



p30konkor.com

زمان آزمون :

نام درس :

نام آموزشگاه :

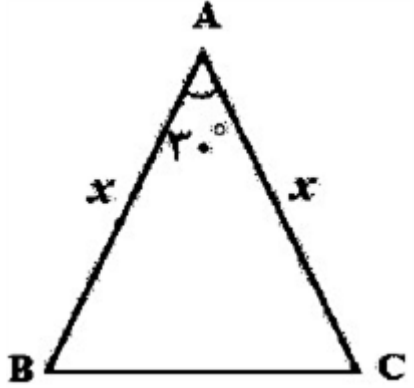
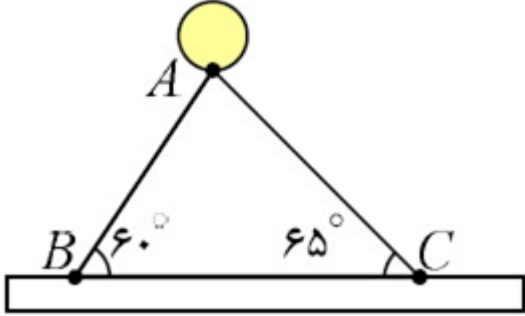
تاریخ برگزاری :

نام و نام خانوادگی :

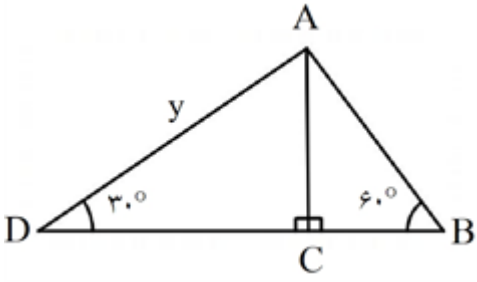
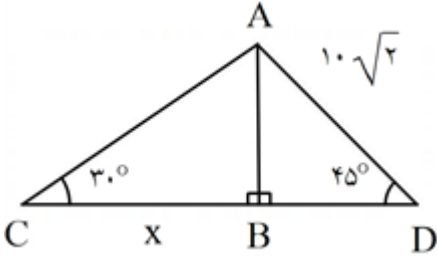
پایه تحصیلی :

نام دبیر :

عنوان آزمون : ریاضی ۱۰ فصل ۲ - متوسط

ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	اگر $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ و $\tan \alpha = \frac{-4}{3}$ ، نسبت‌های مثلثاتی $\cos \alpha$ و $\cot \alpha$ را به دست آورید.	
۲	مساحت مثلث متساوی‌الساقین ABC برابر ۹ است. اندازه x را به دست آورید. 	
۳	اگر $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ و $\cot \alpha = \frac{1}{5}$ ، نسبت‌های مثلثاتی دیگر α را به دست آورید.	
۴	با فرض با معنی بودن عبارت مقابل، حاصل آن را محاسبه کنید. $\frac{\sin x - \sin^2 x}{\cos^2 x} \times \cot x$	
۵	مطابق شکل مقابل، یک بالن توسط دو طناب AB و AC، به زمین بسته شده است. اگر طول طناب AB برابر ۳۶ متر باشد. با توجه به شکل، ابتدا ارتفاع بالن را تعیین و سپس طول طناب AC را محاسبه کنید. ($\sin 65^\circ \approx 0.9$) 	
۶	درستی اتحاد زیر را ثابت کنید. $\tan \theta (1 + \cot^2 \theta) = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$	



	<p>در شکل زیر y را حساب کنید. ($CB = 4\sqrt{3}$)</p> 	۷
	<p>در شکل زیر x را حساب کنید. ($CB = x$)</p> 	۸
	<p>اگر $-45^\circ < \theta < 45^\circ$ باشد و $\tan \theta = 2k - 5$ باشد، حدود k را حساب کنید.</p>	۹
	<p>اگر $0^\circ < \theta < 30^\circ$ باشد، حدود $\sin \theta$ را حساب کنید.</p>	۱۰
	<p>اگر $0^\circ < \theta < 60^\circ$ باشد، حدود $\sin \theta$ و $\cos \theta$ را حساب کنید.</p>	۱۱
	<p>در تمرین زیر نسبت مثلثاتی زاویه‌ای داده شده است. سایر نسبت‌های مثلثاتی را پیدا کنید. (در ربع دوم)</p> <p>$\cos \theta = -\frac{1}{4}$</p>	۱۲
	<p>در تمرین زیر $\sin \theta$، $\cos \theta$، $\tan \theta$ و $\cot \theta$ را بدست آورید، می‌دانیم که θ زاویه‌ی شعاع \overrightarrow{OP} با محور \overrightarrow{Ox} است.</p> <p>$P(-3, 0)$</p>	۱۳
	<p>در مساله‌ی زیر مقدار r و یکی از نسبت‌های مثلثاتی داده شده است مختصات نقطه‌ی P را به دست آورید.</p> <p>$r = 10$, $\sin \theta = \frac{4}{5}$ (در ربع دوم)</p>	۱۴
	<p>در تمرین زیر نسبت مثلثاتی زاویه‌ای داده شده است. سایر نسبت‌های مثلثاتی را به دست آورید.</p> <p>$\tan \theta = \frac{5}{4}$ (در ربع اول)</p>	۱۵



روش اول: استفاده از اتحادهای مثلثاتی

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{5} \xrightarrow{\alpha \text{ در ناحیه چهارم}} \cos \alpha = +\frac{1}{5}$$

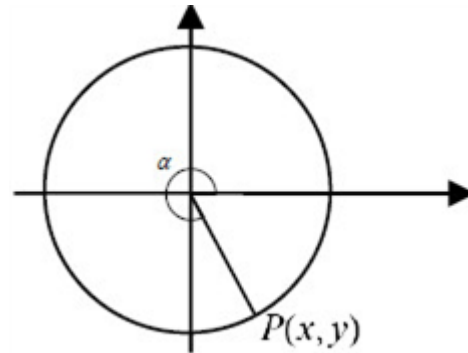
$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{3}{4}$$

روش دوم: استفاده از دایره مثلثاتی

$$\tan \alpha = -\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{y}{x} = -\frac{4}{3} \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x$$

$$x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow x = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}, \cot \alpha = -\frac{3}{4}$$



$$S = \frac{1}{2} x^2 \sin 30^\circ = 9 \Rightarrow \frac{1}{2} \times x^2 \times \frac{1}{2} = 36 \xrightarrow{x > 0} x = 12$$

α در ربع سوم قرار دارد. بنابراین \tan و \cot مثبت هستند و \sin و \cos منفی هستند.

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{1}{25} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{26}{25} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{25}{26} \xrightarrow{\sin \alpha < 0} \sin \alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}} = \frac{-5\sqrt{26}}{26}$$

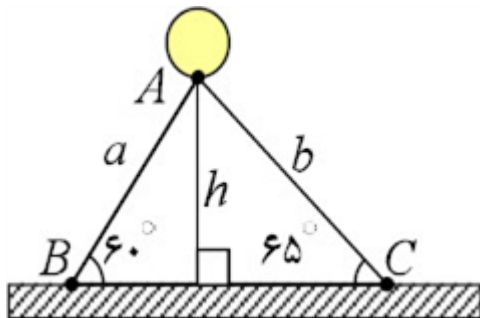
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(-\frac{5}{\sqrt{26}}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{25}{26} = \frac{1}{26}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{26} \xrightarrow{\cos \alpha < 0} \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{26}} = -\frac{\sqrt{26}}{26}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} \Rightarrow \tan \alpha = 5$$

$$\frac{\sin x - \sin^2 x}{\cos^2 x} \times \cot x = \frac{\sin x(1 - \sin^2 x)}{\cos^2 x} \times \cot x = \frac{\sin x \times \cos^2 x}{\cos^2 x} \times \cot x$$

$$= \frac{\sin x}{\cos x} \times \cot x = \tan x \times \cot x = 1$$



$$\sin 60^\circ = \frac{h}{a} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{18} \Rightarrow h = 18\sqrt{3} \text{ متر}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{h}{b} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{18\sqrt{3}}{b} \Rightarrow b = 18\sqrt{6} \text{ متر}$$

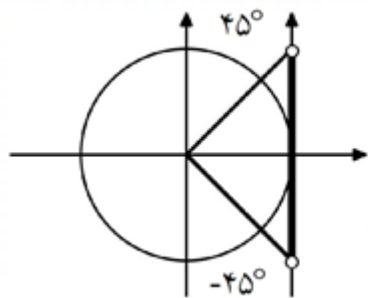
$$\tan \theta(1 + \cot^2 \theta) = \tan \theta \times \frac{1}{\sin^2 \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{1}{\sin^2 \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta \times \sin^2 \theta} = \frac{1}{\cos \theta \sin \theta}$$

$$\tan \widehat{B} = \frac{AC}{CB} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{AC}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AC}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \Rightarrow AC = 12$$

$$\sin \widehat{D} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{12}{AD} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{12}{AD} \Rightarrow AD = 24 \Rightarrow y = 24$$

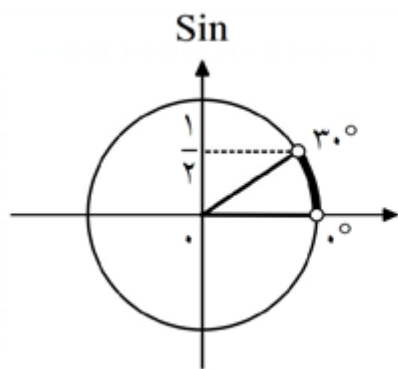
$$\sin \widehat{D} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \sin 45^\circ = \frac{AB}{10\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AB}{10\sqrt{2}} \Rightarrow AB = 10$$

$$\tan \widehat{C} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{10}{BC} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{BC} \Rightarrow BC = 10\sqrt{3} \Rightarrow x = 10\sqrt{3}$$

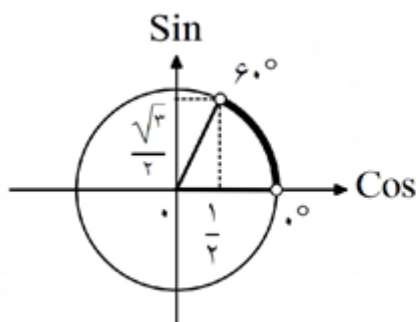


$$-45^\circ < \theta < 45^\circ \Rightarrow -1 < \tan \theta < 1 \Rightarrow -1 < 2k - 5 < 1$$

$$\xrightarrow{+5} 4 < 2k < 6 \xrightarrow{\div 2} 2 < k < 3$$



$$0^\circ < \theta < 30^\circ \Rightarrow 0 < \sin \theta < \frac{1}{2}$$



$$0^\circ < \theta < 60^\circ \Rightarrow \begin{cases} 0 < \sin \theta < \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} < \cos \theta < 1 \end{cases}$$

(ربع دوم) ۱۲

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta \Rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$= \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{-\frac{1}{\sqrt{3}}} = -\sqrt{2}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{-\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{9 + 0} = 3$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{0}{3} = 0$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{-3}{3} = -1$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{0}{-3} = 0$$

$$\cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{-3}{0} \rightarrow \text{تعریف نشده}$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{y}{10} \Rightarrow y = 8$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = r \Rightarrow \sqrt{x^2 + 8^2} = 10 \Rightarrow x^2 + 64 = 100 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$$

با توجه به این که p در ربع دوم قرار دارد پس $x < 0$ و داریم $x = -6$ در نتیجه:

$$p(-6, 8)$$

با توجه به این که نقطه p در ربع اول است $\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{5}{4}$ می‌توانیم نقطه $p(4, 5)$ را در نظر بگیریم:

$$\Rightarrow r = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41} \Rightarrow \sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{5}{\sqrt{41}}, \cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{4}{\sqrt{41}}, \cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{4}{5}$$

