

لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید

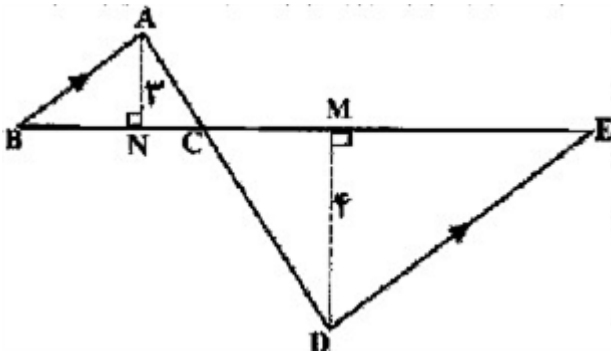
بارم

ردیف

در شکل مقابل $AB \parallel ED$ است.

الف) نشان دهید دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle CDE$ متشابه هستند.

ب) اگر $DM = 4$, $AN = 3$, $BE = 7$ باشد آنگاه طول ضلع BC را محاسبه کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

$$\left. \begin{array}{l} \angle C_1 = \angle C_2 \\ \angle B = \angle E \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle CDE$$

پاسخ: ۱

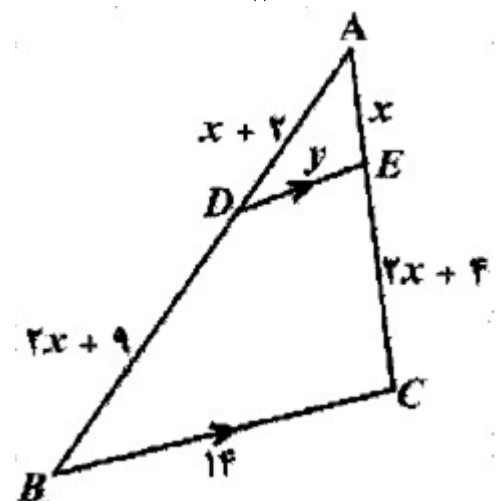
$$\frac{BC}{CE} = \frac{3}{4} \xrightarrow{BC=x} \frac{x}{7-x} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = 3$$

ب) راه حل اول:

$$\frac{BC}{CE} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{BC}{BC+CE} = \frac{3}{7} \Rightarrow BC = 3$$

راه حل دوم:

در شکل مقابل $BC \parallel DE$ می باشد. مقادیر x و y را محاسبه کنید.



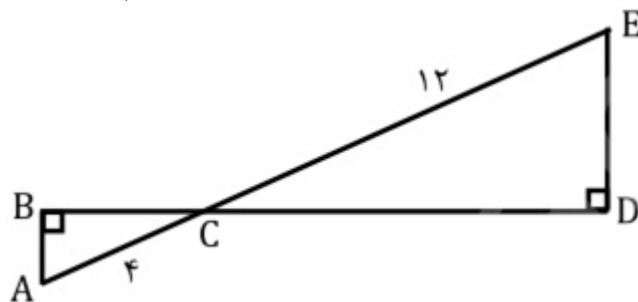
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

$$\frac{x+2}{2x+9} = \frac{x}{2x+4} \Rightarrow x = 8$$

پاسخ: ۱

$$\frac{x}{2x+4} = \frac{y}{14} \Rightarrow \frac{8}{20} = \frac{y}{14} \Rightarrow y = 4$$

در شکل زیر دلیل تشابه مثلث‌ها را بیان کنید. سپس نسبت مساحت مثلث بزرگتر به کوچکتر را بیابید.



۳

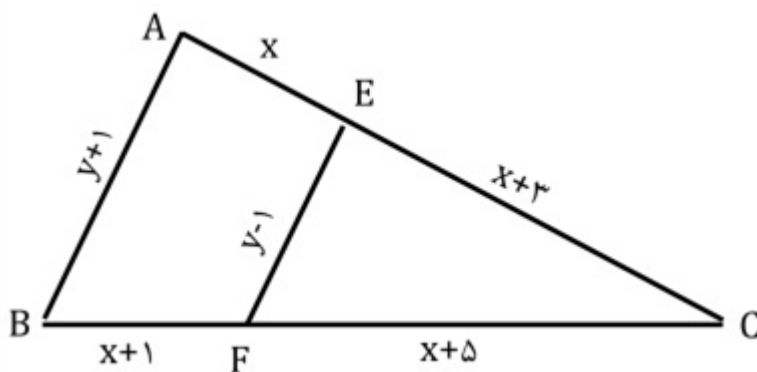
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳

$$\triangle ABC, \triangle EDC \Rightarrow \begin{cases} \angle B = \angle D = 90^\circ \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{cases} \Rightarrow \text{دو مثلث متشابه هستند} \Rightarrow \text{دو زاویه}$$

پاسخ: ۱

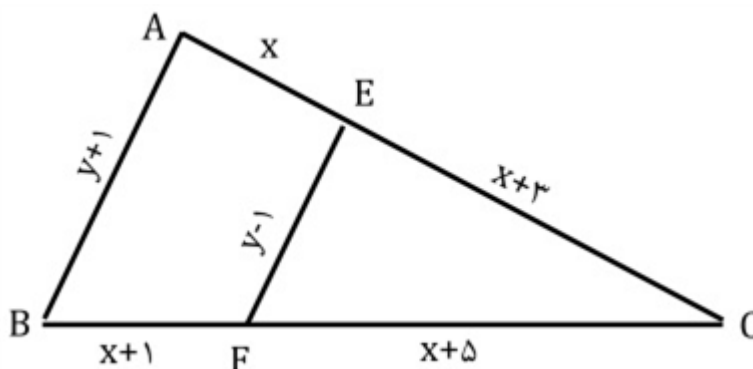
$$\triangle ABC \sim \triangle EDC \Rightarrow \text{نسبت تشابه} = \frac{EC}{AC} = \frac{12}{4} = 3 = K \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = K^2 = 9$$

اگر $EF \parallel AB$ مقادیر x و y را بیابید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳

۴



پاسخ: ۱

$$EF \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{CE}{AC} = \frac{CF}{BC} = \frac{EF}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{x+3}{x+5} = \frac{y-1}{y+1} \Rightarrow 2x^2 + 12x + 18 = 2x^2 + 13x + 15 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow \frac{8}{12} = \frac{y-1}{y+1} \Rightarrow y = 5$$

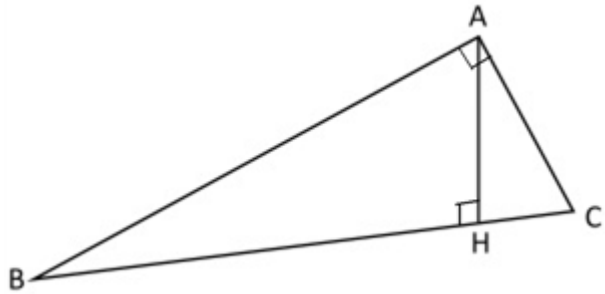
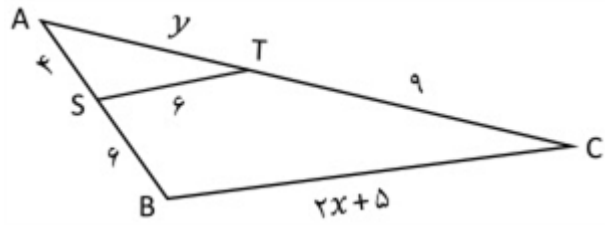
جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

استدلالی که براساس نتیجه‌گیری منطقی بر پایه واقعیت‌هایی که درستی آنها را پذیرفته‌ایم، انجام می‌شود، استدلال نامیده می‌شود.

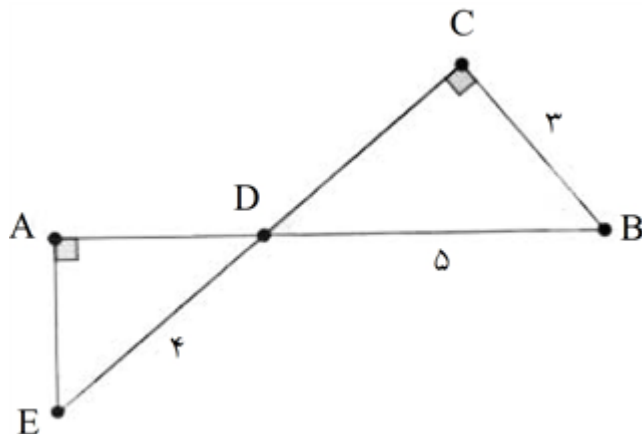
۵

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳

پاسخ: ۱ استنتاجی

	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- اگر $\frac{a}{10+a} = \frac{b}{8+b}$ باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ برابر $\frac{5}{4}$ است.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p>	۶
	<p>مثلث ABC یک مثلث قائم‌الزاویه است ($A = 90^\circ$) که AH ارتفاع وارد بر وتر آن است. اگر $AB = 12$ و $AH = 6$ باشند، آنگاه اندازه BH، BC و AC را بیابید.</p>  <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $BH^2 = AB^2 - AH^2 = 108 \Rightarrow BH = 6\sqrt{3}$ $AB^2 = BH \times BC \Rightarrow BC = \frac{12^2}{6\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$ $CH = BC - BH = 2\sqrt{3}$ $AC^2 = CH \times BC = 2\sqrt{3} \times 8\sqrt{3} = 48 \Rightarrow AC = 4\sqrt{3}$	۷
	<p>در شکل مقابل BC \parallel ST است. مقادیر x, y را به دست آورید.</p>  <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\frac{AS}{AB} = \frac{AT}{AC} = \frac{ST}{BC} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{y}{2x+5} = \frac{6}{2x+5} \Rightarrow 2x+5 = \frac{6 \times 10}{4} = 15 \Rightarrow x = 5$ $\frac{AS}{SB} = \frac{AT}{TC} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{y}{9} \Rightarrow y = 6$	۸
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- قضیه تالس یک قضیه دو شرطی است.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p>	۹

در شکل روبه‌رو، ابتدا نشان دهید دو مثلث ADE و CDB متشابه‌اند، سپس به کمک آن طول پاره‌خط AD را بیابید.



۱۰

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲

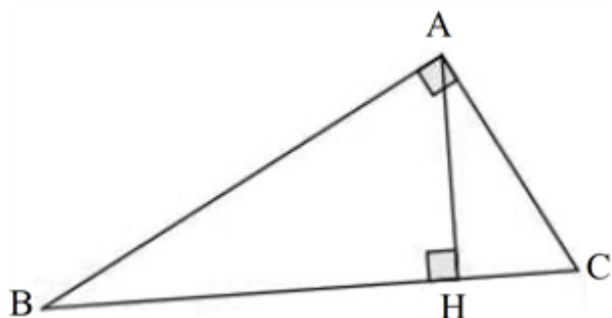
$$DC^2 = DB^2 - BC^2 = 16 \Rightarrow DC = 4$$

پاسخ: ۱

$$\left. \begin{array}{l} D_1 = D_2 \\ A = C \end{array} \right\} \triangle ADE \sim \triangle CDB \Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{DE}{DB} \Rightarrow \frac{AD}{4} = \frac{5}{5} \Rightarrow AD = 4$$

در مثلث قائم‌الزاویه روبه‌رو، اندازه پاره‌خط‌های خواسته‌شده را به‌دست آورید.

$$AC = 6, HC = 4, BC = ?, AB = ?$$



۱۱

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 36 = 4 \times BC \Rightarrow BC = 9$$

پاسخ: ۱

$$HB = BC - HC = 9 - 4 = 5$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB^2 = 5 \times 9 \Rightarrow AB = 3\sqrt{5}$$

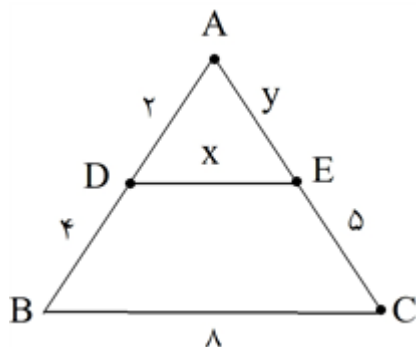
درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.
در استدلال استقرایی از کل به جز می‌رسیم.

۱۲

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲

پاسخ: ۱ نادرست.

در مثلث ABC پاره خط DE با ضلع BC موازی است. مقادیر مجهول x و y را محاسبه کنید.



۱۳

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{y}{5} \Rightarrow y = \frac{5}{2}$$

پاسخ: ۱

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{x}{8} \Rightarrow x = \frac{8}{3}$$

در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.

اگر تساوی $\frac{a}{5+a} = \frac{b}{4+b}$ برقرار باشد، آنگاه نسبت $\frac{a}{b}$ برابر است.

۱۴

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲

$$\frac{a}{5+a} = \frac{b}{4+b} \Rightarrow 4a + ab = 5b + ab \Rightarrow 4a = 5b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{4}$$

پاسخ: ۱

در مثلث ABC، نیمساز دو زاویه B و C را رسم می‌کنیم تا همدیگر را در نقطه O قطع کنند. دایره‌ای رسم کنید که بر سه ضلع مثلث مماس باشد. طریقه رسم دایره را توضیح دهید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲

در مثلث ABC نیمساز دو زاویه B و C را رسم می‌کنیم تا همدیگر را در نقطه O قطع کنند. هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است از نقطه O به سه ضلع مثلث عمود می‌کنیم.

$$OH = OH', OH = OH''$$

این مقدار مساوی را شعاع دایره می‌نامیم. دایره‌ای به مرکز O و شعاع r رسم می‌کنیم.

۱۵

در مثلث متساوی‌الساقین ABC اگر طول ارتفاع $AH = 4$ و مساحت آن برابر ۱۲ باشد، طریقه رسم مثلث را شرح داده و آن را رسم کنید.

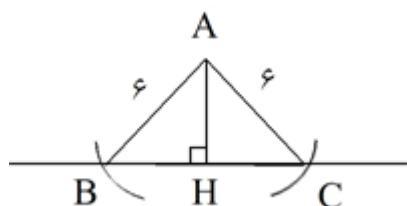
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲

$$S_{ABC} = \frac{AH \times BC}{2} \Rightarrow 12 = \frac{4 \times BC}{2} \Rightarrow BC = 6$$

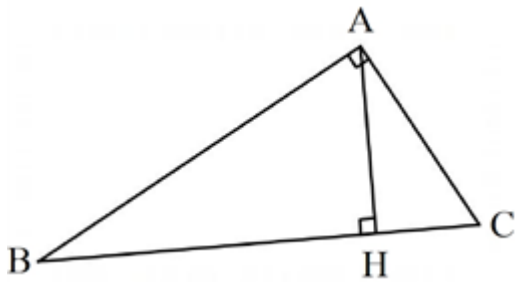
پاسخ: ۱

ابتدا از یک نقطه خارج خط که فاصله آن تا خط ۴ واحد است، دهانه پرگار را به اندازه ۶ واحد باز کرده و نوک پرگار را روی نقطه A قرار داده و کمانی رسم می‌کنیم که خط را در نقطه B و C قطع کند. مثلث ABC مثلث مورد نظر است.

۱۶



در مثلث قائم‌الزاویه زیر، اندازه پاره‌خط‌های خواسته شده را به دست آورید.



$$BH = 9, AH = 6$$

$$BC = ?$$

$$AC = ?$$

۱۷

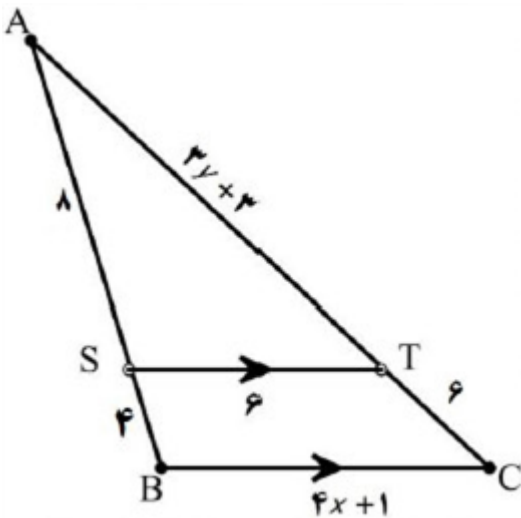
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

$$AH^2 = BH \times HC \Rightarrow 36 = 9 \times HC \Rightarrow HC = 4 \Rightarrow BC = 13$$

$$AC^2 = HC \times BC \Rightarrow AC^2 = 4 \times 13 \Rightarrow AC = 2\sqrt{13}$$

پاسخ: ۱

در شکل زیر $ST \parallel BC$ است. مقدار x, y را به دست آورید.



۱۸

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

$$ST \parallel BC \Rightarrow \frac{AS}{SB} = \frac{AT}{TC}, \frac{AS}{AB} = \frac{ST}{BC}$$

$$\frac{8}{4} = \frac{3y + 3}{6} \Rightarrow 3y + 3 = 12 \Rightarrow y = 3$$

$$\frac{8}{12} = \frac{6}{4x + 1} \Rightarrow 8x + 2 = 18 \Rightarrow x = 2$$

پاسخ: ۱

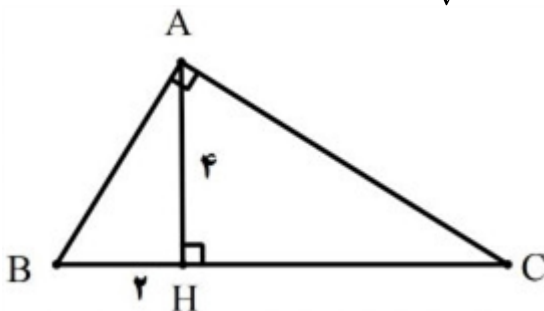
در مثلث قائم‌الزاویه ABC به رأس قائمه A، اگر ارتفاع وارد بر BC باشد و $AH = 4$ cm و $BH = 2$ cm آنگاه اندازه‌های BA و HC را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

$$AH^2 = BH \cdot HC \Rightarrow 4^2 = 2 \times HC \Rightarrow HC = 8$$

$$AB^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \Rightarrow AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

پاسخ: ۱



۱۹

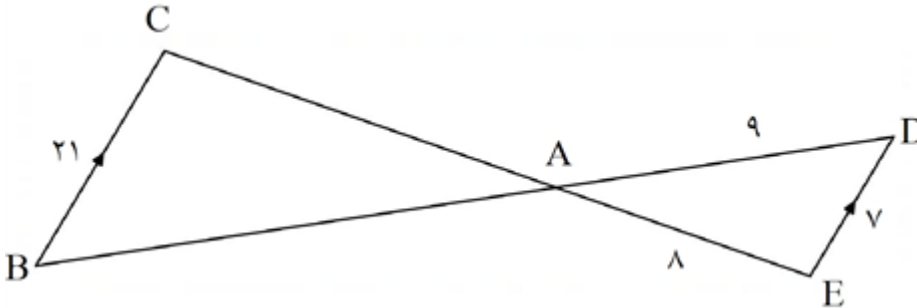
حکم کلی زیر را با مثال نقض رد کنید.
 «به ازای هر عدد طبیعی n ، مقدار عبارت $n^2 + n + 41$ عددی اول است.

۲۰

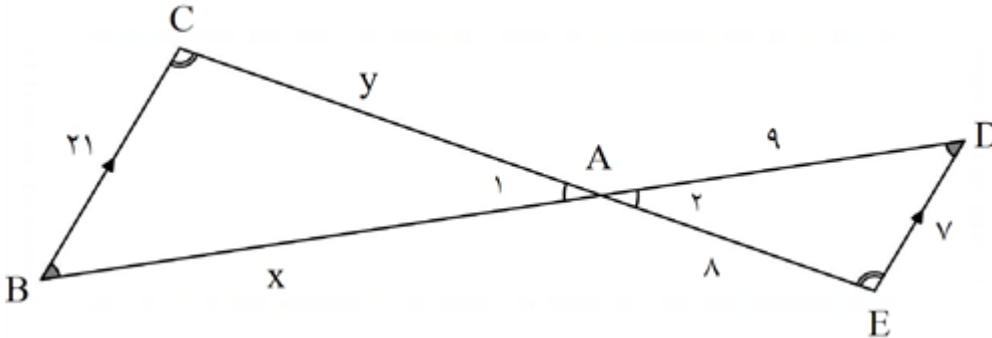
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

پاسخ: ۱ کافیت $n = 41$ یا مضرب ۴۱ انتخاب شود.

در شکل زیر $BC \parallel DE$. محیط مثلث $\triangle ABC$ را به دست آورید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم



۲۱

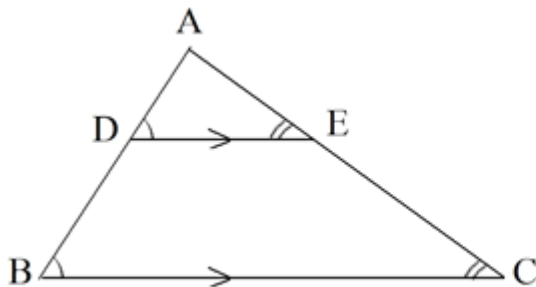
پاسخ: ۱

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{C} = \widehat{E} \\ \widehat{B} = \widehat{D} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{8} = \frac{21}{7} = \frac{x}{9} \Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{8} = 3 \Rightarrow y = 24 \\ \frac{x}{9} = 3 \Rightarrow x = 27 \end{cases}$$

$$\triangle ABC \text{ محیط} = 21 + x + y = 21 + 24 + 27 = 72$$

در شکل زیر اگر $DE \parallel BC$ باشد، جاهای خالی را پر کنید.



$$\frac{\square}{AB} = \frac{AE}{\square} = \frac{\square}{BC}$$

۲۲

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

$$DE \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \widehat{D} = \widehat{B} \\ \widehat{E} = \widehat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

پاسخ: ۱

جاهای خالی را کامل کنید.

الف) اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ آن گاه $\frac{a}{b + \square} = \frac{c}{d + \square}$

ب) $\frac{a}{c} = \frac{\square}{\square}$ آن گاه $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

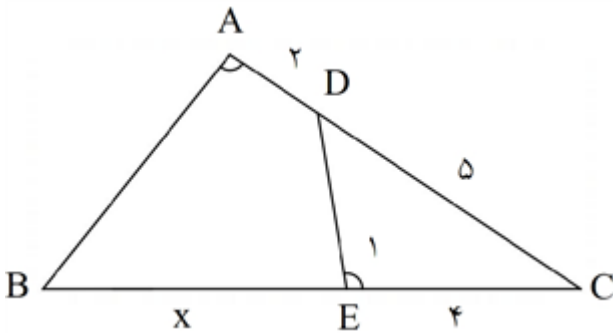
۲۳

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم

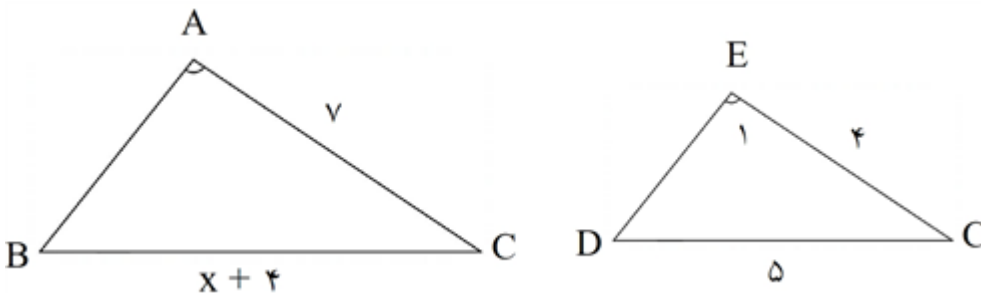
پاسخ: ۱ الف) $\frac{a}{b + a} = \frac{c}{d + c}$

ب) $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

در شکل زیر اگر $\hat{A} = \hat{E}$ باشد، آن گاه مقدار x را به دست آورید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم



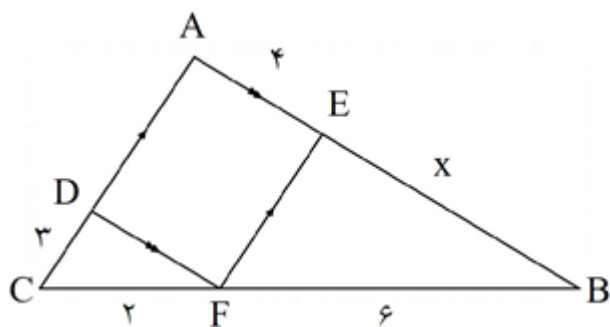
پاسخ: ۱

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{E}, \\ \hat{C} \text{ در هر دو مشترک} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle EDC \Rightarrow \frac{AC}{EC} = \frac{BC}{DC} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{x+4}{5}$$

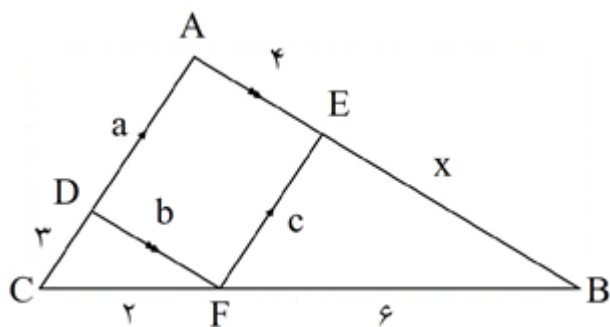
$$\Rightarrow 4x + 16 = 25 \Rightarrow 4x = 25 - 16 \Rightarrow 4x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

۲۴

در شکل زیر اگر $AB \parallel DF$ و $AC \parallel EF$ باشد، آنگاه محیط $ADFE$ را حساب کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم



$$b = 4$$

$$AC \parallel EF \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{BE}{AE} = \frac{BF}{FC} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{6}{2} \Rightarrow 2x = 24 \Rightarrow x = 12$$

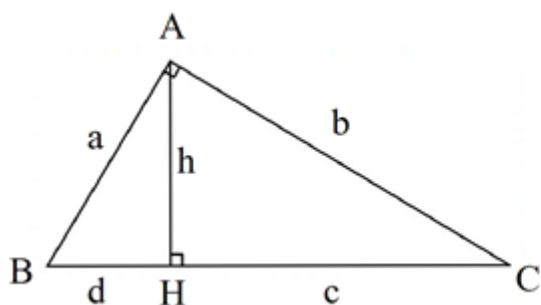
$$AC \parallel EF \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{BF}{BC} = \frac{EF}{AC} \xrightarrow{a=c} \frac{6}{8} = \frac{c}{c+3} \Rightarrow 8c = 6c + 18 \Rightarrow 2c = 18 \Rightarrow c = 9$$

$$\text{محیط } ADFE = 4 + a + c + b = 4 + 9 + 9 + 4 = 26$$

پاسخ: ۱

۲۵

با توجه به شکل، مقادیر خواسته شده را به دست آورید.



$$a = 2, h = 1, d = ?, b = ?$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

پاسخ: ۱ با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم الزاویه داریم:

$$a^2 = h^2 + d^2 \Rightarrow 4 = 1 + d^2 \Rightarrow d = \sqrt{3}$$

$$h^2 = dc \Rightarrow 1 = \sqrt{3}c \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow BC = d + c = \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow BC = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$a \times b = h \times BC \Rightarrow 2 \times b = 1 \times \frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow b = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

۲۶

	<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>الف) هر نقطه که از دو سر یک پاره خط به یک فاصله باشد، روی قرار دارد.</p> <p>ب) استدلالی که براساس نتیجه گیری منطقی بر پایه واقعیت هایی که درستی آنها را پذیرفته ایم بیان شود، استدلال می گویند.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) عمود منصف پاره خط</p> <p>ب) استنتاجی</p>	۲۷
	<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>الف) در استدلال استقرایی از به می رسیم.</p> <p>ب) اگر فرض و حکم یک قضیه را جابه جا کنیم، آنچه حاصل می شود است.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) جزء - کل</p> <p>ب) عکس قضیه</p>	۲۸

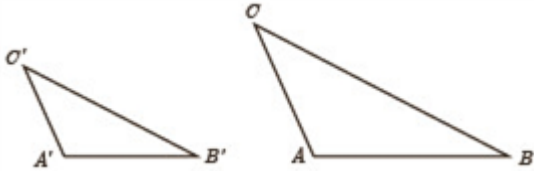
دو مثلث متشابه ABC و $A'B'C'$ را با نسبت تشابه K در نظر بگیرید؛ به گونه‌ای که $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = K$ باشد. حال ارتفاع‌های AH و $A'H'$ را در دو مثلث رسم کنید.

(الف) ثابت کنید مثلث‌های AHB و $A'H'B'$ متشابه‌اند.

(ب) نسبت $\frac{AH}{A'H'}$ را به دست آورید.

(پ) نسبت مساحت‌های $\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}}$ را محاسبه کنید.

(ت) نسبت محیط‌های دو مثلث ABC و $A'B'C'$ را به دست آورید.



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی

پاسخ: ۱ چون دو مثلث AHB و $A'H'B'$ متشابه‌اند. پس داریم:

$$\widehat{C} = \widehat{C'}, \widehat{B} = \widehat{B'}, \widehat{A} = \widehat{A'}, \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = K$$

(الف) چون $\widehat{B} = \widehat{B'}$ و $\widehat{H} = \widehat{H'} = 90^\circ$ پس بنا به حالت برابری دو زاویه این دو مثلث AHB و $A'H'B'$ متشابه‌اند.

(ب) دو مثلث AHB و $A'H'B'$ متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:

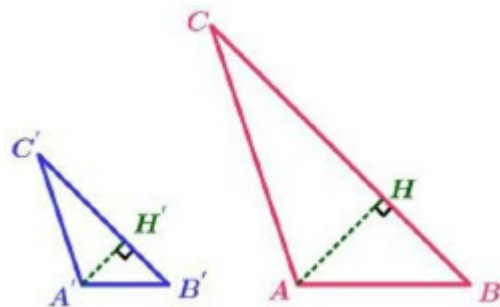
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AH}{A'H'} = \frac{BH}{B'H'} \Rightarrow \frac{AH}{A'H'} = K$$

$$\text{پ) } \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2}BC \times AH}{\frac{1}{2}B'C' \times A'H'} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{BC}{B'C'} \times \frac{AH}{A'H'} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = K^2$$

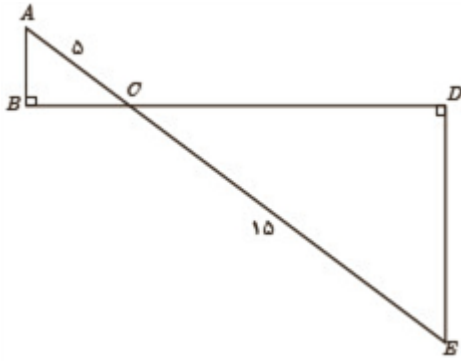
$$\text{ت) } \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = K \Rightarrow AB = KA'B', BC = KB'C', AC = KA'C'$$

$$\frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = \frac{AB + BC + AC}{A'B' + B'C' + A'C'} \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = \frac{KA'B' + KB'C' + KA'C'}{A'B' + B'C' + A'C'}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = \frac{K(A'B' + B'C' + A'C')}{A'B' + B'C' + A'C'} \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = K$$



در شکل مقابل دو مثلث قائم‌الزاویه مشاهده می‌کنید. نسبت محیط‌ها و مساحت‌های آن‌ها را به دست آورید.



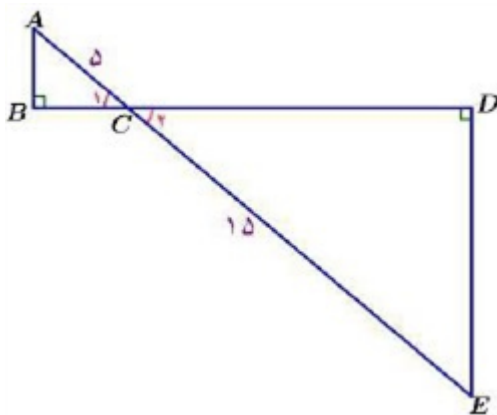
مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی

$$AC = 5, CE = 15, \frac{P_{ABC}}{P_{EDC}} = ?, \frac{S_{ABC}}{S_{EDC}} = ?$$

$$\widehat{B} = 90^\circ, \widehat{D} = 90^\circ$$

$$AB = AD + BD \Rightarrow AB = 5 + x$$

پاسخ: ۱



چون $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$ و $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$ پس بنا به حالت برابری دو زاویه این دو مثلث ABC و EDC متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:

$$\frac{ED}{AB} = \frac{15}{5} \Rightarrow \frac{ED}{AB} = 3, \frac{ED}{AB} = \frac{DC}{BC} = \frac{EC}{AC} \Rightarrow \frac{ED}{AB} = \frac{DC}{BC} = \frac{EC}{AC} = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{ED}{AB} = 3 \Rightarrow ED = 3AB \\ \frac{DC}{BC} = 3 \Rightarrow DC = 3BC \\ \frac{EC}{AC} = 3 \Rightarrow EC = 3AC \end{cases}$$

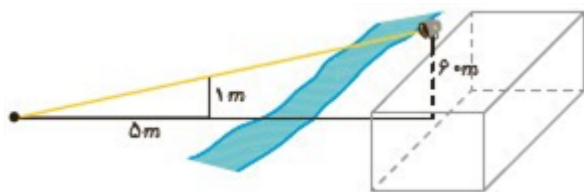
$$\frac{P_{EDC}}{P_{ABC}} = \frac{ED + DC + EC}{AB + BC + AC} \Rightarrow \frac{P_{EDC}}{P_{ABC}} = \frac{3AB + 3BC + 3AC}{AB + BC + AC}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{EDC}}{P_{ABC}} = \frac{3(AB + BC + AC)}{AB + BC + AC} \Rightarrow \frac{P_{EDC}}{P_{ABC}} = 3$$

$$\frac{S_{EDC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2}ED \times DC}{\frac{1}{2}AB \times BC} \Rightarrow \frac{S_{EDC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2}(3AB) \times 3(BC)}{\frac{1}{2}AB \times BC} \Rightarrow \frac{S_{EDC}}{S_{ABC}} = 9$$

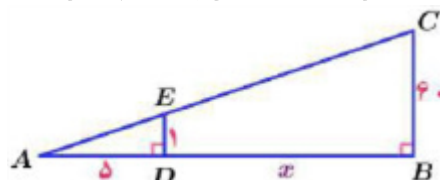
۳۰

بر دیوار یک کمپ نظامی نورافکنی به ارتفاع ۶۰ متر (مانند شکل) قرار گرفته است. فردی که در طرف دیگر رودخانه است، می‌خواهد فاصله‌ی خود را تا پایه‌ی نورافکن محاسبه کند. برای این کار چوبی به طول یک متر را روی زمین قرار می‌دهد و مشاهده می‌کند که طول سایه‌ی چوب برابر ۵ متر است. فاصله‌ی این مرد تا پای نورافکن چه قدر است؟



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی

۳۱



$$AD = 5, BC = 60, DE = 1, \widehat{B} = 90^\circ, \widehat{D} = 90^\circ$$

$$BD = x, AB = ?$$

$$AB = AD + BD \Rightarrow AB = 5 + x$$

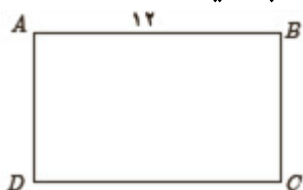
پاسخ: ۱

چون $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$ و زاویه‌ی \widehat{A} مشترک پس بنا به حالت برابری دو زاویه این دو مثلث ABC و ADE

متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:

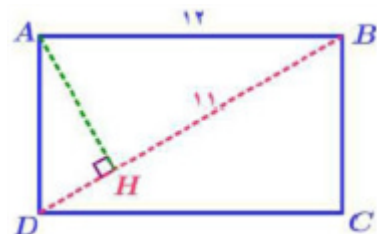
$$\frac{5}{x+5} = \frac{1}{60} \Rightarrow x+5 = 300 \Rightarrow AB = 300$$

شکل مقابل مستطیلی به طول ۱۲ است. اگر از نقطه‌ی A عمودی بر قطر BD رسم کنیم و پای این عمود را H بنامیم، طول BH برابر ۱۱ است. اندازه‌ی عمود رسم شده، طول قطر مستطیل و اندازه‌ی عرض مستطیل را محاسبه کنید.



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی

۳۲



$$AD = ?, BD = ?, AH = ?, BH = 11, AB = 12$$

$$(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \Rightarrow (12)^2 = (AH)^2 + (11)^2$$

پاسخ: ۱

$$\Rightarrow (AH)^2 = 144 - 121 = 23 \Rightarrow AH = \sqrt{23}$$

$$(AH)^2 = BH \times HD \Rightarrow (\sqrt{23})^2 = 11 \times HD \Rightarrow HD = \frac{23}{11}$$

$$BD = BH + HD \Rightarrow BD = 11 + \frac{23}{11} = \frac{121 + 23}{11} = \frac{144}{11}$$

$$(AD)^2 = HD \times BD \Rightarrow (AD)^2 = \frac{23}{11} \times \frac{144}{11} \Rightarrow (AD)^2 = \frac{23 \times 144}{121} \Rightarrow AD = \frac{12}{11} \sqrt{23}$$

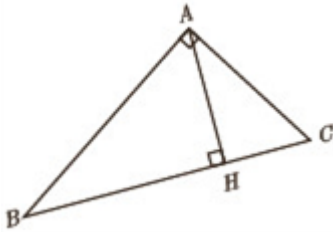
در مثلث قائم الزاویه‌ی روبه‌رو در هر حالت، اندازه پاره‌خط خواسته شده را به دست آورید.

الف) $AC = ?$, $AB = ?$, $AH = ?$, $BH = 9$, $BC = 10$

ب) $AB = ?$, $AH = ?$, $BC = ?$, $CH = 2$, $AC = 5$

پ) $AH = ?$, $BC = ?$, $AC = 6$, $AB = 8$

ت) $AC = ?$, $BC = ?$, $BH = ?$, $AH = 6$, $AB = 12$



مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی

الف) $AC = ?$, $AB = ?$, $AH = ?$, $BH = 9$, $BC = 10$

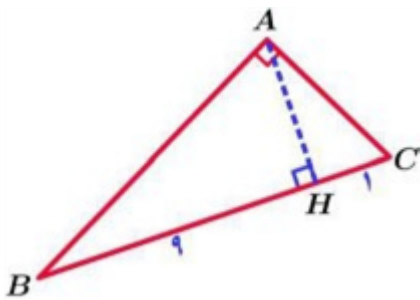
$$BH + HC = BC \Rightarrow 9 + HC = 10 \Rightarrow HC = 10 - 9 \Rightarrow HC = 1$$

$$(AH)^2 = BH \times HC \Rightarrow (AH)^2 = 9 \times 1 \Rightarrow (AH)^2 = 9 \Rightarrow AH = 3$$

$$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (AB)^2 = 9 \times 10 \Rightarrow (AB)^2 = 90$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{90}$$

پاسخ: ۱

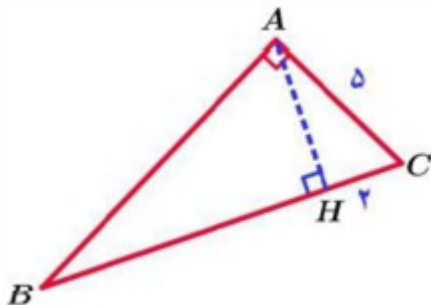


$$(AC)^2 = HC \times BC \Rightarrow (AC)^2 = 1 \times 10 \Rightarrow (AC)^2 = 10 \Rightarrow AC = \sqrt{10}$$

ب) $AB = ?$, $AH = ?$, $BC = ?$, $CH = 2$, $AC = 5$

$$(AC)^2 = HC \times BC \Rightarrow (5)^2 = 2 \times BC \Rightarrow BC = \frac{25}{2}$$

$$BH + HC = BC \Rightarrow BH + 2 = \frac{25}{2} \Rightarrow BH = \frac{25}{2} - 2 \Rightarrow BH = \frac{21}{2}$$



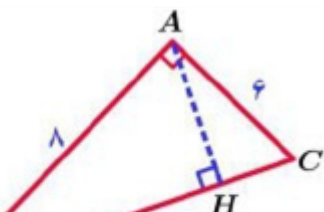
$$(AH)^2 = BH \times HC \Rightarrow (AH)^2 = \frac{21}{2} \times 2 \Rightarrow (AH)^2 = 21 \Rightarrow AH = \sqrt{21}$$

$$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (AB)^2 = \frac{21}{2} \times \frac{25}{2} \Rightarrow (AB)^2 = \frac{21 \times 25}{4} \Rightarrow AB = \frac{5\sqrt{21}}{2}$$

پ) $AH = ?$, $BC = ?$, $AC = 6$, $AB = 8$

$$(BC)^2 = (AC)^2 + (AB)^2 \Rightarrow (BC)^2 = (6)^2 + (8)^2$$

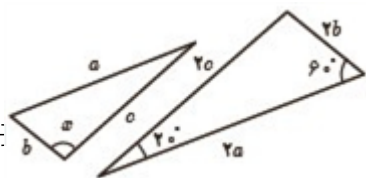
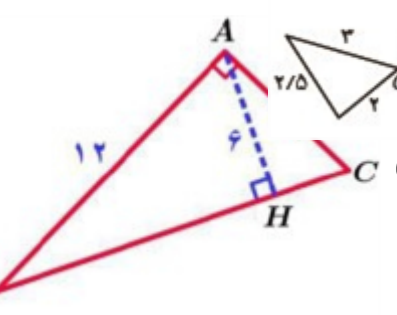
$$= 36 + 64 = 100 \Rightarrow BC = 10$$



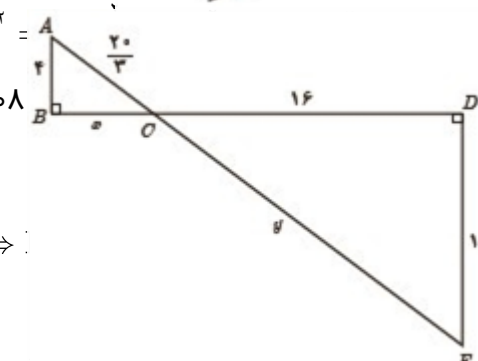
$$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (8)^2 = BH \times 10 \Rightarrow BH = \frac{64}{10}$$

در هر قسمت تشابه مثلث‌ها را ثابت کنید و مقادیر x و y مشخص نمایید.

AB \times AC = AH \times BC $\Rightarrow 8 \times 6 = AH \times 10 \Rightarrow AH = \frac{48}{10}$

(الف)  (ب) 

$(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \Rightarrow (BH)^2 = 144 - 36 = 108$

(پ) 

$$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (12)^2 = 6\sqrt{3} \times BC \Rightarrow BC = \frac{144}{6\sqrt{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BC = 8\sqrt{3}$$

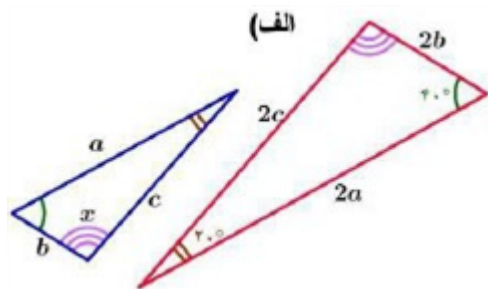
$$BH + HC = BC \Rightarrow 6\sqrt{3} + HC = 8\sqrt{3} \Rightarrow HC = 8\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \Rightarrow HC = 2\sqrt{3}$$

مسائل، تمرینات، فعالیت‌ها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی پایه یازدهم ریاضی (۲) تجربی

(الف) چون $\frac{a}{b} = \frac{c}{c} = 2$ پس سه ضلع متناسب هستند در نتیجه دو مثلث متشابه‌اند بنابراین

پاسخ: ۱

زاویه‌های متناظر آنها برابر است پس:

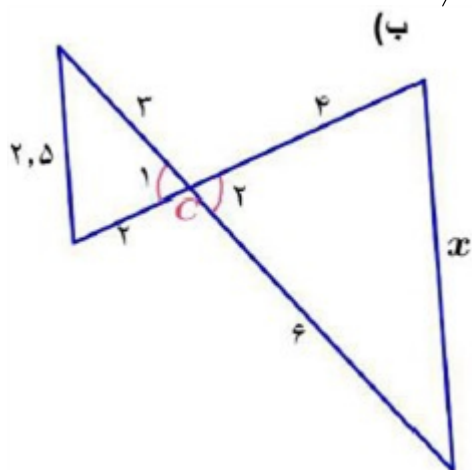


$$x + 60^\circ + 20^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 60^\circ - 20^\circ$$

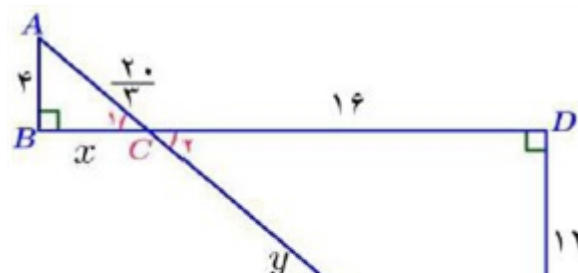
$$\Rightarrow x = 100^\circ$$

(ب) چون $\frac{6}{3} = \frac{4}{2} = 2$ و $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ پس بنا به حالت تناسب دو ضلع و برابر زاویه بین این دو ضلع این دو مثلث متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. پس داریم:

$$2 = \frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{x}{2/5} \Rightarrow \frac{x}{2/5} = 2 \Rightarrow x = 5$$



(پ) چون $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$ و $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ پس بنا به حالت برابری دو زاویه این دو مثلث متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:



$$\frac{16}{x} = \frac{12}{4} = \frac{y}{2}$$

$$\frac{16}{x} = \frac{12}{4} \Rightarrow x = \frac{16 \times 4}{12} \Rightarrow x = \frac{16}{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{12}{4} = \frac{y}{\frac{20}{3}} \Rightarrow y = \frac{12 \times \frac{20}{3}}{4} \Rightarrow y = \frac{12 \times 20}{4 \times 3} \end{array} \right.$$

هریک از حکم‌های کلی زیر را با یک مثال نقض رد کنید.

(الف) هیچ عدد اولی بزرگ‌تر از ۱۲۷ وجود ندارد.

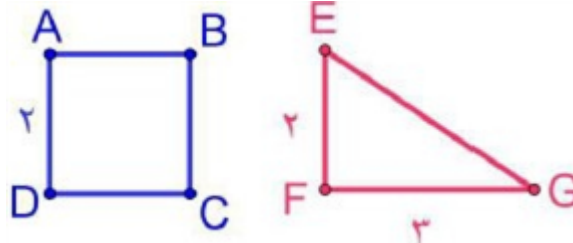
(ب) مساحت هر مثلث از مساحت هر مربع بیش‌تر است.

(پ) در هر مثلث اندازه‌ی هر ضلع از اندازه‌ی هر ارتفاع بزرگ‌تر است.

(ت) در هر مثلث میانه و عمود منصف متناظر بر هر ضلع بر هم منطبق‌اند.

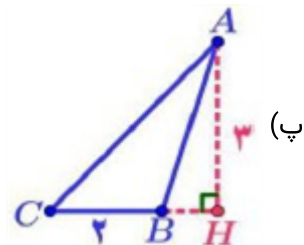
مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی

پاسخ: ۱ الف) ۲۱۱ عدد اول است و از ۱۲۷ بزرگ‌تر است.

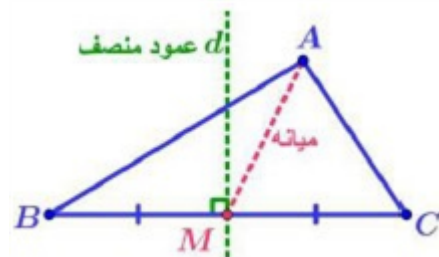


(ب)

$$S_{\triangle EFG} < S_{\square ABCD} \iff S_{\square ABCD} = 2 \times 2 = 4, S_{\triangle EFG} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$$



(پ)



(ت)

با برهان خلف ثابت کنید نمی‌توان از یک نقطه‌ی غیر واقع بر یک خط، دو عمود بر آن خط رسم کرد.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی

پاسخ: ۱ (فرض خلف) فرض می‌کنیم از نقطه P خارج خط d دو خط L و L' بر d عمود هستند.

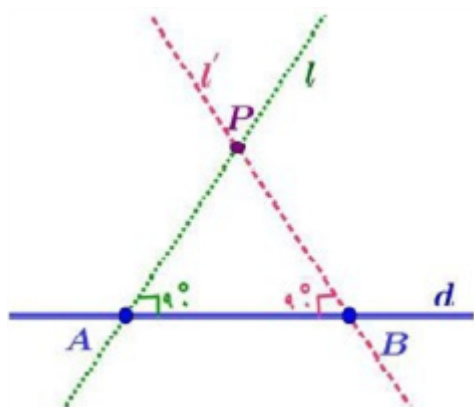
پس هر دو خط L و L'، خط d را در دو نقطه A و B قطع می‌کنند. و چون عمود هستند لذا داریم:

$$\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$$

$$\triangle ABP : \hat{A} + \hat{B} + \hat{P} = 90^\circ + 90^\circ + \hat{P}$$

$$\Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{P} = 180^\circ + \hat{P} \xrightarrow{\hat{P} > 0^\circ}$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{P} > 180^\circ$$



این متناقض با این است که مجموع زاویه‌های داخلی 180° است. پس فرض غلط است.

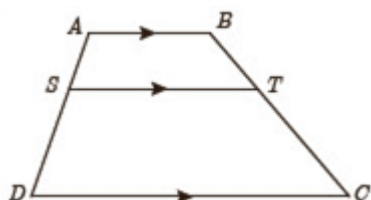
در هر مورد با عوض کردن جای فرض و حکم عکس آن چه را داده شده است، بنویسید.
 الف) اگر در مثلثی سه ضلع برابر باشند، آن گاه سه زاویه نیز برابر خواهند بود.
 ب) اگر در یک چهارضلعی اضلاع روبه‌رو موازی باشند، در این صورت زوایای مقابل با هم برابرند.
 پ) اگر رأس‌های یک چهارضلعی روی یک دایره قرار داشته باشند، در این صورت زوایای مقابل آن چهارضلعی مکمل‌اند.
 ت) در یک مثلث اگر دو ارتفاع نابرابر باشند، «ضلع متناظر به ارتفاع بزرگ‌تر» کوچک‌تر است از «ضلع مقابل به ارتفاع کوچک‌تر»
 (راهنمایی: شکل بکشید و به زبان ریاضی بنویسید.)

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی

۳۷

پاسخ: ۱ الف) اگر در مثلثی سه زاویه برابر باشند، آن گاه سه ضلع نیز برابر خواهند بود.
 ب) اگر در یک چهارضلعی زوایای مقابل برابر باشند آن گاه در این صورت اضلاع روبه‌رو موازی هستند.
 پ) اگر در یک چهارضلعی زوایای مقابل مکمل باشند آن گاه در این صورت رأس‌های آن چهارضلعی روی یک دایره هستند.
 ت) اگر در یک مثلث دو ضلع نابرابر باشند، آن گاه ارتفاع به ضلع بزرگ‌تر کوچک‌تر از ارتفاع متناظر به ضلع کوچک‌تر است.

در دوزنقه مقابل $AB \parallel ST \parallel DC$ است. ثابت کنید: $\frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$
 (راهنمایی: یکی از قطرها را رسم کنید.)



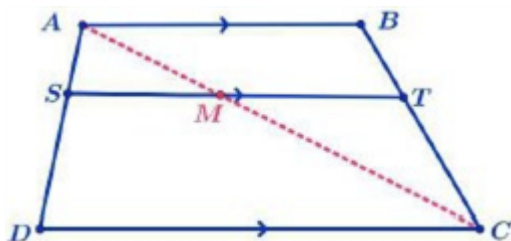
مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی

۳۸

پاسخ: ۱ قطر AC را رسم می‌کنیم نقطه برخورد قطر AC با خط ST را M می‌نامیم.

$$\triangle ADC : SM \parallel DC \Rightarrow \text{طبق قضیه تالس} \Rightarrow \frac{AS}{SD} = \frac{AM}{MC} \quad (۱)$$

$$\triangle CAB : AB \parallel MT \Rightarrow \text{طبق قضیه تالس} \Rightarrow \frac{MC}{AM} = \frac{CT}{TB}$$



$$\Rightarrow \text{عکس تناسب} \Rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{TB}{CT} \quad (۲)$$

$$\Rightarrow \text{طبق روابط ۱ و ۲} \Rightarrow \frac{AS}{SD} = \frac{TB}{CT}$$

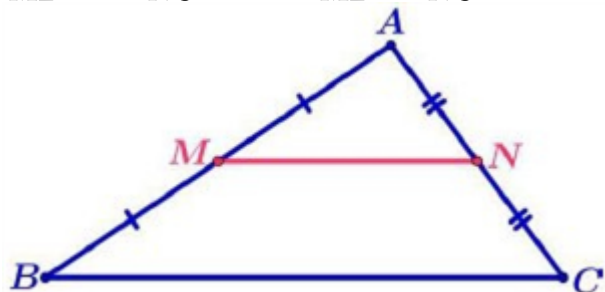
ثابت کنید در هر مثلث، پاره‌خطی که وسط‌های دو ضلع مثلث را به هم وصل کند، با ضلع سوم موازی و مساوی نصف آن است.

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی

پاسخ: ۱ مثلث ABC را چنان در نظر می‌گیریم که M وسط ضلع AB و N وسط ضلع AC باشد. در نتیجه داریم:

$$AN = NC = \frac{AC}{2}, AM = MB = \frac{AB}{2}$$

$$\frac{AM}{MB} = 1, \frac{AN}{NC} = 1 \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow MN \parallel BC \text{ طبق قضیه تالس}$$



$$\frac{AM}{AB} = \frac{\frac{AB}{2}}{AB} = \frac{1}{2}, \frac{AN}{AC} = \frac{\frac{AC}{2}}{AC} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

طبق نتیجه قضیه تالس $MN \parallel BC$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad (2)$$

$$\text{طبق روابط ۱ و ۲: } \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = \frac{1}{2}BC$$

۳۹

در هر مورد، مقدار عددی نسبت $\frac{a}{b}$ را به دست آورید.

$$\frac{3a + 10}{10 + 2a} = \frac{3b + 7}{7 + 2b} \quad (ب)$$

$$\frac{a}{10 + a} = \frac{b}{8 + b} \quad (الف)$$

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی

$$\text{الف) } \frac{a}{10 + a} = \frac{b}{8 + b} \Rightarrow 8a + \cancel{ab} = 10b + \cancel{ab} \Rightarrow 8a = 10b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{8} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{4}$$

$$\text{ب) } \frac{3a + 10}{10 + 2a} = \frac{3b + 7}{7 + 2b} \Rightarrow 21a + \cancel{6ab} + \cancel{70} + 20b = 30b + \cancel{70} + \cancel{6ab} + 14a$$

$$\Rightarrow 21a - 14a = 30b - 20b \Rightarrow 7a = 10b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{7}$$

پاسخ: ۱

۴۰

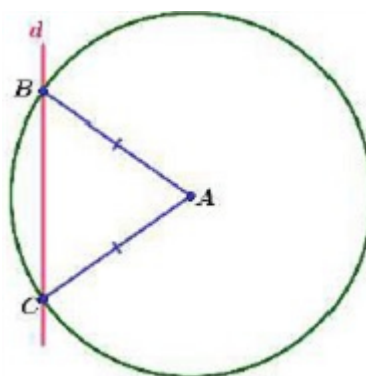
فرض کنید نقطه‌ی A به فاصله‌ی ۴ سانتی‌متر از خط d باشد. روش رسم هریک از مثلث‌های زیر را توضیح دهید.
 الف) مثلثی متساوی‌الساقین که A یک رأس آن و قاعده‌ی آن بر خط d منطبق باشد.
 ب) مثلثی که شرایط (الف) را داشته باشد و طول ساق آن ۶ سانتی‌متر باشد.
 پ) مثلثی رسم کنید که شرایط قسمت (الف) را داشته باشد و مساحت آن 8cm^2 باشد.

d

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی

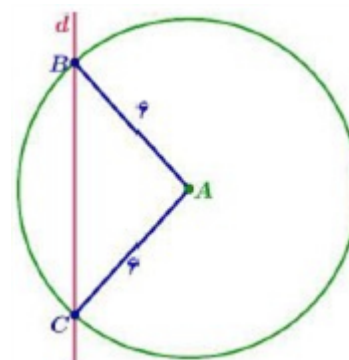
پاسخ: ۱ الف) دایره‌ای به مرکز A و شعاع r (بیش‌تر از ۴ باشد) می‌زنیم محل برخورد این دایره با خط d همان نقاط دیگر

رأس‌های مثلث است زیرا: $AC = AB = r$



ب) دایره‌ای به مرکز A و شعاع $r = 6$ می‌زنیم محل برخورد این دایره با خط d همان نقاط دیگر رأس‌های

مثلث است زیرا: $AC = AB = 6$

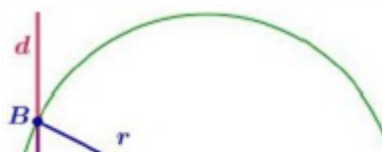


پ) چون فاصله عمودی نقطه‌ی A از خط d برابر ۴ است و این فاصله همان ارتفاع مثلث است، اگر بخواهیم مساحت این مثلث ۸ سانتی‌متر مربع باشد باید قاعده آن ۴ سانتی‌متر باشد یعنی فاصله دو نقطه B و C روی خط d برابر ۴ باشد. در نتیجه طبق قضیه فیثاغورث داریم:

$$(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \Rightarrow r^2 = (4)^2 + (2)^2 \\ = 16 + 4 = 20 \Rightarrow r = \sqrt{20}$$

بنابراین اگر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{20}$ بزنیم و محل برخورد این دایره با خط d همان نقاط دیگر رأس‌های مثلث است زیرا: $AC = AB = \sqrt{20}$ این همان مثلثی است که مساحت آن ۸ می‌شود.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}(4)(4) = 8$$



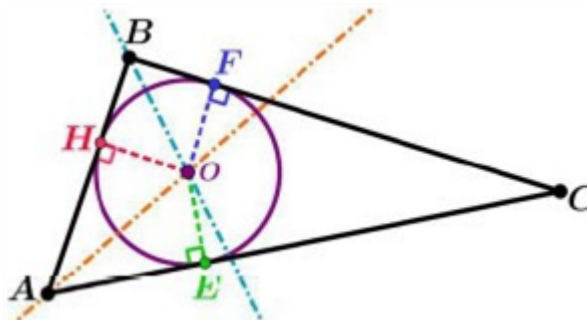
مثلثی دلخواه رسم کنید و آن را ABC بنامید. نیمسازهای دو زاویه‌ی این مثلث را رسم کنید و نقطه‌ی برخورد آن‌ها را O بنامید. از نقطه‌ی O بر سه ضلع مثلث عمود رسم کنید و پای یکی از عمودها را H بنامید. به مرکز O و به شعاع OH دایره‌ای رسم کنید. اضلاع مثلث ABC نسبت به این دایره چه وضعیتی دارند؟ چرا؟

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی

پاسخ: ۱ چون O روی نیمساز A است پس: $OH = OE$ (۱)

چون O روی نیمساز B است پس: $OH = OF$ (۲)

پس طبق روابط ۱، ۲ خواهیم داشت: $OH = OE = OF$ چون شعاع دایره برابر OH است پس حتماً نقاط E, F روی دایره قرار خواهند داشت. در نتیجه اضلاع مثلث ABC مماس بر دایره هستند.



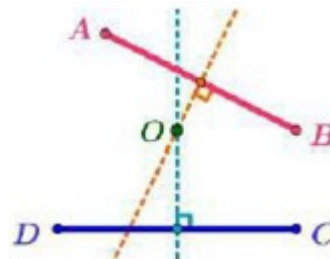
الف) دو پاره خط AB و CD مطابق شکل داده شده‌اند. نقطه‌ای بیابید که از دو نقطه‌ی A و B به یک فاصله باشد و از دو نقطه‌ی D و C نیز به یک فاصله باشد.

ب) نقطه‌ی موردنظر در قسمت (الف) را O می‌نامیم. اگر نقطه‌ی O روی عمودمنصف پاره خط BC باشد و G دایره‌ای به مرکز O و به شعاع OA باشد، رأس‌های چهارضلعی $ABCD$ نسبت به دایره‌ی G چه وضعیتی دارند؟ چرا؟



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی

پاسخ: ۱ الف) نقطه‌ی موردنظر محل برخورد عمودمنصف‌های دو پاره خط AB و CD است.



ب) چهار نقطه A, B, C, D روی دایره G قرار خواهند داشت. زیرا:

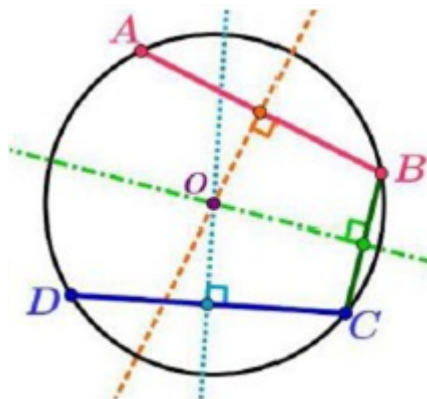
(۱) $OA = OB$ چون O روی عمودمنصف AB است پس:

(۲) $OC = OD$ چون O روی عمودمنصف CD است پس:

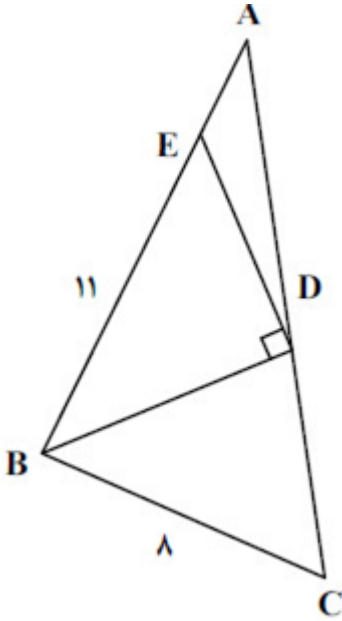
(۳) $OC = OB$ چون O روی عمودمنصف BC است پس:

پس طبق روابط ۱، ۲، ۳ خواهیم داشت: $OA = OB = OC = OD$ و چون شعاع دایره برابر OA است

پس حتماً ۴ نقطه روی دایره G قرار خواهند داشت.



در شکل مقابل، BD نیمساز است. اگر در مثلث BDE ارتفاع وارد بر ضلع BE موازی BC باشد، طول AE کدام است؟



۲/۴ (۴)

۳/۶ (۳)

۵/۴ (۲)

۶/۶ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

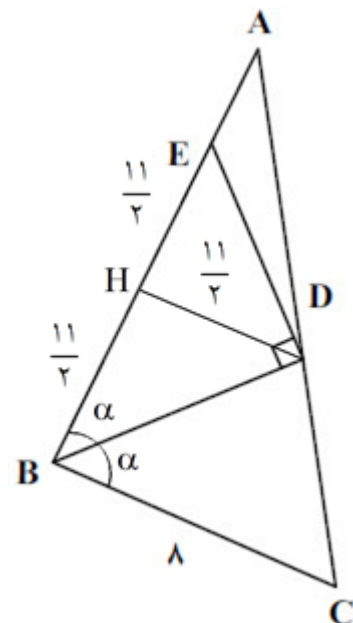
پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال ارتفاع DH در مثلث قائم‌الزاویه BDE با ضلع BC موازی است پس BC هم بر AB عمود است پس $\alpha = 45^\circ$. در نتیجه مثلث BDE قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است. بنابراین

DH میانه هم هست یعنی $BH = EH = \frac{11}{2}$ و طول میانه DH نصف وتر BE است پس $DH = \frac{11}{4}$.

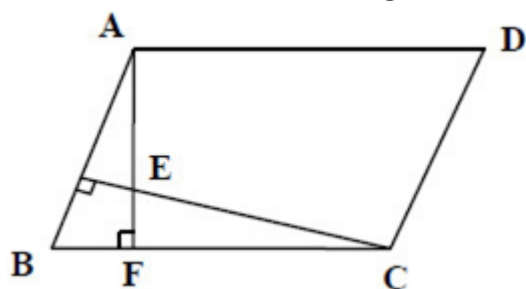
$$DH \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AH}{AB} = \frac{DH}{BC} \xrightarrow{AE=x} \frac{x + \frac{11}{2}}{x + 11} = \frac{\frac{11}{4}}{8}$$

$$\rightarrow \frac{2x + 11}{x + 11} = \frac{11}{8} \Rightarrow 16x + 88 = 11x + 121$$

$$\Rightarrow 5x = 33 \Rightarrow x = 6\frac{3}{5}$$



در متوازی‌الاضلاع شکل مقابل، $AD = 14$ ، $BF = 6$ و $AE = 8$ است. اندازه ارتفاع AF کدام است؟



۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

۱۴ (۲)

۱۶ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در متوازی‌الاضلاع دو ضلع روبه‌رو مساویند پس $FC = 8$.

پاسخ: ۳

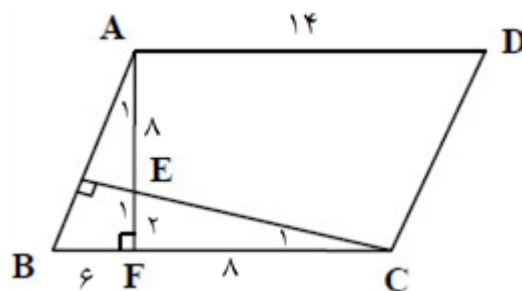
در ضمن دو مثلث قائم الزاویه AEH و CEF دارای دو زاویه متقابل به رأس مساویند (یعنی \hat{E}) پس $\hat{A}_1 = \hat{C}_1$ در نتیجه:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{F}_1 = \hat{E}_1 = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(ج)} \triangle ABF \sim \triangle EFC$$

$$\Rightarrow \frac{FC}{AF} = \frac{EF}{BF} \xrightarrow{EF=x} \frac{8}{8+x} = \frac{x}{6} \Rightarrow x^2 + 8x - 48 = 0 \Rightarrow (x+12)(x-4) = 0 \Rightarrow x = 4$$

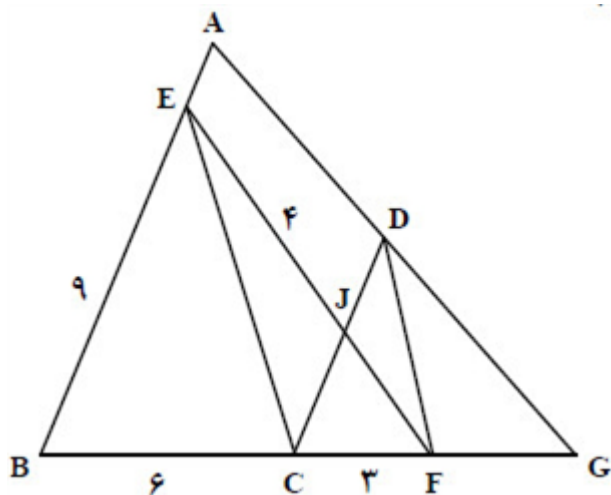
$$AF = 8 + x = 8 + 4 = 12$$

بنابراین:



۴۵

در شکل مقابل، $CD \parallel AB$ و $DF \parallel EC$ است. اندازه DF چقدر است؟



$$\frac{\sqrt{33}}{2} \quad \text{F}$$

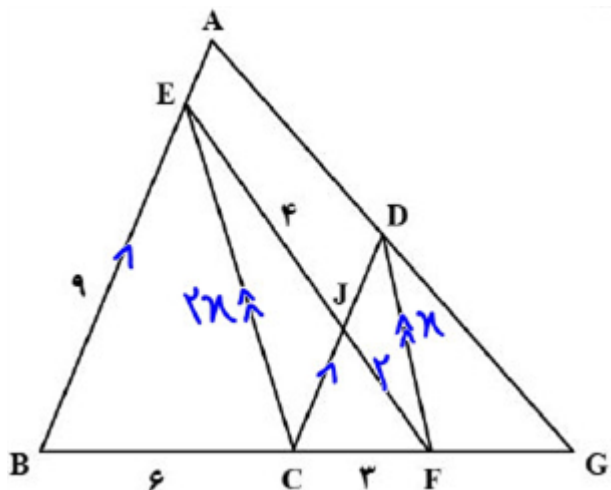
$$\frac{\sqrt{33}}{4} \quad \text{3}$$

$$\frac{\sqrt{11}}{2} \quad \text{2}$$

$$\frac{\sqrt{11}}{4} \quad \text{1}$$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



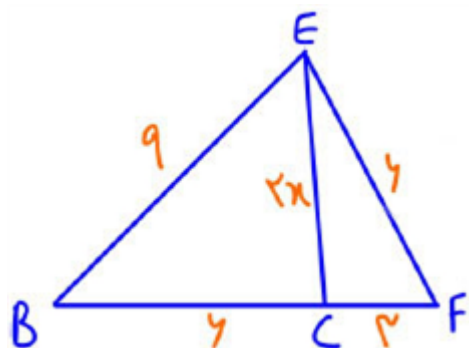
$$\triangle BCE \sim \triangle FGD \left(k = \frac{1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow DF = \frac{1}{2} CE$$

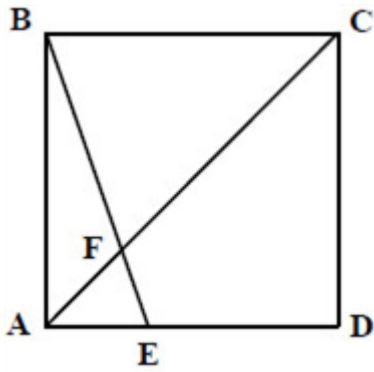
$$\Rightarrow FJ = \frac{EJ}{2} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{6 \times 6^2 + 3 \times 9^2}{6+3} = (2x)^2 + 3 \times 6 \Rightarrow 24 + 27 = 4x^2 + 18$$

$$\Rightarrow 4x^2 = 33 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{33}}{2}$$



در مربع شکل مقابل، اندازه ED دو برابر AE است. طول EF چند برابر AF است؟



$$\frac{\sqrt{10}}{2} \quad \text{۴}$$

$$\frac{\sqrt{10}}{3} \quad \text{۳}$$

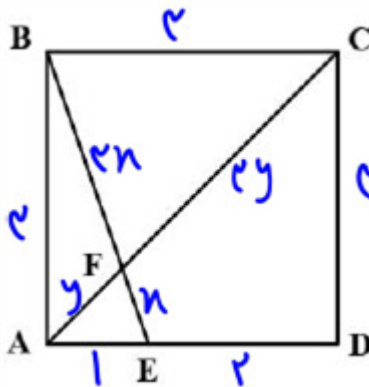
$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad \text{۲}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{3} \quad \text{۱}$$

۴۷

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\frac{x}{y} = \frac{4x}{4y} = \frac{BE}{AC} = \frac{\sqrt{10}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

در متوازی‌الاضلاع ABCD، نقاط M و N وسط اضلاع BC و CD هستند. اگر $AB = 8$ و فاصله A از ضلع CD برابر 6 واحد باشد، مساحت مثلث AMN کدام است؟

$$18 \quad \text{۴}$$

$$16 \quad \text{۳}$$

$$15 \quad \text{۲}$$

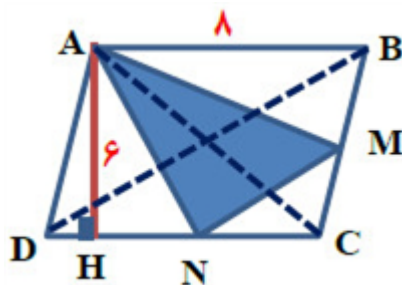
$$12 \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$S_{ABCD} = DC \times AH = 8 \times 6 = 48$$

$$S_{ABM} = S_{ACM} = S_{ACN} = S_{ADN} \Rightarrow S_{AMCN} = \frac{1}{4} S_{ABCD} \\ = \frac{1}{4} \times 48 = 12$$



$$\frac{MC}{BC} = \frac{1}{2}, MN \parallel BD \xrightarrow{\text{Tales}} S_{MNC} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 S_{BDC} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} S_{ABCD}\right) = 6$$

$$S_{AMN} = 12 - 6 \Rightarrow S_{AMN} = 6$$

۴۸

با کدام شرط ، استدلال گزاره زیر، درست است؟

«در یک مستطیل با اضلاع a و b ، اگر اندازه a ، $\frac{16}{9}$ برابر شود، اندازه قطر $\frac{4}{3}$ برابر می‌شود.»

$$b = \frac{4}{3}a \quad (2)$$

$$b = a \quad (1)$$

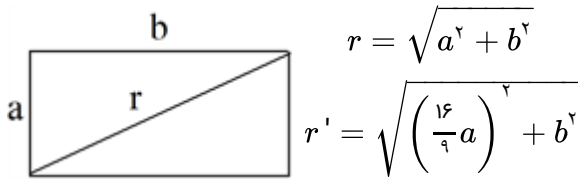
$$b = \frac{16}{9}a \quad (3)$$

(4) برای هر مستطیلی، این گزاره درست است.

سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۴۹

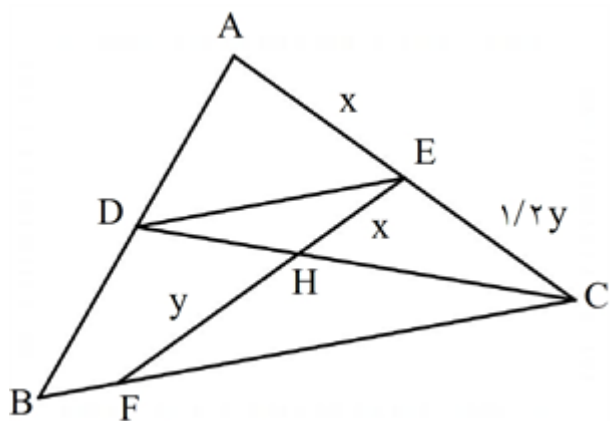


$$\Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{\left(\frac{16}{9}a\right)^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\left(\frac{16}{9}a\right)^2 + b^2}{a^2 + b^2} = \frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{16}{9}\right)^2 a^2 + b^2 = \frac{16}{9}a^2 + \frac{16}{9}b^2 \Rightarrow \left(\frac{16}{9}\right)^2 a^2 - \frac{16}{9}a^2 = \frac{16}{9}b^2 - b^2$$

$$\Rightarrow \frac{16}{9}a^2 \left(\frac{16}{9} - 1\right) = b^2 \left(\frac{16}{9} - 1\right) \Rightarrow \frac{4}{3}a = b$$

در شکل مقابل، $DE \parallel BC$ و $3y = 5x$ است. اگر $BF = 3$ باشد، اندازه BC کدام است؟



۵/۲۵ (۴)

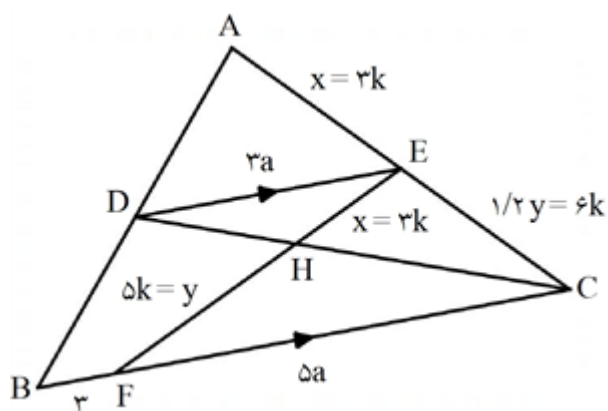
۵/۷۵ (۳)

۶/۲۵ (۲)

۶/۷۵ (۱)

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



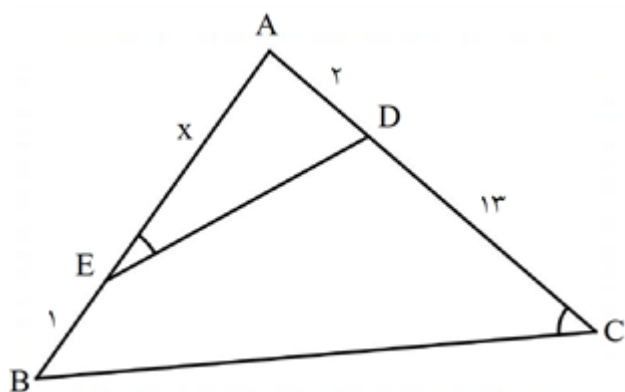
$$x = 3k$$

$$y = 6k$$

$$\frac{3a}{3+6a} = \frac{3k}{9k} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \frac{3}{6} = 0.5 \Rightarrow BC = 3 + 6(0.5) = 6$$

۵۰

در شکل مقابل، $\widehat{AED} = \widehat{ACB}$ است. مقدار x کدام است؟



۴ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)

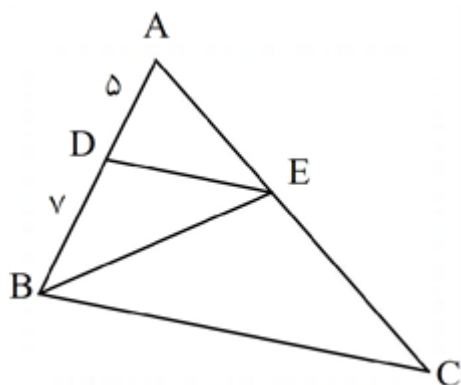
سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{2}{x+1} = \frac{x}{13} \Rightarrow x(x+1) = 26 \Rightarrow x = 5$$

۵۱

در مثلث ABC، ضلع BC موازی ضلع DE است. مساحت مثلث BCE، چند برابر مساحت مثلث BDE است؟



۲/۴ (۴)

۲/۱ (۳)

۱/۷ (۲)

۱/۵ (۱)

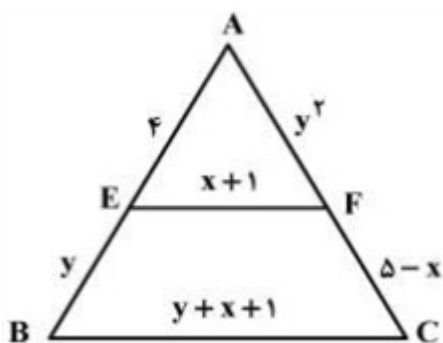
سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون دو مثلث ارتفاع برابر دارند پس نسبت مساحت‌ها با نسبت قاعده‌ها برابر است:

$$\frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = \frac{BC}{DE} = \frac{12}{5} = 2/4$$

۵۲

در شکل زیر EF موازی BC است. مقدار $2x - y$ ، کدام است؟



۴ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)

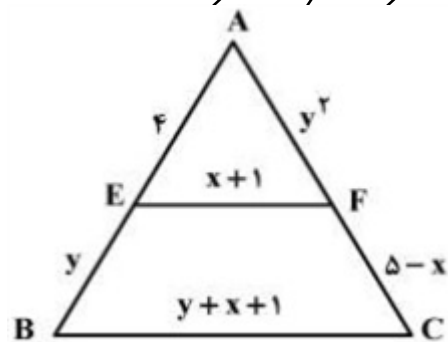
سراسری-تجربی-۱۴۰۰

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از قضیه‌ی تالس می‌نویسیم:

$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{4}{y} = \frac{y^2}{\delta - x} \Rightarrow y^3 = 20 - 4x(1)$$

$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{4}{4+y} = \frac{x+1}{y+x+1}$$

$$4y + 4x + 4 = 4x + 4 + xy + y$$



$$\Rightarrow 4y = y(x+1) \Rightarrow x+1 = 4 \Rightarrow x = 3$$

$$y^3 = 20 - 12 \Rightarrow y^3 = 8 \Rightarrow y = 2$$

$$y - 2x = 2 - 6 = -4$$

بنابراین:



پس گزینه‌ی ۱ درست است.

۵۳

$$\text{الف) } \left. \begin{matrix} C_1 = C_2 \\ B = E \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle CDE$$

$$\frac{BC}{CE} = \frac{3}{4} \xrightarrow{BC=x} \frac{x}{y-x} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = 3$$

ب) راه حل اول:

$$\frac{BC}{CE} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{BC}{BC+CE} = \frac{3}{7} \Rightarrow BC = 3$$

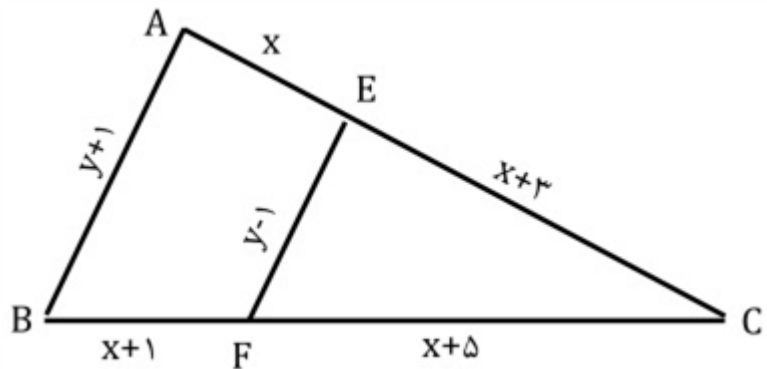
راه حل دوم:

$$\frac{x+2}{2x+9} = \frac{x}{2x+4} \Rightarrow x = 8$$

$$\frac{x}{3x+4} = \frac{y}{14} \Rightarrow \frac{8}{28} = \frac{y}{14} \Rightarrow y = 4$$

$$\triangle ABC, \triangle EDC \Rightarrow \begin{cases} \angle B = \angle D = 90^\circ \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{cases} \Rightarrow \text{دو مثلث متشابه هستند} \Rightarrow \text{دو زاویه}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle EDC \Rightarrow \text{نسبت تشابه} = \frac{EC}{AC} = \frac{12}{4} = 3 = K \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = K^2 = 9$$



$$EF \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{CE}{AC} = \frac{CF}{BC} = \frac{EF}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{x+3}{2x+7} = \frac{x+5}{2x+9} = \frac{y-1}{y+1} \Rightarrow 2x^2 + 12x + 18 = 2x^2 + 13x + 15 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow \frac{8}{12} = \frac{y-1}{y+1} \Rightarrow y = 5$$

استنتاجی ۵

درست ۶

$$BH^2 = AB^2 - AH^2 = 108 \Rightarrow BH = 6\sqrt{3}$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow BC = \frac{12^2}{6\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$$

$$CH = BC - BH = 2\sqrt{3}$$

$$AC^2 = CH \times BC = 2\sqrt{3} \times 8\sqrt{3} = 48 \Rightarrow AC = 4\sqrt{3}$$

۷

$$\frac{AS}{AB} = \frac{AT}{AC} = \frac{ST}{BC} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{6}{2x+5} \Rightarrow 2x+5 = \frac{6 \times 10}{4} = 15 \Rightarrow x = 5$$

$$\frac{AS}{SB} = \frac{AT}{AC} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{y}{9} \Rightarrow y = 6$$

درست ۹

$$DC^2 = DB^2 - BC^2 = 16 \Rightarrow DC = 4$$

$$\left. \begin{matrix} D_1 = D_2 \\ A = C \end{matrix} \right\} \triangle ADE \sim \triangle CDB \Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{DE}{DB} \Rightarrow \frac{AD}{4} = \frac{4}{5} \Rightarrow AD = \frac{16}{5}$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 36 = 4 \times BC \Rightarrow BC = 9$$

$$HB = BC - HC = 9 - 4 = 5$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB^2 = 5 \times 9 \Rightarrow AB = 3\sqrt{5}$$

نادرست. ۱۲

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{PE} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{y}{5} \Rightarrow y = 2.5$$

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{DC} \Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{x}{8} \Rightarrow x = \frac{8}{3}$$

$$\frac{a}{5+a} = \frac{b}{4+b} \Rightarrow 4a + ab = 5b + ab \Rightarrow 4a = 5b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{4}$$

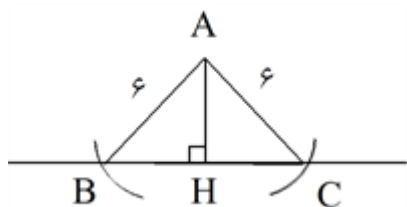
۱۵ در مثلث ABC نیمساز دو زاویه B و C را رسم می‌کنیم تا همدیگر را در نقطه O قطع کنند. هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است از نقطه O به سه ضلع مثلث عمود می‌کنیم.

$$OH = OH', OH = OH''$$

این مقدار مساوی را شعاع دایره می‌نامیم. دایره‌ای به مرکز O و شعاع r رسم می‌کنیم.

$$S_{ABC} = \frac{AH \times BC}{2} \Rightarrow 12 = \frac{4 \times BC}{2} \Rightarrow BC = 6$$

۱۶ ابتدا از یک نقطه خارج خط که فاصله آن تا خط ۴ واحد است، دهانه پرگار را به اندازه ۶ واحد باز کرده و نوک پرگار را روی نقطه A قرار داده و کمانی رسم می‌کنیم که خط را در نقطه B و C قطع کند. مثلث ABC مثلث مورد نظر است.



$$AH^2 = BH \times HC \Rightarrow 36 = 9 \times HC \Rightarrow HC = 4 \Rightarrow BC = 13$$

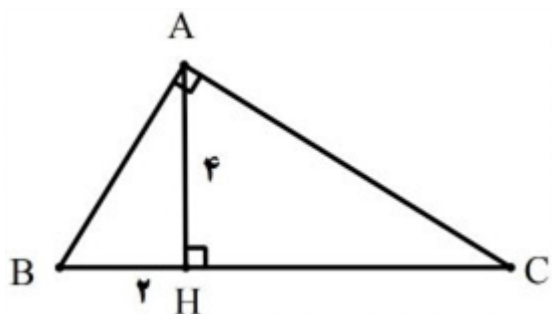
$$AC^2 = HC \times BC \Rightarrow AC^2 = 4 \times 13 \Rightarrow AC = 2\sqrt{13}$$

۱۷

$$ST \parallel BC \Rightarrow \frac{AS}{SB} = \frac{AT}{TC}, \frac{AS}{AB} = \frac{ST}{BC}$$

$$\frac{8}{4} = \frac{3y+3}{6} \Rightarrow 3y+3=12 \Rightarrow y=3$$

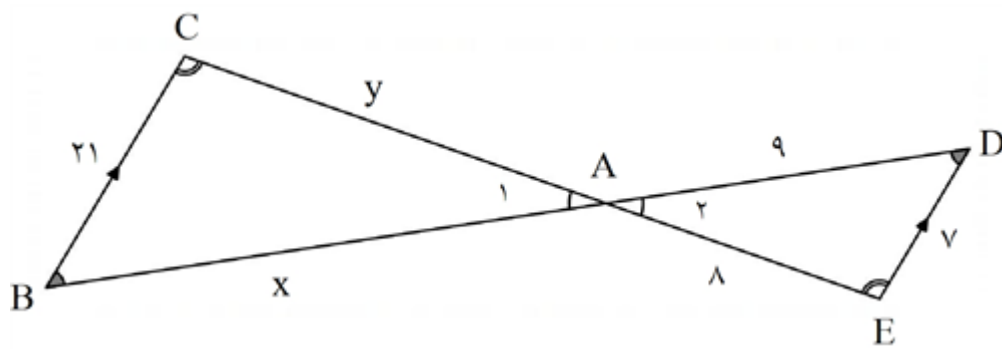
$$\frac{8}{12} = \frac{6}{4x+1} \Rightarrow 8x+2=18 \Rightarrow x=2$$



$$AH^2 = BH \cdot HC \Rightarrow 4^2 = 2 \times HC \Rightarrow HC = 8$$

$$AB^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \Rightarrow AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

کافیست $n = 41$ یا مضرب ۴۱ انتخاب شود.



$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{C} = \widehat{E} \\ \widehat{B} = \widehat{D} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{8} = \frac{21}{9} = \frac{x}{9} \Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{8} = 3 \Rightarrow y = 24 \\ \frac{x}{9} = 3 \Rightarrow x = 27 \end{cases}$$

$$\triangle ABC \text{ محیط} = 21 + x + y = 21 + 24 + 27 = 72$$

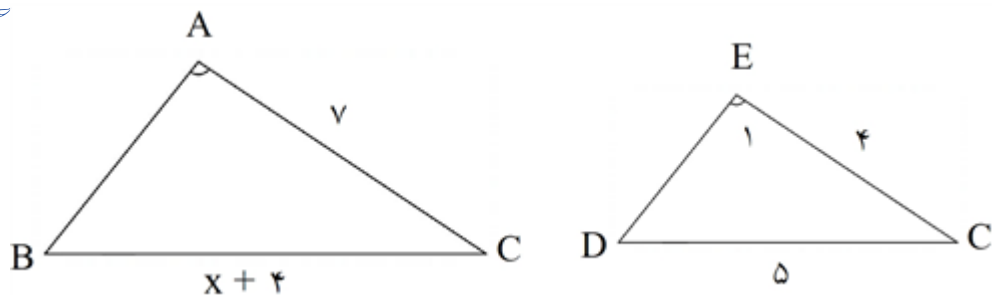
$$DE \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \widehat{D} = \widehat{B} \\ \widehat{E} = \widehat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$\frac{a}{b+a} = \frac{c}{d+c}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

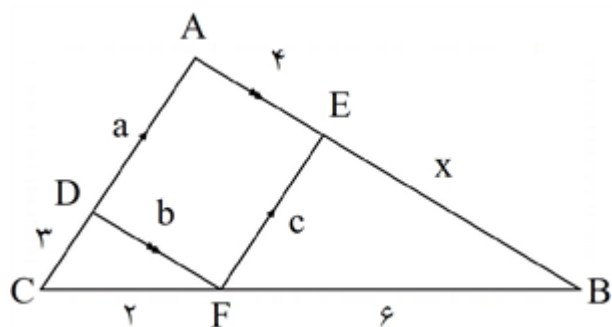
(الف)

(ب)



$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{E}, \\ \text{در هر دو مشترک } \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle EDC \Rightarrow \frac{AC}{EC} = \frac{BC}{DC} \Rightarrow \frac{7}{4} = \frac{x+4}{5}$$

$$\Rightarrow 4x + 16 = 35 \Rightarrow 4x = 35 - 16 \Rightarrow 4x = 19 \Rightarrow x = \frac{19}{4}$$



$$b = 4$$

$$AC \parallel EF \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{BE}{AE} = \frac{BF}{FC} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{6}{2} \Rightarrow 2x = 24 \Rightarrow x = 12$$

$$AC \parallel EF \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{BF}{BC} = \frac{EF}{AC} \xrightarrow{a=c} \frac{6}{8} = \frac{c}{c+2} \Rightarrow 6c = 8c + 12$$

$$\Rightarrow 2c = 12 \Rightarrow c = 6$$

$$\text{محیط } ADFE = 4 + a + c + b = 4 + 6 + 6 + 4 = 20$$

۲۶ با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم الزاویه داریم:

$$a^2 = h^2 + d^2 \Rightarrow 4 = 1 + d^2 \Rightarrow d = \sqrt{3}$$

$$h^2 = dc \Rightarrow 1 = \sqrt{3}c \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow BC = d + c = \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow BC = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$a \times b = h \times BC \Rightarrow 2 \times b = 1 \times \frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow b = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

۲۷ الف) عمود منصف پاره خط

ب) استنتاجی

۲۸ الف) جزء - کل

ب) عکس قضیه

$$\widehat{C} = \widehat{C'}, \widehat{B} = \widehat{B'}, \widehat{A} = \widehat{A'}, \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = K$$

الف) چون $\widehat{B} = \widehat{B'}$ و $\widehat{H} = \widehat{H'} = 90^\circ$ پس بنا به حالت برابری دو زاویه این دو مثلث AHB و A'H'B' متشابه‌اند.

ب) دو مثلث AHB و A'H'B' متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:

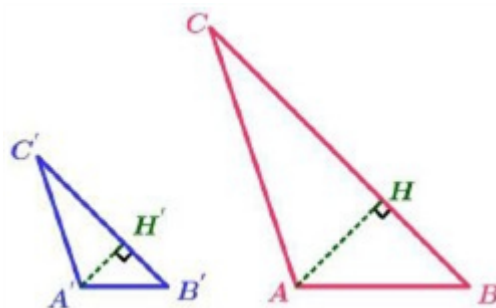
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AH}{A'H'} = \frac{BH}{B'H'} \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = K \Rightarrow \frac{AH}{A'H'} = K$$

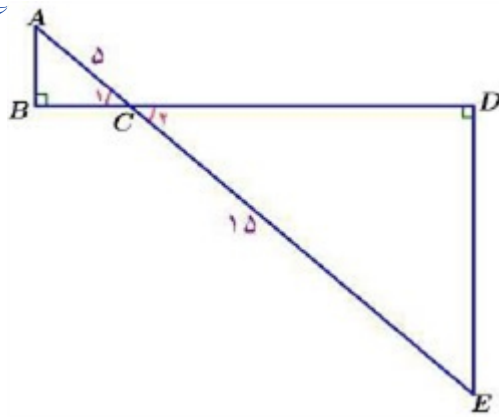
$$\text{پ) } \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2}BC \times AH}{\frac{1}{2}B'C' \times A'H'} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{BC}{B'C'} \times \frac{AH}{A'H'} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = K^2$$

$$\text{ت) } \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = K \Rightarrow AB = KA'B', BC = KB'C', AC = KA'C'$$

$$\frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = \frac{AB + BC + AC}{A'B' + B'C' + A'C'} \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = \frac{KA'B' + KB'C' + KA'C'}{A'B' + B'C' + A'C'}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = \frac{K(A'B' + B'C' + A'C')}{A'B' + B'C' + A'C'} \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = K$$





$$AC = 5, CE = 15, \frac{P_{ABC}}{P_{EDC}} = ?, \frac{S_{ABC}}{S_{EDC}} = ?$$

$$\widehat{B} = 90^\circ, \widehat{D} = 90^\circ$$

$$AB = AD + BD \Rightarrow AB = 5 + x$$

۳۰

چون $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$ و $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$ پس بنا به حالت برابری دو زاویه این دو مثلث ABC و EDC متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:

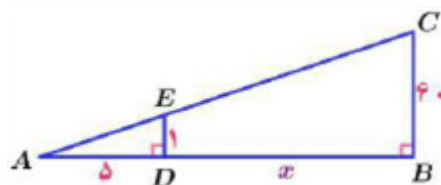
$$\frac{ED}{AB} = \frac{15}{5} \Rightarrow \frac{ED}{AB} = 3, \frac{ED}{AB} = \frac{DC}{BC} = \frac{EC}{AC} \Rightarrow \frac{ED}{AB} = \frac{DC}{BC} = \frac{EC}{AC} = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{ED}{AB} = 3 \Rightarrow ED = 3AB \\ \frac{DC}{BC} = 3 \Rightarrow DC = 3BC \\ \frac{EC}{AC} = 3 \Rightarrow EC = 3AC \end{cases}$$

$$\frac{P_{EDC}}{P_{ABC}} = \frac{ED + DC + EC}{AB + BC + AC} \Rightarrow \frac{P_{EDC}}{P_{ABC}} = \frac{3AB + 3BC + 3AC}{AB + BC + AC}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{EDC}}{P_{ABC}} = \frac{3(AB + BC + AC)}{AB + BC + AC} \Rightarrow \frac{P_{EDC}}{P_{ABC}} = 3$$

$$\frac{S_{EDC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2}ED \times DC}{\frac{1}{2}AB \times BC} \Rightarrow \frac{S_{EDC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2}(3AB) \times 3(BC)}{\frac{1}{2}AB \times BC} \Rightarrow \frac{S_{EDC}}{S_{ABC}} = 9$$



$$AD = 5, BC = 60, DE = 1, \widehat{B} = 90^\circ, \widehat{D} = 90^\circ$$

$$BD = x, AB = ?$$

$$AB = AD + BD \Rightarrow AB = 5 + x$$

۳۱

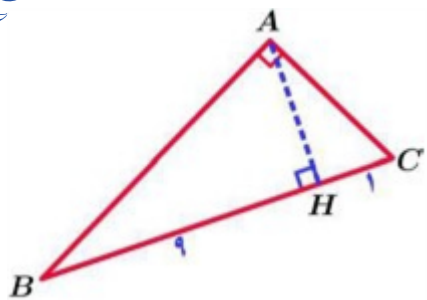
چون $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$ و زاویه‌ی \widehat{A} مشترک پس بنا به حالت برابری دو زاویه این دو مثلث ABC و ADE متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:

$$\frac{5}{x+5} = \frac{1}{60} \Rightarrow x+5 = 300 \Rightarrow AB = 300$$



$$\Rightarrow (AH)^2 = 144 - 121 = 23 \Rightarrow AH = \sqrt{23}$$

$$(AD)^r = HD \times BD \Rightarrow (AD)^r = \frac{23}{11} \times \frac{144}{11} \Rightarrow (AD)^r = \frac{23 \times 144}{121} \Rightarrow AD = \frac{12}{11} \sqrt{23}$$



الف) $AC = ?$, $AB = ?$, $AH = ?$, $BH = 9$, $BC = 10$

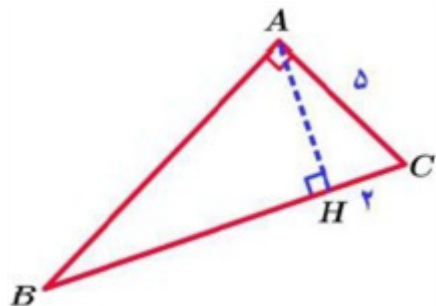
$$BH + HC = BC \Rightarrow 9 + HC = 10 \Rightarrow HC = 10 - 9 \Rightarrow HC = 1$$

$$(AH)^2 = BH \times HC \Rightarrow (AH)^2 = 9 \times 1 \Rightarrow (AH)^2 = 9 \Rightarrow AH = 3$$

$$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (AB)^2 = 9 \times 10 \Rightarrow (AB)^2 = 90$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{90}$$

$$(AC)^2 = HC \times BC \Rightarrow (AC)^2 = 1 \times 10 \Rightarrow (AC)^2 = 10 \Rightarrow AC = \sqrt{10}$$



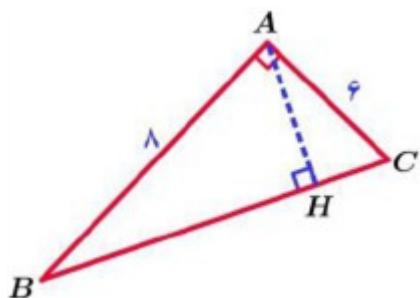
ب) $AB = ?$, $AH = ?$, $BC = ?$, $CH = 2$, $AC = 5$

$$(AC)^2 = HC \times BC \Rightarrow (5)^2 = 2 \times BC \Rightarrow BC = \frac{25}{2}$$

$$BH + HC = BC \Rightarrow BH + 2 = \frac{25}{2} \Rightarrow BH = \frac{25}{2} - 2 \Rightarrow BH = \frac{21}{2}$$

$$(AH)^2 = BH \times HC \Rightarrow (AH)^2 = \frac{21}{2} \times 2 \Rightarrow (AH)^2 = 21 \Rightarrow AH = \sqrt{21}$$

$$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (AB)^2 = \frac{21}{2} \times \frac{25}{2} \Rightarrow (AB)^2 = \frac{21 \times 25}{4} \Rightarrow AB = \frac{5\sqrt{21}}{2}$$

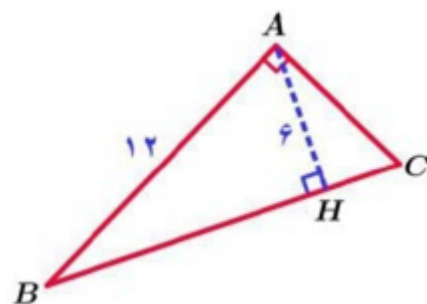


ج) $AH = ?$, $BC = ?$, $AC = 6$, $AB = 8$

$$(BC)^2 = (AC)^2 + (AB)^2 \Rightarrow (BC)^2 = (6)^2 + (8)^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow BC = 10$$

$$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (8)^2 = BH \times 10 \Rightarrow BH = \frac{64}{10}$$

$$AB \times AC = AH \times BC \Rightarrow 8 \times 6 = AH \times 10 \Rightarrow AH = \frac{48}{10}$$



$AC = ?$, $BC = ?$, $BH = ?$, $AH = 6$, $AB = 12$

$$(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \Rightarrow (12)^2 = (6)^2 + (BH)^2$$

$$\Rightarrow (BH)^2 = 144 - 36 = 108 \Rightarrow BH = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

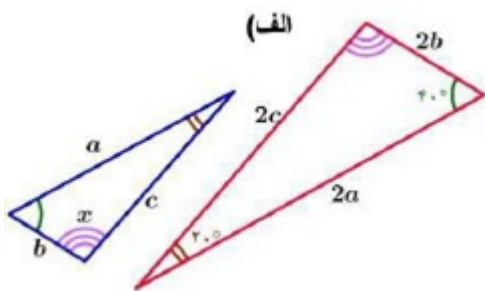
$$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (12)^2 = 6\sqrt{3} \times BC \Rightarrow BC = \frac{144}{6\sqrt{3}} \Rightarrow BC = \frac{24}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow BC = 8\sqrt{3}$$

$$BH + HC = BC \Rightarrow 6\sqrt{3} + HC = 8\sqrt{3} \Rightarrow HC = 8\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \Rightarrow HC = 2\sqrt{3}$$

$$(AC)^2 = HC \times BC \Rightarrow (AC)^2 = 2\sqrt{3} \times 8\sqrt{3} \Rightarrow AC^2 = 48 \Rightarrow AC = \sqrt{48} \Rightarrow AC = 4\sqrt{3}$$

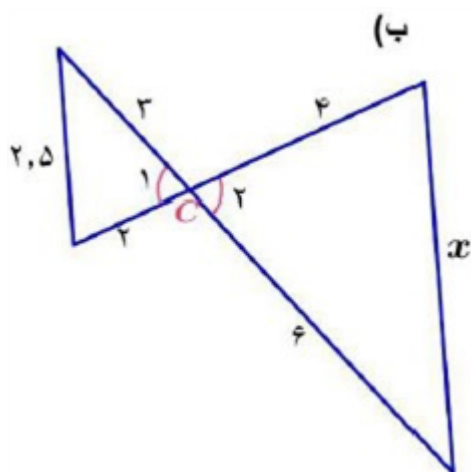
الف) چون $\frac{2a}{a} = \frac{2b}{b} = \frac{2c}{c} = 2$ پس سه ضلع متناسب هستند در نتیجه دو مثلث متشابه‌اند بنابراین زاویه‌های متناظر آنها برابر است پس:



$$x + 60^\circ + 20^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 60^\circ - 20^\circ$$

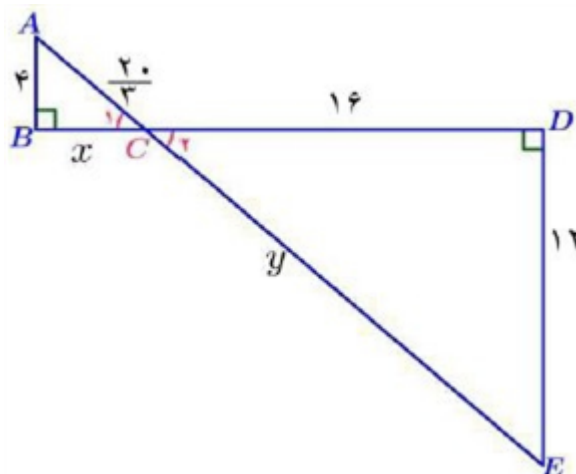
$$\Rightarrow x = 100^\circ$$

ب) چون $\frac{6}{3} = \frac{4}{2} = 2$ و $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$ پس بنا به حالت تناسب دو ضلع و برابر زاویه بین این دو ضلع این دو مثلث متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. پس داریم:



$$2 = \frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{x}{2.5} \Rightarrow \frac{x}{2.5} = 2 \Rightarrow x = 5$$

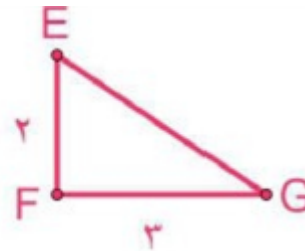
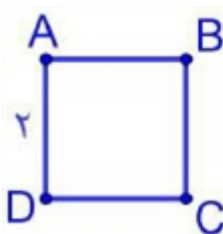
پ) چون $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$ و $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$ پس بنا به حالت برابری دو زاویه این دو مثلث متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:



$$\frac{16}{x} = \frac{12}{4} = \frac{y}{16}$$

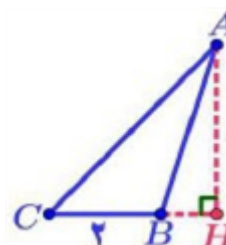
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{16}{x} = \frac{12}{4} \Rightarrow x = \frac{16 \times 4}{12} \Rightarrow x = \frac{16}{3} \\ \frac{12}{4} = \frac{y}{16} \Rightarrow y = \frac{12 \times 16}{4} \Rightarrow y = \frac{12 \times 4}{1} \\ \Rightarrow y = 48 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow y = 48$$

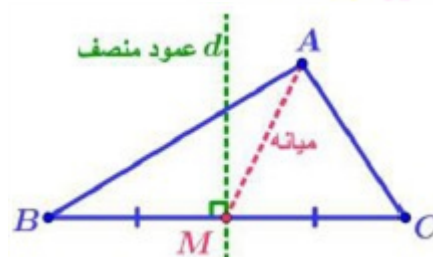


(ب)

$$S_{\triangle EFG} < S_{\square ABCD} \iff S_{\square ABCD} = 2 \times 2 = 4, S_{\triangle EFG} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$$



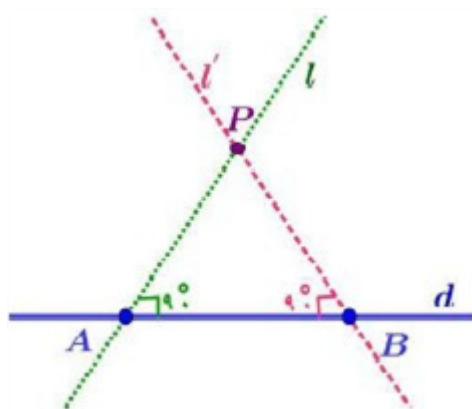
(پ)



(ت)

(فرض خلف) فرض می‌کنیم از نقطه P خارج خط d دو خط L و L' بر d عمود هستند.

پس هر دو خط L و L'، خط d را در دو نقطه A و B قطع می‌کنند. و چون عمود هستند لذا داریم:



$$\begin{aligned} \hat{A} &= 90^\circ, \hat{B} = 90^\circ \\ \triangle ABP: \hat{A} + \hat{B} + \hat{P} &= 90^\circ + 90^\circ + \hat{P} \\ \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{P} &= 180^\circ + \hat{P} \xrightarrow{\hat{P} > 0} \\ \hat{A} + \hat{B} + \hat{P} &> 180^\circ \end{aligned}$$

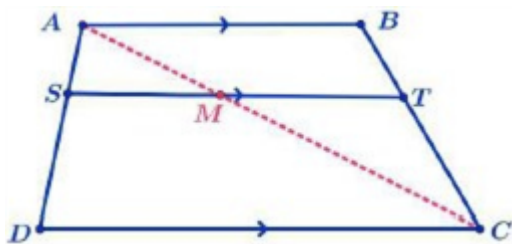
این متناقض با این است که مجموع زاویه‌های داخلی 180° است. پس فرض غلط است.

الف) اگر در مثلثی سه زاویه برابر باشند، آن‌گاه سه ضلع نیز برابر خواهند بود.

ب) اگر در یک چهارضلعی زوایای مقابل برابر باشند آن‌گاه در این صورت اضلاع روبه‌رو موازی هستند.

پ) اگر در یک چهارضلعی زوایای مقابل مکمل باشند آن‌گاه در این صورت رأس‌های آن چهارضلعی روی یک دایره هستند.

ت) اگر در یک مثلث دو ضلع نابرابر باشند، آن‌گاه ارتفاع به ضلع بزرگ‌تر کوچک‌تر از ارتفاع متناظر به ضلع کوچک‌تر است.



$$\triangle ADC : SM \parallel DC \Rightarrow \text{طبق قضیه تالس} \Rightarrow \frac{AS}{SD} = \frac{AM}{MC} \quad (۱)$$

$$\triangle CAB : AB \parallel MT \Rightarrow \text{طبق قضیه تالس} \Rightarrow \frac{MC}{AM} = \frac{CT}{TB}$$

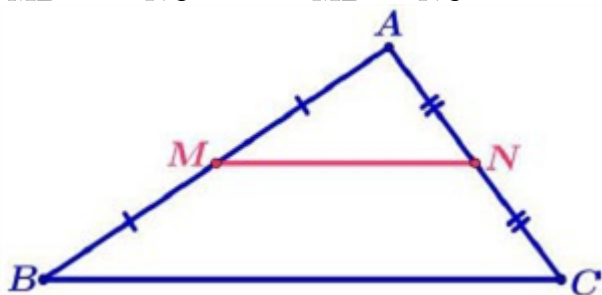
$$\Rightarrow \text{عکس تناسب} \Rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{TB}{CT} \quad (۲)$$

$$\Rightarrow \text{طبق روابط ۱ و ۲} \Rightarrow \frac{AS}{SD} = \frac{TB}{CT}$$

مثلث ABC را چنان در نظر می‌گیریم که M وسط ضلع AB و N وسط ضلع AC باشد. در نتیجه داریم:

$$AN = NC = \frac{AC}{۲}, AM = MB = \frac{AB}{۲}$$

$$\frac{AM}{MB} = ۱, \frac{AN}{NC} = ۱ \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow MN \parallel BC \text{ طبق عکس قضیه تالس}$$



$$\frac{AM}{AB} = \frac{\frac{AB}{۲}}{AB} = \frac{۱}{۲}, \frac{AN}{AC} = \frac{\frac{AC}{۲}}{AC} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{۱}{۲} \quad (۱)$$

طبق نتیجه قضیه تالس $MN \parallel BC$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad (۲)$$

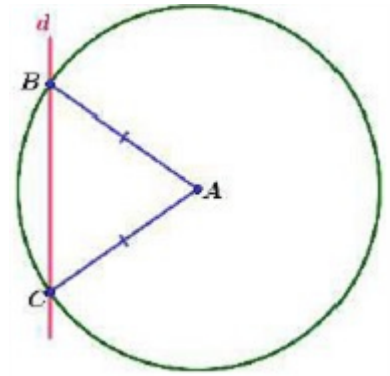
$$\text{طبق روابط ۱ و ۲} : \frac{MN}{BC} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow MN = \frac{۱}{۲}BC$$

$$\text{الف) } \frac{a}{۱۰+a} = \frac{b}{۸+b} \Rightarrow ۸a + \cancel{ab} = ۱۰b + \cancel{ab} \Rightarrow ۸a = ۱۰b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{۱۰}{۸} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{۵}{۴}$$

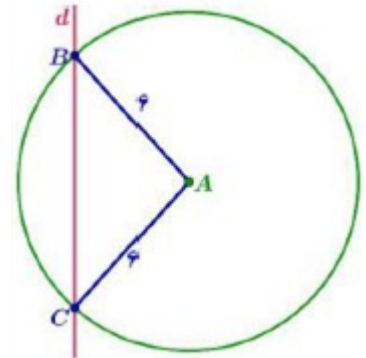
$$\text{ب) } \frac{۳a+۱۰}{۱۰+۲a} = \frac{۳b+۷}{۷+۲b} \Rightarrow ۲۱a + \cancel{۶ab} + \cancel{۷۰} + ۲۰b = ۳۰b + \cancel{۷۰} + \cancel{۶ab} + ۱۴a$$

$$\Rightarrow ۲۱a - ۱۴a = ۳۰b - ۲۰b \Rightarrow ۷a = ۱۰b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{۱۰}{۷}$$

الف) دایره‌ای به مرکز A و شعاع r (بیشتر از ۴ باشد) می‌زنیم محل برخورد این دایره با خط d همان نقاط دیگر رأس‌های مثلث است زیرا: $AC = AB = r$



ب) دایره‌ای به مرکز A و شعاع $r = 6$ می‌زنیم محل برخورد این دایره با خط d همان نقاط دیگر رأس‌های مثلث است زیرا: $AC = AB = 6$

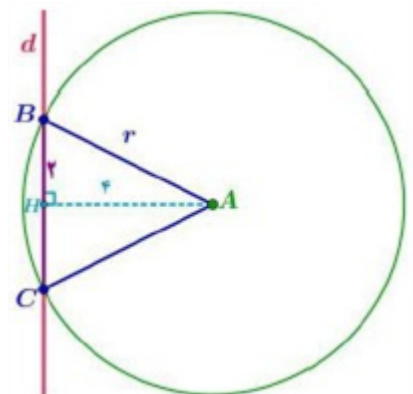


پ) چون فاصله عمودی نقطه‌ی A از خط d برابر ۴ است و این فاصله همان ارتفاع مثلث است، اگر بخواهیم مساحت این مثلث ۸ سانتی‌متر مربع باشد باید قاعده آن ۴ سانتی‌متر باشد یعنی فاصله دو نقطه B و C روی خط d برابر ۴ باشد. در نتیجه طبق قضیه فیثاغورث داریم:

$$(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \Rightarrow r^2 = (4)^2 + (2)^2 \\ = 16 + 4 = 20 \Rightarrow r = \sqrt{20}$$

بنابراین اگر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{20}$ بزنیم و محل برخورد این دایره با خط d همان نقاط دیگر رأس‌های مثلث است زیرا:

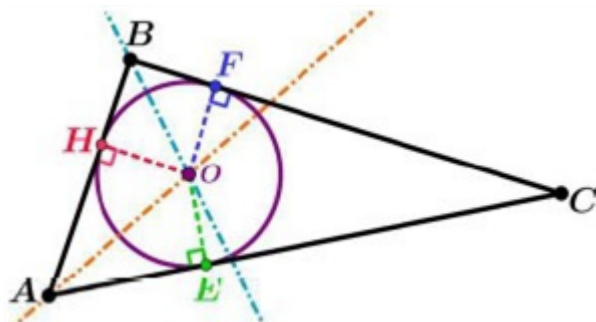
$$S_{ABC} = \frac{1}{2}(4)(4) = 8 \text{ می‌شود. } AC = AB = \sqrt{20}$$



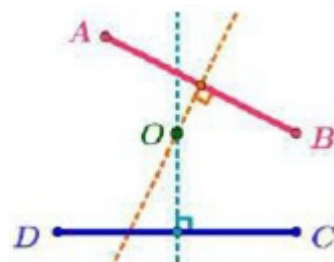
چون O روی نیمساز A است پس: $OH = OE$ (۱)

چون O روی نیمساز B است پس: $OH = OF$ (۲)

پس طبق روابط ۱، ۲ خواهیم داشت: $OH = OE = OF$ چون شعاع دایره برابر OH است پس حتماً نقاط E, F روی دایره قرار خواهند داشت. در نتیجه اضلاع مثلث ABC مماس بر دایره هستند.



الف) نقطه‌ی موردنظر محل برخورد عمودمنصف‌های دو پاره‌خط AB و CD است.



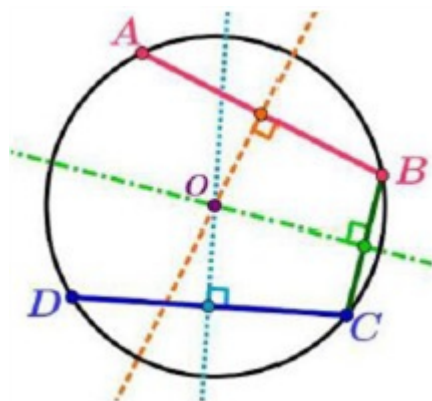
ب) چهار نقطه A, B, C, D روی دایره G قرار خواهند داشت. زیرا:

چون O روی عمودمنصف AB است پس: $OA = OB$ (۱)

چون O روی عمودمنصف CD است پس: $OC = OD$ (۲)

چون O روی عمودمنصف BC است پس: $OB = OC$ (۳)

پس طبق روابط ۱، ۲، ۳ خواهیم داشت: $OA = OB = OC = OD$ و چون شعاع دایره برابر OA است پس حتماً ۴ نقطه روی دایره G قرار خواهند داشت.



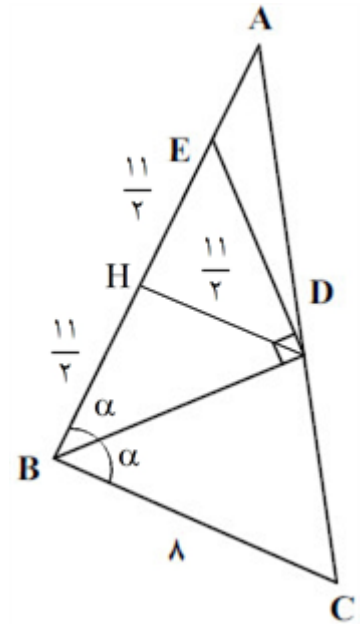
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال ارتفاع DH در مثلث قائم‌الزاویه BDE با ضلع BC موازی است پس BC هم بر AB عمود است پس $\alpha = 45^\circ$. در نتیجه مثلث BDE قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است. بنابراین DH میانه هم هست یعنی

$$BH = EH = \frac{11}{2} \text{ و طول میانه DH نصف وتر BE است پس } DH = \frac{11}{2}$$

$$DH \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AH}{AB} = \frac{DH}{BC} \xrightarrow{AE=x} \frac{x + \frac{11}{2}}{x + 11} = \frac{\frac{11}{2}}{8}$$

$$\rightarrow \frac{2x + 11}{x + 11} = \frac{11}{8} \Rightarrow 16x + 88 = 11x + 121$$

$$\Rightarrow 5x = 33 \Rightarrow x = 6.6$$



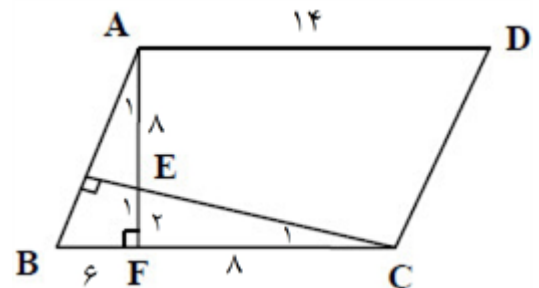
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در متوازی‌الاضلاع دو ضلع روبه‌رو مساویند پس $FC = 8$.

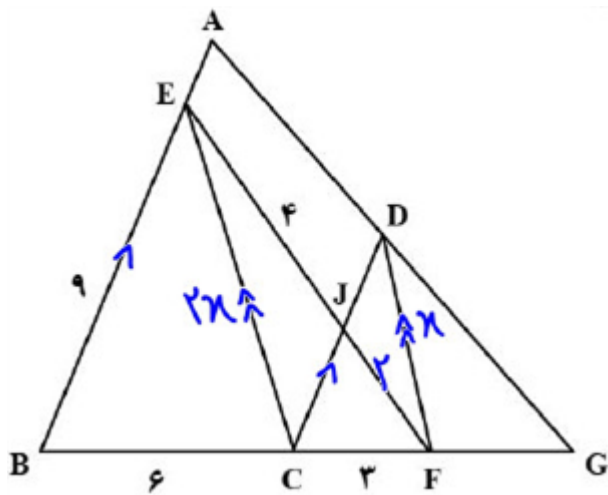
در ضمن دو مثلث قائم‌الزاویه AEH و CEF دارای دو زاویه متقابل به رأس مساویند (یعنی \widehat{E}) پس $\widehat{A} = \widehat{C}$ در نتیجه:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A} = \widehat{C} \\ \widehat{F} = \widehat{F} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز)} \triangle ABF \sim \triangle EFC$$

$$\Rightarrow \frac{FC}{AF} = \frac{EF}{BF} \xrightarrow{EF=x} \frac{8}{8+x} = \frac{x}{6} \Rightarrow x^2 + 8x - 48 = 0 \Rightarrow (x+12)(x-4) = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$AF = 8 + x = 8 + 4 = 12 \quad \text{بنابراین:}$$

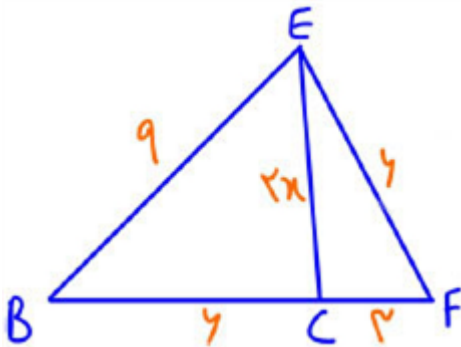




$$\triangle BCE \sim \triangle CFD \left(k = \frac{1}{3} \right)$$

$$\Rightarrow DF = \frac{1}{3} CE$$

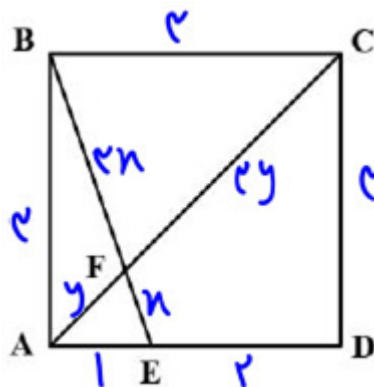
$$\Rightarrow FJ = \frac{EJ}{3} = 2$$



$$\Rightarrow \frac{9 \times 4^2 + 3 \times 9^2}{9 + 3} = (2x)^2 + 3 \times 6 \Rightarrow 24 + 27 = 4x^2 + 18$$

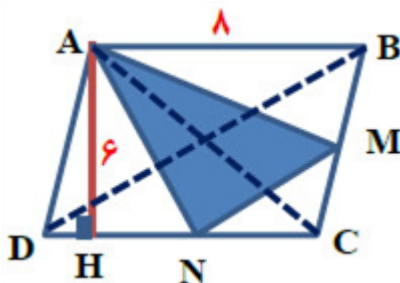
$$\Rightarrow 4x^2 = 33 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{33}}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\frac{x}{y} = \frac{4x}{4y} = \frac{BE}{AC} = \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



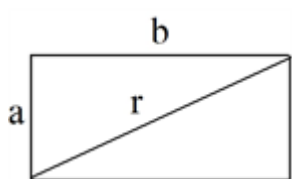
$$S_{ABCD} = DC \times AH = 4 \times 8 = 32$$

$$S_{ABM} = S_{ACM} = S_{ACN} = S_{ADN} \Rightarrow S_{AMCN} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$$

$$= \frac{1}{4} \times 32 = 8$$

$$\frac{MC}{BC} = \frac{1}{4}, MN \parallel BD \xrightarrow{\text{Tales}} S_{MNC} = \left(\frac{1}{4} \right)^2 S_{BDC} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} S_{ABCD} \right) = 2$$

$$S_{AMN} = 8 - 2 \Rightarrow S_{AMN} = 6$$



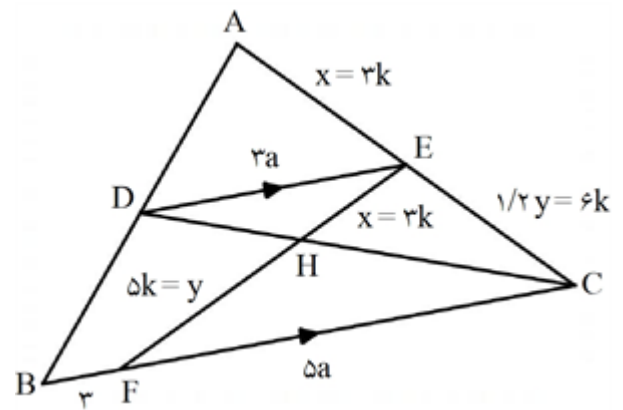
$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$r' = \sqrt{\left(\frac{16}{9}a\right)^2 + b^2}$$

$$\Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{\left(\frac{16}{9}a\right)^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\left(\frac{16}{9}a\right)^2 + b^2}{a^2 + b^2} = \frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{16}{9}\right)^2 a^2 + b^2 = \frac{16}{9}a^2 + \frac{16}{9}b^2 \Rightarrow \left(\frac{16}{9}\right)^2 a^2 - \frac{16}{9}a^2 = \frac{16}{9}b^2 - b^2$$

$$\Rightarrow \frac{16}{9}a^2 \left(\frac{16}{9} - 1\right) = b^2 \left(\frac{16}{9} - 1\right) \Rightarrow \frac{4}{3}a = b$$



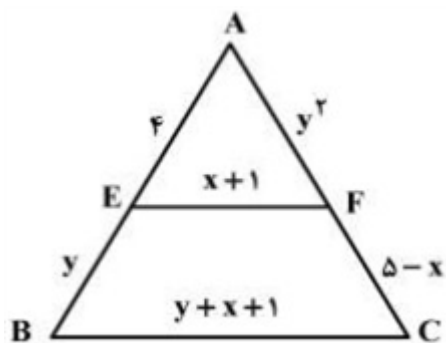
$$x = 3k$$

$$y = 5k$$

$$\frac{ra}{r + \delta a} = \frac{rk}{3k} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \frac{r}{4} = 0.75 \Rightarrow BC = 3 + 5(0.75) = 6.75$$

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{2}{x+1} = \frac{x}{15} \Rightarrow x(x+1) = 30 \Rightarrow x = 5$$

$$\frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = \frac{BC}{DE} = \frac{12}{5} = 2.4$$



$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{4}{y} = \frac{y^2}{20-y} \Rightarrow y^3 = 20 - 4x \quad (1)$$

$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{4}{4+y} = \frac{x+1}{y+x+1}$$

$$4y + \cancel{4x} + \cancel{4} = \cancel{4x} + \cancel{4} + xy + y$$

$$\Rightarrow 4y = y(x+1) \Rightarrow x+1=4 \Rightarrow x=3$$

$$y^3 = 20 - 12 \Rightarrow y^3 = 8 \Rightarrow y = 2$$

$$y - 2x = 2 - 6 = -4$$

بنابراین:

حال از تساوی ۱ نتیجه می‌گیریم.

پس گزینه ۱ درست است.

۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴