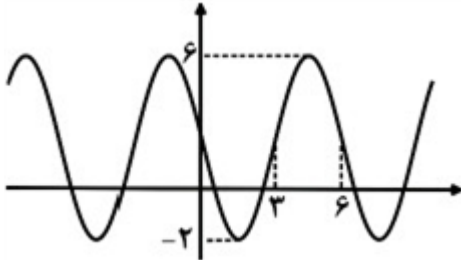


ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	جواب‌های معادله $\cos(2x) = \frac{1}{4}$ را در بازه $(0, \pi)$ به دست آورید.	۱
	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	
۲	اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع $y = a \sin(x) + c$ به ترتیب ۹ و ۳ باشد. (الف) مقادیر $ a $ و $c$ را بیابید. (ب) دوره تناوب تابع را به دست آورید.	۲
	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	
۳	نشان دهید در شکل زیر رابطه بین زاویه $\beta$ و $x$ به صورت زیر است: $\tan \beta = \frac{5x}{x^2 + 6}$	۳
	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	
۴	معادله $\sin 2x = \sin x$ را حل کنید.	۴
	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	
۵	نمودار داده شده در شکل مقابل مربوط به تابع با ضابطه $y = a \sin bx + c$ است. با فرض $a > 0$ ، مقادیر $a$ ، $b$ و $c$ را به دست آورید.	۵
	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	
۶	جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin 4x = 1$ را به دست آورید. کدام جواب‌ها در بازه $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ هستند؟	۶
	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	

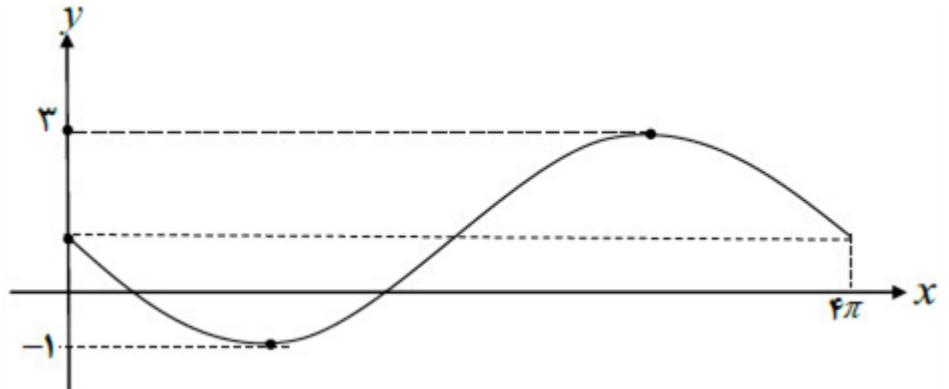
۷	مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = a \cos \frac{x}{2} + 3$ برابر ۶ می‌باشد، $ a $ و دوره تناوب را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - فقط دو زاویه وجود دارد که مقدار کسینوس آن $\frac{2}{5}$ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۹	نمودار مقابل مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \sin(bx) + c$ است. با توجه به نمودار، ضابطه آن را بنویسید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۱۰	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - تابع تانژانت در بازه $(-\pi, \pi)$ ، تابعی صعودی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۱۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - دوره تناوب تابع $y = 5 \cos \frac{x}{2} + 1$ برابر با $4\pi$ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۱۲	معادله مثلثاتی $2 \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۳	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. $y = \sqrt{3} - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - خط $y = \frac{1}{2}$ ، نمودار تابع $y = \sin x$ را در فاصله $[0, 2\pi]$ در یک نقطه قطع می‌کند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۵	جواب‌های معادله مثلثاتی $4 \sin x + 2\sqrt{3} = 0$ را در بازه $[0, 2\pi]$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

جواب(های) معادله مثلثاتی  $\cos^2 x - \cos x = 0$  را در بازه  $(0, \pi)$  مشخص کنید.

۱۶

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin bx + 1$  است. حاصل  $ab$  را بیابید.



۱۷

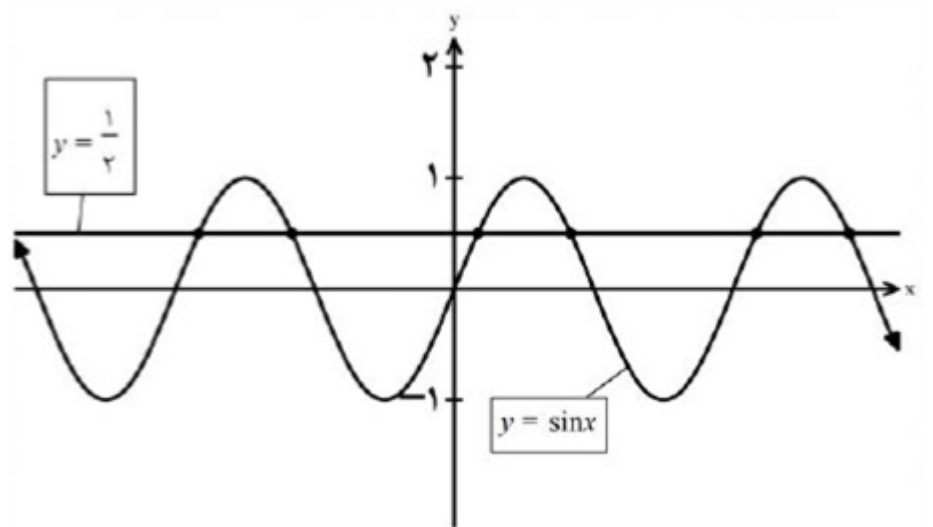
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

معادله  $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$  را حل کنید.

۱۸

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

نمودار تابع  $y = \sin x$  با ضابطه  $y = \frac{1}{2}$  و خط به معادله  $y = \frac{1}{2}$  در دستگاه زیر، رسم شده است. طول نقاط برخورد آنها را بیابید.



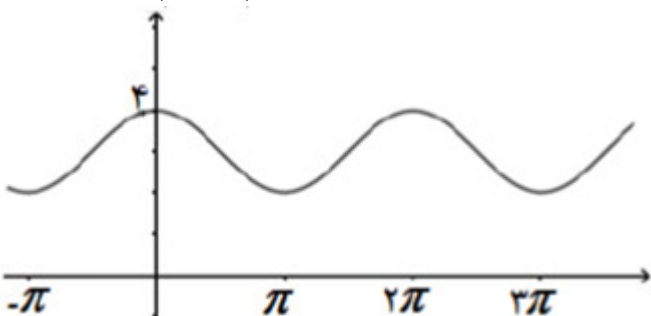
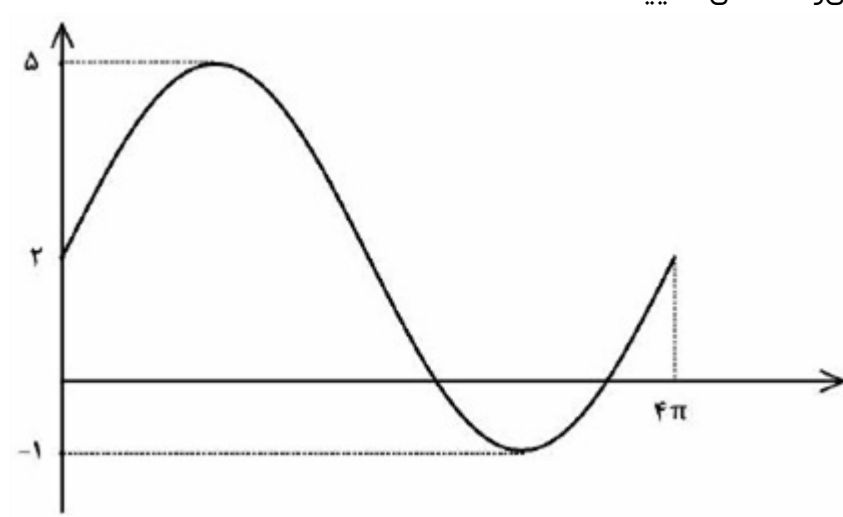
۱۹

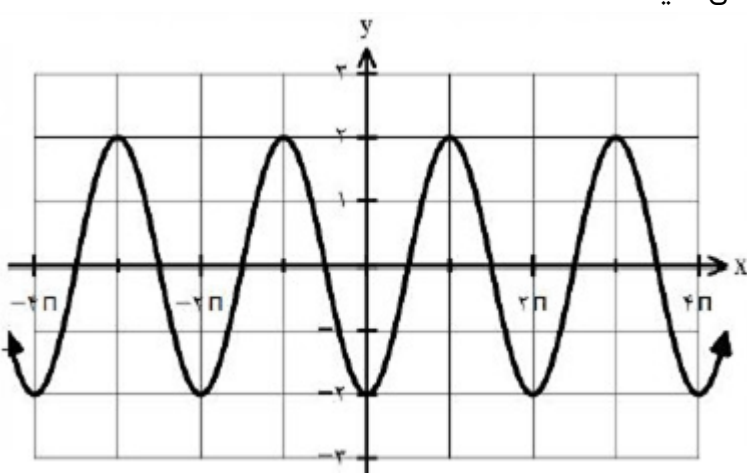
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

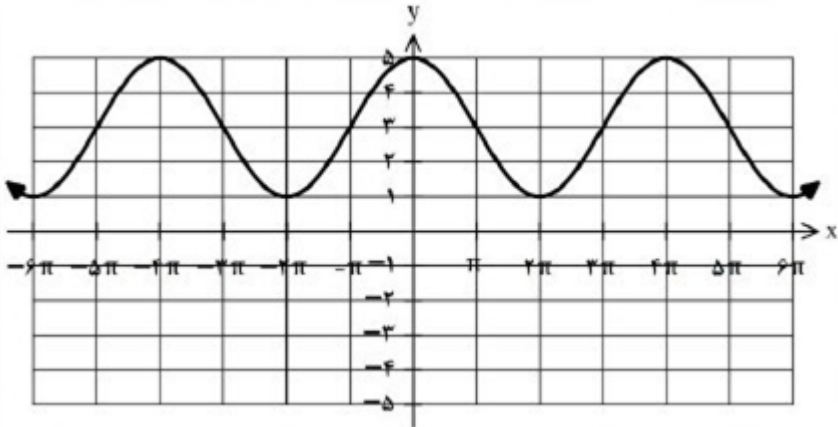
معادله مثلثاتی  $\cos^2 x - \cos x + 1 = 0$  را در بازه  $0 \leq x \leq \pi$  حل کنید.

۲۰

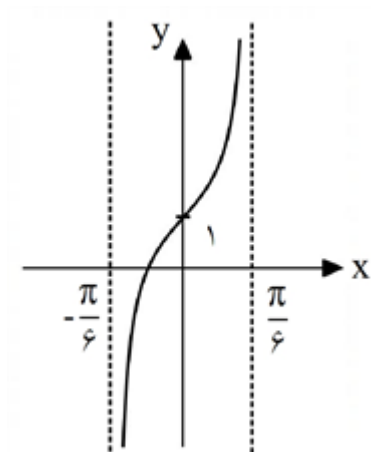
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

	<p>نمودار تابع <math>f(x) = a + \cos bx</math> به صورت مقابل است. حاصل <math>a + b</math> را به دست آورید. (<math>b &gt; 0</math>)</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p>	۲۱
	<p>معادله مقابل را حل کنید.</p> $\cos 2x - 3 \sin x + 4 = 0$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>	۲۲
	<p>دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع <math>y = 3 \cos(\pi x) + 2</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>	۲۳
	<p>نمودار داده شده مربوط به تابعی با ضابطه <math>y = a \sin bx + c</math> است. مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> و <math>c</math> را محاسبه کنید و ضابطه آن را مشخص نمایید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>	۲۴
	<p>معادله مثلثاتی <math>2 \cos^2 x + \cos x = 0</math> را حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>	۲۵
	<p>معادله مثلثاتی <math>\sin 2x = \sin x</math> را حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>	۲۶
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - تابع تانژانت در هر بازه‌ای که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>	۲۷

۲۸	معادله‌ی یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که برد آن $[-4, 4]$ و دوره تناوب آن ۲ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۲۹	معادله مثلثاتی $\sin^2 x - \cos x = 0$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۰	جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید. - دوره تناوب تابع $y = 2 \sin\left(\frac{-\pi}{2}x\right) + 2$ برابر ..... است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۱	ضابطه تابعی به فرم $y = a \cos bx + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن ۲ و مقدار ماکزیمم آن ۴ و مقدار مینیمم آن ۲- باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰
۳۲	معادله مثلثاتی $\cos^2 x - \sin x + 1 = 1$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰
۳۳	نمودار زیر برای تابعی با ضابطه $f(x) = a \cos bx + c$ است. با دقت به شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن را مشخص کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰
۳۴	مثلثی با مساحت $8\sqrt{2}$ سانتی‌متر مربع مفروض است. اگر اندازه‌ی دو ضلع این مثلث به ترتیب ۴ و ۸ سانتی‌متر باشند، آن‌گاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰
۳۵	معادله‌ی یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که مقدار ماکزیمم آن ۵ و مقدار مینیمم آن ۱- و دوره‌ی تناوب آن $8\pi$ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۳۶	معادله $2 \sin x \cos x + 3 \cos x = 0$ را حل کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰
۳۷	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 9 - 2\pi \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ را محاسبه کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰
۳۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - در بازه $2\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ مقدار $\operatorname{tg} \theta$ از مقدار $\sin \theta$ کوچکتر است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰
۳۹	معادله مثلثاتی $\cos^2 x = \sin x - 1$ را حل کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰
۴۰	ضابطه تابع مثلثاتی سینوس با دوره تناوب ۳ و مقادیر ماکزیمم ۵ و مینیمم ۳ بنویسید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰
۴۱	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. - برد تابع تانژانت $y = \operatorname{tg} x$ برابر ..... است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰
۴۲	معادلهی مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰
۴۳	<p>نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه <math>y = a \cos bx + c</math> است. با توجه به نمودار، ضابطه آن را مشخص کنید.</p> 	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

نمودار  $y = a + \tan(bx)$  به صورت زیر است.  $a, b$  را به دست آورید.



۴۴

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

نمودار تابع  $y = 1 + \cot\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$  را در بازه  $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$  رسم کنید.

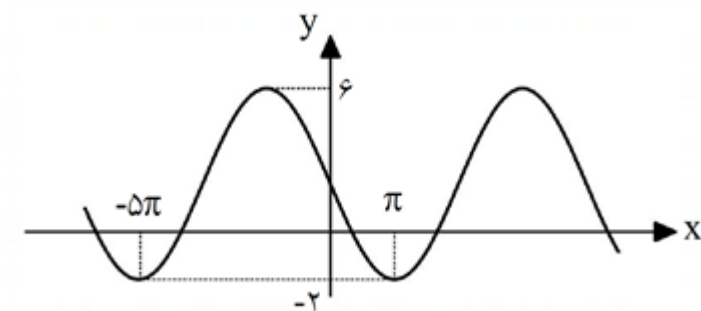
۴۵

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

نمودار  $f(x) = a \sin(bx) + c$  با فرض  $a < 0$  به صورت زیر است:

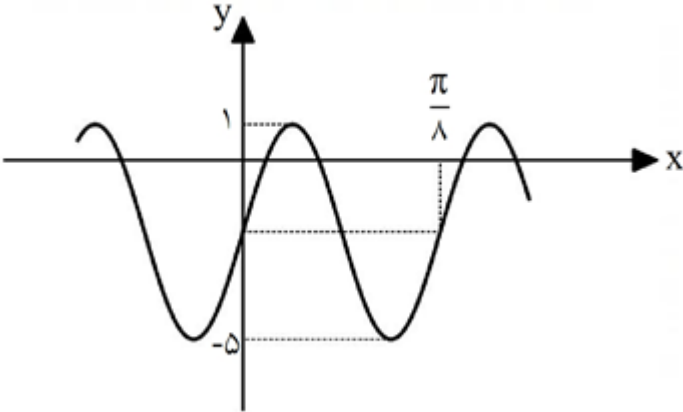
الف)  $a, b, c$  به دست آورید.

ب) مقدار  $f\left(\frac{7\pi}{4}\right)$  را تعیین کنید.



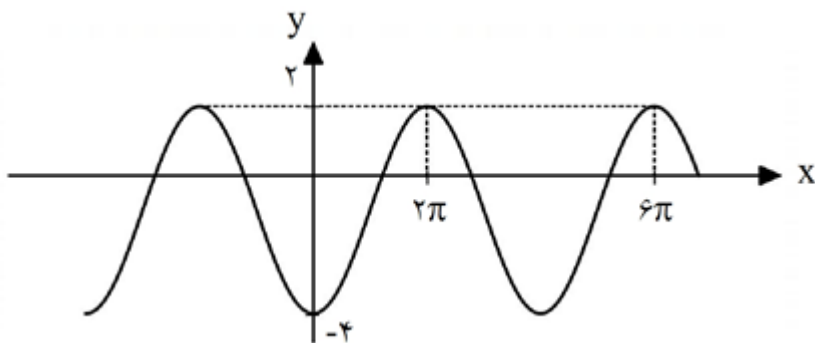
۴۶

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

۴۷	<p>نمودار داده شده در شکل زیر مربوط به تابع با ضابطه <math>y = a \sin(bx) + c</math> است؟  الف) <math>a</math>، <math>b</math> و <math>c</math> را به دست آورید.  ب) مقدار <math>f\left(\frac{\pi}{24}\right)</math> را تعیین کنید.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۴۸	<p>معادله زیر را حل کنید.</p> $2 - 3 \sin x = \cos 2x$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۴۹	<p>دوره تناوب <math>f(x) = \frac{3}{2} - \sin\left(\frac{ax}{5}\right)</math> برابر <math>\frac{\pi}{4}</math> است. <math>(a &gt; 0)</math>  الف) <math>a</math> را به دست آورید.  ب) دوره تناوب <math>g(x) = 2 - \tan\left(\frac{10x}{a}\right)</math> را محاسبه کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۵۰	<p>معادله زیر را حل کنید.</p> $\cos 2x = 5 \cos(x) - 4$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۵۱	<p>اگر ماکزیمم و مینیمم تابع <math>y = a \sin(3x) + c</math> به ترتیب ۱۲ و ۲ باشد:  الف) مقادیر <math> a </math> و <math>c</math> را بیابید.  ب) دوره تناوب تابع را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۵۲	<p>معادله <math>\cos(5x) = \sin x</math> را حل کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>



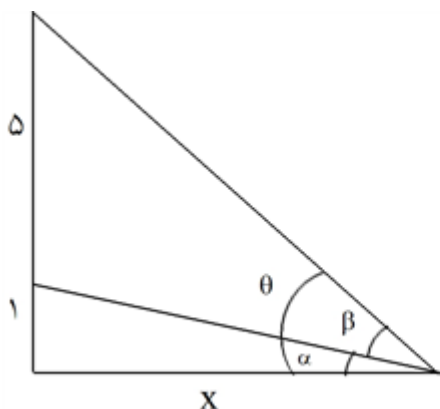
نمودار داده شده در شکل زیر مربوط به تابع با ضابطه  $y = a \cos(bx) + c$  است. با فرض  $b > 0$  ، مقادیر  $a$  ،  $c$  و  $b$  را به دست آورید.



۵۳

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم

نشان دهید در شکل زیر رابطه بین زاویه  $\beta$  و  $x$  به صورت زیر است:

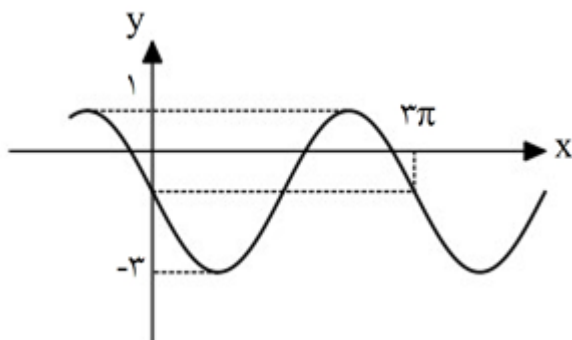


$$\tan \beta = \frac{5x}{x^2 + 6}$$

۵۴

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم

نمودار داده شده در شکل زیر مربوط به تابع با ضابطه  $y = a \sin(bx) + c$  است. با فرض  $a < 0$  ، مقادیر  $a$  ،  $b$  و  $c$  را به دست آورید.



۵۵

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم

معادله مثلثاتی زیر را حل کنید.

$$4 \cos^2(3x) - 3 = 0$$

۵۶

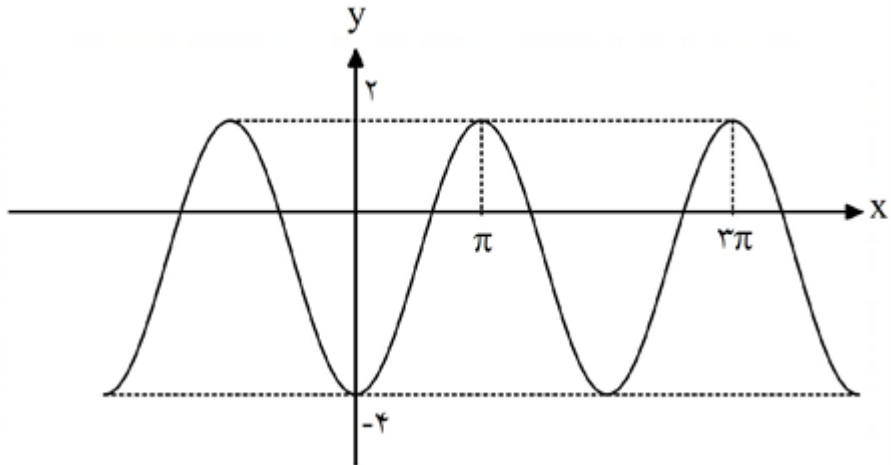
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم

اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع  $y = a \cos\left(\frac{x}{5}\right) + c$  به ترتیب ۵ و -۳ باشد:

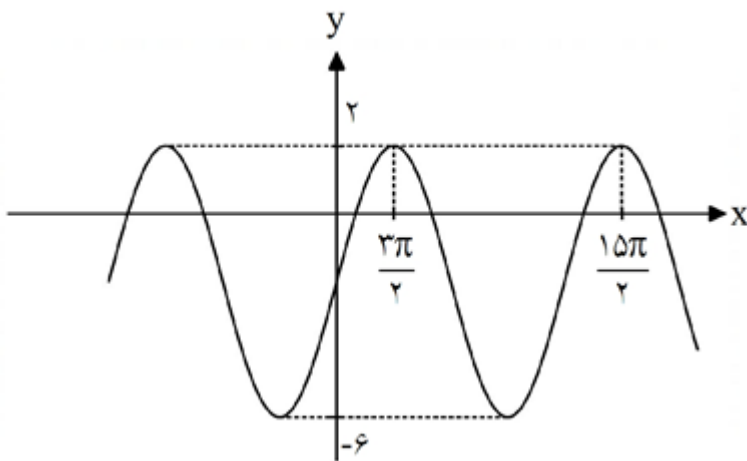
۵۷

الف) مقادیر  $|a|$  و  $c$  را بیابید.  
ب) دوره تناوب تابع را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم

۵۸	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $2 \cos^2(x) + 11 \cos(x) + 5 = 0$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۵۹	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $4 \sin^2(5x) - 1 = 0$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۶۰	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $2 \sin^2(x) - 15 \sin(x) + 7 = 0$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۶۱	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $4 \sin^2(x) - 3 = 0$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۶۲	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $\tan(5x) = \sqrt{3}$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۶۳	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $\tan^2 x = 1$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۶۴	<p>اگر نمودار <math>y = a \sin^2(bx) + c</math> به صورت زیر باشد، <math>a, b, c</math> را حساب کنید (<math>b &gt; 0</math>)</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دوازدهم</p>

نمودار تابع  $y = a \sin(bx) \cos(bx) + c$  به صورت زیر است. مقادیر  $a, b, c$  را حساب کنید. ( $b > 0$ )



۶۵

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دوازدهم

ضابطه تابعی سینوسی یا کسینوسی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده را بنویسید.  
 $T = \frac{\pi}{4}, \max = 4, \min = -2$

۶۶

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع  $y = 5 - 3 \sin\left(\frac{x}{5}\right)$  را حساب کنید.

۶۷

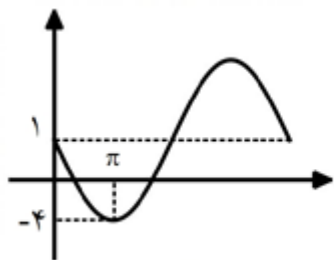
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع  $y = 5 \cos(7x) - 1$  را حساب کنید.

۶۸

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

با توجه به نمودار داده شده جدول زیر را کامل کنید.

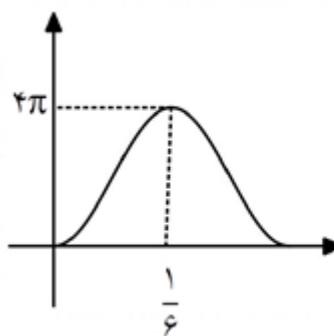


تناوب	می‌نیمم	ماکزیمم	ضابطه تابع

۶۹

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

با توجه به نمودار داده شده جدول زیر را کامل کنید.

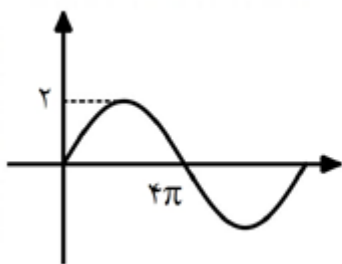


تناوب	می‌نیمم	ماکزیمم	ضابطه تابع

۷۰

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دوازدهم

با توجه به نمودار داده شده جدول زیر را کامل کنید.

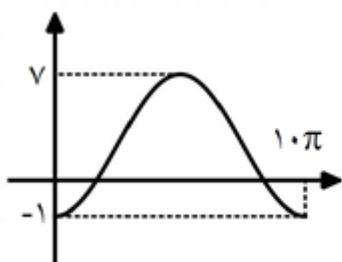


تناوب	می‌نیمم	ماکزیمم	ضابطه تابع

۷۱

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱\_۱۴۰۰ -دوازدهم

با توجه به نمودار داده شده جدول زیر را کامل کنید.



تناوب	می‌نیمم	ماکزیمم	ضابطه تابع

۷۲

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱\_۱۴۰۰ -دوازدهم

ضابطه تابعی سینوسی یا کسینوسی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده، بنویسید.

$$T = 10, \max = 6\pi, \min = -2\pi$$

۷۳

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱\_۱۴۰۰ -دوازدهم

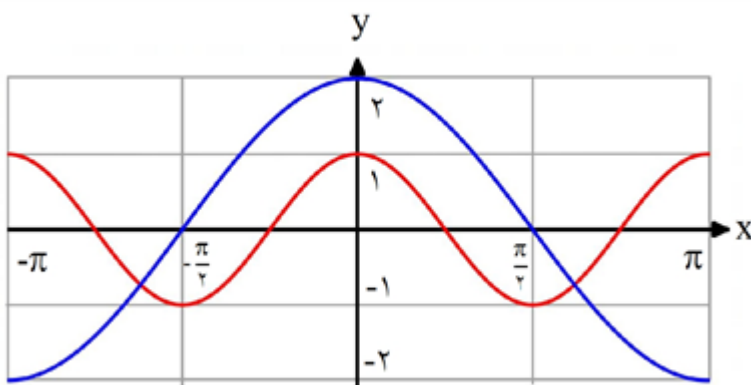
ضابطه تابعی سینوسی یا کسینوسی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده، بنویسید.

$$T = \frac{\pi}{2}, \max = 7, \min = -1$$

۷۴

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱\_۱۴۰۰ -دوازدهم

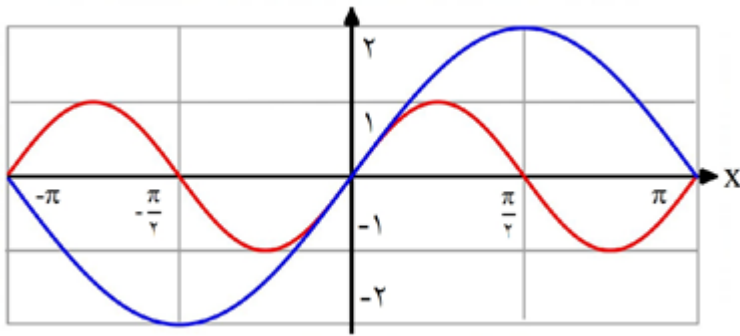
در شکل زیر نمودارهای توابع با ضابطه‌های  $y = \cos(x)$  و  $y = 2 \cos(x)$  در بازه  $[-\pi, \pi]$  مشخص کنید.



۷۵

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱\_۱۴۰۰ -دوازدهم

در شکل زیر نمودارهای  $y = \sin(2x)$  و  $y = 2 \sin x$  را در بازه  $[-\pi, \pi]$  مشخص کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱\_۱۴۰۰ - دوازدهم

$$\cos \frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \frac{1}{2}x = \cos \left( \frac{\pi}{3} \right) \Rightarrow \frac{1}{2}x = \frac{k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

$$\xrightarrow{(\cdot, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{الف) } |a| = \frac{\text{Max} - \text{Min}}{2} = \frac{9 - 3}{2} = 3$$

$$c = \frac{\text{Max} + \text{Min}}{2} = \frac{9 + 3}{2} = 6$$

$$\text{ب) } T = \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$$

$$\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha} = \frac{\frac{6}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{6}{x^2}} = \frac{\frac{5}{x}}{\frac{x^2 + 6}{x^2}} = \frac{5x}{x^2 + 6}$$

(اگر دانش‌آموز از مفهوم شیب و رابطه  $\tan \beta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$  در حل مسئله استفاده کند، بارم این قسمت تعلق گیرد.)

گیرد.)

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x = \frac{k\pi}{3} + x \\ \frac{1}{2}x = \frac{k\pi}{3} + \pi - x \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

روش اول:

$$\frac{1}{2} \sin x \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x \left( \frac{1}{2} \cos x - 1 \right) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

روش دوم:

$$\begin{cases} c = 1 \\ |a| = 2 \xrightarrow{a > 0} a = 2 \end{cases}$$

$$T = \pi = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 1 \xrightarrow{b < 0} b = -1$$

$$\sin \frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{k\pi}{3} + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{6}$$

$$|a| + 3 = 6 \Rightarrow |a| = 3$$

$$T = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{\pi}{\frac{1}{2}} = 2\pi$$

نادرست

$$T = \frac{\pi}{b} \Rightarrow \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{b} \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{b}$$

$$\left. \begin{array}{l} \max = \frac{\pi}{b} \\ \min = -\frac{\pi}{b} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |a| + c = \frac{\pi}{b} \\ -|a| + c = -\frac{\pi}{b} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\pi}{b} = \frac{\pi}{b} \Rightarrow c = \frac{\pi}{b} \Rightarrow |a| = \frac{\pi}{b}$$

$$y = a \sin bx + c \Rightarrow y = -\frac{\pi}{b} \sin \left( \frac{\pi}{b} x \right) + \frac{\pi}{b} y = +\frac{\pi}{b} \sin \left( -\frac{\pi}{b} x \right) + \frac{\pi}{b}$$

نادرست ۹

درست ۱۰

۱۱

$$\sin \frac{\pi}{b} x = \sin \frac{\pi}{b}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{b} x = \frac{\pi}{b} k\pi + \frac{\pi}{b} \\ \frac{\pi}{b} x = \frac{\pi}{b} k\pi + \pi - \frac{\pi}{b} \end{array} \right. k \in \mathbb{Z} \left\{ \begin{array}{l} x = k\pi + \frac{\pi}{b} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{b} \end{array} \right. k \in \mathbb{Z}$$

$$T = \frac{\pi}{b} \Rightarrow T = \frac{\pi}{b} \quad \text{Max: } |a| + c = 1 + \sqrt{b}$$

$$\text{Min: } -|a| + c = -1 + \sqrt{b}$$

۱۲

نادرست ۱۳

$$\frac{\pi}{b} \sin x + \frac{\pi}{b} \sqrt{b} = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{b}}{b} \Rightarrow \sin x = \sin \left( -\frac{\pi}{b} \right)$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{b} k\pi - \frac{\pi}{b} \\ x = \frac{\pi}{b} k\pi + \frac{\pi}{b} \end{array} \right. (k \in \mathbb{Z}) \xrightarrow{[0, \pi]} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{b} \\ x = \frac{\pi}{b} \end{array} \right.$$

۱۴

$$\cos \frac{\pi}{b} x = \cos x \Rightarrow \frac{\pi}{b} x = \frac{\pi}{b} k\pi \pm x \Rightarrow x = \frac{\pi}{b} k\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{b}$$

۱۵

$$\frac{\pi}{b} = \frac{\pi}{b} \Rightarrow b = \pm \frac{\pi}{b}$$

۱۶

$$|a| = \frac{b - (-1)}{b} = \frac{b+1}{b} \Rightarrow a = \pm \frac{b+1}{b}$$

با توجه به نمودار تابع،  $ab$  باید عدد منفی شود بنابراین  $ab = -1$

$$\frac{\pi}{b} \sin x \cos x = \frac{1}{b} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{b} x = \frac{1}{b} = \sin \left( \frac{\pi}{b} \right)$$

۱۷

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{b} x = \frac{\pi}{b} k\pi + \frac{\pi}{b} \\ \frac{\pi}{b} x = \frac{\pi}{b} k\pi + \pi - \frac{\pi}{b} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = k\pi + \frac{\pi}{b} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{b} \end{array} \right. (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x = \frac{1}{b} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{b} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{b} k\pi + \frac{\pi}{b} \\ x = \frac{\pi}{b} k\pi + \frac{\pi}{b} \end{array} \right. (k \in \mathbb{Z})$$

۱۸

$$\sqrt{2} \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x (\sqrt{2} \cos x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\max = 5 \Rightarrow a + 1 = 5 \Rightarrow a = 4$$

$$T = \sqrt{\pi} : \frac{\sqrt{\pi}}{|b|} = \sqrt{\pi} \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = 1 \quad a = 2 \quad a + b = 5$$

$$1 - \sqrt{2} \sin^2 x - 2 \sin x + 5 = 0 \Rightarrow -\sqrt{2} \sin^2 x - 2 \sin x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{2}{\sqrt{2}} \quad \text{قبول نمی شود} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$T = \frac{\sqrt{\pi}}{|b|} = \frac{\sqrt{\pi}}{|\pi|} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$$

$$\max = |a| + c = 5 \quad \min = -|a| + c = -1$$

$$\begin{cases} |a| + c = 5 \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow c = 2, a = \pm 3$$

$$\sqrt{\pi} = \frac{\sqrt{\pi}}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{\sqrt{\pi}} \Rightarrow y = \sqrt{2} \sin \frac{x}{\sqrt{\pi}} + 2, y = -\sqrt{2} \sin \left( -\frac{x}{\sqrt{\pi}} \right) + 2$$

$$\cos x (\sqrt{2} \cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sqrt{2} \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$\sin^2 x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + x \Rightarrow x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$|b| = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}} = \pi \Rightarrow b = \pm \pi$$

$$\Rightarrow y = \pm \sqrt{2} \sin(\pm \pi x)$$

$$|a| = \frac{5 - (-5)}{2} = 5 \Rightarrow a = \pm 5$$

$$c = \frac{5 + (-5)}{2} = 0$$

$$\sqrt{2} \sin x \cos x - \cos x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}, x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

۲۰

۲۱

۲۲

۲۳

۲۴

۲۵

۲۶

۲۷ درست

۲۸

۲۹

۳۰ ۴



$$\frac{2\pi}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = \pi \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 4 \\ -|a| + c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} |a| = 3 \\ c = 1 \end{matrix}$$

هریک از توابع  $y = -3 \cos(\pi x) + 1$  یا  $y = 3 \cos(\pi x) + 1$  یا  $y = 3 \cos(-\pi x) + 1$  نوشته شود مورد قبول است.

$$2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

$$|a| = \frac{2 - (-2)}{2} = 2 \Rightarrow a = -2$$

$$|b| = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \Rightarrow b = 1 \quad f(x) = -2 \cos x$$

$$c = \frac{2 + (-2)}{2} = 0$$

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 8 \sin \theta = 8\sqrt{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta = 45^\circ, \theta = 135^\circ$$

دو مثلث می‌توان رسم کرد.

$$|a| = \frac{5 - (-1)}{2} = 3 \Rightarrow a = \pm 3, c = \frac{5 + (-1)}{2} = 2$$

$$|b| = \frac{2\pi}{8\pi} = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{4} \quad y = \pm 3 \sin\left(\pm \frac{1}{4}x\right) + 2$$

$$\cos x(2 \sin x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

$$\sin x = \frac{-3}{2} \text{ قابل قبول نیست}$$

$$\max = |a| + c = |-2\pi| + 9 = 2\pi + 9$$

$$\min = -|a| + c = -|-2\pi| + 9 = -2\pi + 9$$

$$T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{3}\right|} = 6\pi$$

درست ۳۸

$$-2 \sin^2 x - \sin x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{-3}{2} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۳۹

$$|b| = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$|a| = 1, c = \sqrt{3} \Rightarrow y = \sin \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3} \text{ یا } y = -\sin \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$$

تنها نوشتن یکی از ضابطه‌های بالا کافی است.

R ۴۰

$$\sin \frac{\sqrt{3}}{3}x = \frac{\sqrt{3}}{3} = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{3}x = \frac{\sqrt{3}}{3}k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{\sqrt{3}}, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\sqrt{3}}{3}x = \frac{\sqrt{3}}{3}k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{2\pi}{\sqrt{3}}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۴۱

$$c = \frac{5+1}{2} = 3$$

۴۲

$$|a| = \frac{5-1}{2} = 2 \quad a > 0, a = 2$$

$$b = \frac{\sqrt{3}\pi}{\sqrt{3}\pi} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow y = \sqrt{3} \cos\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + 3$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{3} \cos\left(-\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + 3 \quad \text{یا}$$

$$T = \frac{\pi}{\frac{\pi}{3}} - \left(-\frac{\pi}{\frac{\pi}{3}}\right) \Rightarrow T = \frac{\pi}{\frac{\pi}{3}} + \frac{\pi}{\frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3}\pi}{\frac{\pi}{3}} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}$$

۴۳

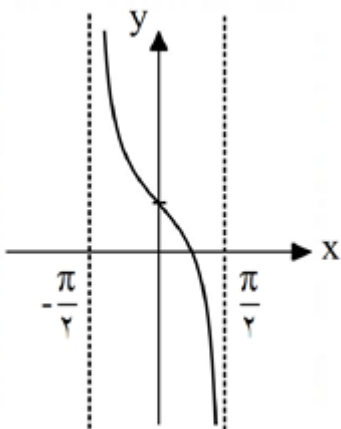
$$\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} \Rightarrow b = \sqrt{3}$$

تابع از نقطه  $A(0, 1)$  می‌گذرد. بنابراین داریم:

$$y = a + \tan(\sqrt{3}x) \xrightarrow{A(0,1)} 1 = a + \tan(0) \Rightarrow a = 1$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{\sqrt{3}} + \theta\right) = -\tan \theta \Rightarrow y = 1 + \cot\left(\frac{\pi}{\sqrt{3}} + x\right) = 1 - \tan x$$

۴۴



$$\begin{aligned}\max &= |a| + c = ٢ \Rightarrow ٢c = ٢ \Rightarrow c = ١ \Rightarrow |a| = ١ \Rightarrow a = -٢ \\ \min &= -|a| + c = -٢ \Rightarrow ٢c = ٢ \Rightarrow c = ١ \Rightarrow |a| = ١ \Rightarrow a = -٢ \\ T &= \frac{٢\pi}{|b|} = ٢\pi \Rightarrow |b| = \frac{١}{٢} \Rightarrow b = \frac{١}{٢} \\ f(x) &= -٢ \sin\left(\frac{x}{٢}\right) + ٢ \\ f\left(\frac{٢\pi}{٢}\right) &= -٢ \sin\left(\frac{٢\pi}{٢}\right) + ٢ = -٢ \sin\left(\pi + \frac{\pi}{٢}\right) + ٢ = ٢ \sin\left(\frac{\pi}{٢}\right) + ٢ \\ &\Rightarrow ٢\left(\frac{١}{٢}\right) + ٢ = ٢ + ٢ = ٤\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\max &= |a| + c = ١ \Rightarrow ٢c = -٢ \Rightarrow c = -١ \Rightarrow |a| = ٣ \Rightarrow a = ٣ \\ \min &= -|a| + c = -٥ \\ T &= \frac{٢\pi}{|b|} = \frac{\pi}{١} \Rightarrow |b| = ١ \Rightarrow b = ١ \\ y &= ٣ \sin(١x) - ١\end{aligned}$$

(الف)

(ب)

$$\begin{aligned}f\left(\frac{\pi}{٢}\right) &= ٣ \sin\left(١ \times \frac{\pi}{٢}\right) - ١ = ٣ \sin\left(\frac{\pi}{٢}\right) - ١ = ٣ \sin\left(\pi - \frac{\pi}{٢}\right) - ١ \\ &\Rightarrow y = ٣ \sin\left(\frac{\pi}{٢}\right) - ١ = \frac{٣\sqrt{٣}}{٢} - ١\end{aligned}$$

$$١ - ٣ \sin x = \cos ٢x \Rightarrow ١ - ٣ \sin x = ١ - ٢ \sin^2 x \Rightarrow ٢ \sin^2 x - ٣ \sin x + ١ = ٠$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{١}{٢} \Rightarrow \begin{cases} x = ٢k\pi + \frac{\pi}{٢} \\ x = ٢k\pi + \pi - \frac{\pi}{٢} \end{cases} \\ \sin x = ١ \Rightarrow x = ٢k\pi + \frac{\pi}{٢} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

(الف) ٤٩

$$T_١ = \frac{٢\pi}{\frac{a}{٥}} = \frac{\pi}{٢} \Rightarrow \frac{١٠\pi}{a} = \frac{\pi}{٢} \Rightarrow a = ٢٠$$

(ب)

$$g(x) = ٢ - \tan\left(\frac{١٠x}{a}\right) \xrightarrow{a=٢٠} g(x) = ٢ - \tan\left(\frac{x}{٢}\right) \Rightarrow T_٢ = \frac{\pi}{\frac{١}{٢}} = ٢\pi$$

$$\cos ٢x = ٥ \cos(x) - ٢ \Rightarrow ٢ \cos^2 x - ١ = ٥ \cos x - ٢$$

$$\Rightarrow ٢ \cos^2 x - ٥ \cos x + ٣ = ٠ \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{٣}{٢} \quad \text{غ ق ق} \\ \cos x = ١ \Rightarrow x = ٢k\pi (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 12 \\ -|a| + c = 2 \end{cases} \Rightarrow 2c = 14 \Rightarrow c = 7 \\ \min &= -|a| + c \\ c=7 &\rightarrow |a| + 7 = 12 \Rightarrow |a| = 5 \end{aligned}$$

(ب)

$$T = \frac{7\pi}{|b|} \xrightarrow{b=7} T = \frac{7\pi}{7}$$

$$\sin x = \cos \left( \frac{\pi}{7} - x \right)$$

$$\cos(\delta x) = \sin x \Rightarrow \cos(\delta x) = \cos \left( \frac{\pi}{7} - x \right) \Rightarrow \delta x = 7k\pi \pm \left( \frac{\pi}{7} - x \right)$$

$$\begin{cases} \delta x = 7k\pi + \frac{\pi}{7} - x \Rightarrow 8x = 7k\pi + \frac{\pi}{7} \Rightarrow x = \frac{7k\pi}{8} + \frac{\pi}{56} \\ \delta x = 7k\pi - \frac{\pi}{7} + x \Rightarrow 8x = 7k\pi - \frac{\pi}{7} \Rightarrow x = \frac{7k\pi}{8} - \frac{\pi}{56} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c = 7 \Rightarrow 7c = -7 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow |a| = 7 \xrightarrow{a < 0} a = -7 \\ \min &= -|a| + c = -7 \end{aligned}$$

$$T = \frac{7\pi}{|b|} = 7\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{7} \Rightarrow b = \frac{1}{7}$$

$$y = -7 \cos \left( \frac{x}{7} \right) - 1$$

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{1}{x} \\ \tan \theta &= \frac{7}{x} \end{aligned}$$

$$\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \cdot \tan \alpha} = \frac{\frac{7}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{7}{x} \times \frac{1}{x}} = \frac{\frac{6}{x}}{\frac{x^2 + 7}{x^2}} \Rightarrow \tan \beta = \frac{6x}{x^2 + 7}$$

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c = 1 \Rightarrow 7c = -7 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow |a| = 7 \xrightarrow{a < 0} a = -7 \\ \min &= -|a| + c = -7 \end{aligned}$$

$$T = \frac{7\pi}{|b|} = 7\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{7} \Rightarrow b = \frac{1}{7}$$

$$y = -7 \sin \left( \frac{1}{7}x \right) - 1$$

$$7 \cos^7(7x) - 7 = 0 \Rightarrow \cos^7(7x) = \frac{7}{7} \Rightarrow \cos(7x) = \pm \frac{\sqrt{7}}{7}$$

$$\cos(7x) = \frac{\sqrt{7}}{7} \Rightarrow \cos(7x) = \cos \left( \frac{\pi}{7} \right) \Rightarrow 7x = 7k\pi \pm \frac{\pi}{7} \Rightarrow x = \frac{7k\pi}{7} \pm \frac{\pi}{49}$$

$$\cos(7x) = -\frac{\sqrt{7}}{7} \Rightarrow \cos(7x) = \cos \left( \pi - \frac{\pi}{7} \right) \Rightarrow 7x = 7k\pi \pm \frac{6\pi}{7} \Rightarrow x = \frac{7k\pi}{7} \pm \frac{6\pi}{49}$$

$$(k \in \mathbb{Z})$$

٥٢

٥٣

٥٤

٥٥

٥٦

$$\begin{aligned} \text{Max} &= |a| + c \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = \delta \\ -|a| + c = -\gamma \end{cases} \Rightarrow \gamma c = \gamma \Rightarrow c = \gamma \\ \text{Min} &= -|a| + c \\ c &= \gamma \\ \rightarrow |a| + \gamma &= \delta \Rightarrow |a| = \gamma \end{aligned}$$

$$T = \frac{\gamma \pi}{|b|} \xrightarrow{b = \frac{\gamma}{\delta}} T = \frac{\gamma \pi}{\frac{\gamma}{\delta}} = \delta \pi$$

$$\gamma \cos \gamma(x) + \delta \cos(x) + \delta = \gamma \Rightarrow (\gamma \cos x + \gamma)(\cos x + \delta) = \gamma$$

$$\gamma \cos x + \gamma = \gamma \Rightarrow \cos x = -\frac{\gamma}{\gamma} \Rightarrow \cos x = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{\gamma}\right) \Rightarrow x = \gamma k\pi \pm \frac{\gamma \pi}{\gamma} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cos x + \delta = \gamma \Rightarrow \cos x = -\delta \quad \text{ق ق غ}$$

$$\gamma \sin \gamma(\delta x) - \gamma = \gamma \Rightarrow \sin \gamma(\delta x) = \frac{\gamma}{\gamma} \Rightarrow \sin(\delta x) = \pm \frac{\gamma}{\gamma}$$

$$\sin(\delta x) = \frac{\gamma}{\gamma} \Rightarrow \sin(\delta x) = \sin\left(\frac{\pi}{\gamma}\right) \Rightarrow \begin{cases} \delta x = \gamma k\pi + \frac{\pi}{\gamma} \Rightarrow x = \frac{\gamma k\pi}{\delta} + \frac{\pi}{\gamma} \\ \delta x = \gamma k\pi + \pi - \frac{\pi}{\gamma} \Rightarrow x = \frac{\gamma k\pi}{\delta} + \frac{\pi}{\gamma} \end{cases}$$

$$\sin(\delta x) = -\frac{\gamma}{\gamma} \Rightarrow \sin(\delta x) = \sin\left(-\frac{\pi}{\gamma}\right) \Rightarrow \begin{cases} \delta x = \gamma k\pi - \frac{\pi}{\gamma} \Rightarrow x = \frac{\gamma k\pi}{\delta} - \frac{\pi}{\gamma} \\ \delta x = \gamma k\pi + \pi + \frac{\pi}{\gamma} \Rightarrow x = \frac{\gamma k\pi}{\delta} + \frac{\gamma \pi}{\gamma} \end{cases}$$

$$(k \in \mathbb{Z})$$

$$\gamma \sin \gamma(x) - \delta \sin(x) + \gamma = \gamma \Rightarrow (\gamma \sin x - \gamma)(\sin x - \gamma) = \gamma$$

$$\sin x = \frac{\gamma}{\gamma} \Rightarrow \begin{cases} x = \gamma k\pi + \frac{\pi}{\gamma} \\ x = \gamma k\pi + \pi - \frac{\pi}{\gamma} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x = \gamma \quad \text{ق ق غ}$$

$$\gamma \sin \gamma(x) - \gamma = \gamma \Rightarrow \sin \gamma(x) = \frac{\gamma}{\gamma} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma} \Rightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{\gamma}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = \gamma k\pi + \frac{\pi}{\gamma} \\ x = \gamma k\pi + \pi - \frac{\pi}{\gamma} \end{cases}$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma} \Rightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{\gamma}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = \gamma k\pi - \frac{\pi}{\gamma} \\ x = \gamma k\pi + \pi + \frac{\pi}{\gamma} \end{cases}$$

$$(k \in \mathbb{Z})$$

$$\tan(\delta x) = \sqrt{\gamma} \Rightarrow \delta x = k\pi + \frac{\pi}{\gamma} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{\delta} + \frac{\pi}{\delta \gamma} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\tan \gamma x = \gamma \Rightarrow \tan x = \pm \gamma$$

$$\begin{cases} \tan x = \gamma \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{\gamma} \\ \tan x = -\gamma \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{\gamma} \end{cases}$$

$$(k \in \mathbb{Z})$$

٥٧

٥٨

٥٩

٦٠

٦١

٦٢

٦٣

$$\sin^2 \theta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\theta)$$

۶۴

$$y = a \sin^2(bx) + c = a \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2bx) \right) + c = \frac{a}{2} - \frac{a}{2} \cos(2bx) + c$$

بنابراین برای تناوب داریم:

$$T = 2\pi - \pi \Rightarrow T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{2b} = \pi \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

تابع از نقاط  $A(0, -4)$  و  $B(\pi, 2)$  می‌گذرد. بنابراین با جاگذاری در خود تابع می‌توان  $a, c$  را حساب کرد.

$$A(0, -4) \Rightarrow a \sin^2(0) + c = -4 \Rightarrow c = -4$$

$$B(\pi, 2) \Rightarrow a \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right) - 4 = 2 \Rightarrow a - 4 = 2 \Rightarrow a = 6$$

$$\sin \theta \times \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$$

۶۵

$$y = a \sin(bx) \cos(bx) + c \Rightarrow y = \frac{a}{2} \sin(2bx) + c$$

با توجه به نمودار صورت سؤال این تابع  $\sin$  با ضریب مثبت است. بنابراین:

$$\begin{cases} y_{\max} = \left| \frac{a}{2} \right| + c = 2 \\ y_{\min} = -\left| \frac{a}{2} \right| + c = -6 \end{cases} \Rightarrow 2c = -4 \Rightarrow c = -2$$

$$\xrightarrow{c=-2} \left| \frac{a}{2} \right| - 2 = 2 \Rightarrow \left| \frac{a}{2} \right| = 4 \xrightarrow{a>0} a = 8$$

$$T = \frac{10\pi}{2} - \frac{2\pi}{2} \Rightarrow T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{2b} = 4\pi \Rightarrow b = \frac{1}{4}$$

$$y_{\max} = |a| + c = 4$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -2$$

$$\Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow b = 8$$

$$y = a \sin(bx) + c \Rightarrow y = 3 \sin(8x) + 1$$

$$y_{\max} = |a| + c = 3 + 5 = 8$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -3 + 5 = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{5}} = 10\pi$$

$$y_{\max} = |a| + c = 5 - 1 = 4$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -5 - 1 = -6$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2}$$

۶۶

۶۷

۶۸

این یک تابع Sin با ضریب منفی است و مینیمم آن  $-۴$  و با توجه به شکل ماکزیمم باید  $۶$  باشد یعنی  $۵$  واحد بالاتر از یک و یک چهارم تناوب  $\pi$  است در نتیجه تناوب  $۴\pi$  است.

$$y_{\max} = |a| + c = ۶$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -۴$$

$$\Rightarrow ۲c = ۲ \Rightarrow c = ۱ \Rightarrow |a| = ۵ \Rightarrow a = -۵$$

$$T = \frac{۲\pi}{b} = ۴\pi \Rightarrow b = \frac{۱}{۲}$$

$$y = -۵ \sin\left(\frac{x}{۲}\right) + ۱$$

ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب
$y = -۵ \sin\left(\frac{x}{۲}\right) + ۱$	۶	-۴	$۴\pi$

این یک تابع Cos با ضریب منفی است. نصف تناوب  $\frac{۱}{۶}$  است، بنابراین تناوب  $\frac{۱}{۳}$  است.

$$y_{\max} = |a| + c = ۴\pi$$

$$y_{\min} = -|a| + c = ۰$$

$$\Rightarrow ۲c = ۴\pi \Rightarrow c = ۲\pi \Rightarrow |a| = ۲\pi \Rightarrow a = -۲\pi$$

$$T = \frac{۲\pi}{b} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow b = ۶\pi$$

$$y = -۲\pi \cos(۶\pi x) + ۲\pi$$

ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب
$y = -۲\pi \cos(۶\pi x) + ۲\pi$	$۴\pi$	۰	$\frac{۱}{۳}$

این یک تابع Sin با ضریب مثبت است. چون از مبدأ آغاز شده و ماکزیمم  $۲$  است. بنابراین مینیمم  $-۲$  است. نصف تناوب  $۴\pi$  شده، بنابراین تناوب  $۸\pi$  است.

$$y_{\max} = |a| + c = ۲$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -۲$$

$$\Rightarrow ۲c = ۰ \Rightarrow c = ۰ \Rightarrow |a| = ۲ \Rightarrow a = ۲$$

$$T = \frac{۲\pi}{b} = ۸\pi \Rightarrow b = \frac{۱}{۴}$$

$$y = ۲ \sin\left(\frac{x}{۴}\right)$$

ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب
$y = ۲ \sin\left(\frac{x}{۴}\right)$	۲	-۲	$۸\pi$

$$y_{\max} = |a| + c = ۷$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -۱$$

$$\Rightarrow ۷c = ۶ \Rightarrow c = ۳ \Rightarrow |a| = ۴ \Rightarrow a = -۴$$

$$T = \frac{۷\pi}{b} = ۱۰\pi \Rightarrow b = \frac{۱}{۵}$$

$$y = -۴ \cos\left(\frac{x}{۵}\right) + ۳$$

ضابطه تابع	ماکزیمم	مینیمم	تناوب
$y = -۴ \cos\left(\frac{x}{۵}\right) + ۳$	۷	-۱	$۱۰\pi$

$$y_{\max} = |a| + c = ۶\pi$$

$$y_{\min} = -|a| + ۲ = -۲\pi$$

$$\Rightarrow ۷c = ۶\pi \Rightarrow c = ۲\pi \Rightarrow |a| = ۶\pi \Rightarrow a = ۶\pi$$

$$T = \frac{۷\pi}{|b|} = ۱۰ \Rightarrow b = \frac{\pi}{۵}$$

$$y = a \sin(bx) + c \Rightarrow y = ۶\pi \sin\left(\frac{\pi}{۵}x\right) + ۲\pi$$

$$y_{\max} = |a| + c = ۷$$

$$y_{\min} = -|a| + ۲ = -۱$$

$$\Rightarrow ۷c = ۶ \Rightarrow c = ۳ \Rightarrow |a| = ۴ \Rightarrow a = ۴$$

$$T = \frac{۷\pi}{|b|} = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow b = ۲$$

$$y = a \sin(bx) + c \Rightarrow y = ۴ \sin(۲x) + ۳$$

