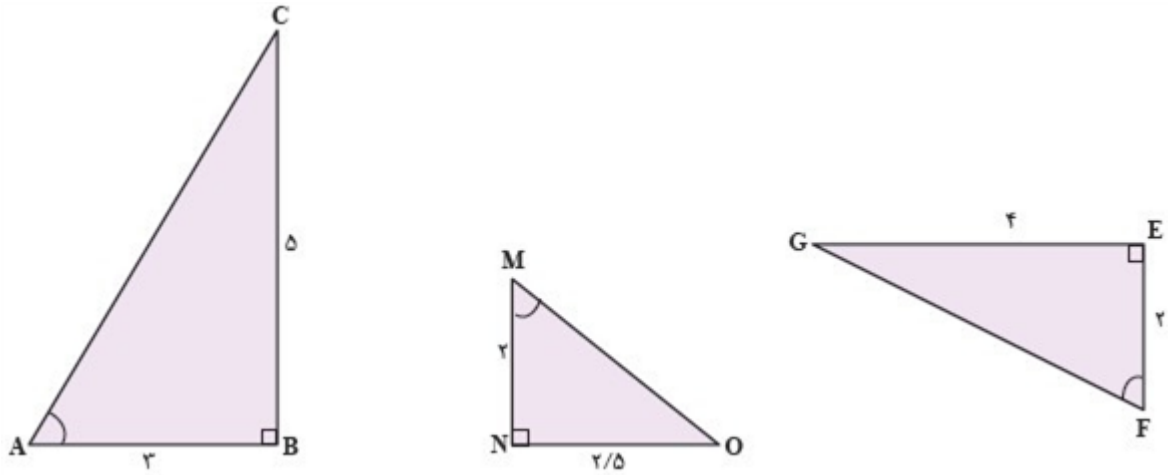
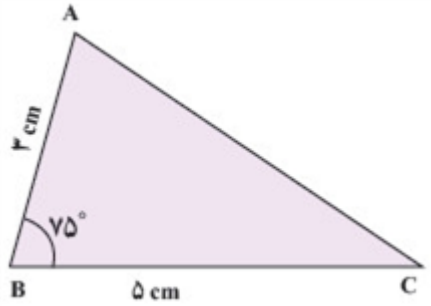
نام و نام خانوادگی :　　زمان آزمون :

پایه تحصیلی :　　نام درس :

نام دبیر :　　نام آموزشگاه :

عنوان آزمون : ریاضی ۱۰ فصل ۲ ترکیبی ۱　　تاریخ برگزاری

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	درستی تساوی مقابل را بررسی کنید. $۱ + \cot^{۲} ۴۵^\circ = \frac{۱}{\text{Sin}^{۲} ۴۵^\circ}$	
۲	درستی تساوی مقابل را بررسی کنید. $۲\,\text{Cos}^{۲} ۳۰^\circ - ۱ = \text{Cos}\, ۶۰^\circ$	
۳	عبارت مقابل را بر حسب $\text{Cos}\,\theta$ بنویسید: $\frac{\tan\theta}{\text{Sin}\,\theta}$	
۴	در هریک از شکل‌های زیر، جاهای خالی را کامل کنید.  $\text{tg}\,A = \frac{BC}{AB} = \frac{۵}{۳}$　　$\text{Cotg}\,M = \frac{MN}{NO} = \frac{}{۲/۵}$　　$\text{tg}\,F = ۰ = ۰$ $\text{Cotg}\,A = ۰ = ۰$　　$\text{tg}\,M = ۰ = ۰$　　$\text{Cotg}\,F = ۰ = ۰$	
۵	فرض کنید $\text{Sin}\,۷۵^\circ \simeq ۰/۹۶$. مساحت مثلث ABC در شکل زیر را به دست آورید.  	

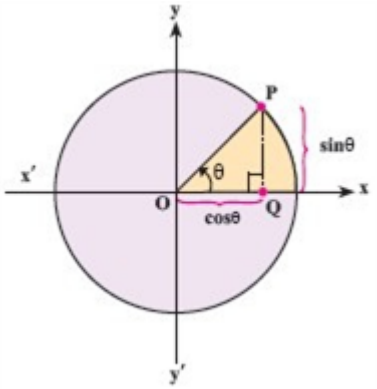
۶

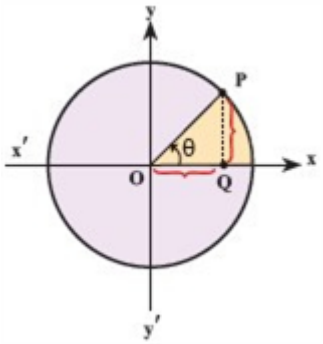
فرض کنید $P(x,y)$ نقطه‌ای دلخواه روی دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو باشد و θ زاویه‌ای است که نیم‌خط $\overrightarrow{OP}$ با محور $\overrightarrow{Ox}$ می‌سازد. از نقطه‌ی P خطی بر محور $\overrightarrow{Ox}$ عمود می‌کنیم ومحل برخورد را Q می‌نامیم

الف) در مثلث OPQ، نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی θ را به دست آورید.

$\text{Cos}\,\theta = \ldots\ ,\ \text{Sin}\,\theta = \ldots\ ,\ \text{tg}\,\theta = \ldots$

ب) با توجه به قسمت (الف) می‌توان دید فاصله‌ی Q تا مبدأ با ..... برابر است و فاصله‌ی نقطه‌ی P تا پای عمود، یعنی نقطه‌ی Q با ..... برابر است.





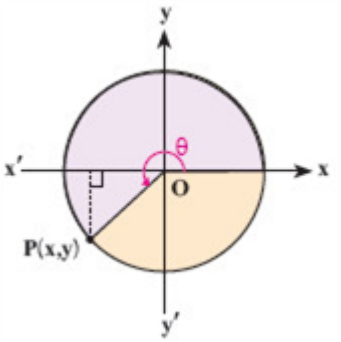
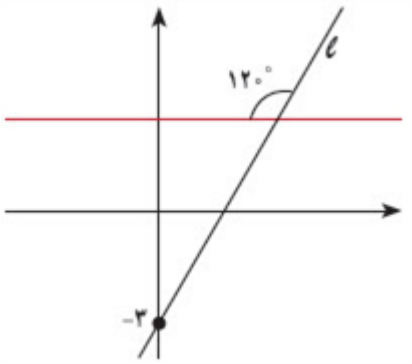
۷

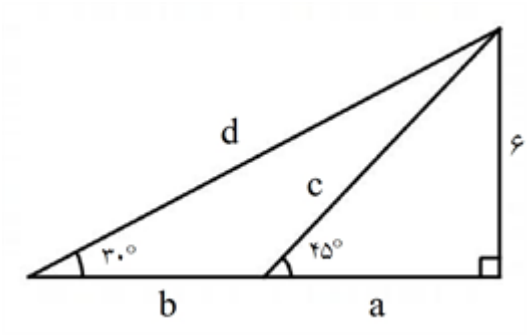
۱) فرض کنید θ زاویه‌ای در ربع سوم دایره‌ی مثلثاتی باشد. با توجه به این‌که $y = \text{Sin}\,\theta$ و $x = \text{Cos}\,\theta$ و در ربع سوم، $x, y < ۰$، علامت هریک از نسبت‌های مثلثاتی θ را در ربع سوم مشخص کنید.

۲) فرض کنید α زاویه‌ای در دایره‌ی مثلثاتی در ربع دوم باشد. فعالیت قبل را برای α نیز تکرار کنید.

۳) جدول زیر را کامل کنید:

مقدار	ربع اول $x , y > ۰$	ربع دوم	ربع سوم	ربع چهارم .....
$\text{Sin}\,\theta$	+			
$\text{Cos}\,\theta$		-		
$\text{tg}\,\theta$			+	
$\text{Cotg}\,\theta$				-

۸	فرض کنید نقطه‌ی P روی دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد به طوری‌که $\text{Cos}\,\theta = \frac{-\sqrt{۲}}{۲}$. می‌دانیم θ در ربع سوم مثلثاتی قرار دارد، بنابراین $y = \text{Sin}\,\theta = \ldots$. الف) مختصات نقطه‌ی P را به دست آورید. ب) سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی θ را به دست آورید.  	
۹	معادله‌ی خطی را بنویسید که زاویه‌ی آن با جهت مثبت محور x ها ۳۰° است و از نقطه‌ی $(۱, ۰)$ می‌گذرد.	
۱۰	با توجه به شکل زیر، معادله‌ی خط L را به دست آورید.  	
۱۱	اگر $\text{Sin}\,۱۳۵^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$، آن‌گاه نسبت‌های دیگر مثلثاتیِ زاویه‌ی ۱۳۵° را به دست آورید.	
۱۲	با فرض با معنی بودن هر کسر، درستی هریک از تساوی‌های زیر را بررسی کنید. الف) $\frac{۱}{\text{Sin}\,\theta} \times \text{tg}\,\theta = \frac{۱}{\text{Cos}\,\theta}$ ب) $\frac{\text{Cos}\,\theta}{۱ + \text{Sin}\,\theta} = \frac{۱ - \text{Sin}\,\theta}{\text{Cos}\,\theta}$ پ) $\frac{۱ + \text{tg}\,\alpha}{۱ + \text{Cotg}\,\alpha} = \text{tg}\,\alpha$ ت) $۱ - \frac{\text{Cos}^۲ x}{۱ + \text{Sin}\,x} = \text{Sin}\,x$ ث) $\frac{۱}{\text{Cos}\,x} - \text{tg}\,x = \frac{\text{Cos}\,x}{۱ + \text{Sin}\,x}$	
۱۳	در تمرین زیر $\text{Sin}\,\theta$، $\text{Cos}\,\theta$، $\tan\theta$ و $\cot\theta$ را به دست آورید، در صورتی که بدانیم θ زاویه شعاع $\overrightarrow{oP}$ با محور $\overrightarrow{ox}$ است. $(۰, ۴)$	
۱۴	در تمرین زیر نسبت مثلثاتی زاویه‌ای داده شده است. سایر نسبتهای مثلثاتی را به دست آورید. $\text{Sin}\,\theta = -\frac{۲}{۵}$ (در ربع سوم)	

۱۵	عبارت مقابل را بر حسب $\mathrm{Cos}\,\theta$ بنویسید: $(۱-\tan^{۲}\theta)(\tan^{۲}\theta+۱)$	
۱۶	در تمرین زیر $\mathrm{Sin}\,\theta$، $\mathrm{Cos}\,\theta$، $\tan\theta$ و $\cot\theta$ را بدست آورید، می‌دانیم که θ زاویه‌ی شعاع $\overrightarrow{OP}$ با محور $\overrightarrow{O}x$ است. $P(-\sqrt{۲},\sqrt{۶})$	
۱۷	در تمرین زیر $\mathrm{Sin}\,\theta$، $\mathrm{Cos}\,\theta$، $\tan\theta$ و $\cot\theta$ را بدست آورید، می‌دانیم که θ زاویه‌ی شعاع $\overrightarrow{OP}$ با محور $\overrightarrow{O}x$ است. $P(-۳,-۳)$	
۱۸	اگر $-۴۵^\circ < \theta < ۶۰^\circ$ باشد و $\mathrm{Cos}\,\theta = ۲\mathrm{m}-۱$ باشد، حدود m را حساب کنید.	
۱۹	درستی تساوی زیر را بررسی کنید. $۱+\mathrm{Sin}^{۴}\theta-\mathrm{Cos}^{۴}\theta=۲\,\mathrm{Sin}^{۲}\theta$	
۲۰	در شکل زیر a,b,c,d را حساب کنید. 	

۱

$$\text{طرف چپ} = ۱ + (۱)^۲ = ۲$$

$$\text{طرف راست} = \frac{۱}{\left(\frac{۱}{\sqrt{۲}}\right)^۲} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}} = ۲ \Rightarrow \text{تساوی برقرار است}$$

۲

$$\text{طرف چپ} = ۲\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)^۲ - ۱ = ۲\times\frac{۳}{۴} - ۱ = \frac{۱}{۲} = \text{طرف راست} \Rightarrow \text{تساوی درست است}$$

۳

$$\frac{\tan\theta}{\operatorname{Sin}\theta} = \frac{\frac{\operatorname{Sin}\theta}{\operatorname{Cos}\theta}}{\frac{\operatorname{Sin}\theta}{۱}} = \frac{\operatorname{Sin}\theta}{\operatorname{Cos}\theta.\operatorname{Sin}\theta} = \frac{۱}{\operatorname{Cos}\theta}$$

۴

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AB} = \frac{۵}{۳} \qquad \operatorname{Cotg} M = \frac{MN}{NO} = \frac{۲}{۲/۵} \qquad \operatorname{tg} F = \frac{GE}{EF} = \frac{۴}{۲}$$

$$\operatorname{Cotg} A = \frac{AB}{BC} = \frac{۳}{۵} \qquad \operatorname{tg} M = \frac{NO}{MN} = \frac{۲/۵}{۲} \qquad \operatorname{Cotg} F = \frac{EF}{GE} = \frac{۲}{۴}$$

۵

$$S = \frac{۱}{۲}AB \times BC \times \operatorname{Sin} ۷۵^\circ = \frac{۱}{۲}\times ۳\times ۵\times ۰/۹۶ = ۷/۲$$

۶

$$\operatorname{Cos}\theta = \frac{OQ}{OP} = \frac{OQ}{۱} = OQ\,,\ \operatorname{Sin}\theta = \frac{PQ}{OP} = \frac{PQ}{۱} = PQ\,,\ \operatorname{tg}\theta = \frac{PQ}{OQ}$$

ب) با توجه به قسمت (الف) می‌توان دید فاصله‌ی Q تا مبدأ با $\operatorname{Cos}\theta$ برابر است و فاصله‌ی نقطه‌ی P تا پای عمود، یعنی نقطه‌ی Q با $\operatorname{Sin}\theta$ برابر است.

۷

۱) $\operatorname{Sin}\theta < ۰\,,\ \operatorname{Cos}\theta < ۰\,,\ \operatorname{tg}\theta > ۰$

۲) $\operatorname{Sin}\theta > ۰\,,\ \operatorname{Cos}\theta < ۰\,,\ \operatorname{tg}\theta < ۰$

۳)

مقدار	ربع اول $x\,,\,y > ۰$	ربع دوم	ربع سوم	ربع چهارم .....
Sinθ	+	+	-	-
Cosθ	+	-	-	+
tgθ	+	-	+	-
Cotgθ	+	-	+	-

۸

$$y = \operatorname{Sin}\theta = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

الف) $\left(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}, -\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)$

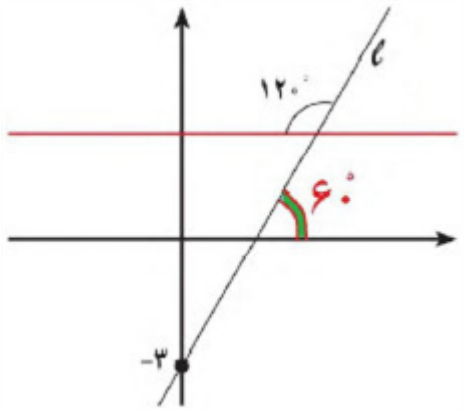
ب) $\operatorname{Cotg}\theta = \frac{x}{y} = ۱\,,\ \operatorname{tg}\theta = \frac{y}{x} = ۱$

۹

$$m = \text{tg}\,۳۰^\circ \Rightarrow m = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow y - ۰ = \frac{\sqrt{۳}}{۳}(x - ۱) \Rightarrow y = \frac{\sqrt{۳}}{۳}x - \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

نکته: اگر خطی با شیب m از نقطه‌ی $(x_۰, y_۰)$ بگذرد معادله‌ی ان $y - y_۰ = m(x - x_۰)$ است.

۱۰



$$m = \text{tg}\,۶۰^\circ = \sqrt{۳}, (۰, -۳) \Rightarrow y - (-۳) = \sqrt{۳}(x - ۰)$$
$$\Rightarrow y = \sqrt{۳}x - ۳$$

۱۱

$$\text{Cos}^۲ ۱۳۵^\circ = ۱ - \text{Sin}^۲ ۱۳۵^\circ = ۱ - \frac{۲}{۴} = \frac{۲}{۴} \Rightarrow \text{Cos}\,۱۳۵^\circ = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}, \text{tg}\,۱۳۵^\circ = \frac{\text{Sin}\,۱۳۵^\circ}{\text{Cos}\,۱۳۵^\circ} = \frac{\cancel{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}}{-\cancel{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}}$$

$$= -۱ \Rightarrow \text{Cotg}\,۱۳۵^\circ = -۱$$

۱۲

الف)

$$\text{چپ} = \frac{۱}{\cancel{\text{Sin}\,\theta}} \times \frac{\cancel{\text{Sin}\,\theta}}{\text{Cos}\,\theta} = \frac{۱}{\text{Cos}\,\theta}$$

ب)

$$\text{چپ} = \frac{\text{Cos}\,\theta}{۱ + \text{Sin}\,\theta} \times \frac{۱ - \text{Sin}\,\theta}{۱ - \text{Sin}\,\theta} = \frac{\text{Cos}\,\theta(۱ - \text{Sin}\,\theta)}{۱ - \text{Sin}^۲\theta} = \frac{\cancel{\text{Cos}\,\theta}\,(۱ - \text{Sin}\,\theta)}{\text{Cos}^{\cancel{۲}}\theta} = \frac{۱ - \text{Sin}\,\theta}{\text{Cos}\,\theta}$$

پ)

$$\text{چپ} = \frac{۱ + \text{tg}\,\alpha}{۱ + \text{Cotg}\,\alpha} = \frac{۱ + \text{tg}\,\alpha}{۱ + \frac{۱}{\text{tg}\,\alpha}} = \frac{\text{tg}\,\alpha\,\cancel{(۱ + \text{tg}\,\alpha)}}{\cancel{\text{tg}\,\alpha + ۱}} = \text{tg}\,\alpha$$

ت)

$$\text{چپ} = ۱ - \frac{\text{Cos}^۲ x}{۱ + \text{Sin}\,x} = ۱ - \frac{۱ - \text{Sin}^۲ x}{۱ + \text{Sin}\,x} = ۱ - \frac{(۱ - \text{Sin}\,x)\,\cancel{(۱ + \text{Sin}\,x)}}{\cancel{۱ + \text{Sin}\,x}}$$

$$= ۱ - ۱ + \text{Sin}\,x = \text{Sin}\,x$$

ث)

$$\text{چپ} = \frac{۱}{\text{Cos}\,x} - \text{tg}\,x = \frac{۱}{\text{Cos}\,x} - \frac{\text{Sin}\,x}{\text{Cos}\,x} = \frac{۱ - \text{Sin}\,x}{\text{Cos}\,x} \times \frac{۱ + \text{Sin}\,x}{۱ + \text{Sin}\,x} = \frac{۱ - \text{Sin}^۲ x}{\text{Cos}\,x(۱ + \text{Sin}\,x)}$$

$$= \frac{\text{Cos}^{\cancel{۲}} x}{\cancel{\text{Cos}\,x}\,(۱ + \text{Sin}\,x)} = \frac{\text{Cos}\,x}{۱ + \text{Sin}\,x}$$

۱۳

$$(۰, ۴) \Rightarrow r = \sqrt{x^۲ + y^۲} = \sqrt{۰^۲ + ۴^۲} = ۴$$

$$\text{Sin}\,\theta = \frac{y}{r} = \frac{۴}{۴} = ۱ \qquad \text{Cos}\,\theta = \frac{x}{r} = \frac{۰}{۴} = ۰$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{۴}{۰} \text{ تعریف نشده} \qquad \cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{۰}{۴} = ۰$$

۱۴

$y=-۲$ ⇐ نقطه p را به عرض -۲ اختیار می‌کنیم.

$$\operatorname{Sin}\theta=\frac{y}{\sqrt{x^۲+y^۲}}=\frac{-۲}{۵}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^۲+y^۲}=۵ \Rightarrow \sqrt{x^۲+(-۲)^۲}=۵ \Rightarrow x^۲+۴=۲۵ \Rightarrow x^۲=۲۱ \Rightarrow x=-\sqrt{۲۱}$$

با توجه به این که نقطه p در ربع سوم است داریم: $p(-\sqrt{۲۱},-۲)$ در نتیجه:

$$\operatorname{Cos}\theta=\frac{x}{\sqrt{x^۲+y^۲}}=\frac{-\sqrt{۲۱}}{۵} \qquad \tan\theta=\frac{y}{x}=\frac{-۲}{-\sqrt{۲۱}}=\frac{۲\sqrt{۲۱}}{۲۱}$$

$$\cot\theta=\frac{x}{y}=\frac{-\sqrt{۲۱}}{-۲}=\frac{\sqrt{۲۱}}{۲}$$

۱۵

$$(۱-\tan^۲\theta)(\tan^۲\theta+۱)=۱-\tan^۴\theta=۱-\frac{\operatorname{Sin}^۴\theta}{\operatorname{Cos}^۴\theta}=\frac{\operatorname{Cos}^۴-\operatorname{Sin}^۴\theta}{\operatorname{Cos}^۴\theta}$$

$$=\frac{\cancel{(\operatorname{Cos}^۲\theta+\operatorname{Sin}^۲\theta)}(\operatorname{Cos}^۲\theta-\operatorname{Sin}^۲\theta)}{\operatorname{Cos}^۴\theta}=\frac{\operatorname{Cos}^۲\theta-\operatorname{Sin}^۲\theta}{\operatorname{Cos}^۴\theta}=\frac{\operatorname{Cos}^۲\theta-(۱-\operatorname{Cos}^۲\theta)}{\operatorname{Cos}^۴\theta}$$

$$=\frac{۲\operatorname{Cos}^۲\theta-۱}{\operatorname{Cos}^۴\theta}$$

۱۶

$$r=\sqrt{x^۲+y^۲}=\sqrt{۲+۶}=\sqrt{۸}=۲\sqrt{۲}$$

$$\operatorname{Sin}\theta=\frac{y}{r}=\frac{\sqrt{۶}}{۲\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲} \qquad \operatorname{Cos}\theta=\frac{x}{r}=\frac{-\sqrt{۲}}{۲\sqrt{۲}}=\frac{-۱}{۲}$$

$$\cot\theta=\frac{x}{y}=\frac{-\sqrt{۲}}{\sqrt{۶}}=\frac{-۱}{\sqrt{۳}}=\frac{-\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\tan\theta=\frac{y}{x}=\frac{\sqrt{۶}}{-\sqrt{۲}}=-\sqrt{۳}$$

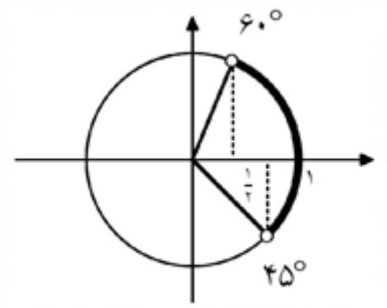
۱۷

$$r=\sqrt{x^۲+y^۲}=\sqrt{۹+۹}=۳\sqrt{۲}$$

$$\operatorname{Sin}\theta=\frac{y}{r}=\frac{-۳}{۳\sqrt{۲}}=\frac{-۱}{\sqrt{۲}}=\frac{-\sqrt{۲}}{۲} \qquad \operatorname{Cos}\theta=\frac{x}{r}=\frac{-۳}{۳\sqrt{۲}}=\frac{-۱}{\sqrt{۲}}=\frac{-\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\tan\theta=\frac{y}{x}=\frac{-۳}{-۳}=۱ \qquad \cot\theta=\frac{x}{y}=\frac{-۳}{-۳}=۱$$

۱۸



$$-۴۵^\circ<\theta<۶۰^\circ \Rightarrow \frac{۱}{۲}<\operatorname{Cos}\theta\leqslant ۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}<۲m-۱\leqslant ۱$$

$$\xrightarrow{+۱} \frac{۳}{۲}<۲m\leqslant ۲ \xrightarrow{\div ۲} \frac{۳}{۴}<m\leqslant ۱$$

۱۹

$$۱+\operatorname{Sin}^۴\theta-\operatorname{Cos}^۴\theta=۱+(\operatorname{Sin}^۲\theta+\operatorname{Cos}^۲\theta)(\operatorname{Sin}^۲\theta-\operatorname{Cos}^۲\theta)$$

$$=۱+\operatorname{Sin}^۲\theta-\operatorname{Cos}^۲\theta=۱+\operatorname{Sin}^۲\theta-(۱-\operatorname{Sin}^۲\theta)=۱+\operatorname{Sin}^۲\theta-۱+\operatorname{Sin}^۲\theta=۲\operatorname{Sin}^۲\theta$$

۲۰

$$\text{Sin}\,۴۵^\circ = \frac{۶}{c} \Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{۶}{c} \Rightarrow c = \frac{۱۲}{\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \frac{۱۲\sqrt{۲}}{۲} = ۶\sqrt{۲}$$

$$\tan ۴۵^\circ = \frac{۶}{a} \Rightarrow ۱ = \frac{۶}{a} \Rightarrow a = ۶$$

$$\text{Sin}\,۳۰^\circ = \frac{۶}{d} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۶}{d} \Rightarrow d = ۱۲$$

$$\tan ۳۰^\circ = \frac{۶}{a+b} \Rightarrow \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{۶}{a+b} \Rightarrow a+b = ۶\sqrt{۳}$$

$$\xrightarrow{a=۶} ۶ + b = ۶\sqrt{۳} \Rightarrow b = ۶\sqrt{۳} - ۶$$