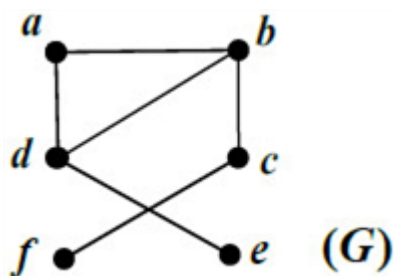


ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال بنویسید که مینیمم نباشد. برای پاسخ خود دلیل ارائه دهید.</p> <p>سوال: ۱۴۰۲ ماه دی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ $D = \{a, f, e\}$ دلیل آنکه مجموعه احاطه‌گر مینیمال است: با حذف رأس a، رأس a احاطه نمی‌شود. با حذف رأس f، رأس c احاطه نمی‌شود. با حذف رأس e، خود رأس e احاطه نمی‌شود. (ص ۴۶)</p> <p>(توجه: به سایر احاطه‌گرهای مینیمال غیرمینیمم، با ذکر دلیل نمره داده شود.)</p>	
۲	<p>در گراف P_n چند مسیر به طول ۳ وجود دارد؟</p> <p>سوال: ۱۴۰۲ ماه دی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ (ص ۳۸)</p> <p>۷ مسیر نوشتن مسیرها $۱۲۳۴ - ۲۳۴۵ - ۳۴۵۶ - ۴۵۶۷ - ۵۶۷۸ - ۶۷۸۹ - ۷۸۹۱۰$</p>	
۳	<p>آیا می‌توان گرافی ۳- منتظم از مرتبه ۹ رسم کرد؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید.</p> <p>سوال: ۱۴۰۲ ماه دی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ خیر - در یک گراف r- منتظم داریم $\sum_{i=1}^p \deg(v_i) = 2q$. به عبارتی $rp = 2q$. در این سؤال $p = 9, r = 3$ لذا $rp = 27$ عددی فرد و $2q$ عددی زوج است. و این تناقض است. (ص ۴۲)</p>	
۴	<p>مکمل گراف G که در شکل مقابل آمده است را رسم کنید.</p> <p>سوال: ۱۴۰۲ ماه دی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ (ص ۳۷)</p>	

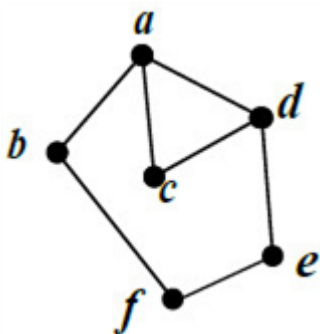


با ذکر دلیل عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل را تعیین کنید.

۵

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

پاسخ: ۱ طبق قضیه داریم $\gamma(G) \leq 2 = \frac{6}{3+1}$. از طرفی مجموعه $D = \{d, c\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. لذا $\gamma(G) \leq 2$. بنابراین $\gamma(G) = 2$. (ص ۴۹)



در گراف شکل مقابل همسایگی باز رأس d را بنویسید.

۶

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

$N_G(d) = \{a, c, e\}$ (ص ۳۶)

پاسخ: ۱

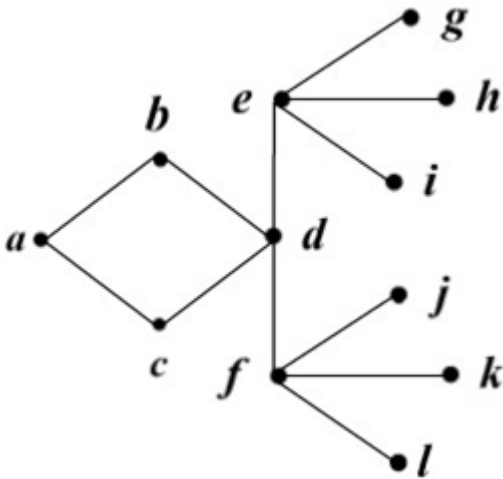
مجموعه همسایگی بسته یک رأس در گراف را تعریف کنید.

۷

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

پاسخ: ۱ مجموعه رأس‌هایی از یک گراف که به یک رأس متصل هستند به همراه خود رأس را مجموعه همسایگی بسته آن رأس می‌نامیم. (ص ۳۶)

گراف زیر را در نظر بگیرید:
 الف) عدد احاطه‌گری گراف را با ذکر دلیل، به دست آورید.
 ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۸ عضوی بنویسید.
 ج) یک مجموعه احاطه‌گر غیرمینیمال ۴ عضوی بنویسید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

الف) $\gamma(G) \geq \frac{p}{\Delta + 1} \Rightarrow \gamma(G) \geq 3 \quad (*)$ (ص ۱۴۹)

پاسخ: ۱

از طرفی $\gamma(G) = 3$ $A = \{a, e, f\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است بنابه رابطه $(*)$ پس:

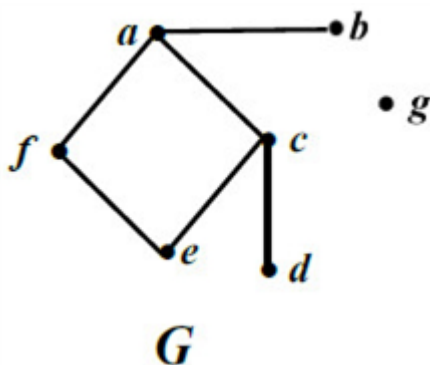
ب) $B = \{a, d, g, h, i, j, k, l\}$

به هر مجموعه احاطه‌گر هشت عضوی مینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۱۴۶)

ج) $C = \{a, e, f, b\}$

به هر مجموعه احاطه‌گر چهار عضوی غیرمینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۱۴۷)

گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سؤالات زیر پاسخ دهید.
 الف) مرتبه و اندازه آن را بنویسید.
 ب) مجموع درجات رئوس این گراف را به دست آورید.
 ج) مجموعه $N_G[c]$ را بنویسید.
 د) دوری به طول ۴ در این گراف بنویسید.
 هـ) حاصل عبارت $q(\overline{G}) + \deg_{\overline{G}}(g)$ را به دست آورید.



۹

سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

الف) $p = ۷, q = ۶$ (ص ۳۵)

ب) $۲q = ۱۲$ (ص ۳۹)

ج) $N_G[c] = \{a, c, d, e\}$ (ص ۳۶)

د) $a c e f a$ (ص ۳۸)

هـ) $q(\overline{G}) + d_{\overline{G}}(g) = ۱۵ + ۶ = ۲۱$ (ص ۳۸)

پاسخ: ۱

جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.
 الف) گرافی را که بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد، گراف می‌گوییم.
 ب) تعداد رئوس فرد هر گراف عددی است.
 ج) مینیمم درجه در گراف کامل از مرتبه p برابر است.
 د) گرافی را که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشد، گراف می‌گوییم.

۱۰

سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

ج) $p - ۱$ (ص)

ب) زوج (ص ۴۰)

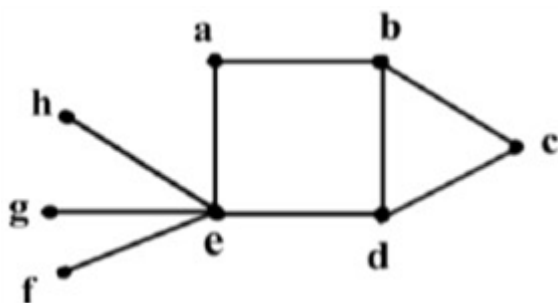
الف) همبند (ص ۳۹)

د) $-k$ منتظم (ص ۳۵)

(۴۲)

پاسخ: ۱

الف) عدد احاطه‌گری گراف مقابل را با ارائه راه‌حل، تعیین کنید.
 ب) این گراف چند γ - مجموعه دارد؟



۱۱

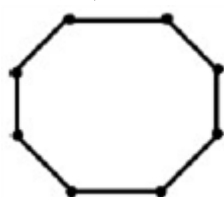
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

پاسخ: ۱ الف) می‌دانیم $\frac{n}{\Delta + 1} \leq \gamma(G)$ پس داریم $\frac{8}{5 + 1} \leq \gamma(G)$ در نتیجه $2 \leq \gamma(G)$

از طرفی مجموعه‌ای مانند $\{e, c\}$ (هر کدام از مجموعه‌های $\{e, b\}$ یا $\{e, d\}$ اگر نوشته شد نیز مورد قبول است) یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف G می‌باشد پس $\gamma(G) \leq 2$ بنابراین $\gamma(G) = 2$
 ب) ۳ (ص ۵۰)

یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه‌گری ۳ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه‌گر با اندازه ۳ داشته باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲



(ص ۵۳)

پاسخ: ۱

۱۲

یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه‌گری ۳ رسم کنید که یک مجموعه احاطه‌گر یکتا با اندازه ۳ داشته باشد.

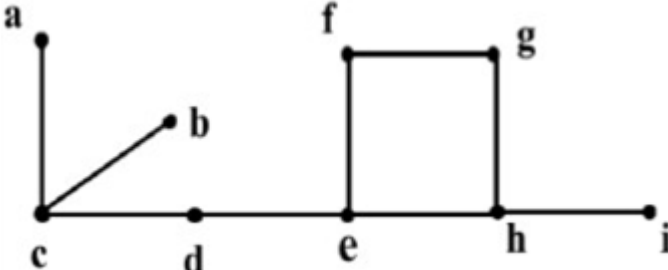
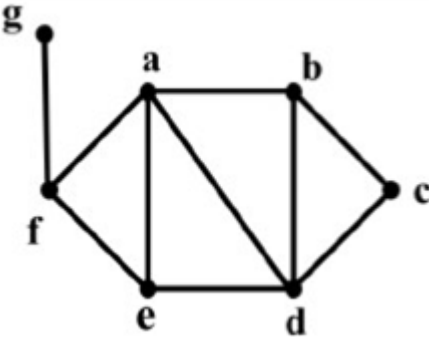
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

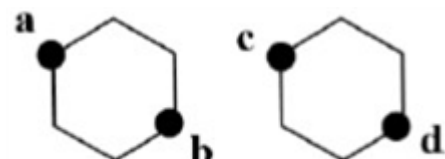
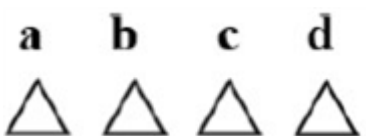
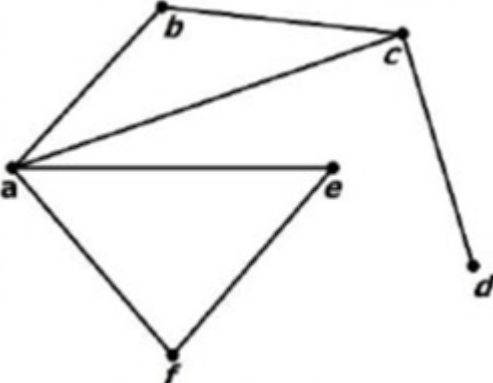


(ص ۵۳)

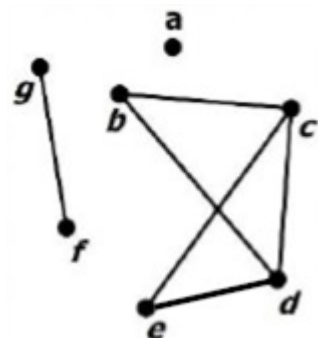
پاسخ: ۱

۱۳

	<p>گراف مقابل را در نظر بگیرید.</p>  <p>الف) یک مجموعه احاطه‌گر غیرمینیمال با ۴ عضو بنویسید. ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید. ج) با اضافه کردن چه یالی به گراف، عدد احاطه‌گری گراف ۲ خواهد شد؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) $\{c, e, h, f\}$ ب) $\{c, g, i, e\}$ ج) fh (ص ۴۷)</p>	۱۴
	<p>گراف G به صورت مقابل رسم شده است. با توجه به این گراف به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) مجموعه $N_G(g)$ را بنویسید. ب) یک دور به طول ۵ با شروع از رأس a بنویسید. ج) درجه رأس c در گراف \overline{G} (مکمل گراف G) را مشخص کنید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) $\{f\}$ ب) abcdea یا abdefa ج) ۴ (ص ۴۱)</p>	۱۵
	<p>به گراف ۸ رأسی ۳- منتظم چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟ (با راه‌حل)</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>ص ۱۴۰ $\Rightarrow 28 - 12 = 16$</p> $\begin{cases} q = \frac{kn}{2} \Rightarrow q = \frac{8 \times 3}{2} = 12 \\ q = \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow q = \frac{8 \times 7}{2} = 28 \end{cases}$	۱۶

	<p>درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.</p> <p>ب) حاصل $(2m + 3, 3m + 1)$ برابر ۱ می‌باشد.</p> <p>ج) تعداد رئوس فرد هر گراف، عددی فرد است.</p> <p>د) عدد احاطه‌گری P_1 برابر عدد ۳ است.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ الف) درست (ص ۵) ب) درست (ص ۱۷) ج) نادرست (ص ۱۴۰) د) نادرست (ص ۵۳)</p>	۱۷
	<p>یک گراف ۲-منتظم ۱۲ رأسی بکشید که عدد احاطه‌گری آن کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱ رسم شکل با مشخص کردن نقاط احاطه‌گری آن:</p>  <p>(به شکل‌های دیگر نیز نمره داده شود). مانند:</p>  <p>(ص ۵۳)</p>	۱۸
	<p>عدد احاطه‌گری را برای گراف زیر مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.</p>  <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱ روش اول: می‌دانیم $\left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ پس داریم $\left\lfloor \frac{6}{5} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ بنابراین $\gamma(G) \leq 2$ و با توجه به $\gamma(G) = 2$ و لذا $\gamma(G) \leq 2$ داریم $\{a, d\}$ روش دیگر: این گراف با مجموعه دو عضوی $\{a, d\}$ احاطه می‌شود. پس عدد احاطه‌گری این گراف کوچکتر یا مساوی ۲ است یعنی $\gamma(G) \leq 2$. اما اگر $\gamma(G) = 1$ یعنی گراف یک رأس دارد که تمام رئوس را احاطه می‌کند یعنی رأس از درجه ۵ باید در گراف وجود داشته باشد که چنین رأسی وجود ندارد و لذا $\gamma(G) > 1$ بنابراین $1 \leq \gamma(G) \leq 2$ و لذا $\gamma(G) = 2$. (ص ۳۹)</p>	۱۹

گراف G (شکل مقابل) را در نظر بگیرید:
 الف) $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید.
 ب) دوری به طول ۴ بنویسید.
 پ) دو مسیر به طول ۳ با شروع از رأس b بنویسید.
 ت) $N_G(f)$ را با اعضا مشخص کنید.



۲۰

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

الف) $\delta(G) = ۰, \Delta(G) = ۳$

پاسخ: ۱

ب) $b c e d b$

پ) $b c d e$ یا $b d e c$ یا $b c e d$ یا $b d c e$ (دو مورد)

ت) $N_G(f) = \{g\}$ (ص ۴۱)

در هر مورد، عبارت صحیح را از داخل پرانتز انتخاب کنید.
 الف) تعداد رئوس یک گراف را (اندازه، مرتبه) می‌نامیم.
 ب) گرافی را همبند می‌نامیم که بین هر دو رأس آن یک (مسیر، یال) وجود داشته باشد.
 پ) اگر G یک گراف n رأسی باشد، مقدار $q(G) + q(\bar{G})$ برابر با $\left(\frac{n(n-1)}{2}, n(n-1)\right)$ است.
 ت) گراف C_n تنها یک (دور، مسیر) n رأسی دارد.

۲۱

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

پ) $\frac{n(n-1)}{2}$ (ت دور)

ب) مسیر

الف) مرتبه ۱ پاسخ:

(ص ۳۵ و ۳۸)

در جاهای خالی عبارت‌های مناسب بنویسید.
 الف) حاصل $(m^{\frac{1}{2}}, m, m^{\frac{1}{3}})$ برابر با است.
 ب) اگر برای دو عدد صحیح و ناصفر a و b داشته باشیم $(a, b) = ۱$ ، می‌گوییم a و b هستند.
 پ) یک مجموعه احاطه‌گر را که با حذف هریک از رأس‌هایش دیگر احاطه‌گر نباشد، احاطه‌گر می‌نامیم.
 ت) تعداد یال‌های گراف K_7 برابر است.

۲۲

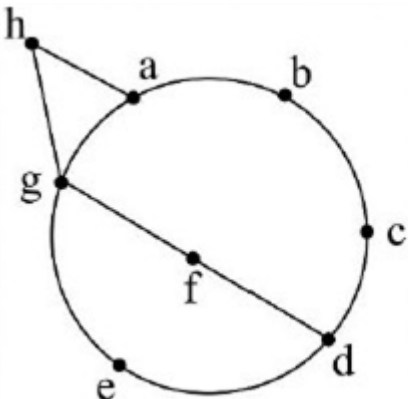
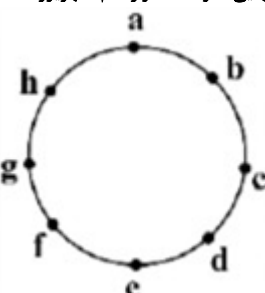
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

ب) نسبت به هم اول (ص ۱۳)

ت) ۲۱ (ص ۳۸)

الف) $m^{\frac{1}{6}}$ ۱ پاسخ:

پ) مینیمال (ص ۴۶)

	<p>با توجه به گراف G به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) عدد احاطه‌گری را برای گراف زیر مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.</p>  <p style="text-align: center;">(G)</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>الف) $\{g, c\} \Rightarrow \gamma(G) = 2$ (ص ۵۲)</p> <p>ب) $\{h, d, b\}$ (ص ۱۴۶)</p> <p style="text-align: right;">پاسخ: ۱</p>
	<p>یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۴- عضوی از گراف C_8 را مشخص کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>$\{a, c, e, g\}$: یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال (ص ۱۴۶)</p> <p style="text-align: right;">پاسخ: ۱</p>
	<p>یک $\gamma -$ مجموعه از گراف C_8 را مشخص کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>$D = \{a, d, g\}$ (ص ۱۴۴)</p> <p style="text-align: right;">پاسخ: ۱</p>
	<p>گراف C_8 را رسم کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>  <p style="text-align: center;">(ص ۳۸)</p> <p style="text-align: right;">پاسخ: ۱</p>
	<p>در یک گراف از مرتبه ۸ با $\Delta = 3$، حداقل چند رأس برای احاطه همه رؤس لازم است؟ (با ذکر دلیل)</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> $\frac{n}{\Delta + 1} = \frac{8}{3 + 1} = 2$ <p>(ص ۱۴۹)</p> <p style="text-align: right;">پاسخ: ۱</p>

یک گراف کامل ۱۱ رأسی چند یال دارد؟ (با ذکر دلیل)

۲۸

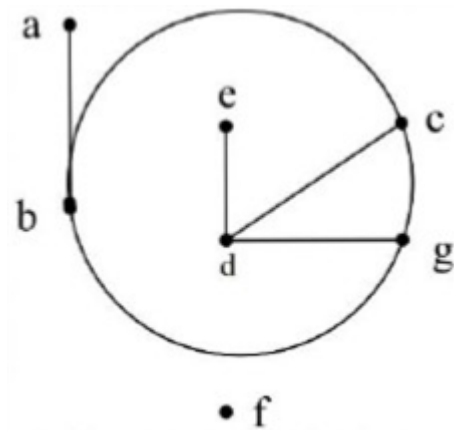
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

$$\frac{p(p-1)}{2} = \frac{11(11-1)}{2} = 55 \text{ (ص ۳۸)}$$

پاسخ: ۱

با توجه به گراف G (شکل مقابل) به سؤالات زیر پاسخ دهید.
 الف) یک مسیر به طول ۳ از a به c بنویسید.
 ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید.
 پ) درجه رأس a را در گراف \bar{G} تعیین کنید.
 ت) آیا گراف G همبند است؟ (با ذکر دلیل)
 ث) $N_G[f]$ را بنویسید.

۲۹



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۱ الف) $a b g c$ (ص ۳۸)

ب) $b c d g b$ (ص ۳۸)

پ) ۵ (ص ۳۷)

ت) خیر. زیرا دارای رأس ایزوله است (هیچ مسیری از f به سایر رئوس وجود ندارد) (ص ۳۹)

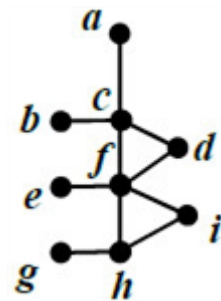
ث) $N_G[f] = \{f\}$ (ص ۳۶)

گراف شکل مقابل مقابل را در نظر بگیرید.

الف) یک $\gamma -$ مجموعه مشخص کنید.

ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.

۳۰



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

الف) $D = \{h, c, e\}$

ب) $D = \{g, c, i, e\}$

پاسخ: ۱

(در صورت ارائه مجموعه‌های مشابه با این ویژگی‌ها نمره داده شود.) (ص ۵۴)

ابتدا گراف P_9 را رسم کنید. سپس یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم از آن را مشخص کنید.

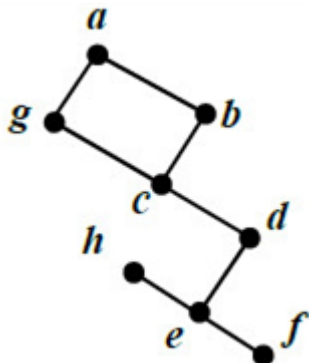
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱



پاسخ: ۱ رسم گراف

$D = \{2, 5, 8\}$ (ص ۵۱ و ص ۳۸)

۳۱



عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه‌حل، تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۱ برای احاطه کردن رئوس a, b, c, d, g حداقل دو تا از آن‌ها باید در مجموع احاطه‌گر باشند، زیرا

$$\frac{5}{3+1} = 2$$

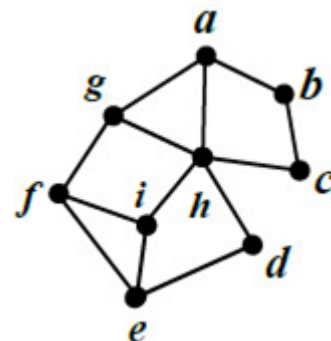
برای احاطه کردن رئوس e, f, h حداقل یکی از آن‌ها باید انتخاب شوند، زیرا، $\frac{3}{3+1} = 1$. بنابراین

حداقل سه رأس باید در هر مجموعه احاطه‌گری از گراف باشد یعنی $\gamma(G) \geq 3$. از طرفی مجموعه

$D = \{a, c, e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. لذا $\gamma(G) \leq 3$. بنابراین $\gamma(G) = 3$ (ص ۵۰)

۳۲

برای گراف شکل روبه‌رو، یک مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو انتخاب کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

$D = \{h, b, i, a\}$

پاسخ: ۱

(به سایر مجموعه‌های احاطه‌گر صحیح، نمره داده شود.) (ص ۴۵)

۳۳

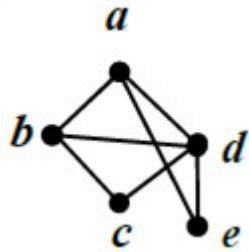
مجموعه احاطه‌گر مینیمال را تعریف کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۱ یک مجموعه احاطه‌گر را که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه‌گر نباشد را احاطه‌گر مینیمال

می‌نامیم. (ص ۴۶)

۳۴



در گراف شکل مقابل، $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید.

۳۵

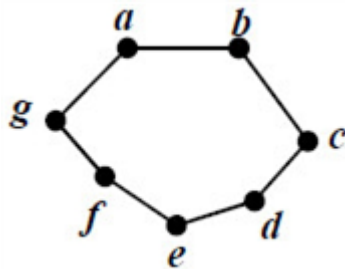
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

$N_G(c) = \{b, d\}$ (ص ۳۶)

پاسخ: ۱

گراف C_7 را رسم کنید. سپس یک مسیر به طول ۵ بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱



پاسخ: ۱ رسم گراف (ص ۳۸)

۳۶

مسیر: a b c d e f

جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید.
 الف) اگر درجه یک رأس فرد باشد، آن را رأس می‌نامیم.
 ب) گرافی را که تمام رئوس آن تنها باشد، هیچ یالی نداشته باشد، گراف می‌نامیم.
 پ) تعداد یال‌های گراف K_4 ، برابر با است.
 ت) گراف G را می‌نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد.

۳۷

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

پ) ۶ (ص)

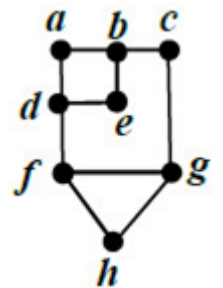
ب) تهی (ص ۳۵)

ت) همبند (ص ۳۹)

پاسخ: ۱ الف) فرد (ص ۳۵)

(۴۰)

در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نیاشد.



۳۸

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

$D = \{a, e, c, h\}$ (ص ۴۶)

پاسخ: ۱

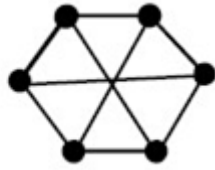
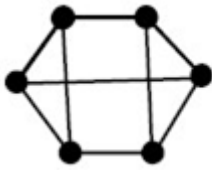
گراف G ، ۳-منتظم است و اندازه آن ۳ واحد کمتر از ۲ برابر تعداد رأس‌های گراف است. مرتبه گراف را به دست آورده و گراف G را رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

$$q = 2p - 3 \Rightarrow \frac{2p}{2} = 2p - 3 \Rightarrow p = 6 \quad (\text{ص ۴۲})$$

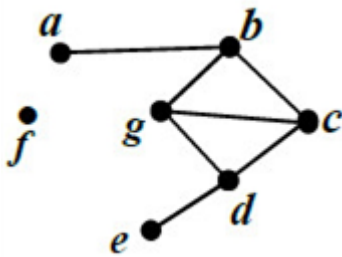
پاسخ: ۱

۳۹



به یکی از دو گراف زیر داده شود.

با توجه به گراف G (شکل مقابل)، به سؤالات زیر پاسخ دهید.
الف) مسیر به طول ۳ از a به c بنویسید.
ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید.
پ) درجه‌ی رأس a در گراف \bar{G} را تعیین کنید.
ت) آیا گراف G همبند است؟ دلیل ارائه کنید.
ث) $N_G(f)$ را معین کنید.



۴۰

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

پاسخ: ۱ الف) $a b g c$ (ص ۳۸)

ب) $b c d g b$ (ص ۳۸)

پ) ۵ (ص ۳۸)

ت) خیر - زیرا دارای رأس-ایزوله است هیچ مسیری به سایر رؤوس وجود ندارد. (ص ۳۹)

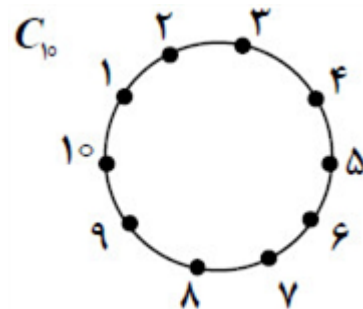
ث) $N_G(f) = \{\}$ (ص ۳۶)

گراف C_{10} را رسم کنید.

الف) یک γ -مجموعه از آن را مشخص کنید.

ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی از آن را تعیین نمایید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

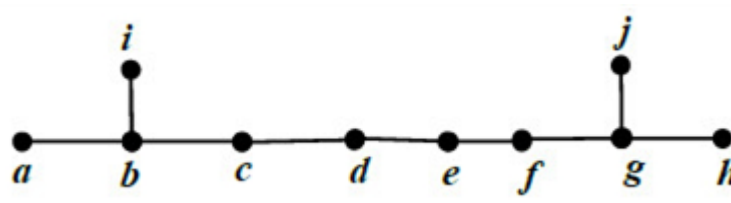
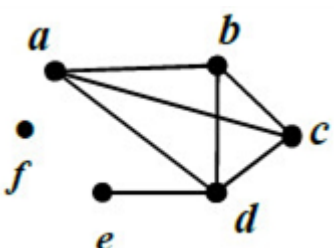


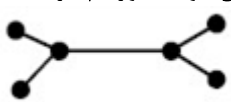

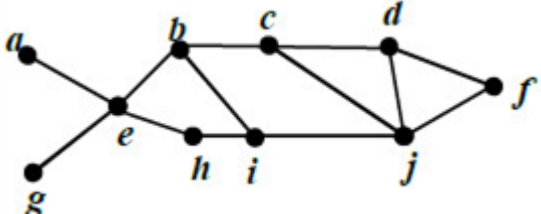
پاسخ: ۱

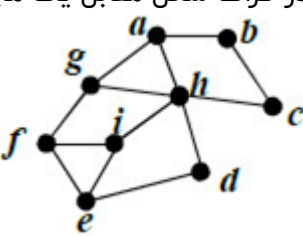
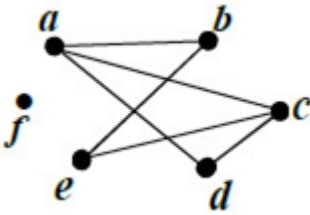
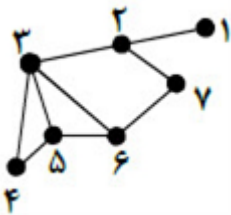
۴۱


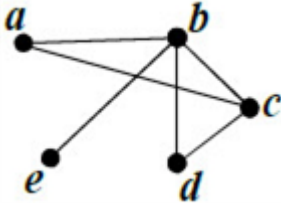
الف) $D = \{1, 4, 7, 10\}$

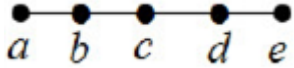
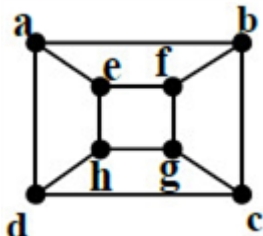
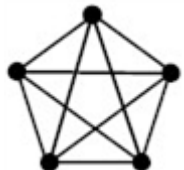
ب) $D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ (ص ۵۴)

	<p>عدد احاطه‌گری گراف G (شکل مقابل) را با ارائه راه‌حل، تعیین کنید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ طبق قضیه داریم $\gamma(G) \leq 3 = \frac{10}{3+1}$، از طرفی مجموعه $D = \{b, e, g\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. لذا $\gamma(G) \leq 3$. بنابراین $\gamma(G) = 3$. (ص ۵۰)</p>	۴۲
	<p>درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) هر مجموعه احاطه‌گر مینیمال، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم است.</p> <p>ب) اگر G یک گراف n رأسی با ماکزیمم درجه Δ باشد آن‌گاه $\frac{n}{\Delta+1} > \gamma(G)$.</p> <p>پ) در گراف P_n عدد احاطه‌گری برابر با $\frac{n}{\Delta+1}$ است.</p> <p>ت) $3/48 = 4$.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ الف) نادرست (ص ۴۶) ب) نادرست (ص ۴۹) پ) درست (ص ۵۳) ت) درست (ص ۴۸)</p>	۴۳
	<p>با توجه به گراف G (شکل مقابل) به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) مقدار $q - \Delta(G)$ را بیابید.</p> <p>ب) یک دور به طور ۴ مشخص کنید.</p> <p>پ) با ذکر دلیل مشخص کنید گراف مکمل G چند یال دارد؟</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ الف) $7 - 4 = 3$ (ص ۳۷) ب) $a b c d a$ یا $a d b c a$ (ص ۳۸) پ) $q(G) + q(\overline{G}) = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 7 + q(\overline{G}) = 15 \Rightarrow q(\overline{G}) = 8$ (ص ۳۸)</p>	۴۴
	<p>۵۴ شاخه گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا اطمینان داشته باشیم گلدانی هست که در آن حداقل ۵ شاخه گل قرار گرفته است؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ $k + 1 = 5 \Rightarrow k = 4, kn + 1 = 54 \Rightarrow 4n = 53, n = \left\lceil \frac{53}{4} \right\rceil = 13$ (ص ۸۲)</p>	۴۵

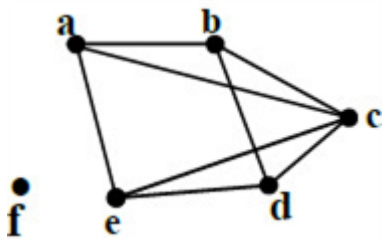
	<p>به چند طریق می‌توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن‌که به هر نفر حداقل یک کلاه داده شود؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p> $\binom{8}{4} \times 4! = \frac{8!}{4!}$ <p style="text-align: center;"> \uparrow \uparrow انتخاب ۴ نفر جایگشت ۴ کلاه </p> <p style="text-align: right;">پاسخ: ۱</p>	۴۶
	<p>به چند طریق می‌توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۳ نفر توزیع کرد به شرط آن‌که به هر نفر حداقل یک کلاه داده شود؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p> <p>هر کلاه حالت ۳ کل $\longrightarrow 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$</p> <p>غ ق ق ← حداقل یکی نگیرد</p> $n(\bar{1} \cup \bar{2} \cup \bar{3}) = n(\bar{1}) + n(\bar{2}) + n(\bar{3}) - n(\bar{1} \cap \bar{2}) - n(\bar{1} \cap \bar{3}) - n(\bar{2} \cap \bar{3}) + n(\bar{1} \cap \bar{2} \cap \bar{3})$ $= 3 \times 2^4 - 3 \times 1^4 + 0 = 45$ $\Rightarrow \text{غ ق ق} = 3^4 - 45 = 36$ <p style="text-align: right;">پاسخ: ۱</p>	۴۷
	<p>یک گراف ۶ راسی که γ - مجموعه آن با اندازه دو باشد، رسم کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>  <p style="text-align: center;">(ص ۵۳)</p> <p style="text-align: right;">پاسخ: ۱</p>	۴۸
	<p>یک گراف ۶ راسی که γ - مجموعه آن با اندازه یک باشد، رسم کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>  <p style="text-align: center;">(ص ۵۳)</p> <p style="text-align: right;">پاسخ: ۱</p>	۴۹
	<p>عدد احاطه گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه‌حل، تعیین کنید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ طبق قضیه داریم $2 \leq \gamma(G) = \frac{10}{4+1}$. از طرفی مجموعه $D = \{e, j\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است.</p> <p>لذا $\gamma(G) \leq 2$ بنابراین $\gamma(G) = 2$ (ص ۵۲)</p>	۵۰

	<p>در گراف شکل مقابل یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ $D = \{a, c, i, d\}$ (ص ۴۶)</p>	۵۱
	<p>تفاوت بین مجموعه احاطه‌گر مینیمال و مینیمم چیست؟ توضیح دهید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ مجموعه احاطه‌گر مینیمم مجموعه احاطه‌گری است که کم‌ترین تعداد عضو را دارد ولی مجموعه احاطه‌گر مینیمال مجموعه احاطه‌گری است که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه‌گر نبیست و می‌تواند از مجموعه احاطه‌گر مینیمم بیش‌تر عضو داشته باشد. (ص ۴۴ و ۴۶)</p>	۵۲
	<p>گراف G که به صورت مقابل است را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) $N_G(C)$ را با اعضا مشخص کنید.</p> <p>ب) بزرگ‌ترین درجه در گراف \bar{G} مربوط به کدام رأس و چند است؟</p> <p>پ) دوری به طول ۵ برای رأس a بنویسید.</p> <p>ت) آیا گراف G همبند است؟</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ الف) $N_G(C) = \{a, e, d\}$ (ص ۳۶) ب) رأس f و ۵ (ص ۳۷) پ) $a b e c d a$ (ص ۳۸) ت) خیر (ص ۳۹)</p>	۵۳
	<p>در گراف G که شکل آن در مقابل داده شده است:</p> <p>الف) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۳ عضو بنویسید.</p> <p>ب) عدد احاطه‌گری G را تعیین کنید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ ب) $\gamma(G) \geq ۲$ بنابراین $\frac{۷}{۴+۱} = ۲$ از سوی دیگر $\{۲, ۵\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است لذا $\gamma(G) \leq ۲$ از (*) و (**) نتیجه می‌شود که $\gamma(G) = ۲$ (ص ۵۲)</p>	۵۴

۵۵	<p>آیا گراف‌های C_n منتظم هستند؟</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ بله - تمام C_n ها ۲ منتظم هستند. (ص ۳۵)</p>
۵۶	<p>گراف P_v را رسم کنید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹</p> <p>(ص ۳۸) </p> <p>پاسخ: ۱</p>
۵۷	<p>گراف k-منتظم را تعریف کنید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ گرافی که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشد. (ص ۳۵)</p>
۵۸	<p>گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید. (الف) درجه رأس e در گراف مکمل G چند است؟ (ب) تمام دورهای موجود در گراف G را بنویسید. (پ) $\Delta(G)$ را مشخص کنید.</p> <p></p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ (الف) ۳ (ص ۳۸) (ب) b, d, c, b , a, b, c, a , a, b, d, c, a (ص ۳۸) (پ) ۴ (ص ۳۷)</p>
۵۹	<p>جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. (الف) مرتبه گراف نشان‌دهنده تعداد گراف می‌باشد. (ب) اگر یک یال، یک رأس را به خود آن رأس وصل کند، این یال را می‌نامیم. (پ) دو یال را می‌نامیم هرگاه رأسی وجود داشته باشد که هر دوی آن‌ها را به هم متصل کند. (ت) تعداد رأس‌های فرد هر گراف عددی است.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ (الف) رئوس (ص ۳۵) (ب) طوقه (ص ۳۶) (پ) مجاور (ص ۳۶) (ت) زوج (ص ۴۰)</p>
۶۰	<p>درست یا نادرست بودن عبارت زیر را مشخص کنید. تعداد رأس‌های زوج هر گراف، عددی فرد است.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱ نادرست (ص ۴۰)</p> <p>تعداد رئوس فرد، عددی زوج است. \rightarrow زوج $\sum d_i = 2q$ می‌دانیم</p>

	<p>جای خالی را پر کنید. مقدار $\gamma(C_n)$ به ازای هر عدد طبیعی $n > 2$ برابر است با:</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱ می‌دانیم: $\gamma \geq \frac{n}{\Delta + 1}$ که در گراف C_n, P_n برابر $\frac{n}{\Delta + 1}$ می‌باشد.</p>	۶۱
	<p>جای خالی را پر کنید. گراف G را می‌نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱ در گراف همبند بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر داریم.</p>	۶۲
	<p>گراف P_5 را رسم کرده و تمام مسیرهای به طول ۳ را مشخص کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ a, b, c, d, b, c, d, e (ص ۳۸)</p> 	۶۳
	<p>آیا گراف γ رأسی ۳-منتظم وجود دارد، برای پاسخ خود دلیل ارائه کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ وجود ندارد. زیرا: زوج $2q = 21$ فرد $\Rightarrow 2q = 3 \times 7 \Rightarrow \sum_{i=1}^{\gamma} \deg v_i = 2q$</p>	۶۴
	<p>عدد احاطه‌گری گراف زیر را مشخص کنید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ با توجه به $\frac{8}{3+1} = 2$ داریم $\gamma(G) \geq 2$. لذا حداقل عدد احاطه‌گری ۲ است. از طرفی $\{e, c\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. پس $\gamma(G) \leq 2$. در نتیجه $\gamma(G) = 2$ (عدد احاطه‌گری). (ص ۵۲)</p>	۶۵
	<p>گراف کامل K_p دارای ۱۰ یال است. ابتدا p را به دست آورید، سپس گراف را رسم کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ $\frac{p(p-1)}{2} = 10 \Rightarrow p^2 - p - 20 = 0 \Rightarrow p = 5$ (ص ۴۲)</p> 	۶۶

گراف G به صورت مقابل رسم شده است. به سؤالات زیر پاسخ دهید.
 الف) $\delta(G)$, $\Delta(G)$ را مشخص کنید.
 ب) سه دور به طول ۳ بنویسید.
 پ) ماکزیمم درجه در مکمل گراف G چند است؟
 ت) $N_G(e)$ را با اعضا بنویسید.
 ث) آیا گراف G همبند است؟



۶۷

سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

الف) $\delta(G) = ۰$, $\Delta(G) = ۴$ (ص ۳۲ تا ۳۹)

پاسخ: ۱

ب) $c, a, b, c, c, a, e, c, c, e, d, c$

پ) ۵

ت) $N_G(e) = \{a, c, d\}$

ث) خیر

ثابت کنید تعداد رأس‌های فرد هر گراف، عددی زوج است.

سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

فرض کنیم G یک گراف و A مجموعه همه رئوس فرد گراف و B مجموعه همه رئوس زوج گراف G

پاسخ: ۱

[خطای پردازش ریاضی]

باشد، در این صورت داریم:

از طرفی [خطای پردازش ریاضی] و [خطای پردازش ریاضی] زوج‌اند. لذا [خطای پردازش ریاضی] باید زوج باشد.

می‌دانیم تعداد زوج عدد فرد، حاصل زوج را تولید می‌کنند بنابراین تعداد اعضای A باید زوج باشد. (ص

۴۰)

۶۸

گراف G ، ۶ رأسی ۳- منتظم است.

ب) نمودار گراف G را رسم کنید.

الف) اندازه گراف G را بیابید.

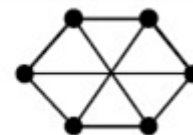
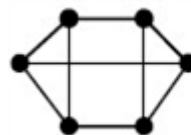
سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

$$۳ \times ۶ = ۲q \Rightarrow q = ۹$$

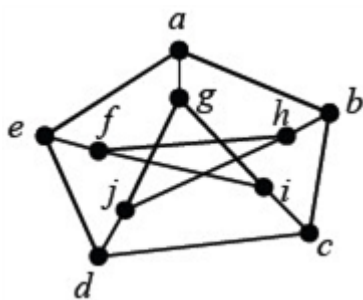
الف) (تعریف گراف k - منتظم ص ۳۵)

پاسخ: ۱

ب) رسم یکی از گراف‌های مقابل کافی است.



۶۹



عدد احاطه‌گری گراف زیر را مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.

۷۰

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

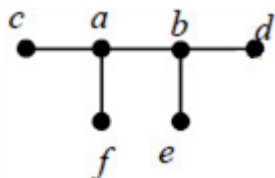
پاسخ: ۱ برای گراف مورد سوال داریم $\gamma(G) \leq 3 \Rightarrow \frac{10}{3+1} = 3 \leq \gamma(G)$ از طرفی مجموعه $\{g, h, d\}$ یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف است. لذا $\gamma(G) \leq 3$. بنابراین $\gamma(G) = 3$. (قسمت دوم کار در کلاس ص ۵۰)

گرافی ۶ رأسی با عدد احاطه‌گری ۲ رسم کنید، به طوری‌که:
الف) مجموعه احاطه‌گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد.
ب) بیش از یک مجموعه احاطه‌گر با اندازه ۲ داشته باشد.

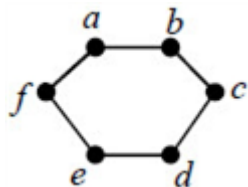
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۷۱

پاسخ: ۱ الف) گراف روبه‌رو از مرتبه ۶ و دارای تنها یک مجموعه احاطه‌گر یکتا $\{a, b\}$ است. (تمرین ۹ ص ۵۳)



ب) گراف مقابل دارای سه مجموعه احاطه‌گری به اندازه ۲ است که عبارتند از: $\{a, d\}$, $\{f, c\}$, $\{e, b\}$.

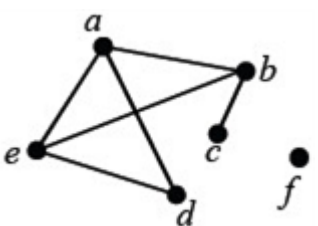
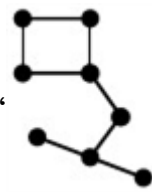


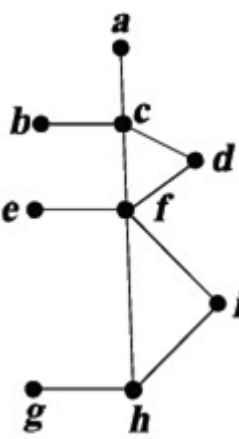
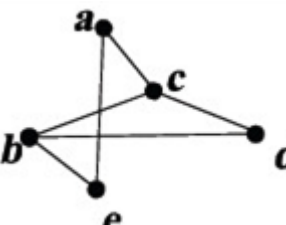
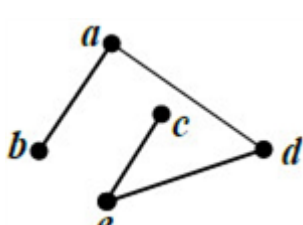
در گراف G ، درجه رأس ۷ برابر با ۹ است و درجه رأس ۷ در گراف \overline{G} برابر با ۱۲ است. مرتبه گراف G را مشخص کنید.

۷۲

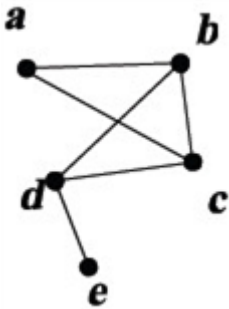
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

پاسخ: ۱ (مساله ۱ ص ۳۸) $\deg_G(v) + \deg_{\overline{G}}(v) = p - 1 \Rightarrow 9 + 12 = p - 1 \Rightarrow p = 22$

	<p>گراف G را در نظر گرفته و به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) $N_G[a]$ را با اعضا مشخص کنید.</p> <p>ب) یک دور به طول ۴ در این گراف مشخص کنید.</p> <p>پ) یک مسیر به طول ۳ و یک مسیر به طول ۴ از a به c بنویسید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ الف) (مشابه مثال ص ۳۶) $N_G[a] = \{a, b, e, d\}$</p> <p>ب) دور به طول ۴ - a, b, e, d, a (تعریف دور ص ۳۸)</p> <p>پ) مسیر به طول ۳، a, e, b, c و مسیر به طول ۴، a, d, e, b, c (مشابه مثال ص ۳۸)</p>	۷۳
	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) مجموع درجه‌های رأس‌های هر گراف تعداد یال‌ها است.</p> <p>ب) در یک گراف k - منتظم، ماکزیمم درجه رأس برابر با است.</p> <p>پ) در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند، مجموعه احاطه‌گر گراف G می‌نامیم.</p> <p>ت) یک مجموعه احاطه‌گر را که با حذف هریک از رأس‌هایش، دیگر احاطه‌گر نباشد، احاطه‌گر می‌نامیم.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹</p> <p>پاسخ: ۱ الف) دو برابر (نتیجه ابتدای ص ۴۰)</p> <p>ب) k (تعریف گراف منتظم ص ۳۵)</p> <p>پ) مینیمم (تعریف ص ۴۴)</p> <p>ت) مینیمال (تعریف ص ۴۶)</p>	۷۴
	<p>اگر n تعداد رئوس گراف و Δ ماکزیمم درجه گراف باشد</p> <p>الف) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گر برابر $\frac{n}{\Delta + 1}$ است.</p> <p>ب) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گری بزرگتر از $\frac{n}{\Delta + 1}$ باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱ الف) برای مثال اگر $n = 10$، رسم C_{10} یا P_{10} در این گراف‌ها: $\gamma(G) = \left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor$. (ص ۴۹)</p> <p>ب) در گرافی مشابه  ولی $\gamma(G) = 3$. (ص ۵۰)</p>	۷۵

	<p>برای گراف روبه‌رو: الف) یک مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مشخص کنید. ب) مجموعه‌ای از رئوس را مشخص کنید که احاطه‌گر مینیمال باشد.</p>  <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱ الف) مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مانند: $\{c, f, h, g\}$ (ص ۴۷) ب) احاطه‌گر مینیمال مانند: $\{c, f, g\}$</p>	۷۶
	<p>گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) دوری به طول ۵ مشخص کنید. ب) مکمل گراف G را رسم کنید.</p>  <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱ الف) a, c, d, b, e, a ب)</p>  <p>(ص ۳۷ و ۳۸)</p>	۷۷
	<p>آیا گراف ۳-منتظم از مرتبه ۵ وجود دارد؟ دلیل بیاورید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱ وجود ندارد. زیرا: تناقض $\sum_{i=1}^n \deg v_i = 2q \Rightarrow 5 \times 3 = 2q$ (ص ۴۲)</p>	۷۸
	<p>گراف k-منتظم از مرتبه n را تعریف کنید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸</p> <p>پاسخ: ۱ گرافی از مرتبه n که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k ($0 \leq k < n$) باشد. (ص ۳۵)</p>	۷۹

گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سؤالات زیر پاسخ دهید.
 الف) $\delta(G)$ را مشخص کنید.
 ب) اندازه گراف را تعیین کنید.
 پ) مجموعه همسایگی بسته رأس b را بنویسید.
 ت) اگر $N_G(d) = \{e, x, b\}$ باشد، x کدام رأس است؟



۸۰

سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

الف) $\delta(G) = ۱$

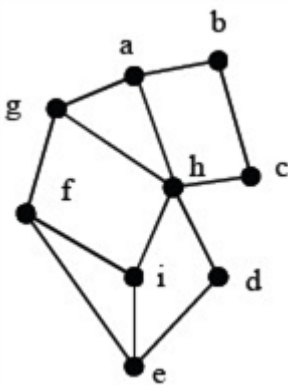
پ) $N_G[b] = \{b, a, c, d\}$

ب) $q = ۶$

ت) $x = c$ (ص ۴۱)

پاسخ: ۱

در گراف شکل مقابل یک مجموعه احاطه‌گر غیرمینیمال انتخاب کنید. سپس با حذف برخی از رأس‌ها، آن را به یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال تبدیل نمایید.



۸۱

سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸

پاسخ: ۱ یک مجموعه احاطه‌گر غیرمینیمال به صورت $\{a, h, f, b\}$ است.

اکنون با حذف رأس a از آن، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال به دست می‌آید. (ص ۴۷)

الف) گراف p_8 را رسم کنید.
 ب) یک $\gamma -$ مجموعه از آن را مشخص کنید.
 ج) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۴ عضوی از آن را مشخص نمایید.

سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸



۸۲

پاسخ: ۱ الف)

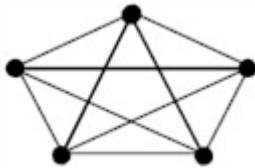
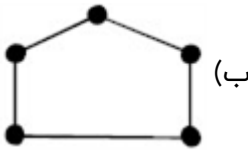
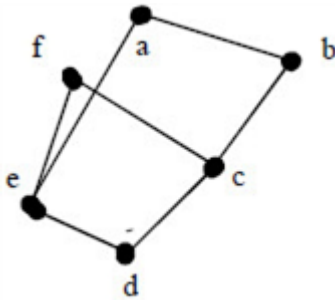
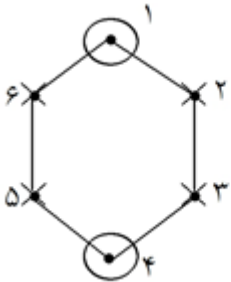
$\{a, d, g\}$

ب)

$\{a, d, e, h\}$

ج)


(ص ۵۴)

	<p>یک گراف ۵ رأسی غیرتهی k - منتظم رسم کنید به طوری که:</p> <p>الف) k بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.</p> <p>ب) k کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  <div style="text-align: right;"> <p>پاسخ: ۱ الف) (ص ۴۲)</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  <div style="text-align: right;"> <p>ب) (ص ۴۲)</p> </div> </div>	۸۳
	<p>گراف G با مجموعه رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال‌های زیر در نظر بگیرید:</p> <p>$E = \{ab, bc, cd, ed, ae, cf, ef\}$</p> <p>الف) نمودار گراف را رسم کنید.</p> <p>ب) $N_G[b]$ را مشخص کنید.</p> <p>ج) یک مسیر به طول ۵ از b به d بنویسید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  <div style="text-align: right;"> <p>پاسخ: ۱ الف) (ص ۳۶ و ۳۹)</p> </div> </div> <p>ب) $N_G[b] = \{a, b, c\}$</p> <p>ج) b, a, e, f, c, d</p>	۸۴
	<p>در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) اگر G یک گراف n رأسی باشد، مقدار $q(G) + q(\overline{G})$ برابر است.</p> <p>ب) عدد احاطه‌گری گراف C_6 برابر می‌باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-تیرماه ۹۸ ویژه مناطق آسیب دیده از سیل</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="width: 60%;"> <p>پاسخ: ۱ الف) $\frac{n(n-1)}{2}$</p> <p>ب) ۲</p> </div> <div style="width: 35%; text-align: right;"> <p>۸۵</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center; margin-top: 20px;"> <div style="width: 30%;"> <p>C_6:</p>  </div> <div style="width: 65%; text-align: right;"> <p>$\gamma = \{1, 4\} \Rightarrow \gamma = 2$: مجموعه</p> </div> </div> <p style="text-align: right; margin-top: 20px;">هر کدام (۰/۵)</p>	۸۵

اگر عدد احاطه‌گری در یک گراف Δ برابری باشد در این صورت $\Delta(G)$ و حداقل و حداکثر تعداد یال‌هایی را که گراف G می‌تواند داشته باشد مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-تیرماه ۹۸ ویژه مناطق آسیب دیده از سیل

پاسخ: ۱ زمانی که $\gamma = 1$ باشد یعنی حداقل یک رأس از درجه $p - 1$ داریم پس چون $p = 5 \leftarrow \Delta = 4$

حداقل یال $\Delta = 4 \rightarrow$  $q = 4$

حداکثر یال $\Delta = 4 \rightarrow k_5 \rightarrow q = \binom{5}{2} = 10$

۸۶

در هر قسمت، گراف خواسته شده را رسم کنید.

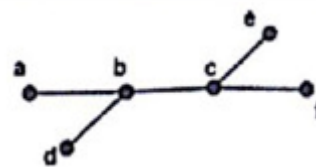
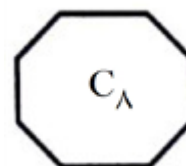
الف) یک گراف γ منظم از مرتبه Δ که عدد احاطه‌گری آن کمترین مقدار ممکن است را داشته باشد.

ب) یک گراف Δ رأسی که $\gamma -$ مجموعه‌ی آن با اندازه یک باشد.

ج) یک گراف Δ رأسی با عدد احاطه‌گری γ رسم کنید که یک مجموعه‌ی احاطه‌گر یکتا با اندازه‌ی γ داشته باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-تیرماه ۹۸ ویژه مناطق آسیب دیده از سیل

(ج)



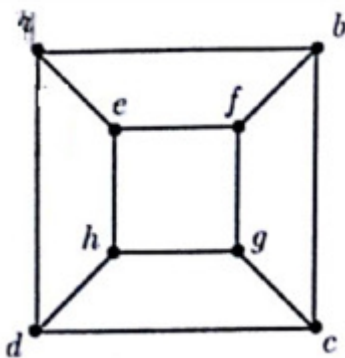
هر کدام (۰/۵) (صفحه: ۵۳)

۸۷

در گراف شکل مقابل:

الف) یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم مشخص کنید.

ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-تیرماه ۹۸ ویژه مناطق آسیب دیده از سیل

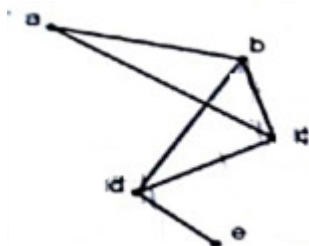
(صفحه: ۴۷)

(ب) $\{e, f, g, h\}$ (۰/۵)

پاسخ: ۱ الف) $\{f, d\}$ (۰/۵)

۸۸

گراف G را (مطابق شکل مقابل) در نظر بگیرید.
 الف) مجموعه رئوس و مجموعه یال‌ها را بنویسید.
 ب) در گراف G ، یک دور به طول ۳ بنویسید.
 ج) درجه رأس e را در گراف \overline{G} مشخص کنید.



۸۹

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-تیرماه ۹۸ ویژه مناطق آسیب دیده از سیل

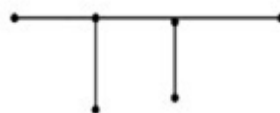
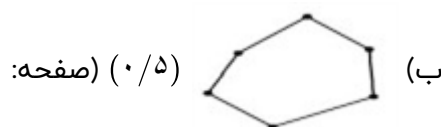
پاسخ: ۱ الف) $V(G) = \{a, b, c, d\}$ (۵/۰) و $E(G) = \{ab, ac, bc, bd, cd, de\}$ (۵/۰)

ب) abca یا bcd b (۲۵/۰)

ج) درجه e در گراف مکمل ۳ خواهد بود (۲۵/۰) (صفحات: ۳۹ و ۴۱)

الف) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه‌گری ۲ رسم کنید که یک مجموعه احاطه‌گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد.
 ب) یک گراف ۶ رأسی احاطه‌گری ۲ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه‌گر با اندازه ۲ داشته باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

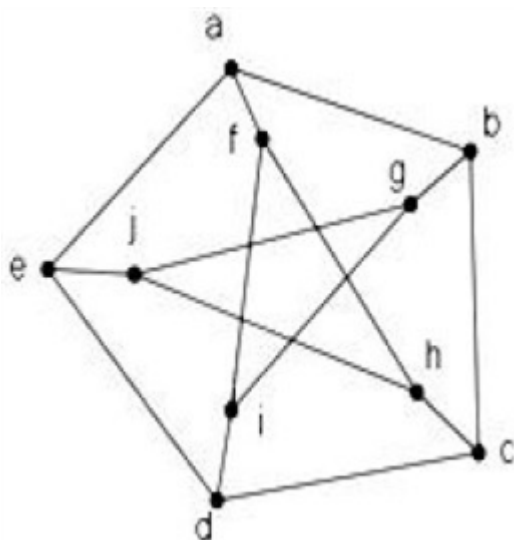


پاسخ: ۱ الف) (۵/۰)

(۵۳

۹۰

الف) ثابت کنید هر مجموعه احاطه‌گر دلخواه غیر مینمال را میتوان با حذف برخی از رئوسش به یک مجموعه احاطه‌گر مینمال تبدیل کرد؟
 ب) در گراف روبرو یک مجموعه احاطه‌گر مینمال لا ۵ عضوی را مشخص کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

پاسخ: ۱ الف) اگر $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ یک مجموعه احاطه‌گر غیر مینمال باشد در این صورت یک یا چند عضو وجود دارند که با حذف آنها مجموعه احاطه‌گر مینمال باقی می‌ماند. (۲۵/۰) بنا بر این عضوی مانند a_1 را در نظر می‌گیریم اگر با حذف آن هنوز مجموعه احاطه‌گر بماند آن را حذف می‌کنیم (۲۵/۰) در غیر این صورت آن را نگه داشته و همین کار را برای سایر رئوس انجام می‌دهیم. (۲۵/۰)

(صفحه: ۴۶)

ب) $A = \{h, g, f, i, j\}$ (۷۵/۰)

۹۱

گراف G_v را در نظر بگیرید و به سؤالات زیر پاسخ دهید.
 الف) یک مجموعه احاطه‌گر \mathcal{E} عضوی بنویسید.
 ب) عدد احاطه‌گری G_v را به دست آورید.
 ج) دو مجموعه احاطه‌گر مینیمم متمایز بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

پاسخ: ۱ الف) $\{v_1, v_3, v_4, v_5\}$ (۰/۵)

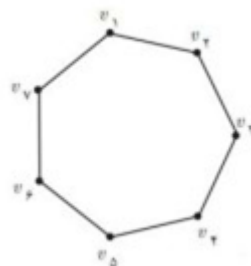
ب) $\gamma(G) = 3$ (۰/۵)

(۰/۵)

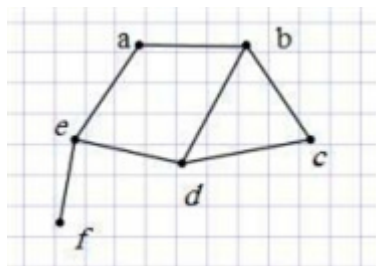
ج) $\{v_2, v_4, v_6\}$ و $\{v_1, v_3, v_5\}$

(صفحه: ۴۵)

۹۲



شکل مقابل نمودار گراف G می‌باشد.
 الف) مرتبه و اندازه گراف G را بنویسید.
 ب) مجموعه $N_G(b)$ را بنویسید.
 ج) مجموع درجه‌های رأس‌های گراف \bar{G} را مشخص کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

پاسخ: ۱ الف) $p = 6$ (۰/۲۵), $q = 7$ (۰/۲۵)

ب) $N_{G(b)} = \{a, d, c\}$ (۰/۲۵)

ج) $\text{تعداد یال‌های گراف } G + \text{تعداد یال‌های گراف } \bar{G} = \frac{P(P-1)}{2}$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow \bar{G}$ مجموع درجه‌های رئوس گراف $\bar{G} = 8$ (۰/۲۵) = تعداد یال‌های گراف \bar{G}

(صفحه: ۴۱)

۹۳

در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

الف) یک گراف کامل ۸ رأسی، یال دارد.

ب) در یک گراف از مرتبه ۱۰ با $\Delta = 3$ حداقل رأس برای احاطه همه رؤس لازم است.

ج) اگر در گراف G از مرتبه P داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

تعداد یال های گراف کامل k_p $= \binom{p}{2} \Rightarrow k_8 \Rightarrow q = \binom{8}{2} = 28$

پاسخ: ۱ الف) ۲۸ (۵/۰)

۹۴

$\gamma \geq \frac{p}{\Delta + 1} \Rightarrow \gamma \geq \frac{10}{3 + 1} : \gamma \geq 3$

ب) ۳ رأس (۵/۰)

یعنی راس تمام رؤس $\Rightarrow \Delta = p - 1$
 $\gamma = 1 \Rightarrow$ دیگر را احاطه می کند

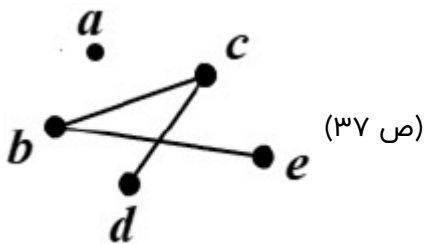
ج) $p - 1$ (۵/۰)

۱ $D = \{a, f, e\}$ دلیل آنکه مجموعه احاطه‌گر مینیمال است: با حذف رأس a ، رأس a احاطه نمی‌شود. با حذف رأس f ، رأس c احاطه نمی‌شود. با حذف رأس e ، خود رأس e احاطه نمی‌شود. (ص ۴۶)
(توجه: به سایر احاطه‌گرهای مینیمال غیرمینیمم، با ذکر دلیل نمره داده شود.)



۷ مسیر نوشتن مسیره‌ها $۷۸۹۱۰ - ۶۷۸۹ - ۵۶۷۸ - ۴۵۶۷ - ۳۴۵۶ - ۲۳۴۵ - ۱۲۳۴$

۳ خیر - در یک گراف r - منتظم داریم $\sum_{i=1}^p \deg(v_i) = 2q$ به عبارتی $2q = rp$. در این سؤال $p = 9, r = 3$ لذا $2q = 27$ عددی فرد و $2q$ عددی زوج است. و این تناقض است. (ص ۴۲)



۵ طبق قضیه داریم $2 \leq \gamma(G) = \frac{6}{3+1} = 2$. از طرفی مجموعه $D = \{d, c\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. لذا $\gamma(G) \leq 2$. بنابراین $\gamma(G) = 2$. (ص ۴۹)

۶ $N_G(d) = \{a, c, e\}$ (ص ۳۶)

۷ مجموعه رأس‌هایی از یک گراف که به یک رأس متصل هستند به همراه خود رأس را مجموعه همسایگی بسته آن رأس می‌نامیم. (ص ۳۶)

۸ الف) $\gamma(G) \geq \frac{p}{\Delta + 1} \Rightarrow \gamma(G) \geq 3$ (*) (ص ۴۹)

از طرفی $A = \{a, e, f\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است بنابه رابطه (*) پس: $\gamma(G) = 3$

ب) $B = \{a, d, g, h, i, j, k, l\}$

به هر مجموعه احاطه‌گر هشت عضوی مینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۶)

ج) $C = \{a, e, f, b\}$

به هر مجموعه احاطه‌گر چهار عضوی غیرمینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۷)

۹ الف) $p = 7, q = 6$ (ص ۳۵)

ب) $2q = 12$ (ص ۳۹)

ج) $N_G[c] = \{a, c, d, e\}$ (ص ۳۶)

د) $a c e f a$ (ص ۳۸)

ه) $q(\overline{G}) + d_{\overline{G}}(g) = 15 + 6 = 21$ (ص ۳۸)

۱۰ الف) همبند (ص ۳۹)
منتظم (ص ۳۵)

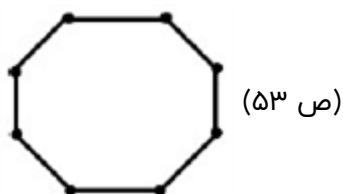
ب) زوج (ص ۴۰)

ج) $p - 1$ (ص ۴۲)

د) $-k$

۱۱ الف) می‌دانیم $\frac{n}{\Delta + 1} \leq \gamma(G)$ پس داریم $\frac{\Delta}{\Delta + 1} \leq \gamma(G)$ در نتیجه $\gamma(G) \geq 2$

از طرفی مجموعه‌ای مانند $\{e, c\}$ (هر کدام از مجموعه‌های $\{e, b\}$ یا $\{e, d\}$ اگر نوشته شد نیز مورد قبول است) یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف G می‌باشد پس $\gamma(G) \leq 2$ بنابراین $\gamma(G) = 2$
ب) ۳ (ص ۵۰)



(ص ۵۳)



(ص ۵۳)

الف) $\{c, e, h, f\}$

ب) $\{c, g, i, e\}$

ج) fh (ص ۴۷)

الف) $\{f\}$

ب) abcdea یا abdefa

ج) ۴ (ص ۴۱)

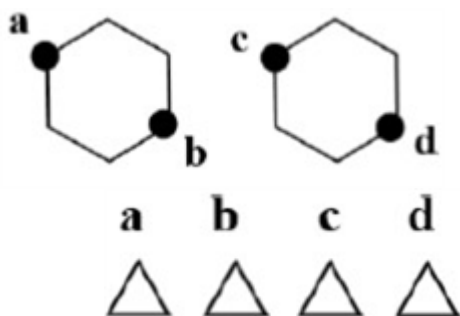
$$\begin{cases} q = \frac{kn}{r} \Rightarrow q = \frac{\Delta \times r}{r} = 12 \\ q = \frac{n(n-1)}{r} \Rightarrow q = \frac{\Delta \times \gamma}{r} = 28 \end{cases} \Rightarrow 28 - 12 = 16 \quad (\text{ص } ۴۰)$$

د)

ج) نادرست (ص ۴۰)

ب) درست (ص ۱۷)

الف) درست (ص ۵)
نادرست (ص ۵۳)



۱۸ رسم شکل با مشخص کردن نقاط احاطه‌گری آن:

(به شکل‌های دیگر نیز نمره داده شود). مانند:

(ص ۵۳)

روش اول: می‌دانیم $\left| \frac{n}{\Delta + 1} \right| \leq \gamma(G)$ پس داریم $\left\lceil \frac{6}{5} \right\rceil \leq \gamma(G)$ بنابراین $\gamma(G) \geq 2$ و با توجه به $\{a, d\}$ داریم

$$\gamma(G) \leq 2 \text{ و لذا } \gamma(G) = 2$$

روش دیگر: این گراف با مجموعه دو عضوی $\{a, d\}$ احاطه می‌شود. پس عدد احاطه‌گری این گراف کوچکتر یا مساوی ۲ است یعنی $\gamma(G) \leq 2$. اما اگر $\gamma(G) = 1$ یعنی گراف یک رأس دارد که تمام رئوس را احاطه می‌کند یعنی رأس از درجه ۵ باید در گراف وجود داشته باشد که چنین رأسی وجود ندارد و لذا $\gamma(G) > 1$ بنابراین $1 \leq \gamma(G) \leq 2$ و لذا $\gamma(G) = 2$. (ص ۳۹)

$$\delta(G) = 0, \Delta(G) = 3 \text{ الف)}$$

ب) b c e d b

پ) b c d e یا b d e c یا b c e d یا b d c e (دو مورد)

$$N_G(f) = \{g\} \text{ (ص ۴۱) ت)}$$

ت) دور

$$\frac{n(n-1)}{2} \text{ پ)}$$

ب) مسیر

الف) مرتبه

(ص ۳۵ و ۳۸)

ب) نسبت به هم اول (ص ۱۳)

ت) ۲۱ (ص ۳۸)

الف) m^2

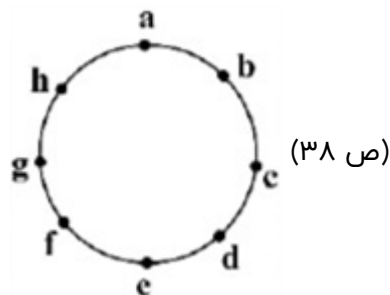
پ) مینیمال (ص ۴۶)

$$\{g, c\} \Rightarrow \gamma(G) = 2 \text{ (ص ۵۲) الف)}$$

$$\{h, d, b\} \text{ (ص ۴۶) ب)}$$

(ص ۴۶) $\{a, c, e, g\}$: یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال

$$D = \{a, d, g\} \text{ (ص ۴۴)}$$



$$\frac{n}{\Delta + 1} = \frac{8}{3 + 1} = 2 \text{ (ص ۴۹)}$$

$$\frac{p(p-1)}{2} = \frac{11(11-1)}{2} = 55 \text{ (ص ۳۸)}$$

الف) a b g c (ص ۳۸) ۲۹

ب) b c d g b (ص ۳۸)

پ) ۵ (ص ۳۷)

ت) خیر. زیرا دارای رأس ایزوله است (هیچ مسیری از f به سایر رئوس وجود ندارد) (ص ۳۹)

ث) $N_G[f] = \{f\}$ (ص ۳۶)

الف) $D = \{h, c, e\}$

ب) $D = \{g, c, i, e\}$

در صورت ارائه مجموعه‌های مشابه با این ویژگی‌ها نمره داده شود. (ص ۵۴)



رسم گراف ۳۱

$D = \{۲, ۵, ۸\}$ (ص ۵۱ و ص ۳۸)

برای احاطه کردن رئوس a, b, c, d, g حداقل دو تا از آن‌ها باید در مجموع احاطه‌گر باشند، زیرا $\frac{۵}{۳+۱} = ۲$ ۳۲

برای احاطه کردن رئوس e, f, h حداقل یکی از آن‌ها باید انتخاب شوند، زیرا، $\frac{۳}{۳+۱} = ۱$. بنابراین حداقل سه رأس باید

در هر مجموعه احاطه‌گری از گراف باشد یعنی $\gamma(G) \geq ۳$. از طرفی مجموعه $D = \{a, c, e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است.

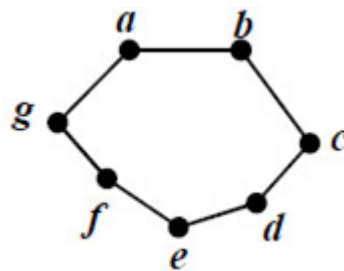
لذا $\gamma(G) \leq ۳$ بنابراین $\gamma(G) = ۳$ (ص ۵۰)

$D = \{h, b, i, a\}$

(به سایر مجموعه‌های احاطه‌گر صحیح، نمره داده شود.) (ص ۴۵)

یک مجموعه احاطه‌گر را که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه‌گر نباشد را احاطه‌گر مینیمال می‌نامیم. (ص ۴۶) ۳۴

$N_G(c) = \{b, d\}$ (ص ۳۶) ۳۵



رسم گراف (ص ۳۸) ۳۶

مسیر: a b c d e f

ت) همبند (ص)

پ) ۶ (ص ۴۰)

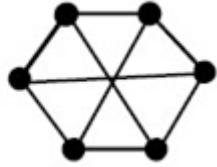
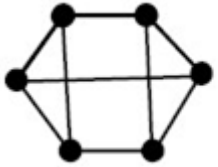
ب) تهی (ص ۳۵)

الف) فرد (ص ۳۵) ۳۷

(ص ۳۹)

$D = \{a, e, c, h\}$ (ص ۴۶) ۳۸

$$q = 2p - 3 \Rightarrow \frac{2p}{2} = 2p - 3 \Rightarrow p = 6 \text{ (ص ۴۲)}$$



به یکی از دو گراف زیر داده شود.

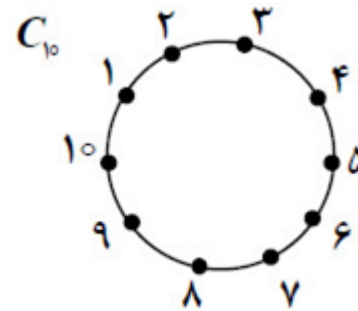
الف) a b c (ص ۳۸)

ب) b c d g b (ص ۳۸)

پ) ۵ (ص ۳۸)

ت) خیر - زیرا دارای رأس-ایزوله است هیچ مسیری به سایر رئوس وجود ندارد. (ص ۳۹)

ث) $N_G(f) = \{\}$ (ص ۳۶)



الف) $D = \{1, 4, 7, 10\}$

ب) $D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ (ص ۵۴)

۴۲) طبق قضیه داریم $3 \leq \gamma(G) = \frac{10}{3+1}$ ، از طرفی مجموعه $D = \{b, e, g\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. لذا $\gamma(G) \leq 3$.

بنابراین $\gamma(G) = 3$ (ص ۵۰)

الف) نادرست (ص ۴۶)

ب) نادرست (ص ۴۹)

پ) درست (ص ۵۳)

ت) درست (ص ۴۸)

الف) $7 - 4 = 3$ (ص ۳۷)

ب) a d b c a یا a b c d a (ص ۳۸)

$$q(G) + q(\overline{G}) = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 7 + q(\overline{G}) = 15 \Rightarrow q(\overline{G}) = 8 \text{ (ص ۳۸)}$$

$$k + 1 = 5 \Rightarrow k = 4, kn + 1 = 54 \Rightarrow 4n = 53, n = \left\lceil \frac{53}{4} \right\rceil = 13 \text{ (ص ۸۲)}$$

$$\binom{8}{4} \times 4! = \frac{8!}{4!}$$

\uparrow \uparrow
 انتخاب ۴ نفر جایگشت ۴ کلاه

هر کلاه حالت ۳
 کل $\longrightarrow 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

۴۷

: غ ق ق ← حداقل یکی نگیرد

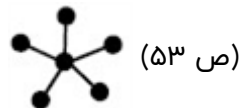
$$n(\bar{1} \cup \bar{2} \cup \bar{3}) = n(\bar{1}) + n(\bar{2}) + n(\bar{3}) - n(\bar{1} \cap \bar{2}) - n(\bar{1} \cap \bar{3}) - n(\bar{2} \cap \bar{3}) + n(\bar{1} \cap \bar{2} \cap \bar{3})$$

$$= 3 \times 2^4 - 3 \times 1^4 + 0 = 45$$

$$\Rightarrow 3^6 = \text{غ ق ق} - \text{کل جواب}$$



۴۸



۴۹

طبق قضیه داریم $\frac{10}{4+1} = 2 \leq \gamma(G)$. از طرفی مجموعه $D = \{e, j\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. لذا $\gamma(G) \leq 2$. بنابراین $\gamma(G) = 2$ (ص ۵۲)

۵۰

$$(۱) D = \{a, c, i, d\} \text{ (ص ۴۶)}$$

۵۱

مجموعه احاطه‌گر مینیمم مجموعه احاطه‌گری است که کم‌ترین تعداد عضو را دارد ولی مجموعه احاطه‌گر مینیمال مجموعه احاطه‌گری است که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه‌گر نیست و می‌تواند از مجموعه احاطه‌گر مینیمم بیش‌تر عضو داشته باشد. (ص ۴۴ و ۴۶)

۵۲

الف) $N_G(C) = \{a, e, d\}$ (ص ۳۶) ب) رأس f و ۵ (ص ۳۷)
 پ) $a b e c d a$ (ص ۳۸) ت) خیر (ص ۳۹)

۵۳

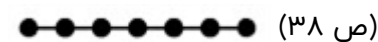
$$\{1, 5, 7\} \text{ یا } \{1, 6, 4\} \text{ (ص ۵۴)}$$

۵۴

ب) $\frac{7}{4+1} = 2$ بنابراین $\gamma(G) \geq 2$. (*) از سوی دیگر $\{2, 5\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است لذا $\gamma(G) \leq 2$. (**). از (*) و (**) نتیجه می‌شود که $\gamma(G) = 2$ (ص ۵۲)

بله - تمام C_n ها ۲ منتظم هستند. (ص ۳۵)

۵۵



۵۶

گرافی که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشد. (ص ۳۵)

۵۷

الف) ۳ (ص ۳۸)

۵۸

ب) b, d, c, b , a, b, c, a , a, b, d, c, a (ص ۳۸)

پ) ۴ (ص ۳۷)

الف) رئوس (ص ۳۵) ب) طوقه (ص ۳۶) پ) مجاور (ص ۳۶) ت) زوج (ص ۴۰)

۵۹

تعداد رئوس فرد، عددی زوج است. \rightarrow زوج $2q = \sum d_i$ می‌دانیم

۶۱ می‌دانیم: $y \geq \frac{n}{\Delta + 1}$ که در گراف P_n, C_n برابر $\frac{n}{\Delta + 1}$ می‌باشد.

۶۲ در گراف همبند بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر داریم.

۶۳ a, b, c, d, b, c, d, e (ص ۳۸)

۶۴ وجود ندارد. زیرا: زوج $2q = 21$ فرد $\Rightarrow 2q = 3 \times 7 = 21 \Rightarrow \sum_{i=1}^7 \deg v_i = 2q$

۶۵ با توجه به $\frac{8}{3+1} = 2$ داریم $y(G) \geq 2$. لذا حداقل عدد احاطه‌گری ۲ است. از طرفی $\{e, c\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. پس $y(G) \leq 2$. در نتیجه $y(G) = 2$ (عدد احاطه‌گری). (ص ۵۲)

۶۶ $\frac{p(p-1)}{2} = 10 \Rightarrow p^2 - p - 20 = 0 \Rightarrow p = 5$ (ص ۴۲)

الف) $\delta(G) = 0, \Delta(G) = 4$ (ص ۳۲ تا ۳۹)

ب) $c, a, b, c, c, a, e, c, c, e, d, c$

پ) ۵

ت) $N_G(e) = \{a, c, d\}$

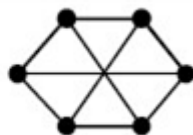
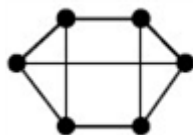
ث) خیر

۶۸ فرض کنیم G یک گراف و A مجموعه همه رئوس فرد گراف و B مجموعه همه رئوس زوج گراف G باشد، در این صورت داریم:

[خطای پردازش ریاضی]

از طرفی [خطای پردازش ریاضی] و [خطای پردازش ریاضی] زوج‌اند. لذا [خطای پردازش ریاضی] باید زوج باشد. می‌دانیم تعداد زوج عدد فرد، حاصل زوج را تولید می‌کنند بنابراین تعداد اعضای A باید زوج باشد. (ص ۴۰)

۶۹ الف) (تعریف گراف k -منتظم ص ۳۵) $3 \times 6 = 2q \Rightarrow q = 9$

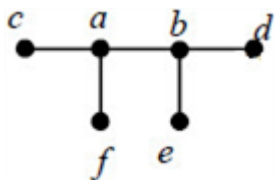


ب) رسم یکی از گراف‌های مقابل کافی است.

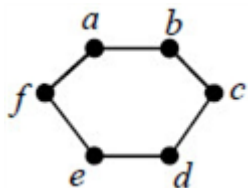
۷۰ برای گراف مورد سوال داریم $3 \leq y(G) \Rightarrow \frac{10}{3+1} = 2.5 \leq y(G)$. از طرفی مجموعه $\{g, h, d\}$ یک مجموعه

احاطه‌گر برای گراف است. لذا $y(G) \leq 3$. بنابراین $y(G) = 3$. (قسمت دوم کار در کلاس ص ۵۰)

الف) گراف روبه رو از مرتبه ۶ و دارای تنها یک مجموعه احاطه‌گر یکتا $\{a, b\}$ است. (تمرین ۹ ص ۵۳)



ب) گراف مقابل دارای سه مجموعه احاطه‌گری به اندازه ۲ است که عبارتند از: $\{a, d\}$, $\{f, c\}$, $\{e, b\}$.



(مساله ۱ ص ۳۸) $\deg_G(v) + \deg_{\bar{G}}(v) = p - 1 \Rightarrow 9 + 12 = p - 1 \Rightarrow p = 22$

الف) (مشابه مثال ص ۳۶) $N_G[a] = \{a, b, e, d\}$

ب) دور به طول ۴ - a, b, e, d, a (تعریف دور ص ۳۸)

پ) مسیر به طول ۳، a, e, b, c و مسیر به طول ۴، a, d, e, b, c (مشابه مثال ص ۳۸)

الف) دو برابر (نتیجه ابتدای ص ۴۰)

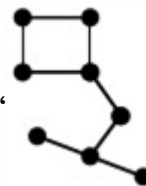
ب) k (تعریف گراف منتظم ص ۳۵)

ت) مینیمال (تعریف ص ۴۶)

پ) مینیمم (تعریف ص ۴۴)

الف) برای مثال اگر $n = 10$ ، رسم C_{10} یا P_{10} در این گراف‌ها: $\gamma(G) = \left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor$ (ص ۴۹)

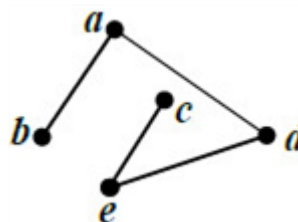
ب) در گرافی مشابه $\gamma(G) = 3$ ولی $\left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor$ (ص ۵۰)



الف) مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مانند: $\{c, f, h, g\}$ (ص ۴۷)

ب) احاطه‌گر مینیمال مانند: $\{c, f, g\}$

الف) a, c, d, b, e, a



ب)

(ص ۳۷ و ۳۸)

تناقض $\sum_{i=1}^5 \deg v_i = 2q \Rightarrow 5 \times 3 = 2q$

وجود ندارد. زیرا:

(ص ۴۲)

گرافی از مرتبه n که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k ($0 \leq k < n$) باشد. (ص ۳۵)

الف) $\delta(G) = 1$

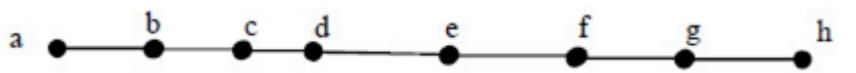
ب) $q = 6$

پ) $N_G[b] = \{b, a, c, d\}$

ت) $x = c$ (ص ۴۱)

۸۱) یک مجموعه احاطه‌گر غیرمینیمال به صورت $\{a, h, f, b\}$ است.

اکنون با حذف رأس a از آن، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال به دست می‌آید. (ص ۴۷)



۸۲) الف)

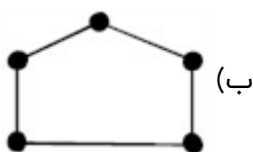
$\{a, d, g\}$

ب)

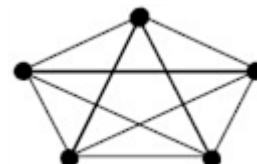
$\{a, d, e, h\}$

ج)

(ص ۵۴)

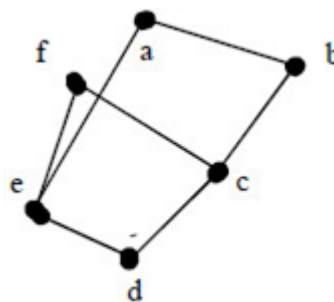


ب)



۸۳) الف)

(ص ۴۲)



۸۴) الف)

$N_G[b] = \{a, b, c\}$

ب)

b, a, e, f, c, d

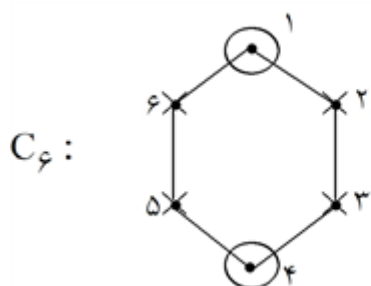
ج)

(ص ۳۶ و ۳۹)

۸۵) الف) $\frac{n(n-1)}{2}$

می‌دانیم: $q_G + q_{\bar{G}} = q_{\text{کامل}} = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$

ب) ۲



C_6 :

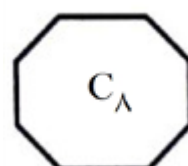
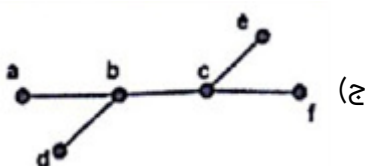
$\gamma = \{1, 4\} \Rightarrow \gamma = 2$ مجموعه:

هر کدام (۰/۵)

زمانی که $\gamma = 1$ باشد یعنی حداقل یک رأس از درجه $p - 1$ داریم پس چون $p = 5 \leftarrow \Delta = 4$

$$\Delta = 4 \xrightarrow{\text{حداقل یال}} q = 4$$

$$\Delta = 4 \xrightarrow{\text{حداکثر یال}} k_5 \rightarrow q = \binom{5}{2} = 10$$



الف) ۸۷

هر کدام $(0/5)$ (صفحه: ۵۳)

(صفحه: ۴۷)

ب) $\{e, f, g, h\}$ $(0/5)$

الف) $\{f, d\}$ $(0/5)$ ۸۸

الف) $V(G) = \{a, b, c, d\}$ $(0/5)$ و $E(G) = \{ab, ac, bc, bd, cd, de\}$ $(0/5)$ ۸۹

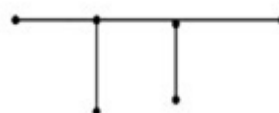
ب) abca یا bcd b $(0/25)$

ج) درجه e در گراف مکمل ۳ خواهد بود $(0/25)$ (صفحات: ۳۹ و ۴۱)

$(0/5)$ (صفحه: ۵۳)



ب)



الف) $(0/5)$ ۹۰

الف) اگر $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ یک مجموعه احاطه‌گر غیر مینمال باشد در این صورت یک یا چند عضو وجود دارند که با حذف آنها مجموعه احاطه‌گر مینمال باقی می‌ماند. $(0/25)$ بنا بر این عضو a_1 را در نظر می‌گیریم اگر با حذف آن هنوز مجموعه احاطه‌گر بماند آن را حذف می‌کنیم $(0/25)$ در غیر این صورت آن را نگه داشته و همین کار را برای سایر رئوس انجام می‌دهیم. $(0/25)$

(صفحه: ۴۶)

ب) $A = \{h, g, f, i, j\}$ $(0/75)$

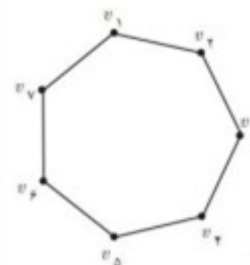
الف) $\{v_1, v_3, v_4, v_5\}$ $(0/5)$ ۹۲

ب) $\gamma(G) = 3$ $(0/5)$

$(0/5)$

ج) $\{v_2, v_4, v_6\}$ و $\{v_1, v_3, v_5\}$

(صفحه: ۴۵)



الف) $(۰/۲۵)$, $q = ۷$, $p = ۶$ ب) $(۰/۲۵)$ $N_{G(b)} = \{a, d, c\}$ ج) $(۰/۲۵)$ $\frac{P(P-1)}{۲}$ = تعداد یال‌های گراف G + تعداد یال‌های گراف \bar{G} $(۰/۲۵)$ ۱۶ = مجموع درجه‌های رئوس گراف $\bar{G} \Rightarrow (۰/۲۵)$ ۸ = تعداد یال‌های گراف \bar{G}

(صفحه: ۴۱)

الف) $(۰/۵)$ ۲۸

$$\text{تعداد یال های گراف کامل } k_p = \binom{p}{۲} \Rightarrow k_8 \Rightarrow q = \binom{۸}{۲} = ۲۸$$

ب) $(۰/۵)$ ۳ رأس $y \geq \frac{p}{\Delta + 1} \Rightarrow y \geq \frac{۱۰}{۳ + ۱} : y \geq ۳$ ج) $(۰/۵)$ $p - ۱$ یعنی راس تمام رئوس $y = ۱ \Rightarrow \Delta = p - ۱$ دیگر را احاطه می کند

