [-3, 1]$$

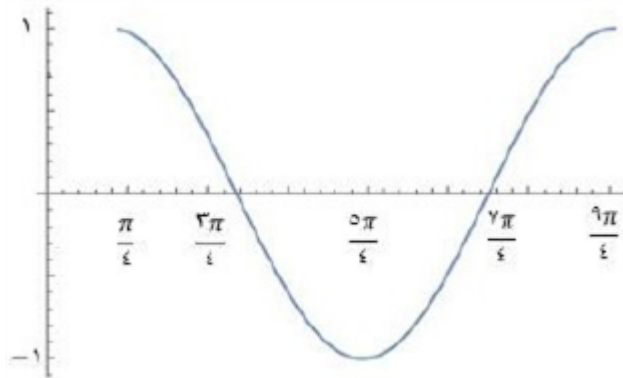
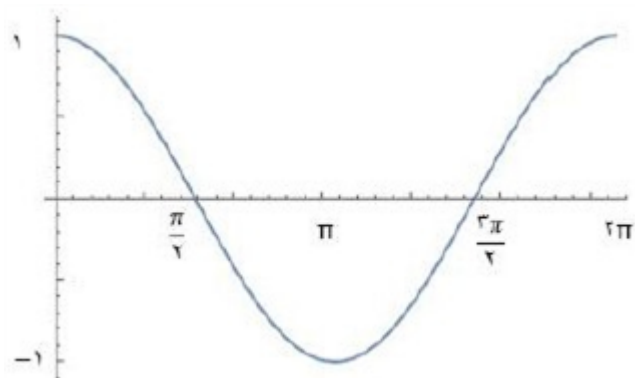
$$R_f = [-2, 2]$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -2a - 7 \\ q(-2) = 11 \end{cases} \Rightarrow a = -9$$



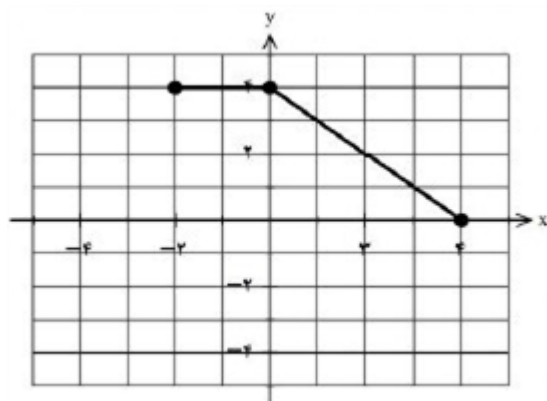
اكيدا نزولى $(-1, 0]$
اكيدا صعودى $[0, +\infty)$

٦٢



٦٣

٦٤ يکنوا



٦٥

٦٦ $[-1, 1]$

٦٧ $(-\infty, -1]$

$[-1, +\infty)$

$$f(x) = x^2 + 2x + 5 \xrightarrow[\text{منتقل می کنیم}]{\text{دو واحد به سمت راست}} y = (x - 2)^2 + 2(x - 2) + 5$$

۶۸

$$\xrightarrow[\text{منتقل می کنیم}]{\text{واحد به پایین}} y = (x - 2)^2 + 2(x - 2) + 5$$

$$\Rightarrow g(x) = x^2 - 4x + 4 + 2x - 4 \Rightarrow g(x) = x^2 - 2x$$

برای یافتن طول نقاط برخورد f و g باید آن‌ها را برابر یکدیگر قرار دهیم.

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 + 2x + 5 = x^2 - 2x \Rightarrow 4x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{4}$$

۶۹ $(-\infty, 2]$

$(-\infty, +\infty)$

۷۰ $(-\infty, 0]$

$[0, +\infty)$

۷۱ الف

$$f(x) = x^2 - 3x - 1 \xrightarrow[\text{سه واحد به بالا}]{\text{یک واحد به چپ}} y = (x + 1)^2 - 3(x + 1) - 1$$

$$y = (x + 1)^2 - 3(x + 1) - 1 + 3 \Rightarrow g(x) = x^2 + 2x + 1 - 3x - 3 + 2 \Rightarrow g(x) = x^2 - x$$

ب) باید دو تابع f و g را برابر یکدیگر قرار دهیم:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 - 3x - 1 = x^2 - x \Rightarrow -2x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = x^2 - 2x \xrightarrow[\text{منتقل شود}]{\text{دو واحد به سمت چپ}} y = (x + 2)^2 - 2(x + 2)$$

۷۲

$$\xrightarrow[\text{منتقل شود}]{\text{دو واحد به بالا}} y = (x + 2)^2 - 2(x + 2) + 2$$

$$\Rightarrow g(x) = x^2 + 4x + 4 - 2x - 4 + 2 \Rightarrow g(x) = x^2 + 2x + 2$$

برای یافتن طول نقاط برخورد f و g باید آن‌ها را برابر یکدیگر قرار دهیم.

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 - 2x = x^2 + 2x + 2 \Rightarrow -4x = 2 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$x^4 - 1 = (x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1)$$

۷۳

۷۴ الف

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow R = 2^2 + k(2) + 7 = 5 \Rightarrow 4 + 2k + 7 = 5 \Rightarrow 2k = -6 \Rightarrow k = -3$$

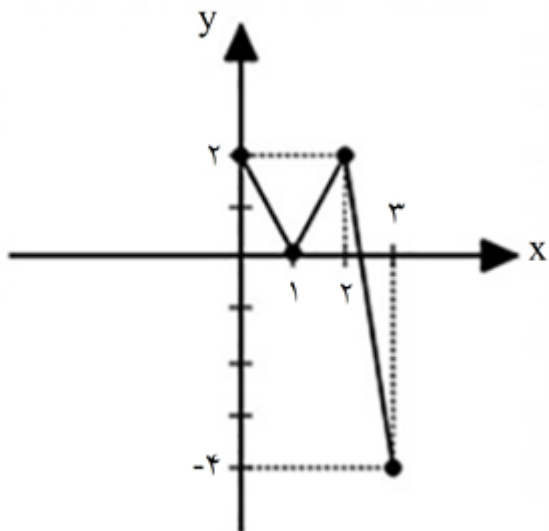
ب)

$$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow R = (-3)^2 - 5(-3) + 7 = -27 + 15 + 7 = -5$$

$1 - x$	-۲	-۱	۰	۱
x	۳	۲	۱	۰
f	۳	۰	۱	۰
$y = -۲f + ۲$	-۴	۲	۰	۲

۷۵

سپس به کمک x و y نمودار حاصل را رسم می‌کنیم.



$$D = [0, 3]$$

$$R = [-4, 2]$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2(1)} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow k = 3$$

۷۶ بازه موردنظر باید تا قبل از رأس سهمی باشد.

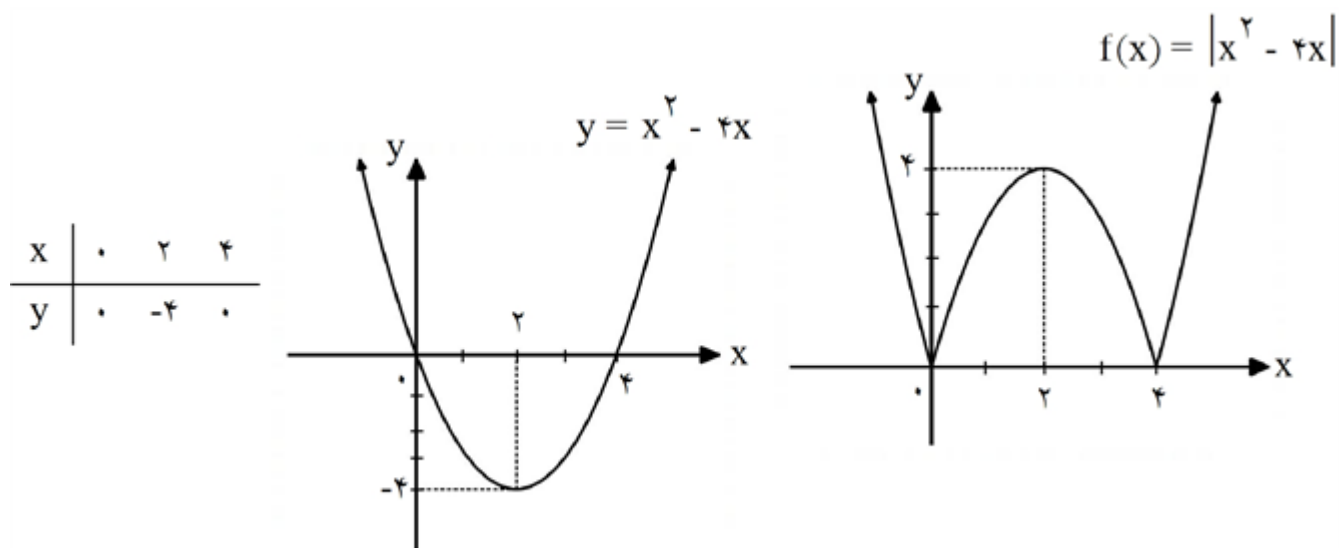
۷۷ الف) انقباض عمودی

ب) انبساط افقی

ابتدا نمودار $y = x^2 - 4x$ را رسم می‌کنیم و سپس نمودار $f(x) = |x^2 - 4x|$ را رسم می‌کنیم و تابع را در هر بازه از نظر صعودی یا نزولی بررسی می‌کنیم.

$$y = x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow y_0 = -4$$



در بازه‌های $(-\infty, 0]$ و $[2, 4]$ اکیداً نزولی است و در بازه‌های $[0, 2]$ و $[4, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

(الف) ۷۹

$$-1 \leq 2x - 1 \leq 3 \xrightarrow{+1} 0 \leq 2x \leq 4 \xrightarrow{\div 2} 0 \leq x \leq 2$$

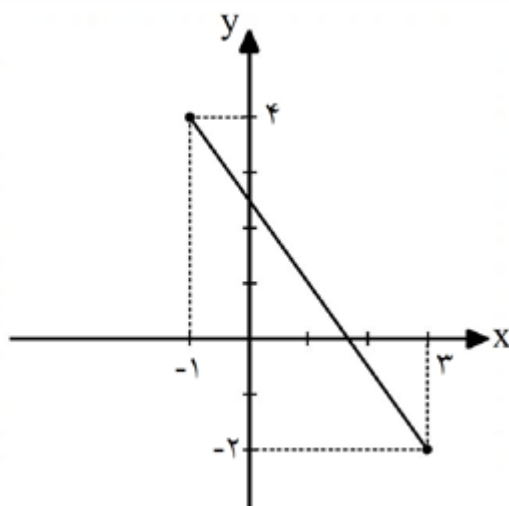
$$D = [0, 2]$$

(ب)

$$\begin{cases} x = -1 \Rightarrow f(-1) = 3(-1) - 5 = -3 - 5 = -8 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}f(-1) = -\frac{1}{3}(-8) = \frac{8}{3} \\ x = 3 \Rightarrow f(3) = 3(3) - 5 = 9 - 5 = 4 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}f(3) = -\frac{1}{3}(4) = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$A(-1, \frac{8}{3})$$

$$B(3, -\frac{4}{3})$$



(الف) انقباض - انقباض ۸۰

(ب) راست - بالا

$$f(x) = x^2 - 2x - 2 \xrightarrow{\text{واحد به سمت راست ۲}} y = (x - 2)^2 - 2(x - 2) - 2$$

یک واحد به طرف پایین

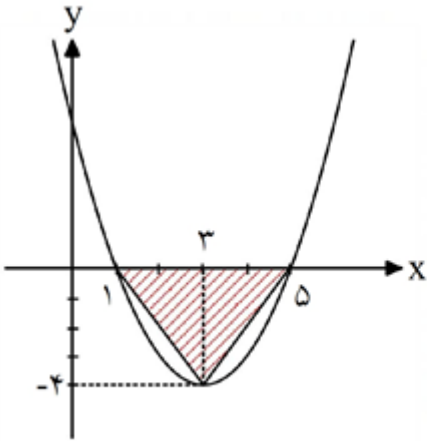
$$\rightarrow y = (x - 2)^2 - 2(x - 2) - 2 - 1 = x^2 - 4x + 4 - 2x + 4 - 3$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 6x + 5$$

برای یافتن صفرهای تابع، ضابطه را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow y_0 = (3)^2 - 6(3) + 5 = 9 - 18 + 5 = -4$$



$$S = \frac{(5 - 1) + |-4|}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

۸۲ الف) $[1, +\infty)$

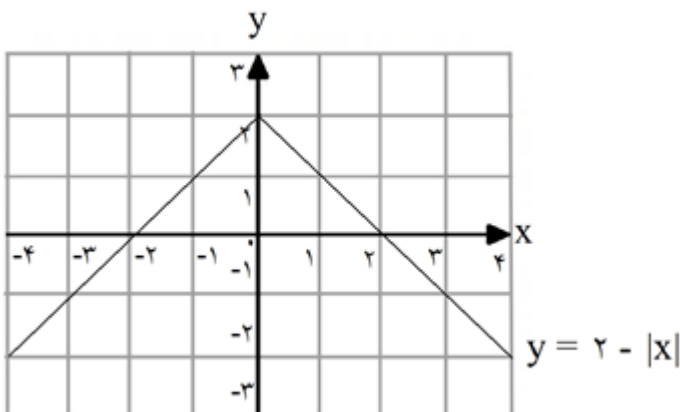
ب) $(-\infty, 2]$

۸۳ برای آن که تابع نمایی $y = a^x$ یک تابع اکیداً نزولی باشد، باید $0 < a < 1$ باشد.

$$0 < 3k - 1 < 1 \xrightarrow{+1} 1 < 3k < 2 \xrightarrow{\div 3} \frac{1}{3} < k < \frac{2}{3}$$

۸۴ برای آن که تابع نمایی $y = a^x$ یک تابع اکیداً صعودی باشد، باید $a > 1$ باشد.

$$3m - 1 > 1 \Rightarrow 3m > 2 \Rightarrow m > \frac{2}{3}$$



$$f(x) = (x^2 + 2x + 1)(ax + b) + x - 2$$

$$\xrightarrow{x=1} f(1) = (1 + 2 + 1)(a + b) - 2 \Rightarrow 5(a + b) - 2 = 2$$

$$\Rightarrow 5(a + b) = 5 \Rightarrow a + b = 1$$

$$\xrightarrow{x=-1} f(-1) = (1 - 2 + 1)(-a + b) - 5 \Rightarrow 2(-a + b) - 5 = 1$$

$$\Rightarrow 2(-a + b) = 6 \Rightarrow -a + b = 3$$

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ -a + b = 3 \end{cases}$$

$$2a = -2 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow -1 + b = 1 \Rightarrow b = 1 + 1 = 2 \Rightarrow b = 2$$

$$f(x) = (x^2 + x + 1)(ax + b) + x + 2$$

$$\xrightarrow{x=2} f(2) = (4 + 2 + 1)(2a + b) + 5 \Rightarrow 7(2a + b) + 5 = 17$$

$$\Rightarrow 7(2a + b) = 12 \Rightarrow 2a + b = 1$$

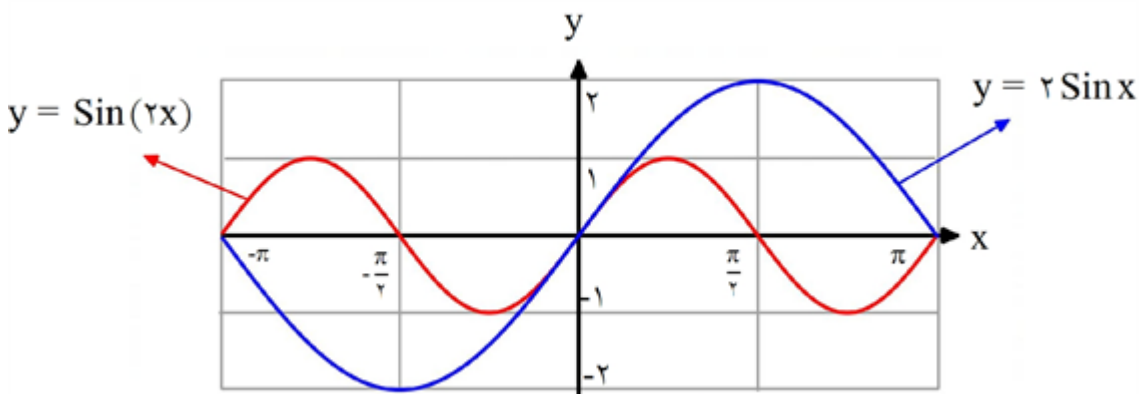
$$\xrightarrow{x=-1} f(-1) = (1 - 1 + 1)(-a + b) + 2 \Rightarrow (-a + b) + 2 = 5$$

$$\Rightarrow -a + b = 3 \Rightarrow -a + b = 3$$

$$\begin{cases} 2a + b = 1 \\ -a + b = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow -1 + b = 3 \Rightarrow b = 3 + 1 = 4 \Rightarrow b = 4$$

بنابراین خارج قسمت برابر $-\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$ است.



۳۷	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴

