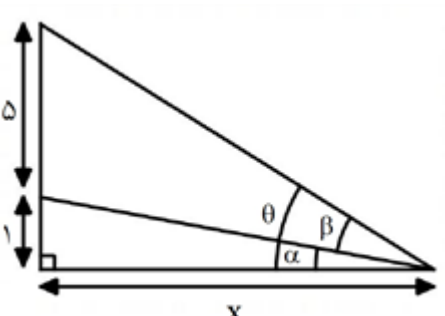
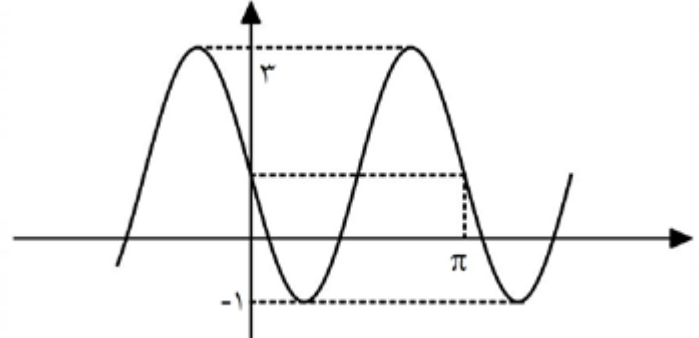
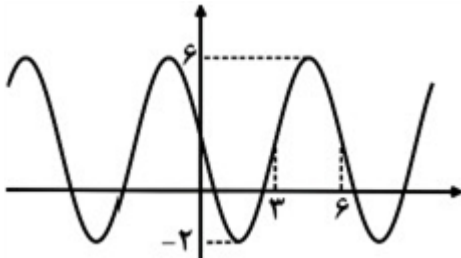
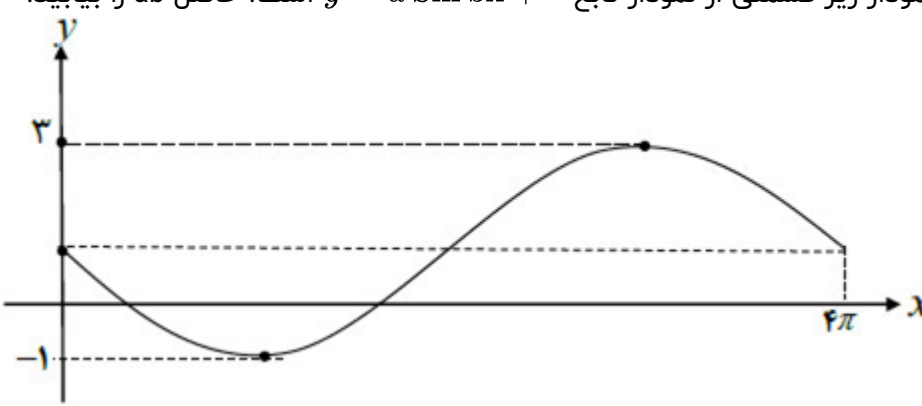


ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>جواب‌های معادله <math>\cos(2x) = \frac{1}{4}</math> را در بازه <math>(0, \pi)</math> به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\cos 2x = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ <p><math>(0, \pi) \rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}</math></p>	
۲	<p>اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع <math>y = a \sin(x) + c</math> به ترتیب ۹ و ۳ باشد.</p> <p>(الف) مقادیر <math> a </math> و <math>c</math> را بیابید.</p> <p>(ب) دوره تناوب تابع را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) <math> a  = \frac{\text{Max} - \text{Min}}{2} = \frac{9 - 3}{2} = 3</math></p> <p><math>c = \frac{\text{Max} + \text{Min}}{2} = \frac{9 + 3}{2} = 6</math></p> <p>ب) <math>T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{1} = 2\pi</math></p>	
۳	<p>نشان دهید در شکل زیر رابطه بین زاویه <math>\beta</math> و <math>x</math> به صورت زیر است:</p>  $\tan \beta = \frac{5x}{x^2 + 6}$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha} = \frac{\frac{5}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{5}{x} \cdot \frac{1}{x}} = \frac{\frac{4}{x}}{\frac{x^2 + 5}{x^2}} = \frac{4x}{x^2 + 5}$ <p>(اگر دانش‌آموز از مفهوم شیب و رابطه <math>\tan \beta = \left  \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right </math> در حل مسئله استفاده کند، بarm این قسمت تعلق گیرد.)</p>	

	<p>معادله <math>\sin^2 x = \sin x</math> را حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ روش اول:</p> $\begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ <p><math>\sin^2 x \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (\sin^2 x - 1) = 0</math></p> <p>روش دوم:</p> $\begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$	۴
	<p>نمودار داده شده در شکل مقابل مربوط به تابع با ضابطه <math>y = a \sin bx + c</math> است. با فرض <math>a &gt; 0</math>، مقادیر <math>a</math>، <math>b</math> و <math>c</math> را به دست آورید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\begin{cases} c = 1 \\  a  = 2 \xrightarrow{a>0} a = 2 \end{cases}$ $T = \pi = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow  b  = 2 \xrightarrow{b<0} b = -2$	۵
	<p>جوابهای معادله مثلثاتی <math>\sin^4 x = 1</math> را به دست آورید. کدام جوابها در بازه <math>\left[0, \frac{\pi}{2}\right]</math> هستند؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\sin^4 x = \frac{1}{2} \Rightarrow 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{24}$ $4x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{24} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{24}, \frac{\pi}{24}$	۶
	<p>مقدار ماکزیمم تابع <math>f(x) = a \cos \frac{x}{2} + 3</math> برابر ۶ می‌باشد، <math> a </math> و دوره تناوب را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $ a  + 3 = 6 \Rightarrow  a  = 3$ $T = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$	۷

	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- فقط دو زاویه وجود دارد که مقدار کسینوس آن <math>\frac{2}{5}</math> باشد.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ نادرست</p>	۸
	<p>نمودار مقابل مربوط به تابعی با ضابطه <math>y = a \sin(bx) + c</math> است.</p> <p>با توجه به نمودار، ضابطه آن را بنویسید.</p>  <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $T = 6 \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 6 \Rightarrow  b  = \frac{\pi}{3}$ $\left. \begin{array}{l} \max = 6 \\ \min = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases}  a  + c = 6 \\ - a  + c = -2 \end{cases} \Rightarrow 2c = 4 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow  a  = 4$ $y = a \sin bx + c \Rightarrow y = -4 \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) + 2 \text{ (یا) } y = +4 \sin\left(-\frac{\pi}{3}x\right) + 2$	۹
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.</p> <p>- تابع تانژانت در بازه <math>(-\pi, \pi)</math>، تابعی صعودی است.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ نادرست</p>	۱۰
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.</p> <p>- دوره تناوب تابع <math>y = 5 \cos \frac{x}{2} + 1</math> برابر با <math>4\pi</math> است.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p>	۱۱
	<p>معادله مثلثاتی <math>\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x \cos x = 2</math> را حل کنید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\sin 2x = \sin \frac{\pi}{3}$ $\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$	۱۲

	<p>دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید.</p> $y = \sqrt{3} - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $T = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow T = 4 \quad \text{Max : }  a  + c = 1 + \sqrt{3}$ $\text{Min : } - a  + c = -1 + \sqrt{3}$	۱۳
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- خط <math>y = \frac{1}{2}</math>، نمودار تابع <math>y = \sin x</math> را در فاصله <math>[0, 2\pi]</math> در یک نقطه قطع می‌کند.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ نادرست</p>	۱۴
	<p>جواب‌های معادله مثلثاتی <math>4 \sin x + 2\sqrt{3} = 0</math> را در بازه <math>[0, 2\pi]</math> به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $4 \sin x + 2\sqrt{3} = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi + \frac{4\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \xrightarrow{[0, 2\pi]} \begin{cases} x = \frac{5\pi}{3} \\ x = \frac{4\pi}{3} \end{cases}$	۱۵
	<p>جواب(های) معادله مثلثاتی <math>\cos 2x - \cos x = 0</math> را در بازه <math>(0, \pi)</math> مشخص کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\cos 2x = \cos x \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}$	۱۶
	<p>نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع <math>y = a \sin bx + 1</math> است. حاصل <math>ab</math> را بیابید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\frac{2\pi}{ b } = 4\pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$ $ a  = \frac{3 - (-1)}{2} = 2 \Rightarrow a = \pm 2$ <p>با توجه به نمودار تابع، <math>ab</math> باید عدد منفی شود بنابراین <math>ab = -1</math></p>	۱۷

معادله  $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$  را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

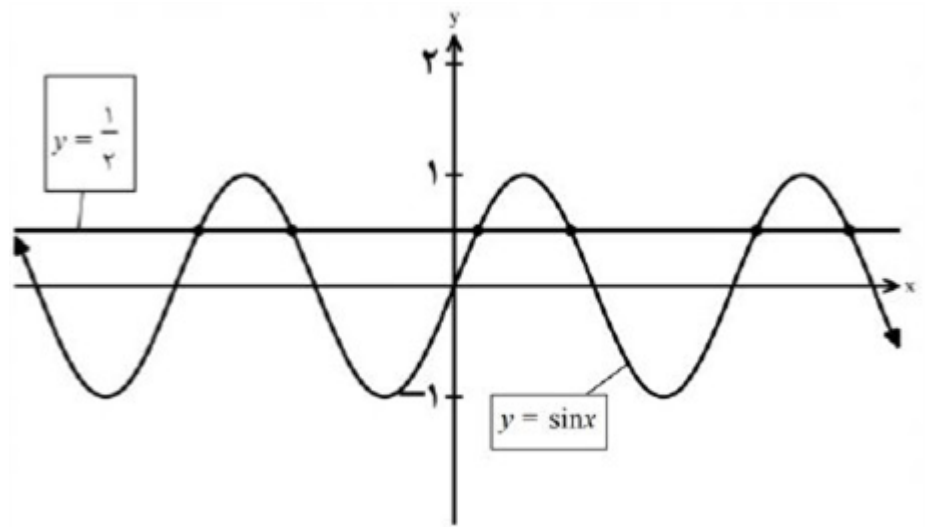
$$2 \sin x \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} = \sin \left( \frac{\pi}{6} \right)$$

پاسخ: ۱

۱۸

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{12} \\ x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

نمودار تابع  $y = \sin x$  با ضابطه  $y = \frac{1}{2}$  در دستگاه زیر، رسم شده است. طول نقاط برخورد آنها را بیابید.



۱۹

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

پاسخ: ۱

معادله مثلثاتی  $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$  را در بازه  $0 \leq x \leq \pi$  حل کنید.

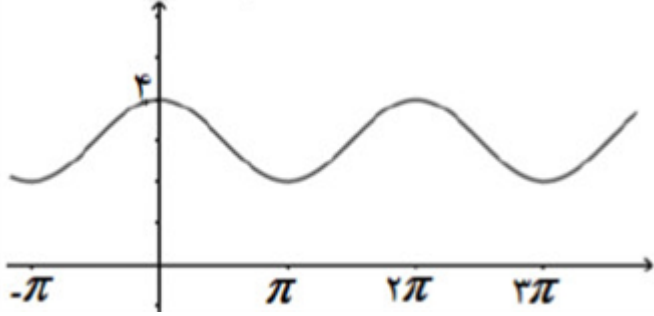
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

$$2 \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x (2 \cos x - 1) = 0$$

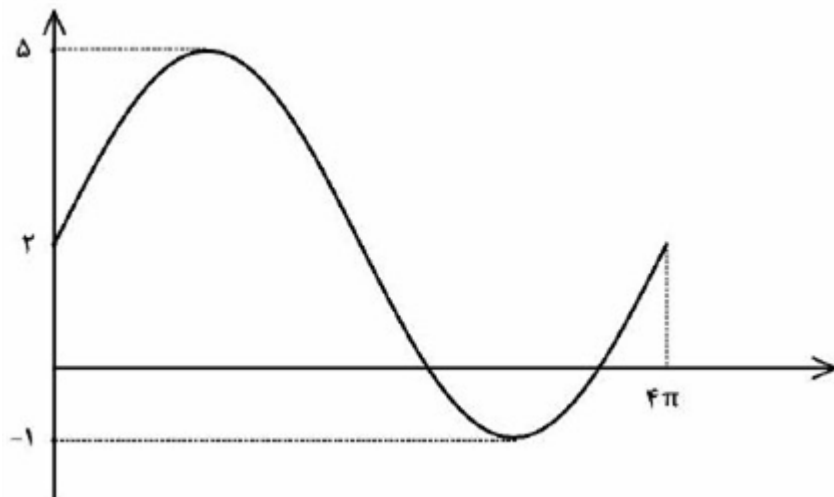
پاسخ: ۱

۲۰

$$\begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

	<p>نمودار تابع <math>f(x) = a + \cos bx</math> به صورت مقابل است. حاصل <math>a + b</math> را به دست آورید. (<math>b &gt; 0</math>)</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\text{Max} = 4 \Rightarrow a + 1 = 4 \Rightarrow a = 3$ $T = 2\pi : \frac{2\pi}{ b } = 2\pi \Rightarrow  b  = 1 \Rightarrow b = 1 \quad a = 3 \quad a + b = 4$	۲۱
	<p>معادله مقابل را حل کنید.</p> $\cos 2x - 3 \sin x + 4 = 0$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> $1 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 4 = 0 \Rightarrow -2 \sin^2 x - 3 \sin x + 5 = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{5}{2} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$	۲۲
	<p>دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع <math>y = 3 \cos(\pi x) + 2</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{ \pi } = 2$ $\max =  a  + c = 5 \quad \min = - a  + c = -1$	۲۳

نمودار داده شده مربوط به تابعی با ضابطه  $y = a \sin bx + c$  است. مقادیر  $a$  و  $b$  و  $c$  را محاسبه کنید و ضابطه آن را مشخص نمایید.



۲۴

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

$$\begin{cases} |a| + c = 5 \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow c = 2, a = \pm 3$$

پاسخ: ۱

$$4\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow y = 3 \sin \frac{x}{2} + 2, y = -3 \sin \left(-\frac{x}{2}\right) + 2$$

معادله مثلثاتی  $2 \cos^2 x + \cos x = 0$  را حل کنید.

۲۵

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\cos x (2 \cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

پاسخ: ۱

معادله مثلثاتی  $\sin^2 x = \sin x$  را حل کنید.

۲۶

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

$$\sin^2 x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \Rightarrow x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

پاسخ: ۱

درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
- تابع تانژانت در هر بازه‌ای که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.

۲۷

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۱ درست

معادله‌ی یک تابع سینوسی  $y = a \sin (bx) + c$  را بنویسید که برد آن  $[-4, 4]$  و دوره تناوب آن ۲ است.

۲۸

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

$$|b| = \frac{2\pi}{2} = \pi \Rightarrow b = \pm \pi$$

$$\Rightarrow y = \pm 4 \sin (\pm \pi x)$$

$$|a| = \frac{4 - (-4)}{2} = 4 \Rightarrow a = \pm 4$$

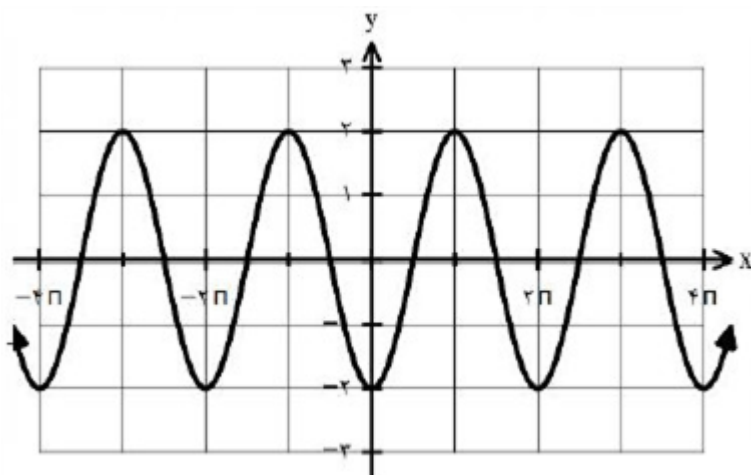
$$c = \frac{4 + (-4)}{2} = 0$$

پاسخ: ۱

	<p>معادله مثلثاتی <math>\sin^2 x - \cos x = 0</math> را حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\sin^2 x - \cos x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$ <p><math>k \in \mathbb{Z}</math></p>	۲۹
	<p>جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.</p> <p>- دوره تناوب تابع <math>y = \sqrt{2} \sin\left(\frac{-\pi}{2}x\right) + 2</math> برابر ..... است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱ ۴</p>	۳۰
	<p>ضابطه تابعی به فرم <math>y = a \cos bx + c</math> را بنویسید که دوره تناوب آن ۲ و مقدار ماکزیمم آن ۴ و مقدار مینیمم آن ۲- باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\frac{2\pi}{ b } = 2 \Rightarrow  b  = \pi \Rightarrow \begin{cases}  a  + c = 4 \\ - a  + c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases}  a  = 3 \\ c = 1 \end{cases}$ <p>هریک از توابع <math>y = -3 \cos(\pi x) + 1</math> یا <math>y = 3 \cos(\pi x) + 1</math> یا <math>y = 3 \cos(-\pi x) + 1</math> یا <math>y = -3 \cos(-\pi x) + 1</math> نوشته شود مورد قبول است.</p>	۳۱
	<p>معادله مثلثاتی <math>\cos^2 x - \sin x + 1 = 1</math> را حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\cos^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$	۳۲



نمودار زیر برای تابعی با ضابطه  $f(x) = a \cos bx + c$  است. با دقت به شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن را مشخص کنید.



۳۳

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

$$|a| = \frac{2 - (-2)}{2} = 2 \Rightarrow a = -2$$

$$|b| = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \Rightarrow b = 1 \quad f(x) = -2 \cos x$$

$$c = \frac{2 + (-2)}{2} = 0$$

پاسخ: ۱

مثلثی با مساحت  $8\sqrt{2}$  سانتی‌متر مربع مفروض است. اگر اندازه‌ی دو ضلع این مثلث به ترتیب ۴ و ۸ سانتی‌متر باشند، آن‌گاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 8 \sin \theta = 8\sqrt{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta = 45^\circ, \theta = 135^\circ$$

دو مثلث می‌توان رسم کرد.

۳۴

پاسخ: ۱

معادله‌ی یک تابع سینوسی  $y = a \sin(bx) + c$  را بنویسید که مقدار ماکزیمم آن ۵ و مقدار مینیمم آن -۱ و دوره‌ی تناوب آن  $8\pi$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

$$|a| = \frac{5 - (-1)}{2} = 3 \Rightarrow a = \pm 3, c = \frac{5 + (-1)}{2} = 2$$

$$|b| = \frac{2\pi}{8\pi} = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{4} \quad y = \pm 3 \sin\left(\pm \frac{1}{4}x\right) + 2$$

پاسخ: ۱

۳۵

معادله  $2 \sin x \cos x + 3 \cos x = 0$  را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

$$\cos x (2 \sin x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

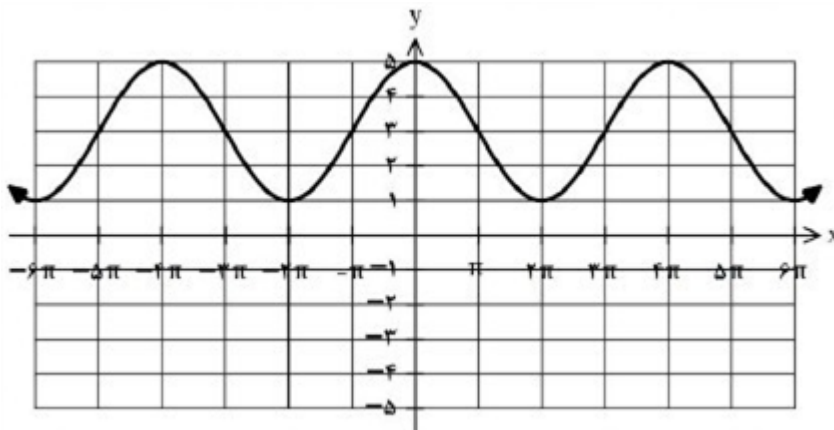
$$\sin x = -\frac{3}{2} \text{ قابل قبول نیست}$$

پاسخ: ۱

۳۶

دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 9 - 2\pi \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ را محاسبه کنید.	۳۷	پاسخ: ۱	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰ $\max =  a  + c =  -2\pi  + 9 = 2\pi + 9$ $\min = - a  + c = - -2\pi  + 9 = -2\pi + 9$ $T = \frac{2\pi}{\left \frac{1}{3}\right } = 6\pi$
درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - در بازه $2\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ مقدار $\operatorname{tg} \theta$ از مقدار $\sin \theta$ کوچکتر است.	۳۸	پاسخ: ۱ درست	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰
معادله مثلثاتی $\cos^2 x = \sin x - 1$ را حل کنید.	۳۹	پاسخ: ۱	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰ $-2 \sin^2 x - \sin x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{-3}{2} \text{ غ ق ق} \end{cases}$
ضابطه تابع مثلثاتی سینوس با دوره تناوب ۳ و مقادیر ماکزیمم ۵ و مینیمم ۳ بنویسید.	۴۰	پاسخ: ۱	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰ $ b  = \frac{2\pi}{3}$ $ a  = 1, c = 4 \Rightarrow y = \sin \frac{2\pi}{3}x + 4$ یا $y = -\sin \frac{2\pi}{3}x + 4$ تنها نوشتن یکی از ضابطه‌های بالا کافی است.
جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. - برد تابع تانژانت $y = \operatorname{tg} x$ برابر ..... است.	۴۱	پاسخ: ۱ R	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰
معادله‌ی مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کنید.	۴۲	پاسخ: ۱	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰ $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه  $y = a \cos bx + c$  است. با توجه به نمودار، ضابطه آن را مشخص کنید.



۴۳

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

$$c = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

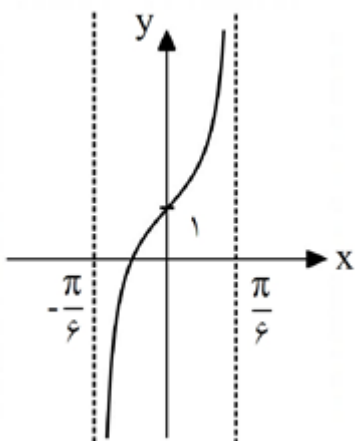
پاسخ: ۱

$$|a| = \frac{5 - 1}{2} = 2 \quad a > 0, a = 2$$

$$b = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 3$$

$$\Rightarrow y = 2 \cos\left(-\frac{x}{2}\right) + 3 \quad \text{یا}$$

نمودار  $y = a + \tan(bx)$  به صورت زیر است.  $a, b$  را به دست آورید.



۴۴

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

$$T = \frac{\pi}{6} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow T = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

پاسخ: ۱

$$\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow b = 3$$

تابع از نقطه  $A(0, 1)$  می‌گذرد. بنابراین داریم:

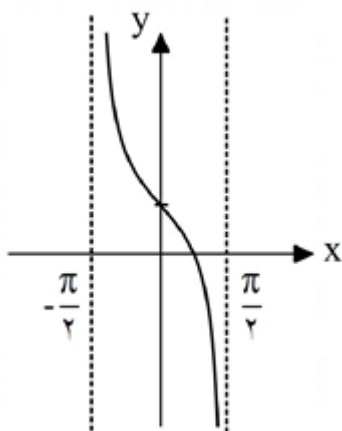
$$y = a + \tan(3x) \xrightarrow{A(0,1)} 1 = a + \tan(0) \Rightarrow a = 1$$

نمودار تابع  $y = 1 + \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$  را در بازه  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  رسم کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\tan \theta \Rightarrow y = 1 + \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 1 - \tan x$$

پاسخ: ۱

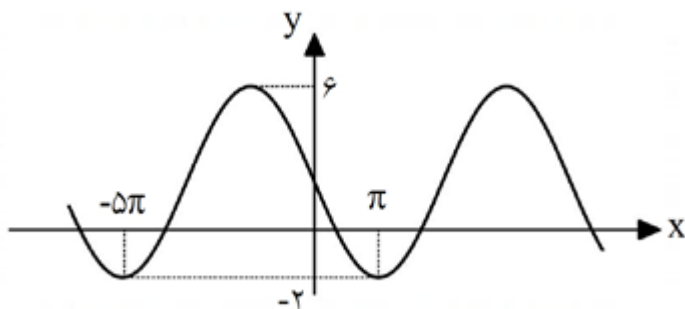


۴۵

نمودار  $f(x) = a \sin(bx) + c$  با فرض  $a < 0$  به صورت زیر است:

الف)  $a$ ،  $b$  و  $c$  به دست آورید.

ب) مقدار  $f\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)$  را تعیین کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

$$\max = |a| + c = 6$$

$$\min = -|a| + c = -2 \Rightarrow 2c = 4 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow |a| = 4 \Rightarrow a = -4$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = -4 \sin\left(\frac{x}{2}\right) + 2$$

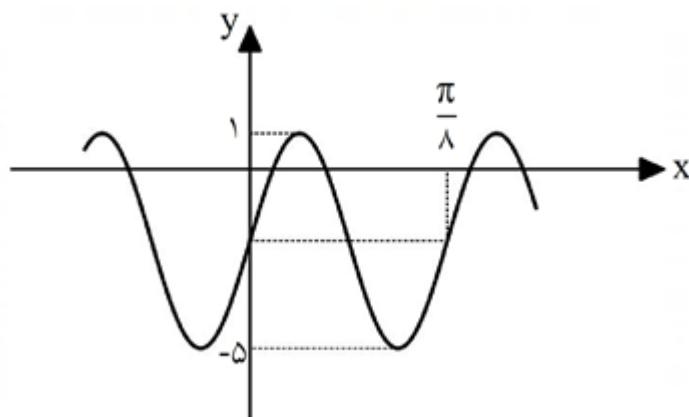
$$f\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right) = -4 \sin\left(\frac{\sqrt{\pi}}{4}\right) + 2 = -4 \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) + 2 = 4 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + 2$$

$$\Rightarrow 4\left(\frac{1}{2}\right) + 2 = 2 + 2 = 4$$

پاسخ: ۱

۴۶

نمودار داده شده در شکل زیر مربوط به تابع با ضابطه  $y = a \sin(bx) + c$  است؟  
الف)  $a$ ،  $b$  و  $c$  را به دست آورید.  
ب) مقدار  $f\left(\frac{\pi}{24}\right)$  را تعیین کنید.



۴۷

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c = 1 \\ \min &= -|a| + c = -5 \Rightarrow 2c = -4 \Rightarrow c = -2 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow a = 3 \end{aligned}$$

پاسخ: ۱ الف)

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |b| = 16 \Rightarrow b = 16$$

$$y = 3 \sin(16x) - 2$$

ب)

$$f\left(\frac{\pi}{24}\right) = 3 \sin\left(16 \times \frac{\pi}{24}\right) - 2 = 3 \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) - 2 = 3 \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) - 2$$

$$\Rightarrow y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - 2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} - 2$$

معادله زیر را حل کنید.

$$2 - 3 \sin x = \cos 2x$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

$$2 - 3 \sin x = \cos 2x \Rightarrow 2 - 3 \sin x = 1 - 2 \sin^2 x \Rightarrow 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$$

پاسخ: ۱

۴۸

$$\begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

	<p>دوره تناوب <math>f(x) = \frac{3}{2} - \sin\left(\frac{ax}{5}\right)</math> برابر <math>\frac{\pi}{4}</math> است. <math>(a &gt; 0)</math></p> <p>الف) <math>a</math> را به دست آورید.</p> <p>ب) دوره تناوب <math>g(x) = 2 - \tan\left(\frac{10x}{a}\right)</math> را محاسبه کنید.</p>	
	<p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف)</p> $T_1 = \frac{2\pi}{\frac{a}{5}} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{10\pi}{a} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow a = 40$ <p>ب)</p> $g(x) = 2 - \tan\left(\frac{10x}{a}\right) \xrightarrow{a=40} g(x) = 2 - \tan\left(\frac{x}{4}\right) \Rightarrow T_2 = \frac{\pi}{\frac{1}{4}} = 4\pi$	۴۹
	<p>معادله زیر را حل کنید.</p> $\cos 2x = 5 \cos(x) - 4$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\cos 2x = 5 \cos(x) - 4 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 = 5 \cos x - 4$ $\Rightarrow 2 \cos^2 x - 5 \cos x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{3}{2} \\ \cos x = 1 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$ $\cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$	۵۰
	<p>اگر ماکزیمم و مینیمم تابع <math>y = a \sin(2x) + c</math> به ترتیب ۱۲ و ۲ باشد:</p> <p>الف) مقادیر <math> a </math> و <math>c</math> را بیابید.</p> <p>ب) دوره تناوب تابع را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف)</p> $\begin{aligned} \max &=  a  + c \\ \min &= - a  + c \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases}  a  + c = 12 \\ - a  + c = 2 \end{cases} \Rightarrow 2c = 14 \Rightarrow c = 7$ $\xrightarrow{c=7}  a  + 7 = 12 \Rightarrow  a  = 5$ <p>ب)</p> $T = \frac{2\pi}{ b } \xrightarrow{b=2} T = \frac{2\pi}{2}$	۵۱

معادله  $\cos(\delta x) = \sin x$  را حل کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

$$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

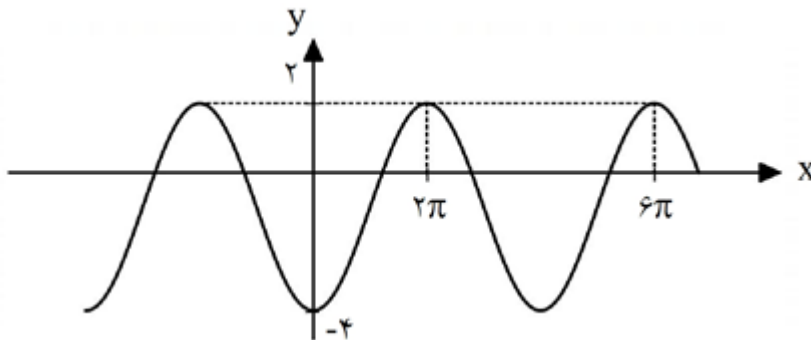
پاسخ: ۱

۵۲

$$\cos(\delta x) = \sin x \Rightarrow \cos(\delta x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow \delta x = 2k\pi \pm \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\begin{cases} \delta x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow \delta x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ \delta x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow \delta x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

نمودار داده شده در شکل زیر مربوط به تابع با ضابطه  $y = a \cos(bx) + c$  است. با فرض  $b > 0$  مقادیر  $a$ ،  $b$  و  $c$  را به دست آورید.



۵۳

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

$$\max = |a| + c = 2$$

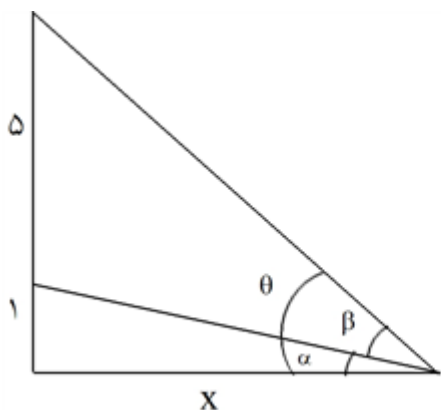
$$\min = -|a| + c = -4 \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow |a| = 3 \xrightarrow{a < 0} a = -3$$

پاسخ: ۱

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$y = -3 \cos\left(\frac{x}{2}\right) - 1$$

نشان دهید در شکل زیر رابطه بین زاویه  $\beta$  و  $x$  به صورت زیر است:



$$\tan \beta = \frac{5x}{x^2 + 6}$$

۵۴

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

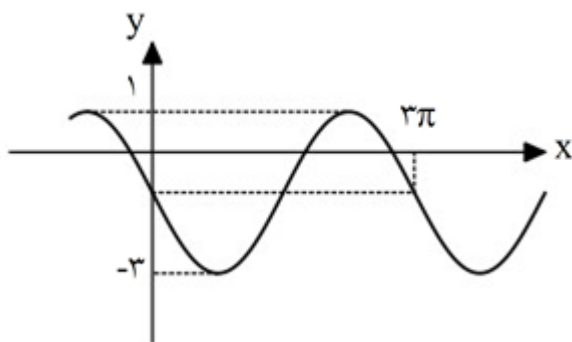
پاسخ: ۱

$$\tan \alpha = \frac{1}{x}$$

$$\tan \theta = \frac{6}{x}$$

$$\tan \beta = \tan (\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \cdot \tan \alpha} = \frac{\frac{6}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{6}{x} \times \frac{1}{x}} = \frac{\frac{5}{x}}{\frac{x^2 + 6}{x^2}} \Rightarrow \tan \beta = \frac{5x}{x^2 + 6}$$

نمودار داده شده در شکل زیر مربوط به تابع با ضابطه  $y = a \sin (bx) + c$  است. با فرض  $a < 0$ ، مقادیر  $a$ ،  $b$  و  $c$  را به دست آورید.



۵۵

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

پاسخ: ۱

$$\max = |a| + c = 1$$

$$\min = -|a| + c = -3 \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow |a| = 2 \xrightarrow{a < 0} a = -2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 3\pi \Rightarrow |b| = \frac{2}{3} \Rightarrow b = \frac{2}{3}$$

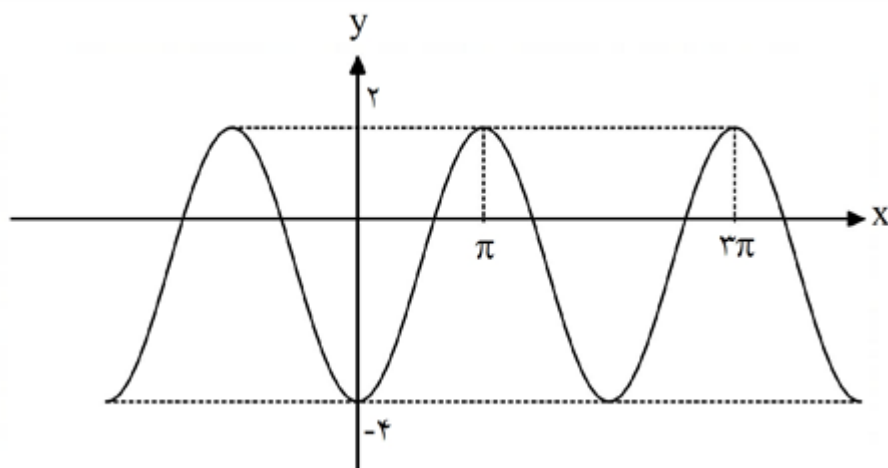
$$y = -2 \sin \left( \frac{2}{3}x \right) - 1$$



	<p>معادلهٔ مثلثاتی زیر را حل کنید.</p> $4 \cos^2(3x) - 3 = 0$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $4 \cos^2(3x) - 3 = 0 \Rightarrow \cos^2(3x) = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos(3x) = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos(3x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos(3x) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow 3x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{18}$ $\cos(3x) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos(3x) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow 3x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \pm \frac{5\pi}{18}$ $(k \in \mathbb{Z})$	۵۶
	<p>اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع <math>y = a \cos\left(\frac{x}{5}\right) + c</math> به ترتیب ۵ و -۳ باشد:</p> <p>الف) مقادیر <math> a </math> و <math>c</math> را بیابید. ب) دورهٔ تناوب تابع را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\begin{aligned} \text{Max} &=  a  + c \\ \text{Min} &= - a  + c \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases}  a  + c = 5 \\ - a  + c = -3 \end{cases} \Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1$ $\xrightarrow{c=1}  a  + 1 = 5 \Rightarrow  a  = 4$ $T = \frac{2\pi}{ b } \xrightarrow{b=\frac{1}{5}} T = \frac{2\pi}{\frac{1}{5}} = 10\pi$	۵۷
	<p>معادله مثلثاتی زیر را حل کنید.</p> $2 \cos^2(x) + 11 \cos(x) + 5 = 0$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $2 \cos^2(x) + 11 \cos(x) + 5 = 0 \Rightarrow (2 \cos x + 1)(\cos x + 5) = 0$ $2 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$ $\cos x + 5 = 0 \Rightarrow \cos x = -5 \quad \text{غ ق ق غ}$	۵۸
	<p>معادلهٔ مثلثاتی زیر را حل کنید.</p> $4 \sin^2(5x) - 1 = 0$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $4 \sin^2(5x) - 1 = 0 \Rightarrow \sin^2(5x) = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin(5x) = \pm \frac{1}{2}$ $\sin(5x) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin(5x) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \begin{cases} 5x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{30} \\ 5x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{6} \end{cases}$ $\sin(5x) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin(5x) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \begin{cases} 5x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} - \frac{\pi}{30} \\ 5x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{7\pi}{30} \end{cases}$ $(k \in \mathbb{Z})$	۵۹

	<p>معادله مثلثاتی زیر را حل کنید.</p> $2 \sin^2(x) - 15 \sin(x) + 7 = 0$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم</p> $2 \sin^2(x) - 15 \sin(x) + 7 = 0 \Rightarrow (2 \sin x - 1)(\sin x - 7) = 0$ $\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ <p>خ ق ق ق</p>	<p>۶۰</p> <p>پاسخ: ۱</p>
	<p>معادله مثلثاتی زیر را حل کنید.</p> $4 \sin^2(x) - 3 = 0$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم</p> $4 \sin^2(x) - 3 = 0 \Rightarrow \sin^2(x) = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases}$ $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{3} \end{cases}$ <p><math>(k \in \mathbb{Z})</math></p>	<p>۶۱</p> <p>پاسخ: ۱</p>
	<p>معادله مثلثاتی زیر را حل کنید.</p> $\tan(\Delta x) = \sqrt{3}$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم</p> $\tan(\Delta x) = \sqrt{3} \Rightarrow \Delta x = k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{\Delta} + \frac{\pi}{15} \quad (k \in \mathbb{Z})$	<p>۶۲</p> <p>پاسخ: ۱</p>
	<p>معادله مثلثاتی زیر را حل کنید.</p> $\tan^2 x = 1$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم</p> $\tan^2 x = 1 \Rightarrow \tan x = \pm 1$ $\begin{cases} \tan x = 1 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \\ \tan x = -1 \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4} \end{cases}$ <p><math>(k \in \mathbb{Z})</math></p>	<p>۶۳</p> <p>پاسخ: ۱</p>

اگر نمودار  $y = a \sin^2(bx) + c$  به صورت زیر باشد،  $a, b, c$  را حساب کنید ( $b > 0$ )



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دوازدهم

۶۴

پاسخ: ۱

$$\sin^2 \theta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\theta)$$

$$y = a \sin^2(bx) + c = a \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2bx) \right) + c = \frac{a}{2} - \frac{a}{2} \cos(2bx) + c$$

بنابراین برای تناوب داریم:

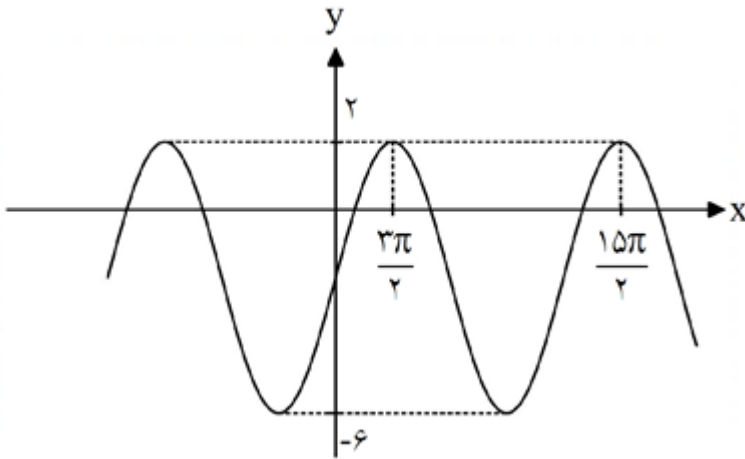
$$T = 2\pi - \pi \Rightarrow T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{2b} = \pi \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

تابع از نقاط  $A(0, -4)$  و  $B(\pi, 2)$  می‌گذرد. بنابراین با جاگذاری در خود تابع می‌توان  $a, c$  را حساب کرد.

$$A(0, -4) \Rightarrow a \sin^2(0) + c = -4 \Rightarrow c = -4$$

$$B(\pi, 2) \Rightarrow a \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right) - 4 = 2 \Rightarrow a - 4 = 2 \Rightarrow a = 6$$

نمودار تابع  $y = a \sin(bx) \cos(bx) + c$  به صورت زیر است. مقادیر  $a, b, c$  را حساب کنید. ( $b > 0$ )



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دوازدهم

$$\sin \theta \times \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$$

پاسخ: ۱

$$y = a \sin(bx) \cos(bx) + c \Rightarrow y = \frac{a}{2} \sin(2bx) + c$$

با توجه به نمودار صورت سؤال این تابع  $\sin$  با ضریب مثبت است. بنابراین:

$$\begin{cases} y_{\max} = \left| \frac{a}{2} \right| + c = 2 \\ y_{\min} = -\left| \frac{a}{2} \right| + c = -6 \end{cases} \Rightarrow 2c = -4 \Rightarrow c = -2$$

$$\xrightarrow{c=-2} \left| \frac{a}{2} \right| - 2 = 2 \Rightarrow \left| \frac{a}{2} \right| = 4 \xrightarrow{a>0} a = 8$$

$$T = \frac{15\pi}{2} - \frac{3\pi}{2} \Rightarrow T = 6\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{2b} = 6\pi \Rightarrow b = \frac{1}{6}$$

ضابطه تابعی سینوسی یا کسینوسی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده را بنویسید.

$$T = \frac{\pi}{4}, \max = 4, \min = -2$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

$$y_{\max} = |a| + c = 4$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -2$$

$$\Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow b = 8$$

$$y = a \sin(bx) + c \Rightarrow y = 3 \sin(8x) + 1$$

پاسخ: ۱

۶۶

دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع  $y = 5 - 3 \sin\left(\frac{x}{5}\right)$  را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

$$y_{\max} = |a| + c = 3 + 5 = 8$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -3 + 5 = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{5}} = 10\pi$$

پاسخ: ۱

۶۷

دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع  $y = 5 \cos(\sqrt{x}) - 1$  را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

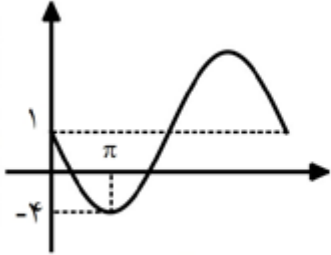
$$y_{\max} = |a| + c = 5 - 1 = 4$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -5 - 1 = -6$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\sqrt{x}}$$

۶۸ پاسخ: ۱

با توجه به نمودار داده شده جدول زیر را کامل کنید.



تناوب	می‌نیمم	ماکزیمم	ضابطه تابع

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

این یک تابع Sin با ضریب منفی است و مینیمم آن -۴ و با توجه به شکل ماکزیمم باید ۶ باشد یعنی ۵ واحد بالاتر از یک و یک چهارم تناوب  $\pi$  است در نتیجه تناوب  $4\pi$  است.

$$y_{\max} = |a| + c = 6$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -4$$

$$\Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow |a| = 5 \Rightarrow a = -5$$

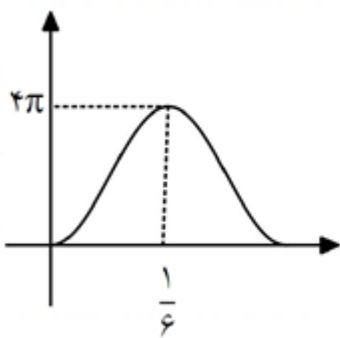
$$T = \frac{2\pi}{b} = 4\pi \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$y = -5 \sin\left(\frac{x}{2}\right) + 1$$

تناوب	می‌نیمم	ماکزیمم	ضابطه تابع
$4\pi$	-۴	۶	$y = -5 \sin\left(\frac{x}{2}\right) + 1$

۶۹ پاسخ: ۱

با توجه به نمودار داده شده جدول زیر را کامل کنید.



تناوب	می‌نیمم	ماکزیمم	ضابطه تابع

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

۷۰. پاسخ: ۱ این یک تابع Cos با ضریب منفی است. نصف تناوب  $\frac{1}{6}$  است، بنابراین تناوب  $\frac{1}{3}$  است.

$$y_{\max} = |a| + c = 4\pi$$

$$y_{\min} = -|a| + c = 0$$

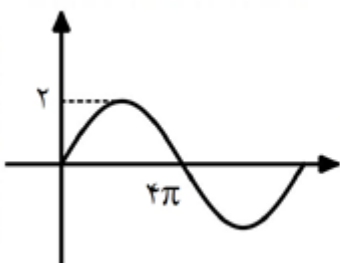
$$\Rightarrow 2c = 4\pi \Rightarrow c = 2\pi \Rightarrow |a| = 2\pi \Rightarrow a = -2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{b} = \frac{1}{3} \Rightarrow b = 6\pi$$

$$y = -2\pi \cos(6\pi x) + 2\pi$$

تناوب	می‌نیمم	ماکزیمم	ضابطه تابع
$\frac{1}{3}$	۰	$4\pi$	$y = -2\pi \cos(6\pi x) + 2\pi$

با توجه به نمودار داده شده جدول زیر را کامل کنید.



تناوب	می‌نیمم	ماکزیمم	ضابطه تابع

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

۷۱. پاسخ: ۱ این یک تابع Sin با ضریب مثبت است. چون از مبدأ آغاز شده و ماکزیمم ۲ است. بنابراین مینیمم -۲ است. نصف تناوب  $4\pi$  شده، بنابراین تناوب  $8\pi$  است.

$$y_{\max} = |a| + c = 2$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -2$$

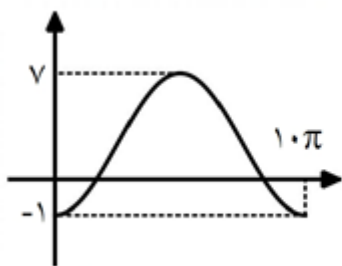
$$\Rightarrow 2c = 0 \Rightarrow c = 0 \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{b} = 8\pi \Rightarrow b = \frac{1}{4}$$

$$y = 2 \sin\left(\frac{x}{4}\right)$$

تناوب	می‌نیمم	ماکزیمم	ضابطه تابع
$8\pi$	-۲	۲	$y = 2 \sin\left(\frac{x}{4}\right)$

با توجه به نمودار داده شده جدول زیر را کامل کنید.



ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

پاسخ: ۱ این یک تابع Cos با ضریب منفی است.

۷۲

$$y_{\max} = |a| + c = 7$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -1$$

$$\Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow |a| = 4 \Rightarrow a = -4$$

$$T = \frac{2\pi}{b} = 10\pi \Rightarrow b = \frac{1}{5}$$

$$y = -4 \cos\left(\frac{x}{5}\right) + 3$$

ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب
$y = -4 \cos\left(\frac{x}{5}\right) + 3$	7	-1	$10\pi$

ضابطه تابعی سینوسی یا کسینوسی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده، بنویسید.

$$T = 10, \max = 6\pi, \min = -2\pi$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

$$y_{\max} = |a| + c = 6\pi$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -2\pi$$

$$\Rightarrow 2c = 4\pi \Rightarrow c = 2\pi \Rightarrow |a| = 4\pi \Rightarrow a = 4\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 10 \Rightarrow b = \frac{\pi}{5}$$

$$y = a \sin(bx) + c \Rightarrow y = 4\pi \sin\left(\frac{\pi}{5}x\right) + 2\pi$$

پاسخ: ۱

۷۳

ضابطه تابعی سینوسی یا کسینوسی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده، بنویسید.

$$T = \frac{\pi}{2}, \max = 7, \min = -1$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

$$y_{\max} = |a| + c = 7$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -1$$

$$\Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow |a| = 4 \Rightarrow a = 4$$

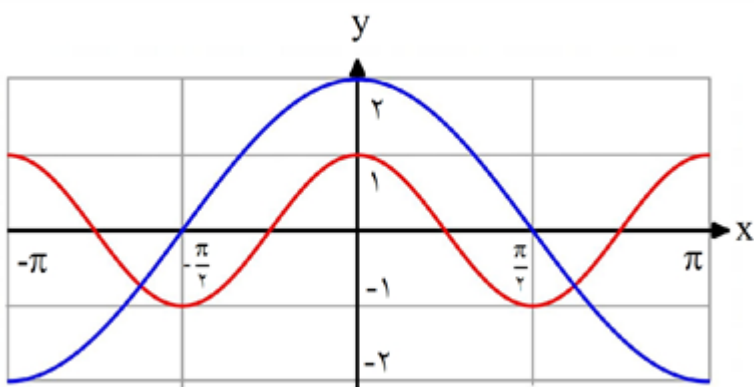
$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = 4$$

$$y = a \sin(bx) + c \Rightarrow y = 4 \sin(4x) + 3$$

پاسخ: ۱

۷۴

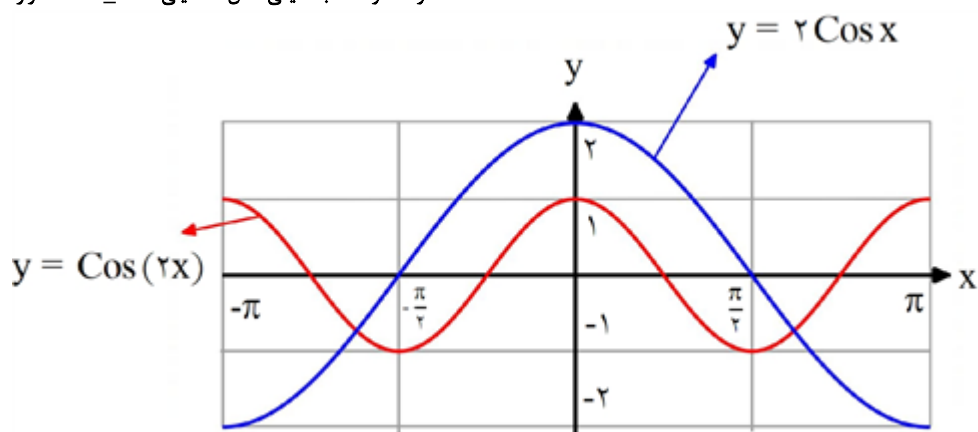
در شکل زیر نمودارهای توابع با ضابطه‌های  $y = \cos(x)$  و  $y = 2 \cos x$  در بازه  $[-\pi, \pi]$  مشخص کنید.



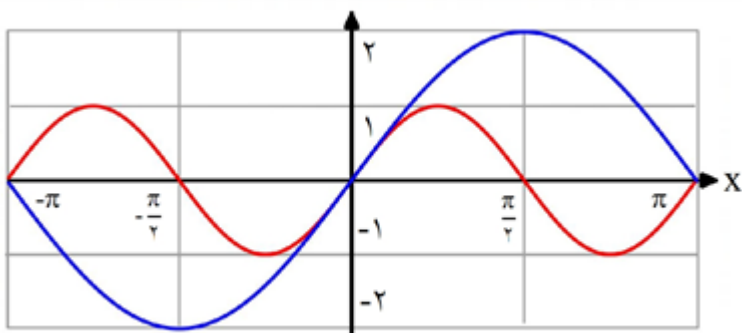
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

۷۵

پاسخ: ۱



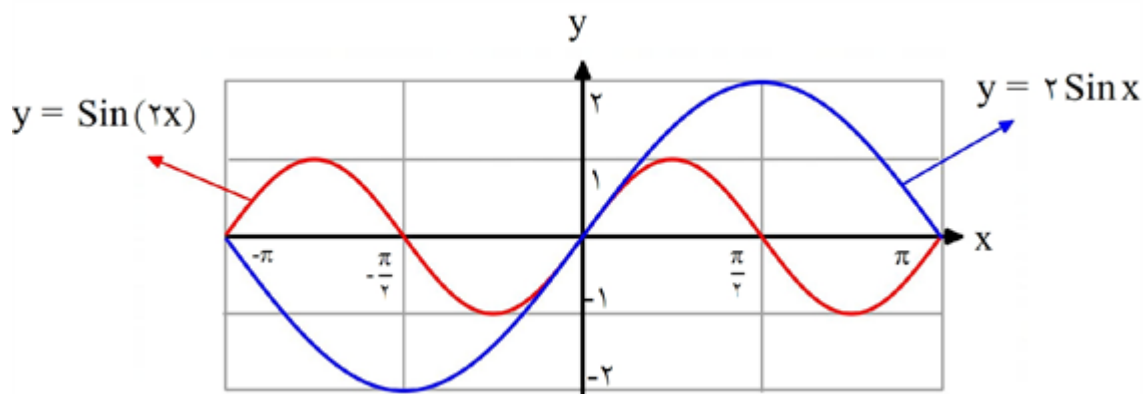
در شکل زیر نمودارهای  $y = \sin(x)$  و  $y = 2 \sin x$  را در بازه  $[-\pi, \pi]$  مشخص کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

۷۶

پاسخ: ۱





$$\cos \frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \frac{1}{2}x = \cos \left( \frac{\pi}{3} \right) \Rightarrow \frac{1}{2}x = \frac{k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

$$\xrightarrow{(\cdot, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{الف) } |a| = \frac{\text{Max} - \text{Min}}{2} = \frac{9 - 3}{2} = 3$$

$$c = \frac{\text{Max} + \text{Min}}{2} = \frac{9 + 3}{2} = 6$$

$$\text{ب) } T = \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{\frac{1}{2}} = 2\pi$$

$$\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha} = \frac{\frac{6}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{6}{x}} = \frac{\frac{5}{x}}{\frac{x+6}{x}} = \frac{5x}{x^2 + 6x}$$

(اگر دانش‌آموز از مفهوم شیب و رابطه  $\tan \beta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$  در حل مسئله استفاده کند، بارم این قسمت تعلق گیرد.)

گیرد.)

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x = \frac{k\pi}{2} + x \\ \frac{1}{2}x = \frac{k\pi}{2} + \pi - x \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

روش اول:

$$\frac{1}{2} \sin x \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x \left( \frac{1}{2} \cos x - 1 \right) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

روش دوم:

$$\begin{cases} c = 1 \\ |a| = 2 \xrightarrow{a > 0} a = 2 \end{cases}$$

$$T = \pi = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 1 \xrightarrow{b < 0} b = -1$$

$$\sin \frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{k\pi}{3} + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$$

$$|a| + 3 = 6 \Rightarrow |a| = 3$$

$$T = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{\pi}{\frac{1}{2}} = 2\pi$$

نادرست

$$T = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |b| = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} \max = 3 \\ \min = -3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |a| + c = 3 \\ -|a| + c = -3 \end{array} \right. \Rightarrow c = 3 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow |a| = 3$$

$$y = a \sin bx + c \Rightarrow y = -3 \sin \left( \frac{\pi}{3} x \right) + 3 \Rightarrow y = -3 \sin \left( \frac{\pi}{3} x \right) + 3$$

نادرست ۹

درست ۱۰

۱۱

$$\sin \frac{\pi}{3} x = \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{3} x = \frac{\pi}{3} k\pi + \frac{\pi}{3} \\ \frac{\pi}{3} x = \frac{\pi}{3} k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = k\pi + \frac{2\pi}{3} \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$T = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow T = 3 \quad \text{Max: } |a| + c = 1 + \sqrt{3}$$

$$\text{Min: } -|a| + c = -1 + \sqrt{3}$$

۱۲

نادرست ۱۳

$$3 \sin x + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin x = \sin \left( -\frac{\pi}{3} \right)$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} k\pi - \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} k\pi + \frac{2\pi}{3} \end{array} \right. \quad (k \in \mathbb{Z}) \xrightarrow{[0, \pi]} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3} \end{array} \right.$$

۱۴

$$\cos \frac{\pi}{3} x = \cos x \Rightarrow \frac{\pi}{3} x = \frac{\pi}{3} k\pi \pm x \Rightarrow x = \frac{\pi k\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

۱۵

$$\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow b = \pm 3$$

۱۶

$$|a| = \frac{3 - (-1)}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow a = \pm \frac{4}{3}$$

با توجه به نمودار تابع،  $ab = -1$  باید عدد منفی شود بنابراین

$$\frac{\pi}{3} \sin x \cos x = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{3} x = \frac{1}{3} = \sin \left( \frac{\pi}{3} \right)$$

۱۷

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{3} x = \frac{\pi}{3} k\pi + \frac{\pi}{3} \\ \frac{\pi}{3} x = \frac{\pi}{3} k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = k\pi + \frac{2\pi}{3} \end{array} \right. \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} k\pi + \frac{2\pi}{3} \end{array} \right. \quad (k \in \mathbb{Z})$$

۱۸

$$\sqrt{2} \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x (\sqrt{2} \cos x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\max = 5 \Rightarrow a + 1 = 5 \Rightarrow a = 4$$

$$T = \sqrt{\pi} : \frac{\sqrt{\pi}}{|b|} = \sqrt{\pi} \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = 1 \quad a = 2 \quad a + b = 3$$

$$1 - \sqrt{2} \sin^2 x - 2 \sin x + 1 = 0 \Rightarrow -\sqrt{2} \sin^2 x - 2 \sin x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{وقتی که} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$T = \frac{\sqrt{\pi}}{|b|} = \frac{\sqrt{\pi}}{|\pi|} = \sqrt{\pi}$$

$$\max = |a| + c = 5 \quad \min = -|a| + c = -1$$

$$\begin{cases} |a| + c = 5 \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow c = 2, a = \pm 3$$

$$\sqrt{\pi} = \frac{\sqrt{\pi}}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{\sqrt{\pi}} \Rightarrow y = \sqrt{2} \sin \frac{x}{\sqrt{\pi}} + 2, y = -\sqrt{2} \sin \left( -\frac{x}{\sqrt{\pi}} \right) + 2$$

$$\cos x (\sqrt{2} \cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sqrt{2} \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$\sin \sqrt{x} = \sin x \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 2k\pi + x \Rightarrow x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{x} = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{4k\pi}{\sqrt{x}} + \frac{\pi}{\sqrt{x}}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$|b| = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}} = \pi \Rightarrow b = \pm \pi$$

$$\Rightarrow y = \pm \sqrt{2} \sin (\pm \pi x)$$

$$|a| = \frac{5 - (-5)}{\sqrt{2}} = 5 \Rightarrow a = \pm 5$$

$$c = \frac{5 + (-5)}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\sqrt{2} \sin x \cos x - \cos x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}, x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

۲۰

۲۱

۲۲

۲۳

۲۴

۲۵

۲۶

۲۷ درست

۲۸

۲۹

۴ ۳۰

$$\frac{2\pi}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = \pi \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 4 \\ -|a| + c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} |a| = 3 \\ c = 1 \end{matrix}$$

هریک از توابع  $y = -3 \cos(\pi x) + 1$  یا  $y = 3 \cos(\pi x) + 1$  یا  $y = 3 \cos(-\pi x) + 1$  نوشته شود مورد قبول است.

$$2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

$$|a| = \frac{2 - (-2)}{2} = 2 \Rightarrow a = -2$$

$$|b| = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \Rightarrow b = 1 \quad f(x) = -2 \cos x$$

$$c = \frac{2 + (-2)}{2} = 0$$

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 8 \sin \theta = 8\sqrt{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta = 45^\circ, \theta = 135^\circ$$

دو مثلث می‌توان رسم کرد.

$$|a| = \frac{5 - (-1)}{2} = 3 \Rightarrow a = \pm 3, c = \frac{5 + (-1)}{2} = 2$$

$$|b| = \frac{2\pi}{8\pi} = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{4} \quad y = \pm 3 \sin\left(\pm \frac{1}{4}x\right) + 2$$

$$\cos x(2 \sin x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

$$\sin x = \frac{-3}{2} \text{ قابل قبول نیست}$$

$$\max = |a| + c = |-2\pi| + 9 = 2\pi + 9$$

$$\min = -|a| + c = -|-2\pi| + 9 = -2\pi + 9$$

$$T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{3}\right|} = 6\pi$$

درست ۳۸

$$-2 \sin^2 x - \sin x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{-3}{2} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۳۹

$$|b| = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$|a| = 1, c = \sqrt{3} \Rightarrow y = \sin \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3} \text{ یا } y = -\sin \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$$

تنها نوشتن یکی از ضابطه‌های بالا کافی است.

R ۴۰

$$\sin \frac{\sqrt{3}}{3}x = \frac{\sqrt{3}}{3} = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{3}x = \frac{\sqrt{3}}{3}k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{\sqrt{3}}, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\sqrt{3}}{3}x = \frac{\sqrt{3}}{3}k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{2\pi}{\sqrt{3}}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۴۱

$$c = \frac{5+1}{2} = 3$$

۴۲

$$|a| = \frac{5-1}{2} = 2 \quad a > 0, a = 2$$

$$b = \frac{\sqrt{3}\pi}{\sqrt{3}\pi} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow y = \sqrt{3} \cos\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + 3$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{3} \cos\left(-\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + 3 \quad \text{یا}$$

$$T = \frac{\pi}{\frac{\pi}{3}} - \left(-\frac{\pi}{\frac{\pi}{3}}\right) \Rightarrow T = \frac{\pi}{\frac{\pi}{3}} + \frac{\pi}{\frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3}\pi}{\frac{\pi}{3}} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}$$

۴۳

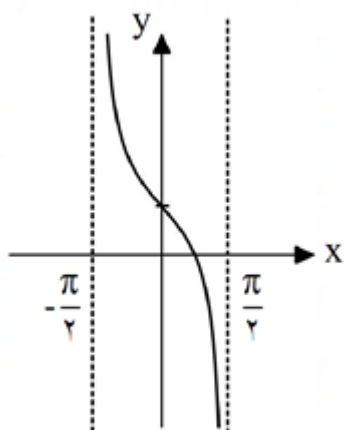
$$\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} \Rightarrow b = \sqrt{3}$$

تابع از نقطه  $A(0, 1)$  می‌گذرد. بنابراین داریم:

$$y = a + \tan(\sqrt{3}x) \xrightarrow{A(0,1)} 1 = a + \tan(0) \Rightarrow a = 1$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{\sqrt{3}} + \theta\right) = -\tan \theta \Rightarrow y = 1 + \cot\left(\frac{\pi}{\sqrt{3}} + x\right) = 1 - \tan x$$

۴۴



$$\begin{aligned}\max &= |a| + c = ٢ \\ \min &= -|a| + c = -٢ \Rightarrow ٢c = ٢ \Rightarrow c = ١ \Rightarrow |a| = ٢ \Rightarrow a = -٢ \\ T &= \frac{٢\pi}{|b|} = ٢\pi \Rightarrow |b| = \frac{١}{٢} \Rightarrow b = \frac{١}{٢} \\ f(x) &= -٢ \sin\left(\frac{x}{٢}\right) + ٢ \\ f\left(\frac{٢\pi}{٢}\right) &= -٢ \sin\left(\frac{٢\pi}{٢}\right) + ٢ = -٢ \sin\left(\pi + \frac{\pi}{٢}\right) + ٢ = ٢ \sin\left(\frac{\pi}{٢}\right) + ٢ \\ &\Rightarrow ٢\left(\frac{١}{٢}\right) + ٢ = ٢ + ٢ = ٤\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\max &= |a| + c = ١ \\ \min &= -|a| + c = -٥ \Rightarrow ٢c = -٤ \Rightarrow c = -٢ \Rightarrow |a| = ٣ \Rightarrow a = ٣ \quad (\text{الف}) \\ T &= \frac{٢\pi}{|b|} = \frac{\pi}{١} \Rightarrow |b| = ١ \Rightarrow b = ١ \\ y &= ٣ \sin(١x) - ٢\end{aligned}$$

(ب)

$$\begin{aligned}f\left(\frac{\pi}{٢}\right) &= ٣ \sin\left(١ \times \frac{\pi}{٢}\right) - ٢ = ٣ \sin\left(\frac{\pi}{٢}\right) - ٢ = ٣ \sin\left(\pi - \frac{\pi}{٢}\right) - ٢ \\ &\Rightarrow y = ٣ \sin\left(\frac{\pi}{٢}\right) - ٢ = \frac{٣\sqrt{٣}}{٢} - ٢\end{aligned}$$

$$٢ - ٣ \sin x = \cos ٢x \Rightarrow ٢ - ٣ \sin x = ١ - ٢ \sin^2 x \Rightarrow ٢ \sin^2 x - ٣ \sin x + ١ = ٠$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{١}{٢} \Rightarrow \begin{cases} x = ٢k\pi + \frac{\pi}{٢} \\ x = ٢k\pi + \pi - \frac{\pi}{٢} \end{cases} \\ \sin x = ١ \Rightarrow x = ٢k\pi + \frac{\pi}{٢} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

(الف) ٤٩

$$T_١ = \frac{٢\pi}{\frac{a}{٥}} = \frac{\pi}{٢} \Rightarrow \frac{١٠\pi}{a} = \frac{\pi}{٢} \Rightarrow a = ٢٠$$

(ب)

$$g(x) = ٢ - \tan\left(\frac{١٠x}{a}\right) \xrightarrow{a=٢٠} g(x) = ٢ - \tan\left(\frac{x}{٢}\right) \Rightarrow T_٢ = \frac{\pi}{\frac{١}{٢}} = ٢\pi$$

$$\cos ٢x = ٥ \cos(x) - ٢ \Rightarrow ٢ \cos^2 x - ١ = ٥ \cos x - ٢$$

$$\Rightarrow ٢ \cos^2 x - ٥ \cos x + ٣ = ٠ \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{٣}{٢} \quad \text{غ ق ق} \\ \cos x = ١ \Rightarrow x = ٢k\pi (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c \\ \min &= -|a| + c \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 12 \\ -|a| + c = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 12 \\ c = 14 \end{cases} \Rightarrow c = 14 \\ &\xrightarrow{c=14} |a| + 14 = 12 \Rightarrow |a| = 2 \end{aligned}$$

(ب)

$$T = \frac{3\pi}{|b|} \xrightarrow{b=3} T = \frac{3\pi}{3}$$

$$\sin x = \cos \left( \frac{\pi}{3} - x \right)$$

$$\cos(\Delta x) = \sin x \Rightarrow \cos(\Delta x) = \cos \left( \frac{\pi}{3} - x \right) \Rightarrow \Delta x = 3k\pi \pm \left( \frac{\pi}{3} - x \right)$$

$$\begin{cases} \Delta x = 3k\pi + \frac{\pi}{3} - x \Rightarrow \Delta x = 3k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{3k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \\ \Delta x = 3k\pi - \frac{\pi}{3} + x \Rightarrow \Delta x = 3k\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{3k\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c = 3 \\ \min &= -|a| + c = -3 \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 3 \\ -|a| + c = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 3 \\ c = -3 \end{cases} \Rightarrow |a| = 6 \xrightarrow{a < 0} a = -6 \end{aligned}$$

$$T = \frac{3\pi}{|b|} = 3\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$y = -3 \cos \left( \frac{x}{3} \right) - 1$$

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{1}{x} \\ \tan \theta &= \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} \end{aligned}$$

$$\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \cdot \tan \alpha} = \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x} \times \frac{1}{x}} = \frac{\frac{\Delta}{x}}{\frac{x^2 + 1}{x^2}} \Rightarrow \tan \beta = \frac{\Delta x}{x^2 + 1}$$

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c = 1 \\ \min &= -|a| + c = -1 \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 1 \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 1 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow |a| = 2 \xrightarrow{a < 0} a = -2 \end{aligned}$$

$$T = \frac{3\pi}{|b|} = 3\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$y = -2 \sin \left( \frac{1}{3}x \right) - 1$$

$$3 \cos^2(3x) - 3 = 0 \Rightarrow \cos^2(3x) = \frac{3}{3} \Rightarrow \cos(3x) = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos(3x) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \cos(3x) = \cos \left( \frac{\pi}{3} \right) \Rightarrow 3x = 3k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{3k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{9}$$

$$\cos(3x) = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \cos(3x) = \cos \left( \pi - \frac{\pi}{3} \right) \Rightarrow 3x = 3k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{3k\pi}{3} \pm \frac{2\pi}{9}$$

$$(k \in \mathbb{Z})$$

٥٢

٥٣

٥٤

٥٥

٥٦

$$\begin{aligned} \text{Max} &= |a| + c \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = \delta \\ -|a| + c = -\gamma \end{cases} \Rightarrow \gamma c = \gamma \Rightarrow c = \gamma \\ \text{Min} &= -|a| + c \\ c &= \gamma \\ \rightarrow |a| + \gamma &= \delta \Rightarrow |a| = \gamma \end{aligned}$$

$$T = \frac{\gamma \pi}{|b|} \xrightarrow{b = \frac{\gamma}{\delta}} T = \frac{\gamma \pi}{\frac{\gamma}{\delta}} = \delta \pi$$

$$\gamma \cos \gamma(x) + \delta \cos(x) + \delta = \gamma \Rightarrow (\gamma \cos x + \gamma)(\cos x + \delta) = \gamma$$

$$\gamma \cos x + \gamma = \gamma \Rightarrow \cos x = -\frac{\gamma}{\gamma} \Rightarrow \cos x = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{\gamma}\right) \Rightarrow x = \gamma k\pi \pm \frac{\gamma \pi}{\gamma} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cos x + \delta = \gamma \Rightarrow \cos x = -\delta \quad \text{ق ق غ}$$

$$\gamma \sin \gamma(\delta x) - \gamma = \gamma \Rightarrow \sin \gamma(\delta x) = \frac{\gamma}{\gamma} \Rightarrow \sin(\delta x) = \pm \frac{\gamma}{\gamma}$$

$$\sin(\delta x) = \frac{\gamma}{\gamma} \Rightarrow \sin(\delta x) = \sin\left(\frac{\pi}{\gamma}\right) \Rightarrow \begin{cases} \delta x = \gamma k\pi + \frac{\pi}{\gamma} \Rightarrow x = \frac{\gamma k\pi}{\delta} + \frac{\pi}{\gamma} \\ \delta x = \gamma k\pi + \pi - \frac{\pi}{\gamma} \Rightarrow x = \frac{\gamma k\pi}{\delta} + \frac{\pi}{\gamma} \end{cases}$$

$$\sin(\delta x) = -\frac{\gamma}{\gamma} \Rightarrow \sin(\delta x) = \sin\left(-\frac{\pi}{\gamma}\right) \Rightarrow \begin{cases} \delta x = \gamma k\pi - \frac{\pi}{\gamma} \Rightarrow x = \frac{\gamma k\pi}{\delta} - \frac{\pi}{\gamma} \\ \delta x = \gamma k\pi + \pi + \frac{\pi}{\gamma} \Rightarrow x = \frac{\gamma k\pi}{\delta} + \frac{\gamma \pi}{\gamma} \end{cases}$$

$$(k \in \mathbb{Z})$$

$$\gamma \sin \gamma(x) - \delta \sin(x) + \gamma = \gamma \Rightarrow (\gamma \sin x - \gamma)(\sin x - \gamma) = \gamma$$

$$\sin x = \frac{\gamma}{\gamma} \Rightarrow \begin{cases} x = \gamma k\pi + \frac{\pi}{\gamma} \\ x = \gamma k\pi + \pi - \frac{\pi}{\gamma} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x = \gamma \quad \text{ق ق غ}$$

$$\gamma \sin \gamma(x) - \gamma = \gamma \Rightarrow \sin \gamma(x) = \frac{\gamma}{\gamma} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma} \Rightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{\gamma}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = \gamma k\pi + \frac{\pi}{\gamma} \\ x = \gamma k\pi + \pi - \frac{\pi}{\gamma} \end{cases}$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma} \Rightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{\gamma}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = \gamma k\pi - \frac{\pi}{\gamma} \\ x = \gamma k\pi + \pi + \frac{\pi}{\gamma} \end{cases}$$

$$(k \in \mathbb{Z})$$

$$\tan(\delta x) = \sqrt{\gamma} \Rightarrow \delta x = k\pi + \frac{\pi}{\gamma} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{\delta} + \frac{\pi}{\delta \gamma} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\tan \gamma x = \gamma \Rightarrow \tan x = \pm \gamma$$

$$\begin{cases} \tan x = \gamma \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{\gamma} \\ \tan x = -\gamma \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{\gamma} \end{cases}$$

$$(k \in \mathbb{Z})$$

٥٧

٥٨

٥٩

٦٠

٦١

٦٢

٦٣



$$\sin^2 \theta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\theta)$$

۶۴

$$y = a \sin^2(bx) + c = a \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2bx) \right) + c = \frac{a}{2} - \frac{a}{2} \cos(2bx) + c$$

بنابراین برای تناوب داریم:

$$T = 2\pi - \pi \Rightarrow T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{2b} = \pi \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

تابع از نقاط  $A(0, -4)$  و  $B(\pi, 2)$  می‌گذرد. بنابراین با جاگذاری در خود تابع می‌توان  $a, c$  را حساب کرد.

$$A(0, -4) \Rightarrow a \sin^2(0) + c = -4 \Rightarrow c = -4$$

$$B(\pi, 2) \Rightarrow a \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right) - 4 = 2 \Rightarrow a - 4 = 2 \Rightarrow a = 6$$

$$\sin \theta \times \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$$

۶۵

$$y = a \sin(bx) \cos(bx) + c \Rightarrow y = \frac{a}{2} \sin(2bx) + c$$

با توجه به نمودار صورت سؤال این تابع  $\sin$  با ضریب مثبت است. بنابراین:

$$\begin{cases} y_{\max} = \left| \frac{a}{2} \right| + c = 2 \\ y_{\min} = -\left| \frac{a}{2} \right| + c = -6 \end{cases} \Rightarrow 2c = -4 \Rightarrow c = -2$$

$$\xrightarrow{c=-2} \left| \frac{a}{2} \right| - 2 = 2 \Rightarrow \left| \frac{a}{2} \right| = 4 \xrightarrow{a>0} a = 8$$

$$T = \frac{10\pi}{2} - \frac{2\pi}{2} \Rightarrow T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{2b} = 4\pi \Rightarrow b = \frac{1}{4}$$

$$y_{\max} = |a| + c = 4$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -2$$

$$\Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow b = 8$$

$$y = a \sin(bx) + c \Rightarrow y = 3 \sin(8x) + 1$$

$$y_{\max} = |a| + c = 3 + 5 = 8$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -3 + 5 = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{5}} = 10\pi$$

$$y_{\max} = |a| + c = 5 - 1 = 4$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -5 - 1 = -6$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2}$$

۶۶

۶۷

۶۸

این یک تابع Sin با ضریب منفی است و مینیمم آن  $-۴$  و با توجه به شکل ماکزیمم باید  $۶$  باشد یعنی  $۵$  واحد بالاتر از یک و یک چهارم تناوب  $\pi$  است در نتیجه تناوب  $۴\pi$  است.

$$y_{\max} = |a| + c = ۶$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -۴$$

$$\Rightarrow ۲c = ۲ \Rightarrow c = ۱ \Rightarrow |a| = ۵ \Rightarrow a = -۵$$

$$T = \frac{۲\pi}{b} = ۴\pi \Rightarrow b = \frac{۱}{۲}$$

$$y = -۵ \sin\left(\frac{x}{۲}\right) + ۱$$

ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب
$y = -۵ \sin\left(\frac{x}{۲}\right) + ۱$	۶	-۴	$۴\pi$

این یک تابع Cos با ضریب منفی است. نصف تناوب  $\frac{۱}{۶}$  است، بنابراین تناوب  $\frac{۱}{۳}$  است.

$$y_{\max} = |a| + c = ۴\pi$$

$$y_{\min} = -|a| + c = ۰$$

$$\Rightarrow ۲c = ۴\pi \Rightarrow c = ۲\pi \Rightarrow |a| = ۲\pi \Rightarrow a = -۲\pi$$

$$T = \frac{۲\pi}{b} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow b = ۶\pi$$

$$y = -۲\pi \cos(۶\pi x) + ۲\pi$$

ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب
$y = -۲\pi \cos(۶\pi x) + ۲\pi$	$۴\pi$	۰	$\frac{۱}{۳}$

این یک تابع Sin با ضریب مثبت است. چون از مبدأ آغاز شده و ماکزیمم  $۲$  است. بنابراین مینیمم  $-۲$  است. نصف تناوب  $۴\pi$  شده، بنابراین تناوب  $۸\pi$  است.

$$y_{\max} = |a| + c = ۲$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -۲$$

$$\Rightarrow ۲c = ۰ \Rightarrow c = ۰ \Rightarrow |a| = ۲ \Rightarrow a = ۲$$

$$T = \frac{۲\pi}{b} = ۸\pi \Rightarrow b = \frac{۱}{۴}$$

$$y = ۲ \sin\left(\frac{x}{۴}\right)$$

ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب
$y = ۲ \sin\left(\frac{x}{۴}\right)$	۲	-۲	$۸\pi$

$$y_{\max} = |a| + c = ۷$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -۱$$

$$\Rightarrow ۷c = ۶ \Rightarrow c = ۳ \Rightarrow |a| = ۴ \Rightarrow a = -۴$$

$$T = \frac{۷\pi}{b} = ۱۰\pi \Rightarrow b = \frac{۱}{۵}$$

$$y = -۴ \cos\left(\frac{x}{۵}\right) + ۳$$

ضابطه تابع	ماکزیمم	مینیمم	تناوب
$y = -۴ \cos\left(\frac{x}{۵}\right) + ۳$	۷	-۱	$۱۰\pi$

$$y_{\max} = |a| + c = ۶\pi$$

$$y_{\min} = -|a| + ۲ = -۲\pi$$

$$\Rightarrow ۷c = ۶\pi \Rightarrow c = ۲\pi \Rightarrow |a| = ۴\pi \Rightarrow a = ۴\pi$$

$$T = \frac{۷\pi}{|b|} = ۱۰ \Rightarrow b = \frac{\pi}{۵}$$

$$y = a \sin(bx) + c \Rightarrow y = ۴\pi \sin\left(\frac{\pi}{۵}x\right) + ۲\pi$$

$$y_{\max} = |a| + c = ۷$$

$$y_{\min} = -|a| + ۲ = -۱$$

$$\Rightarrow ۷c = ۶ \Rightarrow c = ۳ \Rightarrow |a| = ۴ \Rightarrow a = ۴$$

$$T = \frac{۷\pi}{|b|} = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow b = ۲$$

$$y = a \sin(bx) + c \Rightarrow y = ۴ \sin(۲x) + ۳$$

