



۱) اگر $n(A \cup B) = 78$ و $n(A - B) = 3n(A \cap B) = n(B - A)$ باشد، تعداد اعضای مجموعه A را به دست آورید.

۲) در یک دنباله حسابی، $t_6 = 3$ و $t_{10} - t_6 = 96$ است. جمله عمومی دنباله را بنویسید.

۳) در دنباله حسابی $a_n = (k - 3)n^2 + (k + 1)n + 1$ مقادیر خواسته شده را حساب کنید.
(الف) مقدار k را حساب کنید.
(ب) جمله اول و قدرنسبت را به دست آورید.

۴) در الگوی خطی $a_n = (a + 2)n^2 + 3n + a$
(الف) a را به دست آورید.
(ب) جمله عمومی الگوی خطی را بنویسید.

۵) در الگوی خطی $a_n = (a - 1)n^2 + bn + 2a + 1$ اگر $a_{n+2} - a_n = 4$ باشد:
(الف) جمله عمومی دنباله خطی را بنویسید.
(ب) کدام جمله دنباله خطی برابر ۴۹ است؟

۶) در یک الگوی خطی با جمله عمومی a_n اگر $a_n - a_{n+1} = -3$ و جمله یازدهم دنباله از دو برابر جمله پنجم ۲ واحد کمتر باشد:
(الف) جمله عمومی دنباله خطی را بنویسید.
(ب) چندمین جمله دنباله برابر ۵۰ است؟

۷) در یک الگوی خطی با جمله عمومی t_n اگر $t_{n+2} - t_n = 8$ و مجموع جملات هفتم و دهم برابر ۷۰ شود:
(الف) جمله عمومی دنباله را حساب کنید.
(ب) کدام جمله دنباله برابر ۵۳ است؟

۸) در یک کلاس ۴۱ نفره، ۳۴ نفر به ریاضی و ۲۱ نفر به فیزیک علاقمند هستند و ۶ نفر به هیچکدام از این دو درس علاقه ندارند. مطلوب است تعداد دانش آموزانی که:
(الف) حداقل به یکی از این دو درس علاقمند باشند.
(ب) فقط به یکی از این دو درس علاقمند باشند.

۹) اگر $A = [-1, +\infty)$ و $B = (-\infty, 3]$ باشد، آنگاه مجموعه‌های زیر را به صورت بازه بنویسید.

الف) $A \cap B$

ب) $A - B$

ج) A'

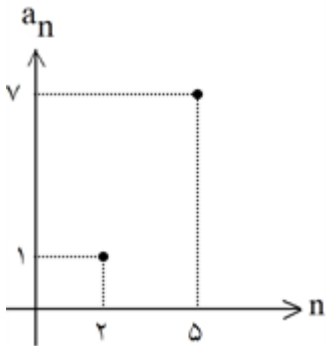


۱۰ در یک دنباله هندسی اگر $a_1 + a_2 = 20$ و $a_4 + a_6 = 540$ باشد، جمله عمومی این دنباله را بنویسید.

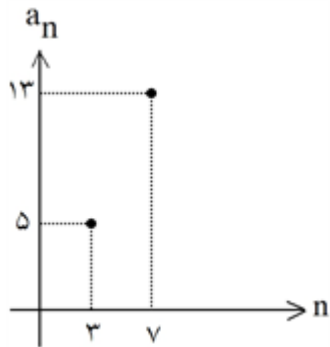
۱۱ جمله عمومی دنباله درجه دو زیر را مشخص کنید.

$$-7, -7, -5, -1, \dots$$

۱۲ شکل زیر قسمتی از نمودار الگوی خطی $a_n = (3n - 18)n^2 + an + b$ است. مقدار a_t را حساب کنید.



۱۳ شکل زیر قسمتی از نمودار الگوی خطی $a_n = (a - 1)n^2 + bn + c$ است. جمله بیستم دنباله را حساب کنید.



۱۴ اگر $5 \in (m - 1, m + 7)$ باشد، حدود m را حساب کنید.

۱۵ اگر عدد حقیقی $k + 1$ در بازه $(-k - 1, 9 - k)$ قرار داشته باشد، حدود k را حساب کنید.



$${}^3n(A - B) = \frac{{}^3}{\frac{{}^3}{n(A \cap B)}} = n(B - A) = t \Rightarrow \begin{cases} n(A - B) = \frac{t}{\frac{{}^3}{\frac{{}^3}{n(A \cap B)}}} \\ n(A \cap B) = \frac{{}^3t}{\frac{{}^3}{\frac{{}^3}{n(A \cap B)}}} \\ n(B - A) = t \end{cases}$$

$$n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) = n(A \cup B) \Rightarrow \frac{t}{\frac{{}^3}{\frac{{}^3}{\frac{{}^3}{n(A \cap B)}}}} + \frac{{}^3t}{\frac{{}^3}{\frac{{}^3}{\frac{{}^3}{n(A \cap B)}}}} + t = {}^3\wedge$$

$$\Rightarrow {}^3t = {}^3\wedge \Rightarrow t = {}^3\mathfrak{q}$$

۱

$$n(A) = n(A - B) + n(A \cap B) = \frac{t}{\frac{{}^3}{\frac{{}^3}{\frac{{}^3}{n(A \cap B)}}}} + \frac{{}^3t}{\frac{{}^3}{\frac{{}^3}{\frac{{}^3}{n(A \cap B)}}}} = t = {}^3\mathfrak{q}$$

$$t_{\mathfrak{r}} = {}^3 \Rightarrow t_{\mathfrak{r}} + \mathfrak{d} = {}^3$$

۲

$$t_{\mathfrak{r}} - t_{\mathfrak{r}} = {}^3\mathfrak{r} \Rightarrow (t_{\mathfrak{r}} - t_{\mathfrak{r}})(t_{\mathfrak{r}} + t_{\mathfrak{r}}) = {}^3\mathfrak{r}$$

$$\Rightarrow (t_{\mathfrak{r}} + \mathfrak{d} - t_{\mathfrak{r}} - \mathfrak{d})(t_{\mathfrak{r}} + \mathfrak{d} + t_{\mathfrak{r}} + \mathfrak{d}) = {}^3\mathfrak{r} \Rightarrow \mathfrak{d}({}^3t_{\mathfrak{r}} + \mathfrak{r}\mathfrak{d}) = {}^3\mathfrak{r}$$

$$\Rightarrow \mathfrak{d}({}^3(t_{\mathfrak{r}} + \mathfrak{d})) = {}^3\mathfrak{r} \Rightarrow \mathfrak{d} \times {}^3 \times {}^3 = {}^3\mathfrak{r} \Rightarrow \mathfrak{d} = {}^3$$

$$t_{\mathfrak{r}} + \mathfrak{d} = {}^3 \xrightarrow{\mathfrak{d}=\mathfrak{r}} t_{\mathfrak{r}} + \mathfrak{r} = {}^3 \Rightarrow t_{\mathfrak{r}} = -\mathfrak{r}$$

$$t_n = t_{\mathfrak{r}} + (n - \mathfrak{r})\mathfrak{d} \Rightarrow t_n = -\mathfrak{r} + (n - \mathfrak{r})({}^3)$$

$$\Rightarrow t_n = -\mathfrak{r} + {}^3n - \mathfrak{r} \Rightarrow t_n = {}^3n - \mathfrak{r}$$

الف) در دنباله حسابی $n^{\mathfrak{r}}$ موجود نیست. در نتیجه باید ضریب $n^{\mathfrak{r}}$ صفر باشد.

۳

$$k - {}^3 = \mathfrak{r} \Rightarrow k = {}^3 \Rightarrow a_n = \mathfrak{r}n + \mathfrak{r}$$

ب)

$$a_{\mathfrak{r}} = \mathfrak{r}(\mathfrak{r}) + \mathfrak{r} = \mathfrak{r}$$

$$a_{\mathfrak{r}} = \mathfrak{r}(\mathfrak{r}) + \mathfrak{r} = \mathfrak{r} \Rightarrow \mathfrak{d} = a_{\mathfrak{r}} - a_{\mathfrak{r}} = \mathfrak{r} - \mathfrak{r} = \mathfrak{r}$$

بنابراین $a_{\mathfrak{r}} = \mathfrak{r}$ و $\mathfrak{d} = \mathfrak{r}$ است.

الف) الگوی خطی نباید درجه ۲ باشد. بنابراین ضریب n^2 باید صفر باشد.

۴

$$a + \mathfrak{r} = \mathfrak{r} \Rightarrow a = -\mathfrak{r}$$

ب)

$$a = -\mathfrak{r} \Rightarrow a_n = \mathfrak{r}n - \mathfrak{r}$$

الف) الگوی خطی نباید n^2 داشته باشد، بنابراین ضریب n^2 را صفر قرار می‌دهیم.

۵

$$a - \mathfrak{r} = \mathfrak{r} \Rightarrow a = \mathfrak{r}$$

$$\Rightarrow a_n = \mathfrak{r}n + \mathfrak{r}$$

$$a_{n+\mathfrak{r}} - a_n = \mathfrak{r} \Rightarrow \mathfrak{r}(n + \mathfrak{r}) + \mathfrak{r} - (\mathfrak{r}n + \mathfrak{r}) = \mathfrak{r}$$

$$\Rightarrow \mathfrak{r}n + \mathfrak{r}\mathfrak{r} + \mathfrak{r} - \mathfrak{r}n - \mathfrak{r} = \mathfrak{r} \Rightarrow \mathfrak{r}\mathfrak{r} = \mathfrak{r} \Rightarrow \mathfrak{r} = \mathfrak{r}$$

$$a_n = \mathfrak{r}n + \mathfrak{r}$$

ب) باید جمله عمومی الگوی خطی را برابر ۴۹ قرار داد و n را حساب کنیم.

$$a_n = 49 \Rightarrow \mathfrak{r}n + \mathfrak{r} = 49 \Rightarrow \mathfrak{r}n = 48 \Rightarrow n = \mathfrak{r}$$

بنابراین جمله بیست و سوم برابر ۴۹ است.

الف) جمله عمومی دنباله خطی به صورت $a_n = an + b$ است، بنابراین:

$$a_n - a_{n+1} = -3 \Rightarrow an + b - (a(n+1) + b) = -3$$

$$\Rightarrow an + b - an - a - b = -3 \Rightarrow -a = -3 \Rightarrow a = 3$$

$$a_{11} = 2a_5 - 2 \Rightarrow 11a + b = 2(5a + b) - 2$$

$$\Rightarrow 11a + b = 10a + 2b - 2 \Rightarrow a - b = -2 \xrightarrow{a=3} 3 - b = -2 \Rightarrow b = 5$$

$$a_n = 3n + 5$$

ب) باید جمله عمومی دنباله را برابر ۵۰ قرار داد و n را حساب کنیم.

$$a_n = 50 \Rightarrow 3n + 5 = 50 \Rightarrow 3n = 45 \Rightarrow n = 15$$

بنابراین جمله پانزدهم برابر ۵۰ است.

الف) دنباله خطی به صورت $t_n = an + b$ است، بنابراین:

$$t_{n+2} - t_n = 8 \Rightarrow a(n+2) + b - (an + b) = 8$$

$$\Rightarrow an + 2a + b - an - b = 8 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

$$t_7 + t_{10} = 70 \Rightarrow 7a + b + 10a + b = 70 \xrightarrow{a=4} 17(4) + 2b = 70$$

$$\Rightarrow 68 + 2b = 70 \Rightarrow 2b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$t_n = 4n + 1$$

ب) باید جمله عمومی به دست آمده را برابر ۵۳ قرار دهیم و n را حساب کنیم.

$$t_n = 53 \Rightarrow 4n + 1 = 53 \Rightarrow 4n = 52 \Rightarrow n = 13$$

جمله سیزدهم برابر ۵۳ است.

الف) A ریاضی و B را فیزیک در نظر می‌گیریم.

$$n(U) = 41$$

$$n(A) = 34$$

$$n(B) = 21$$

$$n(A' \cap B') = 6 \Rightarrow n(A \cup B)' = 6 \Rightarrow n(A \cup B) = n(U) - n(A \cup B)'$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 41 - 6 = 35$$

ب)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$35 = 34 + 21 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 20$$

$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = 35 - 20 = 15$$

الف) $A \cap B = [-1, +\infty) \cap (-\infty, 3] = [-1, 3]$

ب) $A - B = [-1, +\infty) - (-\infty, 3] = (3, +\infty)$

ج) $A' = (-\infty, -1)$



$$a_1 + a_2 = 20 \Rightarrow a_1 + a_1 r^1 = 20$$

$$a_2 + a_4 = 540 \Rightarrow a_1 r^1 + a_1 r^3 = 540$$

$$\frac{a_1 r^1 + a_1 r^3}{a_1 + a_1 r^1} = \frac{\cancel{r^1(a_1 + a_1 r^1)}}{\cancel{a_1 + a_1 r^1}} = \frac{540}{20} \Rightarrow r^2 = 27 \Rightarrow r = 3$$

$$a_1 + a_1 r^1 = 20 \xrightarrow{r=3} a_1 + 9a_1 = 20 \Rightarrow 10a_1 = 20 \Rightarrow a_1 = 2$$

بنابراین جمله عمومی برابر است با:

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_n = 2(3)^{n-1}$$



$$-7, -7, -5, -1, \dots \xrightarrow{\div 2} a = \frac{2}{2} = 1$$

$$3a + b = a_2 - a_1 \Rightarrow 3 + b = -7 - (-7) \Rightarrow b = -3$$

$$a + b + c = a_1 \Rightarrow 1 - 3 + c = -7 \Rightarrow c = -5$$

در نهایت جمله عمومی به صورت زیر است:

$$a_n = n^2 - 3n - 5$$

الگوی خطی نباید درجه ۲ باشد. بنابراین باید ضریب n^2 صفر باشد.

$$3t - 18 = 0 \Rightarrow t = 6$$

و با توجه به نمودار $a_2 = 1$ و $a_5 = 7$ است. بنابراین:

$$a_2 = 1 \Rightarrow 2a + b = 1$$

$$a_5 = 7 \Rightarrow 5a + b = 7 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2$$

$$\xrightarrow{a=2} 4 + b = 1 \Rightarrow b = -3 \Rightarrow a_n = 2n - 3$$

سپس باید به جای n عدد $t = 6$ قرار دهیم:

$$a_6 = 2(6) - 3 = 9$$

الگوی خطی نباید درجه ۲ باشد. بنابراین باید ضریب n^2 صفر باشد.

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

و با توجه به نمودار $a_3 = 5$ و $a_7 = 13$ است. بنابراین:

$$a_3 = 5 \Rightarrow 3b + c = 5$$

$$a_7 = 13 \Rightarrow 7b + c = 13 \Rightarrow 4b = 8 \Rightarrow b = 2$$

$$\xrightarrow{b=2} 3(2) + c = 5 \Rightarrow c = 5 - 6 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow a_n = 2n - 1$$

سپس باید به جای n عدد ۲۰ را قرار دهیم تا جمله بیستم محاسبه شود.

$$a_{20} = 2(20) - 1 = 39$$

$$m - 1 < 5 < m + 7 \xrightarrow{-m} -1 < 5 - m < 7 \xrightarrow{-5} -6 < -m < 2 \xrightarrow{\times(-1)} -2 < m < 6$$

$$m \in (-2, 6)$$



$$-k - 1 < k + 1 < 9 - k$$

$$\xrightarrow{+k} -1 < \forall k + 1 < 9 \xrightarrow{-1} -2 < \forall k < 8 \xrightarrow{\div 2} -1 < k < 4 \Rightarrow k \in (-1, 4)$$



