

لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید

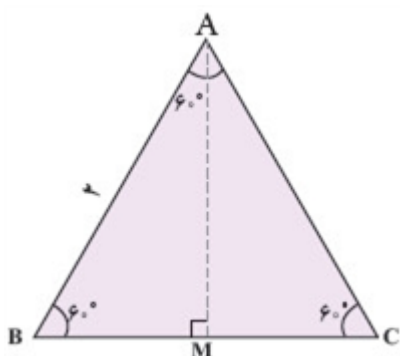
۱ حدود زاویه θ را در حالت مقابل مشخص کنید: $\sin \theta > 0, \cos \theta > 0$

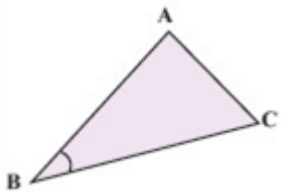
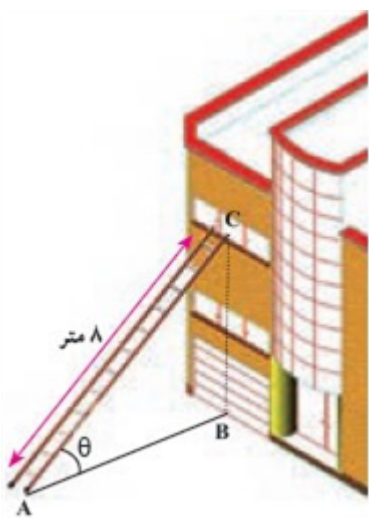
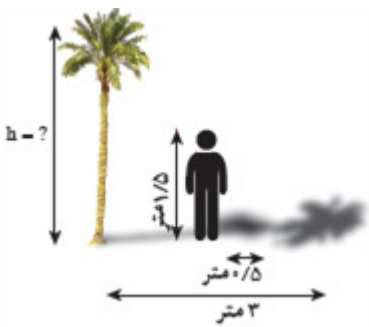
۲ عبارت مقابل را بر حسب $\sin \theta$ بنویسید: $\cot \theta \cdot \cos \theta$

۳ عبارت مقابل را بر حسب $\sin \theta$ بنویسید: $\cot^2 \theta$

به کمک شکل، با پیدا کردن نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های 30° و 60° ، جدول زیر را کامل کنید. (در صورت لزوم، کسر را گویا کنید)

مقدار	30°	45°	60°
$\sin A$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$	
$\cos A$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$	
$\operatorname{tg} A$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$
$\operatorname{Cotg} A$	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$



	<p>یک زاویه 50° رسم کنید. با تشکیل یک مثلث قائم‌الزاویه و اندازه‌گیری طول‌های موردنظر با یک خط کش مدرج، نسبت‌های مثلثاتی زاویه 50° را به صورت تقریبی حساب کنید. سپس با ماشین‌حساب، مقادیر واقعی را به دست آورید و با مقادیر قبل مقایسه کنید.</p>	۵
	<p>در هر مثلث، با معلوم بودن مقادیر طول دو ضلع مثلث و اندازه‌ی زاویه بین آن‌ها نشان دهید:</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> $\text{مساحت } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin B.$ </div> </div>	۶
	<p>مطابق شکل مقابل، نردبانی به طول ۸ متر در زیر پنجره‌ی ساختمانی قرار گرفته است. اگر زاویه‌ی نردبان با سطح زمین $\theta = 30^\circ$ باشد، ارتفاع پنجره تا زمین را محاسبه کنید. فاصله‌ی پای نردبان تا ساختمان چه قدر است؟</p> $\sin \theta = \frac{\dots}{8} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BC}{8} \Rightarrow 2BC = \dots \Rightarrow BC = \dots$ <p>اکنون به کمک رابطه‌ی فیثاغورس داریم:</p> $AB^2 = AC^2 - BC^2 = \dots - \dots = \dots \Rightarrow AB = \dots$ 	۷
	<p>علی می‌خواهد ارتفاع یک درخت را که طول سایه‌ی آن ۳ متر است، حساب کند. قد علی $1/5$ متر و طول سایه‌ی او در همان لحظه $0/5$ متر است. ارتفاع درخت چه قدر است؟</p> 	۸



	<div data-bbox="359 91 675 405" data-label="Image"> </div> <p>مساحت شش ضلعی منتظم زیر را به دست آورید.</p>	۹
	<p>یک هواپیما در ارتفاع ۲ km از سطح زمین در حال فرود آمدن است. اگر زاویه‌ی هواپیما با افق حدود ۱۳° باشد، هواپیما در چه فاصله‌ای از نقطه‌ی A فرود می‌آید.</p> <p>$\operatorname{tg} ۱۳^\circ \simeq ۰/۲۳$</p> <div data-bbox="185 568 1110 757" data-label="Image"> </div>	۱۰
	<div data-bbox="280 804 855 1003" data-label="Image"> </div> <p>مساحت مثلث ABC را پیدا کنید.</p>	۱۱
	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. ($۰ < \theta < ۹۰^\circ$)</p> <p>الف) اگر $\sin \theta = \cos \theta$ باشد، θ برابر است.</p> <p>ب) تانژانت زاویه برابر $\cot ۶۰^\circ$ است.</p>	۱۲
	<p>در تمرین زیر $\sin \theta$، $\cos \theta$، $\tan \theta$ و $\cot \theta$ را به دست آورید، در صورتی که بدانیم θ زاویه شعاع \vec{OP} با محور \vec{OX} است.</p> <p>$(-۱, -\sqrt{۳})$</p>	۱۳
	<p>در تمرین زیر $\sin \theta$، $\cos \theta$، $\tan \theta$ و $\cot \theta$ را به دست آورید، در صورتی که بدانیم θ زاویه شعاع \vec{OP} با محور \vec{OX} است.</p> <p>$(-۵, ۳)$</p>	۱۴
	<p>در تمرین زیر $\sin \theta$، $\cos \theta$، $\tan \theta$ و $\cot \theta$ را به دست آورید، در صورتی که بدانیم θ زاویه شعاع \vec{OP} با محور \vec{OX} است.</p> <p>$(۲, -۲)$</p>	۱۵
	<p>در تمرین زیر نسبت مثلثاتی زاویه‌ای داده شده است. سایر نسبت‌های مثلثاتی را به دست آورید.</p> <p>$\cos \theta = \frac{۳}{۷}$ (در ربع چهارم)</p>	۱۶
	<p>در تمرین زیر نسبت مثلثاتی زاویه‌ای داده شده است. سایر نسبت‌های مثلثاتی را به دست آورید.</p> <p>$\cot \theta = \frac{۱}{۲}$ (در ربع سوم)</p>	۱۷



۱۸	در تمرین زیر $\sin \theta$ ، $\cos \theta$ ، $\tan \theta$ و $\cot \theta$ را بدست آورید، می‌دانیم که θ زاویه‌ی شعاع \overrightarrow{OP} با محور x \overrightarrow{O} است. $P(۰, -۲)$
۱۹	با فرض $r = ۲$ نسبت‌های مثلثاتی زوایای مقابل را بدست آورید: $\theta = ۳۰۰^\circ$
۲۰	درستی تساوی زیر را بررسی کنید. $۱ - \tan^۴ \theta = \frac{۲}{\cos^۲ \theta} - \frac{۱}{\cos^۴ \theta}$





باید در ربع اول باشد:

۱

$$\left. \begin{array}{l} \sin \theta > 0 \Rightarrow \theta \text{ در ربع اول یا دوم} \\ \cos \theta > 0 \Rightarrow \theta \text{ در ربع اول یا چهارم} \end{array} \right\} \Rightarrow \sin \theta > 0, \cos \theta > 0 \Rightarrow 0^\circ < \theta < 90^\circ$$

$$\cot \theta \cdot \cos \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \cdot \cos \theta = \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} = \frac{1 - \sin^2 \theta}{\sin \theta}$$

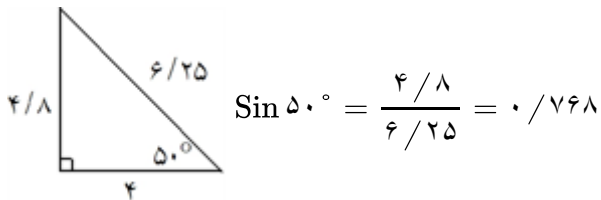
$$\cot^2 \theta = \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1 - \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta} - 1$$

۲

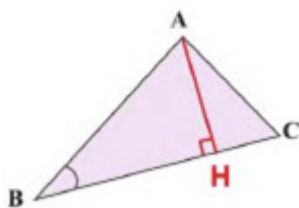
۳

مقدار	۳۰°	۴۵°	۶۰°
$\sin A$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan A$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$
$\cot A$	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

۴



۵



$$\left. \begin{array}{l} S = \frac{1}{2} BC \times AH \\ \sin B = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AH = AB \times \sin B \end{array} \right\} \Rightarrow S = \frac{1}{2} BC \times AB \times \sin B$$

۶

$$\sin \theta = \frac{BC}{\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BC}{\lambda} \Rightarrow 2BC = \lambda \Rightarrow BC = \frac{\lambda}{2}$$

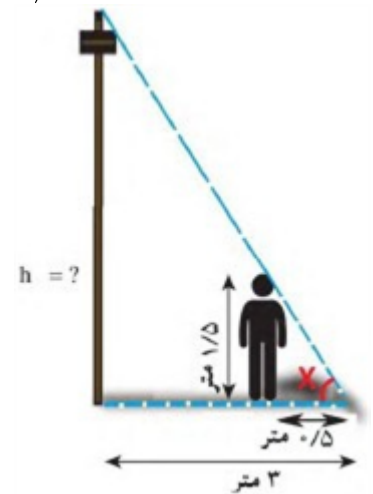
$$AB^2 = AC^2 - BC^2 = \lambda^2 - \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 = \frac{3\lambda^2}{4} \Rightarrow AB = \frac{\sqrt{3}\lambda}{2}$$

۷

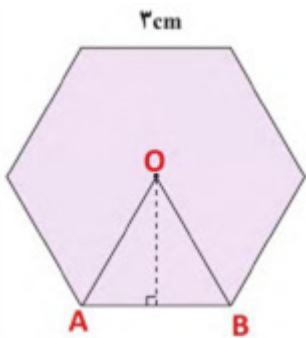




۸ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی کوچک $\operatorname{tg} x = \frac{1/5}{0/5}$ و در مثلث قائم‌الزاویه‌ی بزرگ $\operatorname{tg} x = \frac{h}{3}$ می‌باشد. در نتیجه می‌توان نوشت: $\frac{1/5}{0/5} = \frac{h}{3} \Rightarrow h = 9$. یعنی ارتفاع تیر برق ۹ متر است.



۹ مطابق شکل، هر شش‌ضلعی منتظم از ۶ مثلث متساوی‌الاضلاع ساخته شده است بنابراین مثلث AOB متساوی‌الاضلاع است. بنابراین: $\left. \begin{array}{l} OA = 3 \\ \hat{A} = 60^\circ \end{array} \right\}$



$$S_{AOB} = \frac{1}{2} OA \times AB \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{مساحت شش‌ضلعی منتظم} = 6 \times S_{AOB} = 6 \times \frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{2}$$

۱۰ طبق قضیه‌ی خطوط موازی، زاویه‌ی B نیز ۱۳ درجه است.



$$\operatorname{tg} B = \frac{2}{AB} \xrightarrow{B=13^\circ} 0/23 = \frac{2}{AB} \Rightarrow AB = \frac{2}{0/23} = 8/695$$

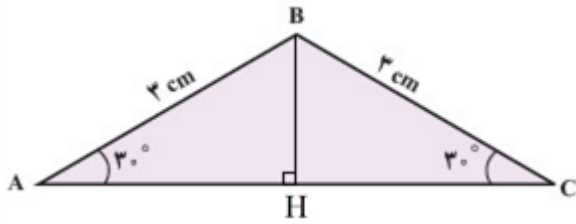




روش اول (با استفاده از ماشین حساب): ۱۱

$$\widehat{B} + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 120^\circ$$

$$S = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \sin 120^\circ = \frac{9}{2} \times 0.866 = 3.897$$



روش دوم (بدون استفاده از ماشین حساب):

$$\cos 30^\circ = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AH}{3} \Rightarrow AH = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\triangle ABH} = \frac{1}{2} AH \times AB \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{8}$$

$$S_{\triangle ABC} = 2 \times S_{\triangle ABH} = 2 \times \frac{9\sqrt{3}}{8} = \frac{9\sqrt{3}}{4} = 3.897$$

الف) 45° ۱۲

ب) 30°

$$(-1, -\sqrt{3}) \Rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \quad \tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-\sqrt{3}}{-1} = \sqrt{3}$$

$$\cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{-1}{-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{-1}{2}$$

$$(-5, 3) \Rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-5)^2 + 3^2} = \sqrt{34}$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{3}{\sqrt{34}}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{3}{-5}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{-5}{\sqrt{34}}$$

$$\cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{-5}{3}$$

$$(2, -2) \Rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{-2}{2\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{2}{-2} = -1$$

۱۳

۱۴

۱۵





$$\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{3}{5}$$

۱۶ $x = 3 \Rightarrow$ نقطه p را به طول ۳ انتخاب می‌کنیم.

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 5 \Rightarrow \sqrt{3^2 + y^2} = 5 \Rightarrow 9 + y^2 = 25 \Rightarrow y = -\sqrt{16} = -4\sqrt{10}$$

با توجه به این که نقطه p در ربع چهارم است داریم $p(3, -4\sqrt{10})$ در نتیجه:

$$\sin \theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{-4\sqrt{10}}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-4\sqrt{10}}{3}$$

$$\cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{3}{-4\sqrt{10}} = \frac{-3\sqrt{10}}{40}$$

با توجه به این که p در ربع سوم است می‌توانیم نقطه $p(-1, -2)$ را اختیار کنیم

۱۷

$$\cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5} \Rightarrow \sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{-2}{\sqrt{5}} = \frac{-2\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{-1}{\sqrt{5}} = \frac{-\sqrt{5}}{5}, \tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-2}{-1} = +2$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{0 + 4} = 2$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{0}{+2} = 0$$

$$\cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{0}{-2} = 0$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-2}{0} \rightarrow \text{تعریف نشده}$$

۱۸





۱۹

شعاع $op = ۲$ را با زاویه $\theta = ۳۰۰^\circ$ رسم می‌کنیم.

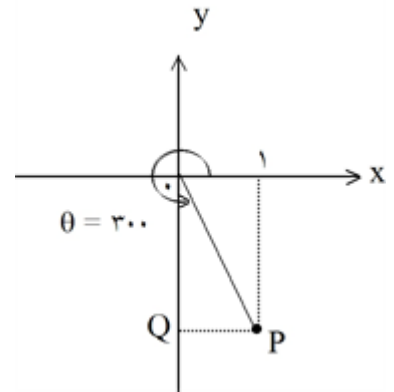
در مثلث OPQ ، روبروی زاویه ۳۰° و نصف وتر OP است بنابراین طول نقطه P ، $x = ۱$ می‌باشد.

$$x = ۱, r = ۲$$

$$x^۲ + y^۲ = r^۲ \Rightarrow ۱^۲ + y^۲ = ۲^۲ \Rightarrow y^۲ = ۳ \Rightarrow y = -\sqrt{۳}$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} \Rightarrow \sin ۳۰۰^\circ = \frac{-\sqrt{۳}}{۲} \quad \cos \theta = \frac{x}{r} \Rightarrow \cos ۳۰۰^\circ = \frac{+۱}{۲}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \Rightarrow \tan ۳۰۰^\circ = \frac{-\sqrt{۳}}{۱} = -\sqrt{۳} \quad \cot \theta = \frac{x}{y} \Rightarrow \cot ۳۰۰^\circ = \frac{۱}{-\sqrt{۳}} = \frac{-\sqrt{۳}}{۳}$$



$$\begin{aligned} ۱ - \tan^۲ \theta &= ۱ - \frac{\sin^۲ \theta}{\cos^۲ \theta} = \frac{\cos^۲ \theta - \sin^۲ \theta}{\cos^۲ \theta} = \frac{(\cos^۲ \theta - \sin^۲ \theta)(\cos^۲ \theta + \sin^۲ \theta)}{\cos^۴ \theta} \\ &= \frac{\cos^۲ \theta - \sin^۲ \theta}{\cos^۲ \theta} = \frac{\cos^۲ \theta - (۱ - \cos^۲ \theta)}{\cos^۲ \theta} = \frac{۲ \cos^۲ \theta - ۱}{\cos^۲ \theta} \\ &= \frac{۲ \cos^۲ \theta}{\cos^۲ \theta} - \frac{۱}{\cos^۲ \theta} = \frac{۲}{\cos^۲ \theta} - \frac{۱}{\cos^۲ \theta} \end{aligned}$$

۲۰

