



p30konkor.com

عنوان آزمون : ریاضی ۱۱ تجربی فصل ۱

زمان آزمون :

تاریخ برگزاری

نام و نام خانوادگی :

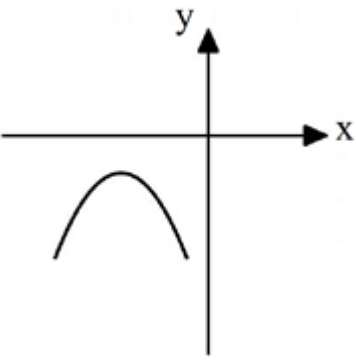
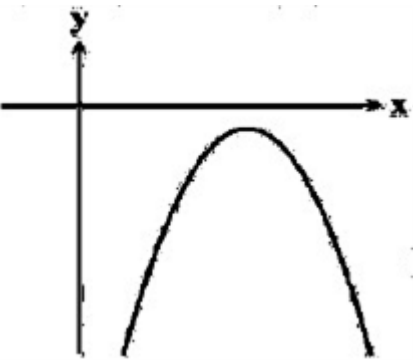
پایه تحصیلی :

نام دبیر :

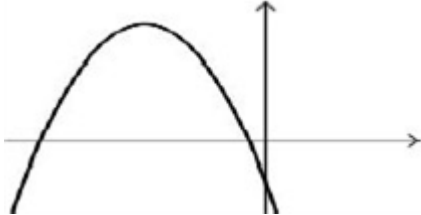
ردیف	لطفاً پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 10x + a = 0$ و $\alpha^2 + \beta^2 - 5\alpha = 7$ باشد، مقدار a را به دست آورید.	سوال ۱ و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم
۲	معادله درجه دوم بنویسید که ریشه‌های آن $\frac{5 + \sqrt{7}}{2}$ و $\frac{5 - \sqrt{7}}{2}$ باشند.	سوال ۲ و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم
۳	شکل زیر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ است. علامت ضرایب a و b و c را به دست آورید.	سوال ۳ و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم
۴	معادله $\sqrt{x+3} = x-3$ را حل کنید.	سوال ۴ و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم
۵	در خط $(a-1)x - by = 12$ اگر طول از مبدأ برابر ۴ و عرض از مبدأ برابر ۲ باشد، a و b را به دست آورید.	سوال ۵ و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم
۶	معادله‌های زیر را حل کنید.	سوال ۶ و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم

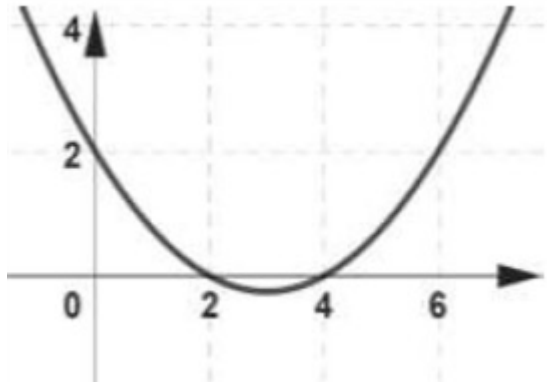
الف) $\frac{x}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{x+5}{x^2-4}$

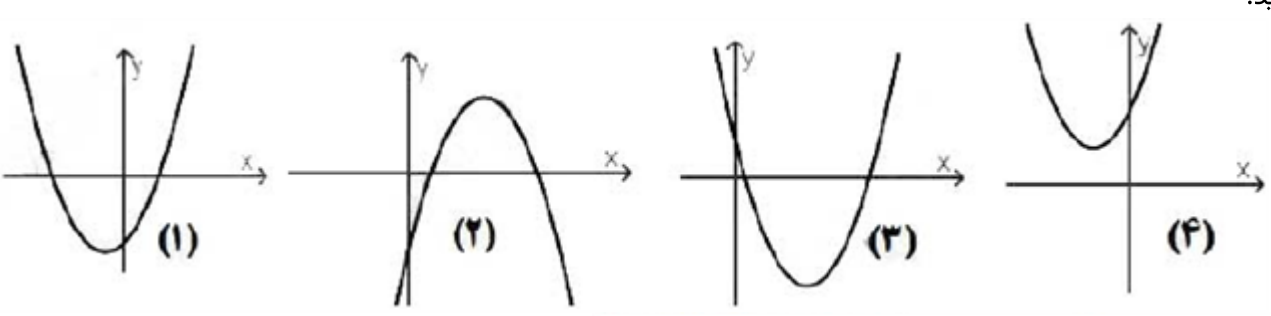
ب) $\sqrt{x+2} = x-4$

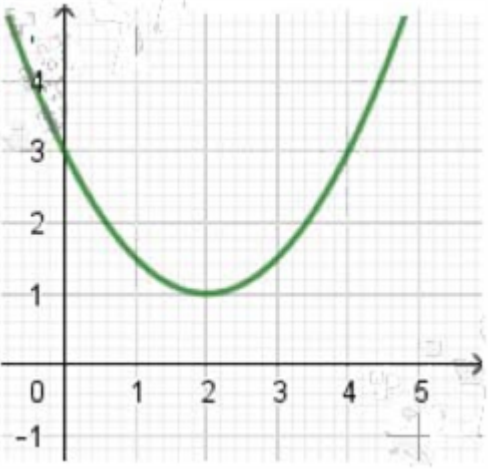
۷	<p>شکل روبه‌رو نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ می‌باشد. علامت ضرایب c و b و a را تعیین کنید.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم</p>
۸	<p>فاصله نقطه $A(-1, 5)$ از خط $x + y + 1 = 0$ را به کمک فرمول فاصله نقطه از خط را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم</p>
۹	<p>معادله زیر را حل کنید.</p> $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x} = 5$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم</p>
۱۰	<p>در خط $(m-2)x + 2ny = 10$ اگر طول از مبدأ برابر ۲ و عرض از مبدأ برابر ۳ باشد، m و n را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم</p>
۱۱	<p>فاصله نقطه $A(-2, 4)$ از خط $4x - 3y + 12 = 0$ را به کمک فرمول فاصله نقطه از خط به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>
۱۲	<p>معادله $\sqrt{x+1} = x - 5$ را حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>
۱۳	<p>شکل روبه‌رو نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ می‌باشد. علامت ضرایب b و c را تعیین کنید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>
۱۴	<p>معادله $\sqrt{x+2} + 4 = x$ را حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>

۱۵	معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $\frac{2 - \sqrt{3}}{5}$ و $\frac{2 + \sqrt{3}}{5}$ باشند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۱۶	خط $4x - 3y = 0$ بر دایره‌ای به مرکز $(-1, 3)$ مماس است. مساحت دایره را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۱۷	اگر $A(1, 2)$ ، $B(3, 6)$ و $C(-1, 4)$ سه رأس مثلث ABC باشند، معادله میانه BM را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم
۱۸	اگر $A(1, 0)$ ، $B(0, 2)$ و $C(5, 7)$ سه رأس مثلث ABC باشند، طول ارتفاع CH را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم
۱۹	اگر $A(3, 4)$ ، $B(-1, 2)$ و $C(3, -1)$ سه رأس مثلث ABC باشند، طول میانه CM را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم
۲۰	اگر $A(-1, 5)$ ، $B(0, 4)$ و $C(9, 0)$ سه رأس مثلث ABC باشند، معادله ارتفاع BH را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم
۲۱	معادله‌های زیر را حل کنید. الف) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{3x+5}{x^2+3x}$ ب) $\sqrt{3x-1} = 5$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم
۲۲	محیط دایره‌ای را بیابید که مرکز آن $O(-1, 1)$ و بر خط $3x + 4y + 9 = 0$ مماس باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم
۲۳	جواب‌های معادله $x^4 - 7x^2 + 10 = 0$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم
۲۴	معادله‌های زیر را حل کنید. الف) $\frac{x}{x+2} + \frac{1}{x+5} = \frac{5x+4}{x^2+7x+10}$ ب) $\sqrt{x-1} = x-7$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

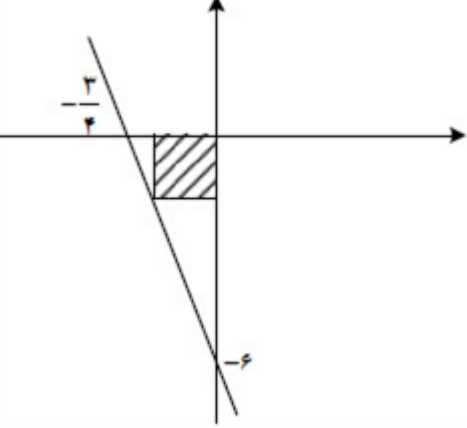
۲۵	معادله‌های زیر را حل کنید. الف) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+3} = \frac{4x-2}{x^2+2x-3}$ ب) $\sqrt{4x-1} - 7 = 0$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۲۶	در معادله $x^2 - 14x - 7 = 0$ مجموع معکوس ریشه‌ها را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۲۷	مساحت دایره‌ای که بر خط $3x + 4y + 3 = 0$ مماس و مرکز آن $(-1, 5)$ باشد را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۲۸	یکی از اضلاع مربعی بر خط $y = x + 2$ واقع است. اگر $A(2, 0)$ یکی از رئوس این مربع باشد، مساحت مربع را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۲۹	معادله مقابل را حل کنید. $2x = 1 - \sqrt{2-x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۳۰	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. قرینه نقطه $C(1, 2)$ نسبت به نقطه $M(-1, 4)$ برابر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۳۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - مقدار ماکزیمم تابع $y = -2x^2 + 8x - 5$ برابر ۳ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۳۲	در معادله درجه دو به شکل $ax^2 + bx + c = 0$ ، اگر یکی از ریشه‌های این معادله برابر ۲ باشد و $c = 2b$ ، در این صورت ریشه دیگر این معادله را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۳۳	صفرهای تابع $f(x) = (4-x^2)^2 + 2(4-x^2) - 15$ را، در صورت وجود، به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۳۴	نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت مقابل است. علامت ضرایب a, b, c را تعیین کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳

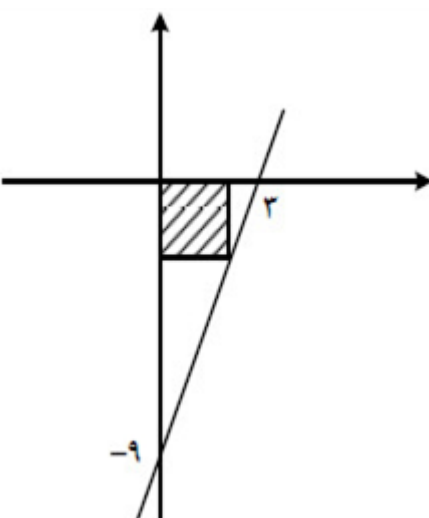
۳۵	جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید. ریشه‌های معادله اعداد ۵-، ۲ است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۳۶	فاصله نقطه $A(1, 0)$ از خط $x + y = k$ برابر $\sqrt{2}$ است. مقدار k را پیدا کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۳۷	معادله مقابل را حل کنید: $\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{2}{x-2} = 3$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۳۸	اگر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر باشد، ضابطه سهمی را مشخص کنید. 	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۳۹	مجموعه جواب معادله $2x = \sqrt{4x-1}$ را به دست آورید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲
۴۰	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. مجموعه جواب معادله $\sqrt{x+3} + 1 = 0$ برابر تهی است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲
۴۱	مجموع یک عدد صحیح با معکوسش برابر با ۲- می‌باشد، با تشکیل معادله و حل آن، مقدار این عدد را بیابید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲
۴۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. معادله $x^2 + 6x + 7 = 0$ دو ریشه مثبت دارد.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۴۳	اگر خط $4x + 3y = -10$ بر دایره‌ای به مرکز $(1, 2)$ مماس باشد، اندازه شعاع دایره را بیابید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲

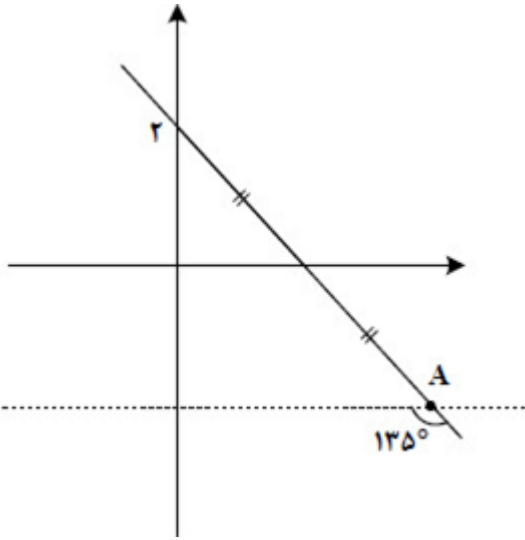
۴۴	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. دو خط $x + ۲y = ۱$ و $y = ۲x + ۳$ بر هم عمود هستند.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>								
۴۵	<p>نقاط $A(۲, -۲)$ و $B(۴, ۴)$ دو انتهای یک قطر دایره‌ای هستند. مختصات مرکز و اندازه شعاع دایره را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>								
۴۶	<p>اگر دو ماشین چمن‌زنی با هم کار کنند، می‌توانند در ۴ ساعت، چمن یک زمین فوتبال را کوتاه کنند. با فرض اینکه سرعت کار یکی از آن‌ها دو برابر دیگری باشد، ماشین سریع‌تر در چند ساعت می‌تواند کار را به تنهایی انجام دهد؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>								
۴۷	<p>با توجه به تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$، نمودار یا نمودارهای متناظر با هر یک از ویژگی‌های جدول زیر را مشخص کنید.</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <table border="1" data-bbox="758 963 1452 1232"> <thead> <tr> <th>ویژگی</th><th>شماره نمودار (نمودارها)</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>علامت b منفی است</td><td>.....</td></tr> <tr> <td>دارای مینیمم است و ریشه ندارد</td><td>.....</td></tr> <tr> <td>علامت c منفی است.</td><td>.....</td></tr> </tbody> </table> </div> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>	ویژگی	شماره نمودار (نمودارها)	علامت b منفی است	دارای مینیمم است و ریشه ندارد	علامت c منفی است.
ویژگی	شماره نمودار (نمودارها)								
علامت b منفی است								
دارای مینیمم است و ریشه ندارد								
علامت c منفی است.								
۴۸	<p>در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. فاصله دو خط موازی $۳x - ۴y + ۵ = ۰$ و $-۳x + ۴y + ۱۰ = ۰$ برابر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>								
۴۹	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. صفرهای تابع f طول نقاط تلاقی نمودار $f(x)$ با محور x ها است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>								
۵۰	<p>یکی از اضلاع مربعی بر خط $y = ۲x - ۱$ واقع است. اگر $(۳, ۰)$ یکی از رئوس این مربع باشد، مساحت مربع را محاسبه کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>								

۵۱	<p>در شکل زیر نمودار سهمی $p(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. صفرهای تابع را در صورت وجود به دست آورید و ضابطه تابع را مشخص کنید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>
۵۲	<p>مجموعه جواب معادله $\sqrt{x^2 - 9} + 2\sqrt{x - 3} = 0$ برابر می باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>
۵۳	<p>در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>حاصل ضرب ریشه های معادله $4x^2 + 3x - 8 = 0$ مساوی است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>
۵۴	<p>معادله $2 + \sqrt{1 + x} = x - 3$ را حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>
۵۵	<p>نقاط $A \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$، $B \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $C \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ سه رأس مثلث ABC هستند. طول میانه AM را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>
۵۶	<p>مقدار m را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + mx^2 - x - 2$ برابر ۱- باشد. سپس صفرهای دیگر تابع را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>
۵۷	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>هرگاه دو خط $my = 2x + 5$ و $(1 + m)x + y - 3 = 0$ بر هم عمود باشند، مقدار m برابر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>
۵۸	<p>معادله $2x = 1 - \sqrt{2 - x}$ را حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>
۵۹	<p>نقطه $A(3, 0)$ یکی از رئوس مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط $L: y - x = 5$ می باشد. مساحت این مربع را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>

۶۰	جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. مقدار مینیمم تابع $f(x) = 3x^2 + 6x + 5$ برابر با است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۶۱	معادله روبه‌رو را حل کنید. $\sqrt{2-x} = x$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۶۲	اگر $A(2, 4)$ و $B(4, -2)$ دو سر قطر یک دایره باشند، مختصات مرکز دایره را بیابید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۶۳	نقاط $C \begin{bmatrix} k \\ -k \end{bmatrix}$, $B \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $A \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ سه رأس مثلث ABC هستند. اگر مثلث در رأس B قائمه باشد، مقدار k را بیابید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۶۴	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. معادله درجه دوم دارای ریشه‌های $3 \pm 2\sqrt{5}$ است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۶۵	دو خط $2x + 3y = 1$ و $3x - 2y = 2$ معادله‌های دو ضلع یک مستطیل‌اند و نقطه $A(1, 3)$ یک رأس مستطیل است. مساحت این مستطیل چقدر است؟	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۶۶	معادله مقابل را به روش جبری حل کنید. $1 + \sqrt{x+2} = x - 3$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۶۷	نقطه $A(4, 0)$ یک رأس مثلثی است که دو رأس دیگر آن روی خط $x - 3y = 1$ قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس A از این خط بوده و نقطه $\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\right)$ داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه اول محورهای مختصات کدام است؟	کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی
۶۸	در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف و مثبت a ، کمترین مقدار سهمی $y = ax^2 + 3x + a$ برابر $\frac{7}{8}$ است؟	کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۹	<p>دو رأس یک مستطیل روی خط $2y - x = 4$ و نقاط $(1, 4)$ و $(-1, 0)$ رأس‌های غیرمجاور این مستطیل هستند. طول مستطیل کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ $5\sqrt{2}$ <input type="radio"/> ۲ $4\sqrt{3}$ <input type="radio"/> ۳ $3\sqrt{2}$ <input type="radio"/> ۴ $2\sqrt{3}$ </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۷۰	<p>در شکل مقابل، قطر مربع هاشورخورده، کدام است؟</p>  <p> <input type="radio"/> ۱ $\frac{4}{2\sqrt{3}}$ <input type="radio"/> ۲ $\frac{4}{3\sqrt{2}}$ <input type="radio"/> ۳ $\frac{3}{2\sqrt{2}}$ <input type="radio"/> ۴ $\frac{3}{2\sqrt{3}}$ </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۷۱	<p>برای چند مقدار صحیح m، هر دو ریشه معادله $-x^2 + 5x + m = 0$ کوچک‌تر از $\frac{9}{4}$ است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ صفر <input type="radio"/> ۲ ۱ <input type="radio"/> ۳ ۴ <input type="radio"/> ۴ ۵ </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۷۲	<p>در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف و منفی a، بیشترین مقدار سهمی $y = ax^2 + x + 2a$ برابر $-\frac{1}{4}$ است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۳ <input type="radio"/> ۲ هیچ مقدار a <input type="radio"/> ۳ ۲ <input type="radio"/> ۴ ۱ </p> <p>سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳</p>
۷۳	<p>نقطه $A(-5, -1)$ یک رأس مثلثی است که یک ضلع آن روی خط $x - 2y = 1$ قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس A از این خط بوده و نقطه $(-4, -2)$ داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه سوم محورهای مختصات کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۴ <input type="radio"/> ۲ $4/2$ <input type="radio"/> ۳ ۶ <input type="radio"/> ۴ $6/4$ </p> <p>سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳</p>
۷۴	<p>اگر $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2$ کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ صفر <input type="radio"/> ۲ ۱ <input type="radio"/> ۳ $\frac{a}{4}$ <input type="radio"/> ۴ $\frac{a}{2}$ </p> <p>سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳</p>

۷۵	<p>در یک مستطیل، نقاط $A(۵, ۲)$ و $C(۴, -۱)$ دو رأس غیرمجاور و دو رأس B و D روی خط $۳y = ۳ - x$ واقع‌اند. اختلاف طول نقاط B و D کدام است؟</p> <p>۱ <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> ۲ <input type="radio"/> ۵/۳ <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> ۵/۱ <input type="radio"/> ۴ <input type="radio"/> ۵/۱</p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳</p>
۷۶	<p>در شکل مقابل، قطر مربع هاشورخورده، کدام است؟</p>  <p>۱ <input type="radio"/> $\frac{2}{5}\sqrt{2}$ <input type="radio"/> ۲ <input type="radio"/> $\frac{3}{5}\sqrt{2}$ <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> $\frac{9}{2\sqrt{2}}$ <input type="radio"/> ۴ <input type="radio"/> $\frac{9}{\sqrt{2}}$</p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳</p>
۷۷	<p>برای چند مقدار صحیح m، هر دو ریشه معادله $۲x^۲ + ۷x + m = ۰$ بزرگ‌تر از ۳- است؟</p> <p>۱ <input type="radio"/> ۴ <input type="radio"/> ۲ <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> ۱ <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> ۴ <input type="radio"/> صفر</p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳</p>
۷۸	<p>نقاط $A(۲, ۰)$ و $C(۰, -۱)$ دو رأس یک مربع و روی یک قطر هستند. کدام نقطه یک رأس مربع روی قطر دیگر است؟</p> <p>۱ <input type="radio"/> $(۰, \frac{۳}{۲})$ <input type="radio"/> ۲ <input type="radio"/> $(\frac{۳}{۲}, -\frac{۳}{۲})$ <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> $(\frac{۳}{۴}, -\frac{۵}{۴})$ <input type="radio"/> ۴ <input type="radio"/> $(\frac{۵}{۴}, \frac{۱}{۴})$</p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>
۷۹	<p>اگر α و β صفرهای سهمی $y = ۲۵\alpha x^۲ + ۴x + \beta$ و $\beta > \alpha$ باشد، رأس این سهمی در کدام ناحیه از صفحه مختصات قرار دارد؟</p> <p>۱ <input type="radio"/> اول <input type="radio"/> ۲ <input type="radio"/> دوم <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> سوم <input type="radio"/> ۴ <input type="radio"/> چهارم</p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>
۸۰	<p>برای چند مقدار صحیح و یک رقمی a، جواب معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a$، عددی صحیح است؟</p> <p>۱ <input type="radio"/> ۴ <input type="radio"/> ۲ <input type="radio"/> ۵ <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> ۶ <input type="radio"/> ۴ <input type="radio"/> ۷</p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>

۸۱	<p>در شکل مقابل، فاصله نقطه A از مبدأ مختصات کدام است؟</p>  <p>۱ $2\sqrt{5}$ ۲ $3\sqrt{6}$ ۳ $4\sqrt{3}$ ۴ $5\sqrt{2}$</p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>
۸۲	<p>اختلاف ریشه‌های معادله $x^2 + 2kx + 5 = 0$ برابر $\frac{4}{3}k$ است. مقدار $\left[\frac{k^2}{2}\right]$ کدام است؟</p> <p>۱ صفر ۲ ۱ ۳ ۳ ۴ ۴</p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>
۸۳	<p>نقاط $(3, -4)$ و $(-1/5, -4)$ روی یک تابع درجه دوم واقع هستند. مجموع صفرهای این تابع در صورت وجود، کدام است؟</p> <p>۱ $\frac{3}{2}$ ۲ $\frac{3}{4}$ ۳ $\frac{5}{2}$ ۴ $\frac{5}{4}$</p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>
۸۴	<p>نقاط $A(-1, 4)$، $B(3, 1)$، $C(x, y)$ و $D(-1-x, y+3)$ رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های D و C مجاور باشند، محیط مستطیل کدام است؟</p> <p>۱ ۱۳ ۲ ۱۴ ۳ ۱۵ ۴ ۱۶</p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه</p>
۸۵	<p>صفرهای تابع $y = 2x^2 - (m+2)x + m$ و نقطه تقاطع آن با محور عرض‌ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر $\frac{3}{4}$ باشد، کدام می‌تواند طول رأس سهمی $y = x^2 - mx + 1$ باشد؟</p> <p>۱ $\frac{1}{4}$ ۲ $\frac{2}{3}$ ۳ $-\frac{3}{4}$ ۴ $-\frac{1}{2}$</p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه</p>

۸۶	<p>ریشه‌های معادله $x^2 - ax + b = 0$ نیم‌واحد از ریشه‌های معادله $2ax^2 + ax - 6 = 0$ بیشتر است. مقدار $\left[\frac{ab}{4}\right]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است).</p> <p>۱) -۴ ۲) -۳ ۳) -۲ ۴) -۱</p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه</p>
۸۷	<p>نسبت طول به عرض یک مستطیل، ۵ به ۴ است. با افزایش طول مستطیل، یک مستطیل طلایی خواهیم داشت. نسبت مساحت مستطیل طلایی به مستطیل اولیه کدام است؟</p> <p>۱) $\sqrt{5} + 3/0$ ۲) $(1 + \sqrt{5})/2$ ۳) $\sqrt{5}/2 + 6/0$ ۴) $(1 + \sqrt{5})/4$</p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه</p>
۸۸	<p>نقطه $(2, 4/5)$ رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $4x + y = 3$ و $x - 4y = 5$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع کدام است؟</p> <p>۱) $\frac{\sqrt{17}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{17}}{4}$ ۳) $2\sqrt{17}$ ۴) $\sqrt{17}$</p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه</p>
۸۹	<p>مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{160}{9}$ کدام است؟</p> <p>۱) ۱ ۲) $1/75$ ۳) ۲ ۴) $2/25$</p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه</p>
۹۰	<p>اگر α و β ریشه‌های متمایز معادله $ax^2 - ax - b = 0$ و $40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17$ باشد، اختلاف ریشه‌های این معادله کدام است؟</p> <p>۱) $1/5$ ۲) $2/5$ ۳) $1/\sqrt{5}$ ۴) $2/\sqrt{5}$</p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه</p>
۹۱	<p>نقاط $A(3, y)$ و $B(-5, y)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر ۱ است. اگر این سهمی، محور xها را در نقاطی با طول‌های α و β قطع کند و $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ باشد، این سهمی محور yها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟</p> <p>۱) $-1/3$ ۲) $-2/3$ ۳) $1/3$ ۴) $2/3$</p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه</p>
۹۲	<p>اگر نقطه $A(2, -3)$ رأس یک مربع و معادله یک ضلع مربع $4x + 3y = 9$ باشد، مساحت مربع چقدر است؟</p> <p>۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۹</p> <p>سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱</p>

۹۳	معادله $\frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x}} = \frac{1}{\sqrt{x^2-2x} - \sqrt{x^2+2x}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-2x} + \sqrt{x^2+2x}}$ دارای چند جواب است؟ ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر	سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱
۹۴	خط $x - 2y = 2$ معادله یک ضلع و نقطه $A(2, 5)$ مختصات یک رأس از مستطیلی هستند. اگر طول قطر مستطیل $4\sqrt{5}$ باشد، مساحت آن کدام است؟ ۱۰ (۱) $10\sqrt{3}$ (۲) $10\sqrt{2}$ (۳) $20\sqrt{2}$ (۴) $20\sqrt{3}$	سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱
۹۵	α و β ریشه‌های معادله $2x^2 + 6x + a = 0$ هستند. اگر $\beta < \alpha < 0$ و $\alpha^3 + \beta^3 + \beta^2 = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}$ باشد، مقدار a چقدر است؟ ۳۳ (۱) $\frac{11}{3}$ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴)	سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱
۹۶	ضرایب معادله $2kx^2 - 4x - 4k - 5 = 0$ صحیح هستند. اگر حاصل ضرب ریشه‌های این معادله دارای بیشترین مقدار باشد، مقدار Δ کدام است؟ ۴ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۲۸ (۴)	سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱
۹۷	اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 7x - 3 = 0$ و $\alpha > 0$ باشد، حاصل $ \alpha + 2\beta + \alpha - \beta $ کدام است؟ ۲ (۱) $2\alpha + 3\beta$ (۲) $-2\alpha - 3\beta$ (۳) $-\beta$ (۴) β	سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱
۹۸	دو ضلع مقابل به هم یک مستطیل روی خطوط به معادله $y - ax = 1$ و $ay - x = a - 1$ واقع هستند. اگر قطر مستطیل برابر ۵ و نقطه $(1, 2)$ یک رأس از مستطیل باشد، مساحت مستطیل کدام است؟ ۲/۵ (۱) ۳/۵ (۲) $\sqrt{46}$ (۳) $2\sqrt{34}$ (۴)	سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱
۹۹	معادله $\sqrt{2x-3} = \sqrt{x} + \sqrt{x-2} - \sqrt{2-x}$ چند ریشه حقیقی دارد؟ ۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) صفر	سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

	<p>معادله $\frac{1}{x+2} - \frac{x^2-9x-2}{x^3+8} = \frac{6x}{x^2-2x+4}$ دارای چند جواب مثبت است؟</p> <p>۱ <input type="radio"/> ۴ ۲ <input type="radio"/> ۳ ۳ <input type="radio"/> ۲ ۱ <input type="radio"/> ۱</p> <p>صفر</p>	۱۰۰
	سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱	

$$2x^2 - 10x + a = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{10}{2} = 5 \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{a}{2} \end{cases}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 5^2 - 2\left(\frac{a}{2}\right) = 25 - a$$

$$\xrightarrow{x=\alpha} 2\alpha^2 - 10\alpha + a = 0 \Rightarrow 2\alpha^2 - 10\alpha = -a \xrightarrow{\div 2} \alpha^2 - 5\alpha = -\frac{a}{2}$$

$$2\alpha^2 + \beta^2 - 5\alpha = 7 \Rightarrow \underbrace{\alpha^2 + \beta^2}_{25 - a} + \underbrace{\alpha^2 - 5\alpha}_{-\frac{a}{2}} = 7 \Rightarrow 25 - a - \frac{a}{2} = 7 \Rightarrow -\frac{3}{2}a = -18$$

$$\Rightarrow a = 12$$

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{5 - \sqrt{7}}{2} + \frac{5 + \sqrt{7}}{2} = \frac{10}{2} = 5 \\ P = \alpha\beta = \left(\frac{5 - \sqrt{7}}{2}\right)\left(\frac{5 + \sqrt{7}}{2}\right) = \frac{25 - 7}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} \end{cases}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + \frac{9}{2} = 0$$

$$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+3} = x-3 \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}} x+3 = (x-3)^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = x+3$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ ق ق } \\ x=6 \text{ ق ق } \end{cases}$$

اگر طول از مبدأ ۴ باشد، یعنی خط از نقطه (۴, ۰) می‌گذرد.

$$(4, 0) \Rightarrow (a-1) \times 4 - b(0) = 12 \Rightarrow 4a - 4 = 12 \Rightarrow 4a = 16 \Rightarrow a = 4$$

اگر عرض از مبدأ برابر ۲ باشد، یعنی خط از نقطه (۰, ۲) می‌گذرد.

$$(0, 2) \Rightarrow (a-1) \times 0 - b(2) = 12 \Rightarrow -2b = 12 \Rightarrow b = -6$$

$$\text{الف) } \frac{x}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{x+5}{x^2-4} \xrightarrow{\times(x+2)(x-2)} x(x-2) + x+2 = x+5$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + x + 2 - x - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ ق ق} \\ x = 3 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\text{ب) } \sqrt{x+2} = x-4 \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{طرفین تساوی به توان ۲}} x+2 = x^2 - 8x + 16$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ ق ق غ} \\ x = 7 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-2 + 5 + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$\sqrt{2x+1} + \sqrt{x} = 5 \Rightarrow \sqrt{2x+1} = 5 - \sqrt{x} \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{به توان ۲}} 2x+1 = 25 - 10\sqrt{x} + x$$

$$\Rightarrow 10\sqrt{x} = 24 - x \xrightarrow{\sqrt{x}=t} 10t = 24 - t^2 \Rightarrow t^2 + 10t - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (t+12)(t-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -12 \text{ ق ق غ} \\ t = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

اگر طول از مبدأ ۲ باشد، یعنی خط از نقطه $(2, 0)$ می‌گذرد.

$$(2, 0) \Rightarrow (m-2) \times 2 + 2n(0) = 10 \Rightarrow 2m - 4 = 10 \Rightarrow 2m = 14 \Rightarrow m = 7$$

اگر عرض از مبدأ برابر ۳ باشد، یعنی خط از نقطه $(0, 3)$ می‌گذرد.

$$(0, 3) \Rightarrow (m-2) \times 0 + 2n(3) = 10 \Rightarrow 6n = 10 \Rightarrow n = \frac{10}{6} \Rightarrow n = \frac{5}{3}$$

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|4(-2) - 3(4) + 12|}{\sqrt{(4)^2 + (-3)^2}} = \frac{|-8|}{\sqrt{25}} = \frac{8}{5}$$

$$\sqrt{x+1} = x-5 \Rightarrow x+1 = (x-5)^2 \Rightarrow x+1 = x^2 - 10x + 25 \Rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x-8) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ (ق ق غ)} \quad x = 8 \text{ (ق ق)}$$

$c < 0$ (منفی) و $b > 0$ (مثبت)

$$\sqrt{x+2} = x-4 \Rightarrow x+2 = x^2 - 8x + 16 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = 2 \text{ ق ق غ} \end{cases}$$

$$S = \frac{2 - \sqrt{3}}{5} + \frac{2 + \sqrt{3}}{5} = \frac{4}{5}$$

$$P = \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{5} \right) \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{5} \right) = \frac{1}{25}$$

$$x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{1}{25} = 0$$

توجه: هر مضرب غیرصفر از معادله بالا صحیح است.

$$\left(x - \frac{2 - \sqrt{3}}{5} \right) \left(x - \frac{2 + \sqrt{3}}{5} \right) = x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{1}{25} = 0$$

راه حل دوم:

توجه: هر مضرب غیرصفر از معادله بالا صحیح است.

$$r = \frac{|12 + 3|}{\sqrt{16 + 9}}$$

$$S = 9\pi$$

ابتدا نقطه M (وسط AC) را محاسبه می‌کنیم و خط گذرنده از BM را به دست می‌آوریم.

$$M\left(\frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2}\right) \Rightarrow M\left(\frac{1 + (-1)}{2}, \frac{2 + 4}{2}\right) \Rightarrow M(0, 3)$$

$$m_{BM} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 3}{3 - 0} = \frac{3}{3} = 1 \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\Rightarrow y - 3 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x + 3$$

۱۸ ابتدا معادله خط AB را حساب می‌کنیم و سپس فاصله نقطه C تا خط AB برابر ارتفاع است.

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{0 - 1} = -2 \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\Rightarrow y - 0 = -2(x - 1) \Rightarrow y = -2x + 2 \Rightarrow 2x + y - 2 = 0$$

$$CH = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2(5) + 7 - 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{15}{\sqrt{5}} \Rightarrow CH = \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$$

۱۹ ابتدا باید نقطه وسط AB را محاسبه کنیم و فاصله C تا M (وسط AB) برابر طول پاره خط است.

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right) \Rightarrow M\left(\frac{3 - 1}{2}, \frac{4 + 2}{2}\right) \Rightarrow M(1, 3)$$

$$CM = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-1 - 3)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

۲۰ ابتدا شیب خط AC را به دست می‌آوریم و سپس قرینه و معکوس می‌کنیم.

$$m_{AC} = \frac{5 - 0}{-1 - 9} = \frac{5}{-10} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m_{BH} = 2$$

$$y - y_B = m(x - x_B) \Rightarrow y - 4 = 2(x - 0) \Rightarrow y = 2x + 4$$

معادله ارتفاع BH برابر $y = 2x + 4$ است.

$$\text{الف) } \frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{3x+5}{x^2+3x} \xrightarrow{\times x(x+3)} x+3+x=3x+5$$

$$\Rightarrow -x=2 \Rightarrow x=-2 \quad \text{ق ق}$$

$$\text{ب) } \sqrt{3x-1} = 5 \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{طرفین تساوی به توان ۲}} 3x-1=25 \Rightarrow 3x=26 \Rightarrow x=\frac{26}{3} \quad \text{ق ق}$$

فاصله نقطه $(-1, 1)$ تا خط $3x + 4y + 9 = 0$ برابر شعاع دایره است.

$$r = d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-3 + 4 + 9|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$P = 2\pi r = 2\pi \times 2 = 4\pi$$

$$\xrightarrow{x=t} t^2 - 7t + 10 = 0 \Rightarrow (t-2)(t-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=2 \Rightarrow x^2=2 \Rightarrow x=\pm\sqrt{2} \\ t=5 \Rightarrow x^2=5 \Rightarrow x=\pm\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\text{الف) } \frac{x}{x+2} + \frac{1}{x+5} = \frac{5x+4}{x^2+7x+10} \xrightarrow{\times (x+2)(x+5)} x(x+5) + x+2 = 5x+4$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x + x + 2 = 5x + 4 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } x=1 \\ \text{غ ق ق } x=-2 \end{cases}$$

$$\text{ب) } \sqrt{x-1} = x-7 \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{طرفین تساوی به توان ۲}} x-1 = x^2 - 14x + 49$$

$$\Rightarrow x^2 - 15x + 50 = 0 \Rightarrow (x-5)(x-10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{غ ق ق } x=5 \\ \text{ق ق } x=10 \end{cases}$$

$$\text{الف) } \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+3} = \frac{4x-2}{x^2+2x-3} \xrightarrow{\times (x-1)(x+3)} x+3+x-1=4x-2$$

$$\Rightarrow 2x+2=4x-2 \Rightarrow -2x=-4 \Rightarrow x=2 \quad \text{ق ق}$$

$$\text{ب) } \sqrt{4x-1} - 7 = 0 \Rightarrow \sqrt{4x-1} = 7 \xrightarrow[\text{به توان ۲ می رسانیم}]{\text{طرفین تساوی را}} 4x-1=49$$

$$\Rightarrow 4x=50 \Rightarrow x=\frac{50}{4}=\frac{25}{2} \quad \text{ق ق}$$

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 14 \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -7 \end{cases}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{14}{-7} = -2$$

۲۱

۲۲

۲۳

۲۴

۲۵

۲۶

۲۷ فاصله نقطه $(-۱, ۵)$ تا خط $۳x + ۴y + ۳ = ۰$ برابر شعاع دایره است.

$$r = d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-۳ + ۲۰ + ۳|}{\sqrt{۹ + ۱۶}} = \frac{۲۰}{۵} = ۴$$

$$S = \pi r^2 = \pi(۴)^2 = ۱۶\pi$$

$$A(۲, ۰), x - y - ۲ = ۰$$

$$\text{فاصله نقطه از خط} = d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|۲ - ۰ + ۲|}{\sqrt{۲}} = ۲\sqrt{۲}$$

$$\text{طول ضلع مربع} = d = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow \text{مساحت} = d^2 = ۸$$

$$\sqrt{۲ - x} = ۱ - ۲x \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۲ - x = ۴x^2 - ۴x + ۱$$

$$۴x^2 - ۳x - ۱ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \Rightarrow \text{غیرقابل قبول} \\ x = \frac{-۱}{۴} \Rightarrow \text{قابل قبول} \end{cases}$$

۳۰ $(-۳, ۶)$

۳۱ درست

$$x_1 = ۲, x_1 + x_2 = ۲ + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = ۲x_2 = \frac{c}{a} = \frac{۲b}{a}$$

$$۲ + x_2 = -x_2 \Rightarrow x_2 = -۱$$

$$\xrightarrow{۳-x^2=u} u^2 + ۲u - ۱۵ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} u = ۳ \\ u = -۵ \end{cases}$$

$$۴ - x^2 = ۳ \Rightarrow x = \pm ۱, ۴ - x^2 = -۵ \Rightarrow x = \pm ۳$$

۳۴ منفی a / منفی b / منفی c

$$x^2 + ۳x - ۱۰ = ۰ \quad ۳۵$$

$$A(۱, ۰), x + y - k = ۰ \Rightarrow d = \frac{|۱ + ۰ - k|}{\sqrt{۱^2 + ۱^2}} = \sqrt{۲} \Rightarrow |۱ - k| = ۲ \Rightarrow ۱ - k = \pm ۲ \Rightarrow k = -۱, ۳ \quad ۳۶$$

$$t = \frac{۱}{x-۲} \Rightarrow t^2 + ۲t - ۳ = ۰ \Rightarrow t = -۳, ۱$$

$$\frac{۱}{x-۲} = -۳ \Rightarrow x = \frac{۵}{۳}$$

$$\frac{۱}{x-۲} = ۱ \Rightarrow x = ۳ \quad (\text{ص ۱۹})$$

$$y = a(x - 2)(x - 4) \xrightarrow{(\cdot, 2)} 2 = a(\cdot - 2)(\cdot - 4) \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}(x - 2)(x - 4) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$$

$$2x = \sqrt{4x - 1} \Rightarrow 4x^2 = 4x - 1 \Rightarrow (2x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \quad \text{ق ق}$$

درست.

$$x + \frac{1}{x} = -2 \xrightarrow{\times x} x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = -1, x \neq 0$$

نادرست.

$$r = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|4(1) + 3(2) + 10|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 4$$

درست.

$$O = (3, 1)$$

$$R = OA = \sqrt{(3 - 2)^2 + (1 + 2)^2} = \sqrt{10}$$

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{2t} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3}{2t} = \frac{1}{4} \Rightarrow t = 6$$

ویژگی	شماره نمودار (نمودارها)
علامت b منفی است	(۳)
دارای مینیمم است و ریشه ندارد	(۴)
علامت c منفی است.	(۱) و (۲)

۳

درست

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2 \times 3 - 0 - 1|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{5}{\sqrt{5}} \Rightarrow d = \sqrt{5} \Rightarrow S = d^2 = 5$$

$$y = a(x - 2)^2 + 1 \Rightarrow 3 = a(0 - 2)^2 + 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 1$$

۵۲ ۳

۵۳ -۲

$$2 + \sqrt{1 + x} = x - 3 \Rightarrow \sqrt{1 + x} = x - 3 - 2 = x - 5$$

۵۴

دو طرف معادله را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$1 + x = x^2 - 10x + 25 \Rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0$$

$$\begin{cases} x = 8 \\ x = 3 \end{cases}$$

جواب $x = 3$ غیرقابل قبول است.

$$\begin{bmatrix} \frac{1+3}{2} = 2 \\ \frac{4+0}{2} = 2 \end{bmatrix}$$

۵۵ مختصات نقاط M وسط ضلع BC:

$$AM = \sqrt{(0 - 2)^2 + (1 - 2)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

$$f(-1) = 0 \Rightarrow -1 + m + 1 - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

۵۶

$$f(x) = x^2 + 2x^2 - x - 2 = (x - 1)(x + 1)(x + 2)$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

۵۷ -۲

$$(2x - 1)^2 = (-\sqrt{2 - x})^2 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 2 - x \Rightarrow 4x^2 - 3x - 1 = 0$$

۵۸

$$\Rightarrow x_1 = 1 \text{ غیرقابل قبول}, x_2 = \frac{-1}{4}$$

$$AH = \frac{|-3 + 0 - 5|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{8}{\sqrt{2}} \Rightarrow S = \frac{64}{2} = 32$$

۵۹

۶۰ ۲

$$2 - x = x^2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x + 2)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ غ ق} \\ x = 1 \text{ ق ق} \end{cases}$$

۶۱

$$O \text{ مرکز دایره} \begin{cases} x_o = \frac{2+4}{2} = 3 \\ y_o = \frac{4+(-2)}{2} = 1 \end{cases}$$

۶۲

۶۳

چون مثلث در رأس B قائمه است، پس دو ضلع BA, BC بر هم عمود هستند. (ص ۳۱)

$$m_{BC} = \frac{-k}{k-1}, m_{BA} = \frac{2-0}{4-1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{-k}{k-1} = -1$$

$$-2k = -(3k-3) \Rightarrow -2k + 3k = 3 \Rightarrow k = 3$$

۶۴

$$x^2 - 6x - 11 = 0$$

۶۵

دو خط بر هم عمودند و نقطه A روی این دو خط قرار ندارد، برای به دست آوردن طول و عرض مستطیل کافیت فاصله نقطه A را

$$AH = \frac{|2 \times 1 + 3 \times 3 - 1|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{10}{\sqrt{13}}$$

از این دو خط به دست آوریم:

$$\text{مساحت مستطیل} = \frac{10}{\sqrt{13}} \times \frac{5}{\sqrt{13}} = \frac{50}{13}$$

$$AH' = \frac{|3 \times 1 - 2 \times 3 - 2|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{5}{\sqrt{13}}$$

۶۶

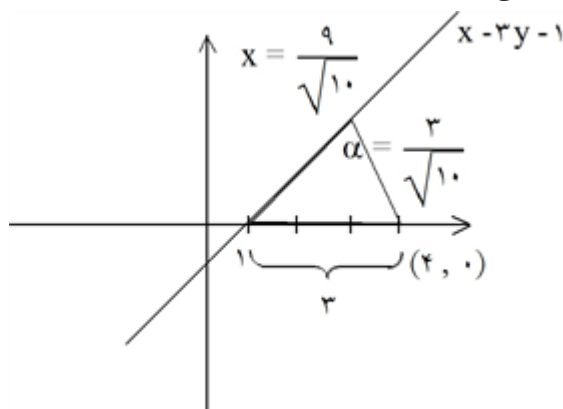
$$\sqrt{x+2} = x-4 \Rightarrow x+2 = x^2 - 8x + 16 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow (x-7)(x-2) = 0$$

غ ق ق ۲

$$x = 7$$

۶۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$d = \frac{|4-1|}{\sqrt{1+9}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$x = \sqrt{9 - \frac{9}{10}} = \sqrt{\frac{81}{10}} = \frac{9}{\sqrt{10}}$$

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{3}{\sqrt{10}} \times \frac{9}{\sqrt{10}} = \frac{27}{2 \times 10} = 1/35$$

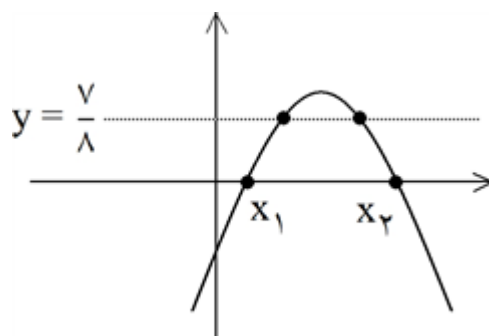
$$x_s = -\frac{3}{2a} \Rightarrow a\left(-\frac{3}{2a}\right)^2 + 3\left(-\frac{3}{2a}\right) + a = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{9}{4a} - \frac{9}{2a} + a = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{-9 + 4a^2}{4a} = \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow 8a^2 - 7a - 14 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 & \checkmark \\ a = -\frac{7}{8} & \times \end{cases}$$

تذکر: در اصل سؤال به مثبت بودن a اشاره نشده بود که در این صورت به ازای $-\frac{7}{8} < a < 0$ و محدود کردن دامنه می‌توان به

کمترین مقدار $\frac{7}{8}$ رسید و در این صورت بی‌شمار مقدار برای a وجود خواهد داشت که در گزینه‌ها نیست. به طور مثال اگر

$a = -1$ در این صورت اگر $D_f = [x_1, x_2]$ فرض شود، کمترین مقدار سهمی $\frac{7}{8}$ است.



$$\text{شرط: } x = 2y - 4 > 0 \Rightarrow y > 2$$

$$m_{AB} \times m_{BC} = -1 \Rightarrow \frac{y-4}{2y-8} \times \frac{y}{2y-2} = -1$$

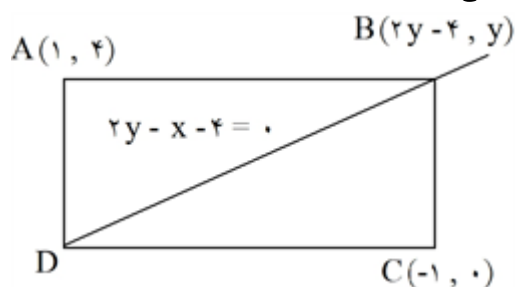
$$\Rightarrow -y^2 + 4y = 4y^2 - 16y + 16 \Rightarrow y^2 - 4y + 3 = 0$$

$$y = 3 \quad \checkmark$$

$$y = 1 \quad \times$$

$$x = 2 \Rightarrow \begin{matrix} B(2, 3) \\ C(-1, 0) \end{matrix} \Rightarrow |BC| = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2} \Rightarrow \text{طول} \quad \checkmark$$

$$\begin{matrix} B(2, 3) \\ A(1, 4) \end{matrix} \Rightarrow |AB| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \Rightarrow \text{عرض}$$



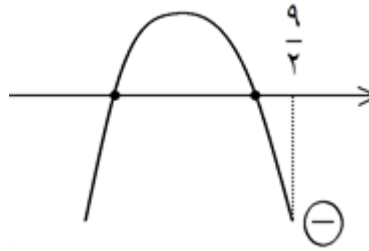
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله خط را می‌نویسیم و سپس نقطه $(-x, -x)$ را در آن قرار می‌دهیم.

$$y = -8x - 6$$

$$-x = -8(-x) - 6 \Rightarrow 9x = 6 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$\text{قطر} = \sqrt{2}x = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{cases} f\left(\frac{9}{2}\right) < 0 \Rightarrow -\left(\frac{9}{2}\right)^2 + 5\left(\frac{9}{2}\right) + m < 0 \\ \Rightarrow -\frac{81}{4} + \frac{45}{2} + m < 0 \\ \Rightarrow m < -\frac{9}{4} = -2/25 \\ \Delta > 0 \Rightarrow 25 + 4m > 0 \Rightarrow m > -\frac{25}{4} = -6/25 \\ -6/25 < m < -2/25 \Rightarrow m = -6, -5, -4, -3 \end{cases}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۲ $x_s = -\frac{1}{2a}$ راس سهمی

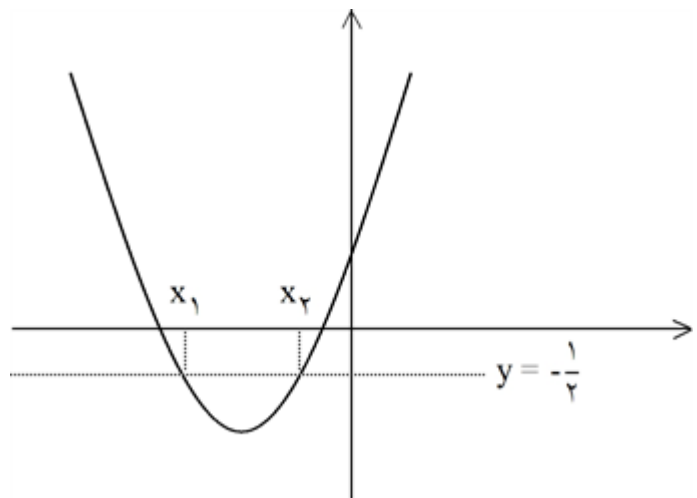
$$y_s = a\left(-\frac{1}{2a}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2a}\right) + 2a = \frac{1}{4a} - \frac{1}{2a} + 2a = -\frac{1}{2} \Rightarrow 4a^2 + 2a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \text{ ق ق} \\ a = \frac{1}{4} \text{ غ ق} \Rightarrow \text{بیشترین مقدار ندارد} \end{cases}$$

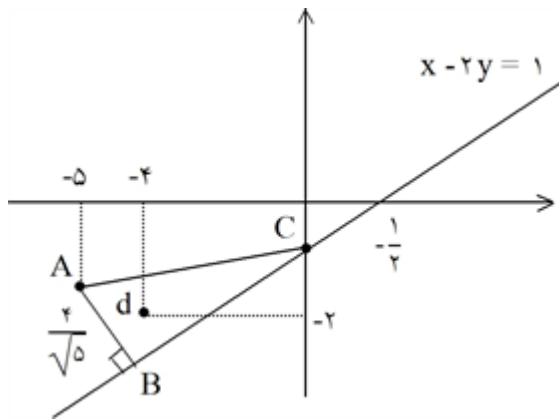
تذکر: در اصل سؤال، به مقدار منفی a اشاره نشده بود که در این صورت به ازای $0 \leq a < \frac{1}{4}$ و محدود کردن دامنه می‌توان به

ماکزیمم $-\frac{1}{4}$ رسید و در این حالت بی‌شمار مقدار برای a وجود دارد که در گزینه‌ها موجود نیست! به طور مثال اگر $a = \frac{1}{5}$

آنگاه: $y = \frac{1}{5}x^2 + x + \frac{2}{5} = \frac{1}{5}(x^2 + 5x + 2)$



با محدود کردن دامنه به فاصله $[x_1, x_2]$ ماکزیمم سهمی $-\frac{1}{4}$ می‌شود.



AB خط : $y + 2x + 11 = 0$
 $\Rightarrow B(-4/2, -2/2)$
 L خط : $x - 2y = 1$

$$C(0, -\frac{1}{2})$$

AB خط تا C نقطه فاصله $\Rightarrow \frac{|-\frac{1}{2} + 0 + 11|}{\sqrt{5}} = \frac{21}{\sqrt{5}}$

مساحت مثلث $S = \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{21}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{2} = \frac{21}{5} = 4/2$

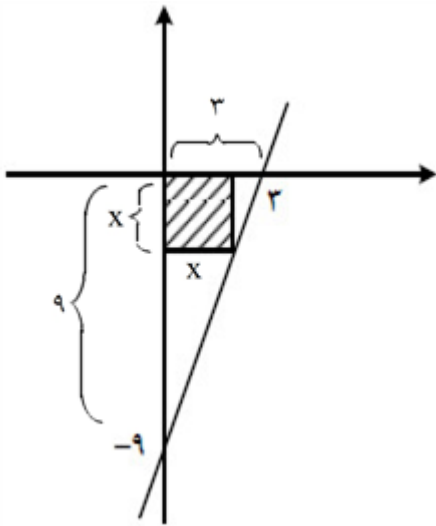
$$\underbrace{(\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4})}_2 \underbrace{(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4})}_t = (x+a) - (x-4) = a+4$$

$$2t = a+4 \Rightarrow t = \frac{a+4}{2} = \frac{a}{2} + 2 \Rightarrow \sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2 = \frac{a}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} BD = AC &\Rightarrow \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{10} \\ x_B - 3y_B &= 3 \\ x_D - 3y_D &= 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_B - x_D = 3(y_B - y_D)$$

$$9(y_B - y_D)^2 + (y_B - y_D)^2 = 10 \Rightarrow (y_B - y_D)^2 = 1 \Rightarrow |y_B - y_D| = 1$$

$$\Rightarrow |x_B - x_D| = 3 \times 1 = 3$$



تالس: $\frac{2}{x} = \frac{9}{9-x} \Rightarrow 27 - 3x = 9x \Rightarrow x = \frac{9}{4}$

قطر $= x\sqrt{2} = \frac{9\sqrt{2}}{4} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$

$\alpha, \beta > -3 \Rightarrow S > -6, \Delta > 0 \Rightarrow m < \frac{49}{8} = 6.125$

$-\frac{7}{2} > -6 \checkmark$ $49 - 8m > 0$

x	(-3)	α	β	
$2x^2 + 7x + m$	+	○	○	+

مقادیر صحیح $f(-3) > 0 \Rightarrow 18 - 21 + m > 0 \Rightarrow m > 3 \Rightarrow 3 < m < \frac{49}{8} \Rightarrow m \in \{4, 5, 6\}$

AC وسط $M(1, -\frac{1}{2})$

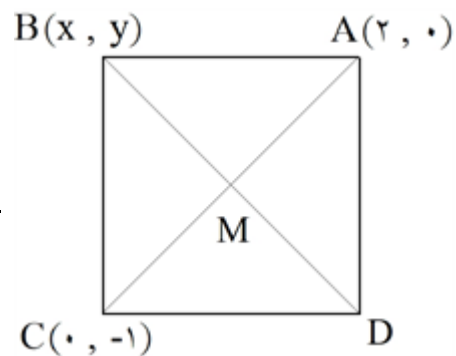
AC شیب خط $= \frac{-(-1)}{1-1} = \frac{1}{0} \Rightarrow m_{BD} = -2$

BD معادله خط: $y - (-\frac{1}{2}) = -2(x - 1) \Rightarrow y = -2x + \frac{3}{2}$

$AC = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} \Rightarrow MB = MD = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$MB = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+\frac{1}{2})^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (-2x+\frac{3}{2}+\frac{1}{2})^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\Rightarrow \sqrt{5(x-1)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow |x-1| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = -\frac{2}{2} \Rightarrow B(\frac{3}{2}, -\frac{2}{2}) \\ x-1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow D(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \end{cases}$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۹

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{-4}{25\alpha} \quad (۱)$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{\beta}{25\alpha} \Rightarrow \begin{cases} 25\alpha^2 = 1 \Rightarrow \alpha = \pm \frac{1}{5} \\ \beta = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{-4}{25\alpha} \Rightarrow 25\alpha^2 = -4 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{-4}{25} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{5} \xrightarrow{(۱)} \frac{1}{5} + \beta = -\frac{4}{5} \Rightarrow \beta = -1 & \beta < \alpha \text{ غ ق} \\ \alpha = -\frac{1}{5} \xrightarrow{(۱)} -\frac{1}{5} + \beta = \frac{4}{5} \Rightarrow \beta = 1 & \beta > \alpha \text{ ق غ} \end{cases}$$

$$y = -5x^2 + 4x + 1 \Rightarrow \begin{cases} x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{5} > 0 \\ y_S = -\frac{\Delta}{4a} \xrightarrow{\Delta > 0} y_S > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{رأس سهمی در ناحیه اول قرار دارد.}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اولاً $a = 0$ قابل قبول است؛ زیرا در این صورت $x = 0$ جواب صحیح معادله است. ۸۰

$$\sqrt{x} + \sqrt{x-a} \geq 0 \Rightarrow a \geq 0 \quad \text{از طرفی اگر } a \neq 0 \text{ باشد، داریم:}$$

$$\sqrt{x-a} = a - \sqrt{x} \xrightarrow{\text{توان}} x - a = a^2 + x - 2a\sqrt{x} \Rightarrow 2a\sqrt{x} = a^2 + a \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{a+1}{2}$$

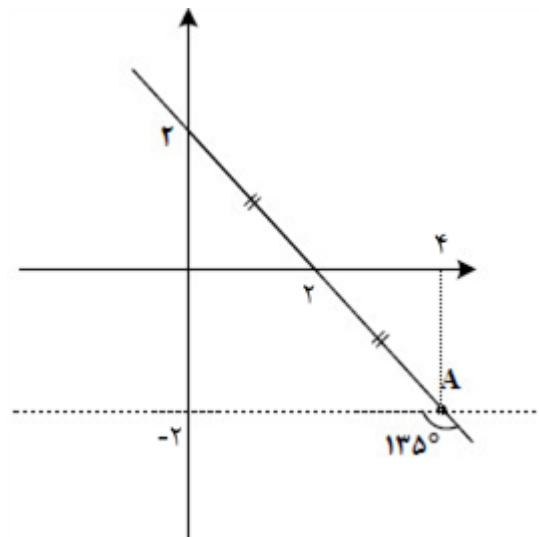
$$x = \left(\frac{a+1}{2}\right)^2$$

برای اینکه x عددی صحیح باشد، لازم است a عددی فرد باشد که در بین اعداد طبیعی یکرقمی مقادیر ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ قابل قبول اند. پس در مجموع ۶ مقدار صحیح و یکرقمی برای a قابل قبول است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۱

معادله خط داده شده $y = 2 - x$ است؛ زیرا شیب آن برابر $\tan 135^\circ = -1$ است. حال طبق شکل مقابل مختصات نقطه A

به صورت $A(4, -2)$ است و فاصله آن از مبدأ مختصات برابر $2\sqrt{5} = \sqrt{20}$ است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اختلاف ریشه‌های معادله برابر $\sqrt{\Delta} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ است.

$$\Rightarrow |x_2 - x_1| = \sqrt{4k^2 - 20} = 2\sqrt{k^2 - 5}$$

که باید برابر $\frac{4}{3}k$ قرار دهیم:

$$2\sqrt{k^2 - 5} = \frac{4}{3}k \Rightarrow \sqrt{k^2 - 5} = \frac{2k}{3} \Rightarrow k^2 - 5 = \frac{4k^2}{9} \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow \left[\frac{k^2}{2}\right] = [9/5] = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در یک سهمی، اگر دو نقطه هم‌عرض داشته باشیم، طول رأس سهمی میانگین طول این دو نقطه

است. در این سؤال طول رأس سهمی $x_S = \frac{3}{4}$ است و در نتیجه مجموع صفرهای سهمی برابر $\frac{3}{4}x_S = \frac{9}{16}$

$$x_S = \frac{-1/5 + 3}{2} = \frac{1/5}{2} = \frac{3}{4} \text{ است.}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{4-1}{-1-3} = \frac{-2}{2x+1} \Rightarrow 2x+1=4 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$$

$$AB \perp BC \Rightarrow \frac{-2}{4} \times \frac{y-1}{-\frac{1}{2}} = -1 \Rightarrow \frac{y-1}{2} = -1 \Rightarrow y=-1 \Rightarrow C\left(\frac{3}{2}, -1\right)$$

$$\text{محیط} = 2(AB + BC) = 2\left(5 + \frac{5}{2}\right) = 15$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2x^2 - (m+2)x + m = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} x=1, \frac{m}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left| m \left(\frac{m}{2} - 1 \right) \right|$$

$y(0) = m$: محور عرض

$$\Rightarrow \left| m \left(\frac{m}{2} - 1 \right) \right| = \frac{3}{2} \Rightarrow |m(m-2)| = 3 \begin{cases} m = -1 \Rightarrow \frac{m}{2} = -\frac{1}{2} \checkmark \\ m = 3 \Rightarrow \frac{m}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\alpha + \beta = \alpha' + \beta' + 1 \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{-a}{2a} + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow 2x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha', \beta' = -2, \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha, \beta = -\frac{3}{2}, 2 \Rightarrow \frac{b}{2} = \alpha\beta = -3 \Rightarrow b = -6$$

$$\left[\frac{ab}{4} \right] = \left[-\frac{6}{4} \right] = -2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{نسبت طلایی} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \Rightarrow x = 2(\sqrt{5} + 1)$$

طول مستطیل جدید $(\sqrt{5} + 1) \times 2$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{4 \times 2(\sqrt{5} + 1)}{4 \times 5} = 0.4(\sqrt{5} + 1)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو خط $x + y = 3$ و $x - 4y = 5$ بر هم عمودند و نقطه $(2, 4/5)$ روی هیچ‌کدام از آن‌ها نیست، پس فاصله این نقطه از خط‌های داده شده اضلاع مستطیل را می‌دهد:

$$a = \frac{|4 \times (4/5) + 2 - 3|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{17}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$$

$$b = \frac{|4/5 - 4(2) - 5|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{8/5}{\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

فاصله وسط قطراز هر ضلع (طبق تعمیم قضیه تالس) برابر نصف ضلع دیگر است، پس بیشترین فاصله موردنظر $\frac{\sqrt{17}}{2}$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از آنجا که $\frac{x+1-x}{2} = \frac{1}{2}$ است، معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{2} + t\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{2} - t\right)^2} = \frac{160}{9}$$

$$\frac{\frac{1}{4} + t^2 - t + \frac{1}{4} + t^2 + t}{\left(\frac{1}{2} - t^2\right)^2} = \frac{160}{9} \Rightarrow \frac{2t^2 + \frac{1}{2}}{t^4 - \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{16}} = \frac{160}{9}$$

و داریم:

$$\Rightarrow 160t^4 - 80t^2 + 10 = 18t^4 + \frac{9}{2} \Rightarrow 160t^4 - 98t^2 + \frac{11}{2} = 0$$

در این معادله دو مجذوری، Δ ، S و P همگی مثبت هستند، یعنی ۴ مقدار متفاوت برای t پیدا می‌شود که دو به دو قرینه هستند، پس داریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \left(\frac{1}{2} + t_1\right) + \left(\frac{1}{2} - t_1\right) + \left(\frac{1}{2} + t_2\right) + \left(\frac{1}{2} - t_2\right) = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

راه دوم:

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{160}{9} \Rightarrow \frac{(x-1)^2 + x^2}{(x^2 - x)^2} = \frac{160}{9} \Rightarrow \frac{2x^2 - 2x + 1}{(x^2 - x)^2} = \frac{160}{9}$$

$$\xrightarrow{x^2-x=t} \frac{2t+1}{t^2} = \frac{160}{9} \Rightarrow \frac{2t+1}{t^2} + \frac{t^2}{t^2} = \frac{160}{9} + \frac{9}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{(t+1)^2}{t^2} = \frac{169}{9} \Rightarrow \left(1 + \frac{1}{t}\right)^2 = \left(\frac{13}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 + \frac{1}{t} = \frac{13}{3} \Rightarrow t = \frac{3}{10} \Rightarrow x^2 - x = \frac{3}{10} \Rightarrow x_1 + x_2 = 1 \\ 1 + \frac{1}{t} = -\frac{13}{3} \Rightarrow t = -\frac{3}{16} \Rightarrow x^2 - x = -\frac{3}{16} \Rightarrow x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 + 1 = 2$$

$$x^2 - x - \frac{b}{a} = 0 \text{ یا } x^2 - x + P = 0$$

در این معادله $S = 1$ است. حال داریم:

$$4\beta^2 + 2\alpha^2 - 2\beta = 17 \Rightarrow 2\beta^2 + \alpha^2 - \beta = \frac{17}{2}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\alpha^2 + \beta^2}_{S^2 - 2P} + \underbrace{\beta^2 - \beta}_{-P} = \frac{17}{2} \Rightarrow 1 - 2P = \frac{17}{2} \Rightarrow P = -\frac{1}{2}$$

اختلاف ریشه‌های معادله $x^2 - x + \frac{1}{2} = 0$ برابر $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ است.

$$\Rightarrow |\alpha - \beta| = \sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

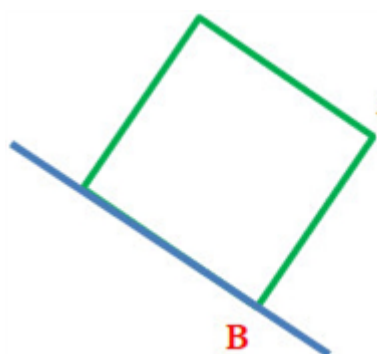
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طول رأس سهمی $x_S = \frac{-5+3}{2} = -1$ و عرض آن $y_S = 1$ است. پس معادله سهمی

$y = a(x+1)^2 + 1 = ax^2 + 2ax + a + 1$ خواهد بود. جواب‌های معادله α و β هستند و داریم:

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = (-2)^2 - 2\left(\frac{a+1}{a}\right) = 4 - \frac{2a+2}{a} = 2 \Rightarrow \frac{2a+2}{a} = -1 \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

در نتیجه عرض از مبدأ سهمی $a + 1 = \frac{1}{3}$ خواهد شد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$A(2, -3) \quad 4x + 3y - 9 = 0 \Rightarrow AB = \frac{|4(2) + 3(-3) - 9|}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

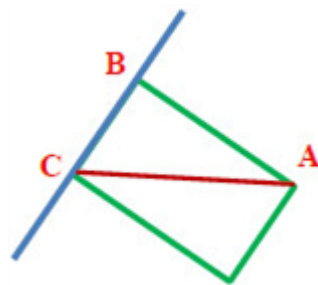
$$= \frac{10}{5} = 2$$

$$S = AB^2 = 2^2 \Rightarrow S = 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 + 2x}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{x^2 + 2x}} = \frac{x+5}{\sqrt{x^2 + 2x}}$$

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{x^2 + 2x}}{-4x} = \frac{x+5}{\sqrt{x^2 + 2x}} \Rightarrow x^2 + 2x = -2x^2 - 10x \Rightarrow 3x^2 + 12x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ ق ق} \\ x = -4 \end{cases}$$



$$x - 2y - 2 = 0 \Rightarrow AB = \frac{|2 - 10 - 2|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{10}{\sqrt{5}}, BC = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - \left(\frac{10}{\sqrt{5}}\right)^2} = \sqrt{60}.$$

$$S = \frac{10}{\sqrt{5}} \times \sqrt{60} \Rightarrow S = 20\sqrt{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به دلیل اینکه ضریب x زوج است، بهتر است طرفین معادله را تقسیم بر ۲ کنیم تا محاسبات ساده‌تر شود:

$$2x^2 + 6x + a = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + \frac{a}{2} = 0$$

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = -3 \\ P = \alpha\beta = \frac{a}{2} \\ \beta = \frac{-3 - \sqrt{9 - 2a}}{2} \end{cases}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \beta^2 = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3} \Rightarrow S^2 - 2PS + \beta^2 = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow -27 - 3\left(\frac{a}{2}\right)(-3) + \left(\frac{9 + 9 - 2a + 6\sqrt{9 - 2a}}{4}\right) = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow -27 + \frac{9a}{2} + \frac{9}{2} - \frac{a}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{9 - 2a} = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3} \Rightarrow 9 - 2a = 3 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ به شرط $\Delta > 0$ حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $\frac{c}{a}$ است.

$$2kx^2 - 4x - 4k - 5 = 0$$

بنابراین:

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{-(4k + 5)}{2k} = -2 - \frac{5}{2k}$$

چون ضرایب معادله صحیح هستند پس $2k$ عددی صحیح است. از طرفی حاصل ضرب ریشه‌ها باید بیش‌ترین مقدار را داشته

باشد، پس $2k$ حداکثر مقدار صحیح منفی یعنی $2k = -1$ باشد. پس $k = -\frac{1}{2}$ در نتیجه:

$$k = -\frac{1}{2} \Rightarrow -x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(-1)(-3) = 16 - 12 = 4$$

$$|\alpha + 2\beta| + |\alpha| - |\beta|$$

چون $\alpha > 0$ و از طرفی $p = \frac{c}{a} = -3$ پس ریشه دیگر $\beta < 0$ است و $|\beta| = -\beta$

$$\Rightarrow |\alpha + 2\beta| + \alpha - (-\beta) = |\alpha + \beta + \beta| + \alpha + \beta$$

$$\text{جمع ریشه} : \alpha + \beta = S = -\frac{b}{a} = -7 \Rightarrow \text{عبارت} = |-7 + \beta| - 7 = 7 - \beta - 7 = -\beta$$

$$\text{موازی} : a = \frac{1}{a} \Rightarrow a^2 = 1$$

$$\begin{cases} a = 1 : y = x, y = x + 1 \quad \checkmark (1, 2) \\ a = -1 : y = -x + 2, y = -x + 1 \quad \times \end{cases}$$

$$\text{عرض} = \text{فاصله نقطه } (1, 2) \text{ از خط } y = x = \frac{|2 - 1|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} \text{عرض} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \text{قطر} = 5 \end{cases} \Rightarrow \text{طول} = \sqrt{25 - \frac{1}{2}} = \frac{7}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{مساحت} = \frac{7}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 3.5$$

$$\left. \begin{matrix} 2 - x \geq 0 \\ x - 2 \geq 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow x = 2 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \sqrt{1} = \sqrt{2} - \sqrt{0} \text{ جواب ندارد}$$

$$(x^2 + 8 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4))$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $x^2 + 8$ را مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{x^2 - 2x + 4 - (x^2 - 2x - 2)}{x^2 + 8} = \frac{6x(x + 2)}{x^2 + 8} \Rightarrow 7x + 6 = 6x^2 + 12x \Rightarrow 6x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (2x + 3)(3x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = \frac{2}{3}$$

هر دو جواب قابل قبول اند که فقط x_2 مثبت است.

۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴

۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴

