



نام آموزشگاه :

زمان آزمون :

تاریخ برگزاری :

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

عنوان آزمون : ریاضی دهم فصل اول - متوسط

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	در دنباله هندسی $3, -6, x, -24, y, \dots$ (الف) قدر نسبت دنباله هندسی را حساب کنید. (ب) $y$ و $x$ را به دست آورید. (ج) جمله عمومی آن را محاسبه کنید.	
۲	در الگوی خطی $a_n = (a - 1)n^2 + 3n + a$ (الف) $a$ را به دست آورید. (ب) جمله عمومی آن را بنویسید. (ج) جمله پانزدهم را حساب کنید. (د) جمله چندم دنباله برابر ۵۸ است؟	
۳	در الگوی خطی $a_n = 3an^2 + 5n - 6n^2 + a$ (الف) $a$ را به دست آورید. (ب) جمله عمومی الگوی خطی را بنویسید.	
۴	در یک دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n$ ، حاصل $\frac{2a_6 + a_8 - a_3}{a_3 + a_{11}}$ را حساب کنید.	
۵	در یک دنباله حسابی با جمله عمومی $t_n$ ، حاصل $\frac{5t_8 - t_8 - 2t_6 + t_1}{t_8 + t_{11}}$ را به دست آورید.	
۶	اگر $n(A - B) = 12$ و $n(A \cup B) = 95$ باشد، تعداد اعضای مجموعه $B$ را به دست آورید.	
۷	جمله‌های سوم و نهم یک دنباله حسابی به ترتیب جمله پنجم و پانزدهم یک الگوی خطی هستند. اگر صفر، جمله دهم الگوی خطی باشد، جمله بیستم خطی چند برابر قدرنسبت دنباله حسابی است؟	
۸	در دنباله حسابی $\dots, 12, 2x + 12, 2x, z, 2x, y, x - 1$ اگر $x - 1$ جمله اول دنباله باشد. (الف) $x$ را به دست آورید. (ب) $y, z$ را بیابید. (ج) جمله عمومی آن را بنویسید.	
۹	اگر $\dots, 7, 20m - 7, k - 3, 5, 2m + 2, n - 1, 4, m + 5$ پنج جمله اول یک دنباله حسابی باشد، $m, n, k$ را به دست آورید.	

۱۰	اگر دنباله $a_n = (k^2 - 4)n^2 + kn + 3$ یک دنباله حسابی کاهشی باشد، مقادیر زیر را حساب کنید. الف) $k$ را حساب کنید. ب) جمله دهم را به دست آورید.
۱۱	اگر $\frac{3n(A) + 10}{7} = \frac{2n(B) - 4}{4} = \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B) + 6}{5}$ ، آن گاه $n(A)$ و $n(B)$ را به دست آورید.
۱۲	اگر $\frac{3n(A) - 4}{5} = \frac{n(B) + 7}{4} = \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B) + 8}{6}$ ، آن گاه $n(A)$ و $n(B)$ را به دست آورید.
۱۳	اگر $\sqrt{x} - 2, 3, \sqrt{x} + 2$ به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار $x$ را به دست آورید.
<p>اگر هر جمله‌ی هندسی <math>1, 3, 9, 27, \dots</math>  <math>4</math> واحد بیشتر شود، حاصل چنین خواهد بود:  به <math>2</math> سوال بعدی پاسخ دهید.</p> <p><math>5, 7, 13, 31, \dots</math></p>	
۱۴	آیا دنباله‌ی به دست آمده نیز یک دنباله‌ی هندسی است؟
۱۵	اگر هر جمله‌ی یک دنباله‌ی هندسی افزایش یکسانی داشته باشد، آیا دنباله‌ی جدید می‌تواند یک دنباله‌ی هندسی باشد؟

الف) ۱

$$r = \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow r = \frac{-6}{3} = -2$$

ب)

$$3, -6, 12, -24, 48, \dots \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 48 \end{cases}$$

ج)

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_n = 3(-2)^{n-1}$$

الف) الگوی خطی نباید درجه ۲ باشد. بنابراین ضریب  $n^2$  باید صفر باشد.

۲

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

ب)

$$a = 1 \Rightarrow a_n = 3n + 1$$

ج) برای یافتن جمله پانزدهم به جای  $n$  عدد ۱۵ قرار می‌دهیم.

$$a_{15} = 3(15) + 1 = 46$$

د) باید به جای  $a_n$  عدد ۵۸ قرار دهیم و  $n$  را حساب کنیم.

$$a_n = 58 \Rightarrow 3n + 1 = 58 \Rightarrow 3n = 57 \Rightarrow n = \frac{57}{3} = 19$$

بنابراین جمله نوزدهم برابر ۵۸ است.

الف) الگوی خطی نباید درجه ۲ باشد. بنابراین ضریب  $n^2$  باید صفر باشد.

۳

$$a_n = 3an^2 + 5n - 6n^2 + a \Rightarrow a_n = (3a - 6)n^2 + 5n + a$$

$$3a - 6 = 0 \Rightarrow a = 2$$

ب)

$$a = 2 \Rightarrow a_n = 5n + 2$$

۴) با استفاده از جمله عمومی دنباله حسابی (عددی) داریم:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$\frac{2a_6 + a_5 - a_2}{a_3 + a_{11}} = \frac{2(a_1 + 5d) + a_1 + 4d - (a_1 + 2d)}{a_1 + 2d + a_1 + 10d}$$

$$= \frac{2a_1 + 10d + a_1 + 4d - a_1 - 2d}{2a_1 + 12d} = \frac{2a_1 + 12d}{2a_1 + 12d} = 1$$

۵) با استفاده از جمله عمومی دنباله حسابی (عددی) داریم:

$$t_n = t_1 + (n - 1)d$$

$$\frac{5t_8 - t_5 - 2t_7 + t_1}{t_5 + t_{11}} = \frac{5(t_1 + 7d) - (t_1 + 4d) - 2(t_1 + 5d) + t_1}{t_1 + 4d + t_1 + 10d}$$

$$= \frac{5t_1 + 35d - t_1 - 4d - 2t_1 - 10d + t_1}{2t_1 + 14d} = \frac{3t_1 + 21d}{2t_1 + 14d} = \frac{3(t_1 + 7d)}{2(t_1 + 7d)} = \frac{3}{2}$$

$$12n(A - B) = 9n(A \cap B) = n(B - A) = t \Rightarrow \begin{cases} n(A - B) = \frac{t}{12} \\ n(A \cap B) = \frac{t}{9} \\ n(B - A) = t \end{cases}$$

$$n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) = n(A \cup B) \Rightarrow \frac{t}{12} + \frac{t}{9} + t = 95$$

$$\Rightarrow \frac{t + 6t + 12t}{12} = 95 \Rightarrow \frac{19t}{12} = 95 \Rightarrow \frac{t}{12} = 5 \Rightarrow t = 60$$

$$n(B) = n(B - A) + n(A \cap B) = t + \frac{t}{9} = 60 + \frac{60}{9} = 60 + 30 = 90$$

دنبالہ حسابی را با  $t_n$  و الگوی خطی را با  $a_n$  نشان می‌دهیم.

$$\begin{cases} t_3 = a_5 \\ t_4 = a_{10} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 2d = 5a + b \\ t_1 + 4d = 10a + b \end{cases} \Rightarrow 2d = 10a \Rightarrow d = \frac{10}{2}a \Rightarrow d = 5a$$

$$a_{10} = 0 \Rightarrow 10a + b = 0 \Rightarrow b = -10a$$

$$\frac{a_3}{d} = \frac{20a + b}{d} = \frac{20a - 10a}{5a} = \frac{10a}{5a} = 2$$

(الف) ۸

$$\underbrace{x - 1}_{a_1}, \underbrace{y}_{a_3}, \underbrace{2x + 12}_{a_5}, \dots \Rightarrow 2a_3 = a_1 + a_5 \Rightarrow 2(2x) = x - 1 + 2x + 12$$

$$\Rightarrow 4x = 3x + 11 \Rightarrow x = 11$$

(ب)

$$x=11 \rightarrow 10, y, 22, z, 34, \dots \Rightarrow d = \frac{a_3 - a_1}{3 - 1} = \frac{22 - 10}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$d=6 \rightarrow 10, 16, 22, 28, 34, \dots$$

$$\begin{cases} y = 16 \\ z = 28 \end{cases}$$

(ج)

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \xrightarrow{a_1=10, d=6} a_n = 10 + (n - 1)(6) \Rightarrow a_n = 10 + 6n - 6$$

$$\Rightarrow a_n = 6n + 4$$

$$\underbrace{m+4}_{a_1}, \underbrace{2n-1}_{a_3}, \underbrace{7m+2}_{a_5}, 5-3k, 20m-7, \dots \Rightarrow 2a_3 = a_1 + a_5$$

۹

$$\Rightarrow 2(7m+2) = m+4 + 20m-7$$

$$\Rightarrow 14m+4 = 21m-3 \Rightarrow -7m = -7 \Rightarrow m = 1$$

$$\xrightarrow{m=1} 5, 2n-1, 9, 5-3k, 13, \dots \Rightarrow d = \frac{a_3 - a_1}{3-1} = \frac{9-5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\xrightarrow{d=2} 5, 7, 9, 11, 13, \dots$$

$$\begin{cases} 2n-1 = 7 \Rightarrow 2n = 8 \Rightarrow n = 4 \\ 5-3k = 11 \Rightarrow -3k = 6 \Rightarrow k = -2 \end{cases}$$

الف) در دنباله حسابی  $n^{\text{ام}}$  موجود نیست. در نتیجه باید ضریب  $n^{\text{ام}}$  صفر باشد و همچنین برای دنباله حسابی کاهش می یابد ضریب  $n$  عددی منفی باشد.

۱۰

$$k^2 - 4 = 0 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \text{ ق ق} \\ k = -2 \text{ ق ق} \end{cases}$$

ب)

$$k = -2 \Rightarrow a_n = -2n + 3$$

برای یافتن جمله دهم باید به جای  $n$  عدد ۱۰ قرار دهیم.

$$a_{10} = -2(10) + 3 = -20 + 3 = -17$$

$$\frac{3n(A)+10}{7} = \frac{2n(B)-4}{4} = \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B) + 6}{5}$$

۱۱

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{3n(A)+10}{7} = t \Rightarrow n(A) = \frac{7t-10}{3} \\ \frac{2n(B)-4}{4} = t \Rightarrow n(B) = \frac{4t+4}{2} = 2t+2 \\ \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B) + 6}{5} = t \Rightarrow n(A \cup B) + n(A \cap B) = 5t - 6 \end{cases}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cup B) + n(A \cap B) = n(A) + n(B)$$

$$\Rightarrow 5t - 6 = 2t + 2 + \frac{7t-10}{3} \xrightarrow{\times 3} 15t - 18 = 6t + 6 + 7t - 10$$

$$\Rightarrow 15t - 18 = 13t - 4 \Rightarrow 2t = 14 \Rightarrow t = 7$$

$$n(A) = \frac{7t-10}{3} \xrightarrow{t=7} n(A) = \frac{7(7)-10}{3} = \frac{39}{3} = 13$$

$$n(B) = 2t + 2 \xrightarrow{t=7} n(B) = 14 + 2 = 16$$

$$\frac{r n(A) - \varphi}{\delta} = \frac{n(B) + \gamma}{\varphi} = \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B) + \lambda}{\varphi} = t$$

۱۲

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{r n(A) - \varphi}{\delta} = t \Rightarrow n(A) = \frac{\delta t + \varphi}{r} \\ \frac{n(B) + \gamma}{\varphi} = t \Rightarrow n(B) = \varphi t - \gamma \\ \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B) + \lambda}{\varphi} = t \Rightarrow n(A \cup B) + n(A \cap B) = \varphi t - \lambda \end{cases}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cup B) + n(A \cap B) = n(A) + n(B)$$

$$\Rightarrow \varphi t - \lambda = \frac{\delta t + \varphi}{r} + \varphi t - \gamma \xrightarrow{\times r} 1 \lambda t - 2 \varphi = \delta t + \varphi + 1 \gamma t - 2 \gamma$$

$$\Rightarrow 1 \lambda t - 2 \varphi = 1 \gamma t - 1 \gamma \Rightarrow t = \gamma$$

$$n(A) = \frac{\delta t + \varphi}{r} \xrightarrow{t=\gamma} n(A) = \frac{\delta(\gamma) + \varphi}{r} = \frac{3\delta + \varphi}{r} = 13$$

$$n(B) = \varphi t - \gamma \xrightarrow{t=\gamma} n(B) = \varphi(\gamma) - \gamma = 21$$

$$b^{\gamma} = ac \Rightarrow r^{\gamma} = x - \varphi \Rightarrow x = 13$$

۱۳

خیر.

۱۴

خیر.

۱۵