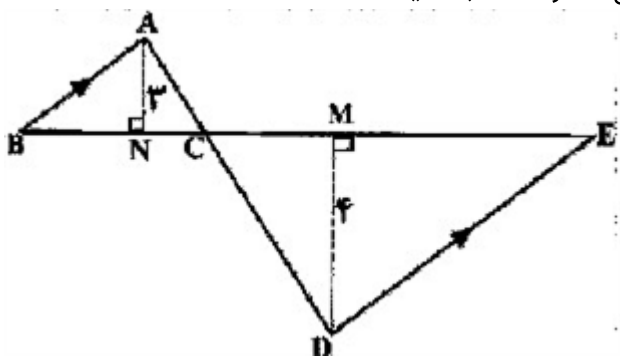
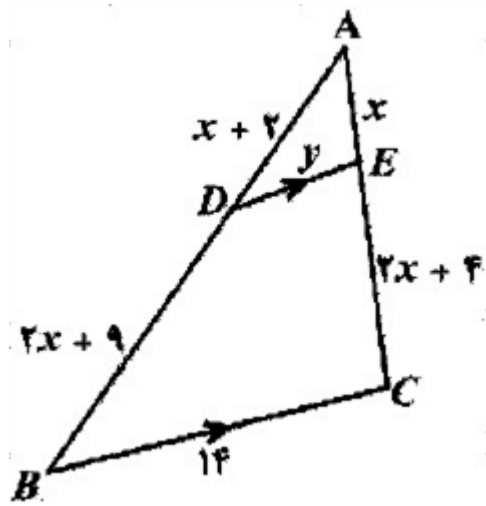
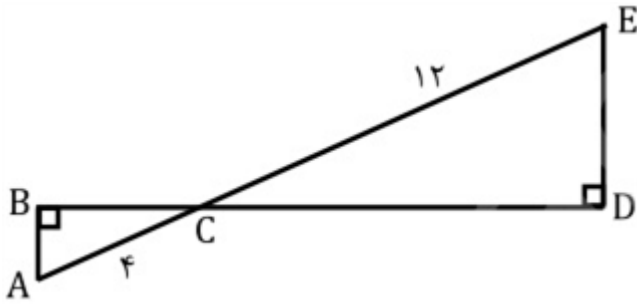
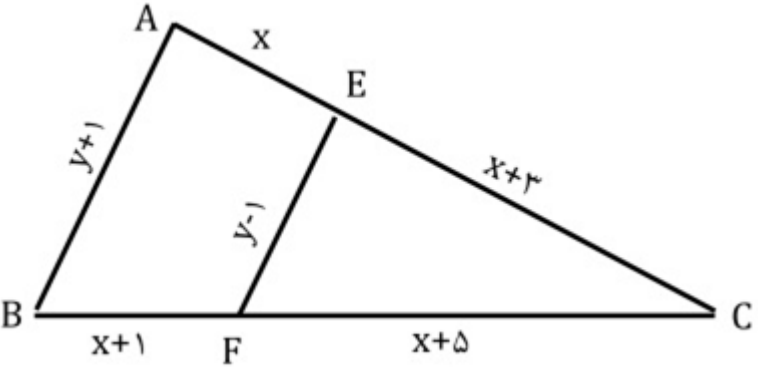
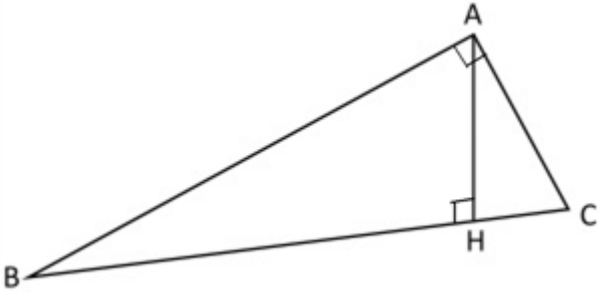
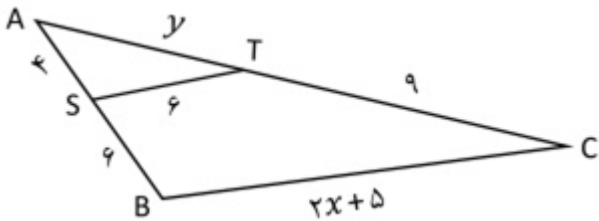
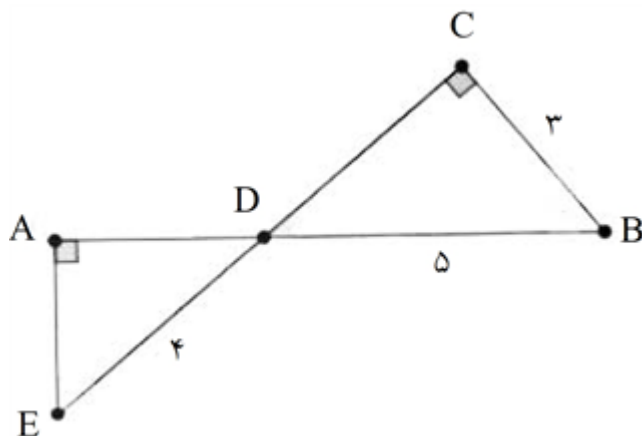


ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>در شکل مقابل $AB \parallel ED$ است.</p> <p>الف) نشان دهید دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle CDE$ متشابه هستند.</p> <p>ب) اگر $DM = ۴$, $AN = ۳$, $BE = ۷$ باشد آنگاه طول ضلع BC را محاسبه کنید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>	
۲	<p>در شکل مقابل $BC \parallel DE$ می‌باشد. مقادیر x و y را محاسبه کنید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>	
۳	<p>در شکل زیر دلیل تشابه مثلث‌ها را بیان کنید. سپس نسبت مساحت مثلث بزرگتر به کوچکتر را بیابید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>	

	<p>اگر $AB \parallel EF$ مقادیر x و y را بیابید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>	۴
	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. استدلالی که براساس نتیجه‌گیری منطقی بر پایه واقعیت‌هایی که درستی آنها را پذیرفته‌ایم، انجام می‌شود، استدلال نامیده می‌شود.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>	۵
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - اگر $\frac{a}{10+a} = \frac{b}{8+b}$ باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ برابر $\frac{5}{4}$ است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>	۶
	<p>مثلث ABC یک مثلث قائم‌الزاویه است ($A = 90^\circ$) که AH ارتفاع وارد بر وتر آن است. اگر $AB = 12$ و $AH = 6$ باشند، آنگاه اندازه BH، BC و AC را بیابید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>	۷
	<p>در شکل مقابل $BC \parallel ST$ است. مقادیر x, y را به دست آورید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>	۸
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - قضیه تالس یک قضیه دو شرطی است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>	۹

در شکل روبه‌رو، ابتدا نشان دهید دو مثلث ADE و CDB متشابه‌اند، سپس به کمک آن طول پاره‌خط AD را بیابید.

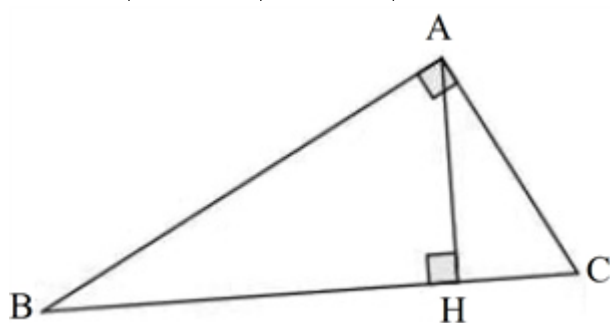


۱۰

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲

در مثلث قائم‌الزاویه روبه‌رو، اندازه پاره‌خط‌های خواسته‌شده را به دست آورید.

$$AC = ۶, HC = ۴, BC = ?, AB = ?$$



۱۱

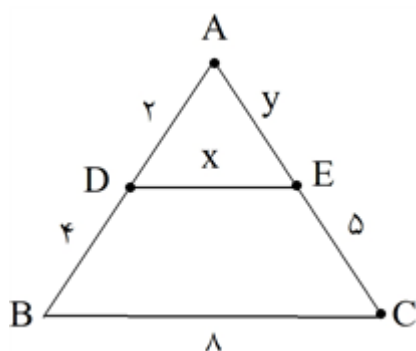
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.
در استدلال استقرایی از کل به جز می‌رسیم.

۱۲

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲

در مثلث ABC پاره‌خط DE با ضلع BC موازی است. مقادیر مجهول x و y را محاسبه کنید.



۱۳

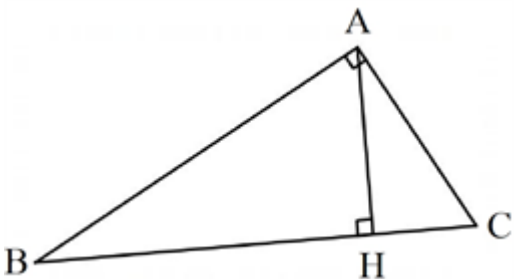
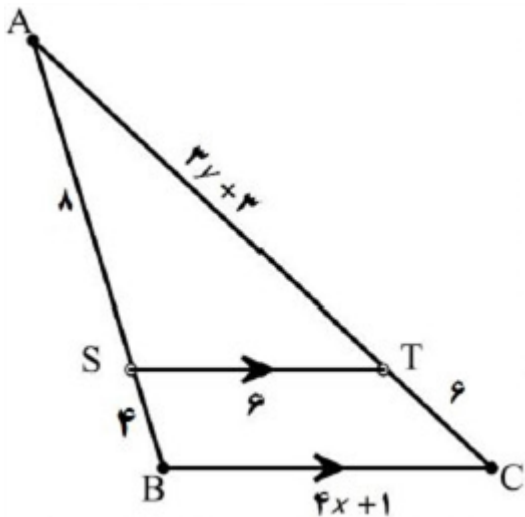
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲

در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.

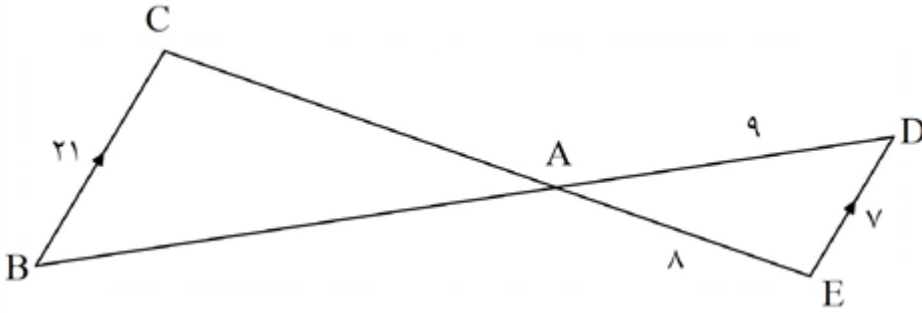
اگر تساوی $\frac{a}{5+a} = \frac{b}{4+b}$ برقرار باشد، آنگاه نسبت $\frac{a}{b}$ برابر است.

۱۴

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲

۱۵	<p>در مثلث ABC ، نیمساز دو زاویه B و C را رسم می‌کنیم تا همدیگر را در نقطه O قطع کنند. دایره‌ای رسم کنید که بر سه ضلع مثلث مماس باشد. طریقه رسم دایره را توضیح دهید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>
۱۶	<p>در مثلث متساوی‌الساقین ABC اگر طول ارتفاع $AH = ۴$ و مساحت آن برابر ۱۲ باشد، طریقه رسم مثلث را شرح داده و آن را رسم کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>
۱۷	<p>در مثلث قائم‌الزاویه زیر، اندازه پاره‌خط‌های خواسته شده را به دست آورید.</p>  <p> $BH = ۹$, $AH = ۶$ $BC = ?$ $AC = ?$ </p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>
۱۸	<p>در شکل زیر $ST \parallel BC$ است. مقدار x, y را به دست آورید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>
۱۹	<p>در مثلث قائم‌الزاویه ABC به رأس قائمه A، اگر ارتفاع وارد بر BC باشد و $AH = ۴$ cm و $BH = ۲$ cm آنگاه اندازه BA و HC را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>
۲۰	<p>حکم کلی زیر را با مثال نقض رد کنید.</p> <p>«به ازای هر عدد طبیعی n، مقدار عبارت $n^2 + n + ۴۱$ عددی اول است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>

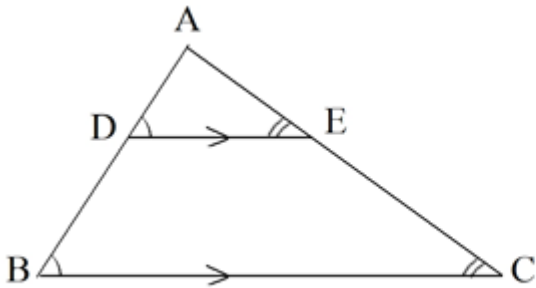
در شکل زیر $BC \parallel DE$. محیط مثلث $\triangle ABC$ را به دست آورید.



۲۱

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم

در شکل زیر اگر $DE \parallel BC$ باشد، جاهای خالی را پر کنید.



$$\frac{\square}{AB} = \frac{AE}{\square} = \frac{\square}{BC}$$

۲۲

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم

جاهای خالی را کامل کنید.

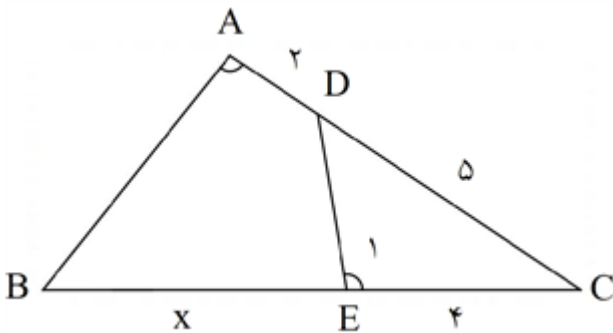
الف) اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ آن گاه $\frac{a}{b + \square} = \frac{c}{d + \square}$

ب) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ آن گاه $\frac{a}{\square} = \frac{c}{\square}$

۲۳

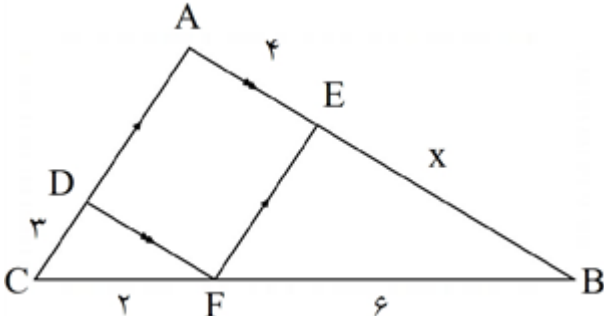
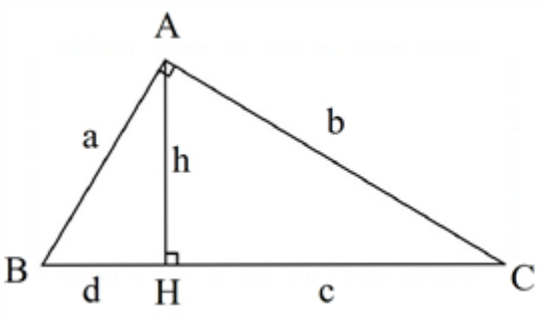
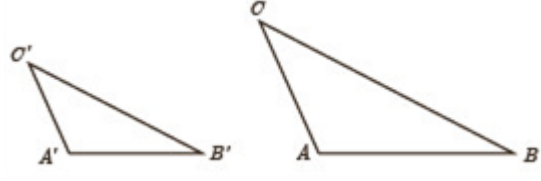
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم

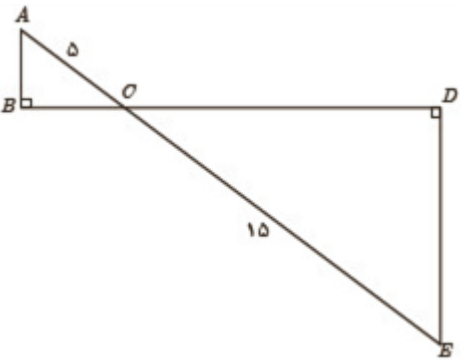
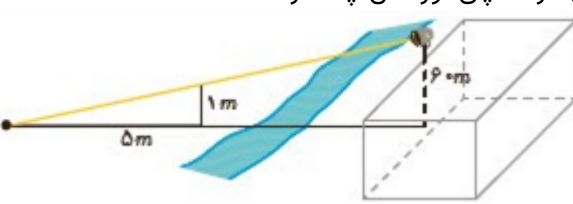
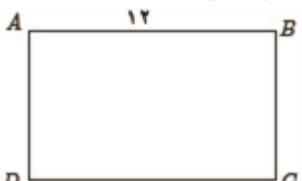
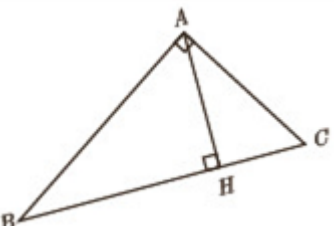
در شکل زیر اگر $\hat{A} = \hat{E}$ باشد، آن گاه مقدار x را به دست آورید.

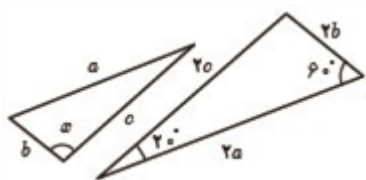
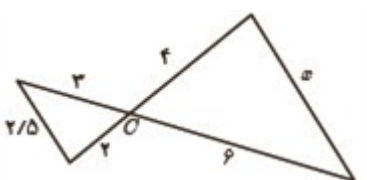
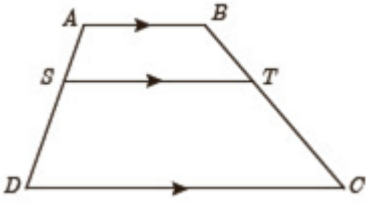




۲۴

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم

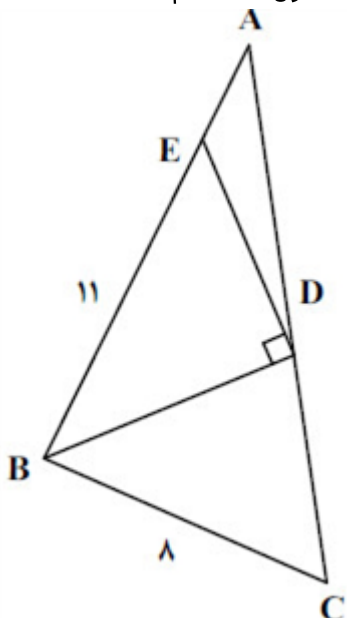
	<p>در شکل زیر اگر $AB \parallel DF$ و $AC \parallel EF$ باشد، آن‌گاه محیط $ADFE$ را حساب کنید.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - یازدهم</p>	۲۵
	<p>با توجه به شکل، مقادیر خواسته شده را به دست آورید.</p>  <p>$a = ۲, h = ۱, d = ?, b = ?$</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - یازدهم</p>	۲۶
	<p>جاهای خالی را پر کنید. الف) هر نقطه که از دو سر یک پاره خط به یک فاصله باشد، روی قرار دارد. ب) استدلالی که براساس نتیجه گیری منطقی بر پایه واقعیت هایی که درستی آن ها را پذیرفته ایم بیان شود، استدلال می گویند.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - یازدهم</p>	۲۷
	<p>جاهای خالی را پر کنید. الف) در استدلال استقرایی از به می رسیم. ب) اگر فرض و حکم یک قضیه را جابه جا کنیم، آنچه حاصل می شود است.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - یازدهم</p>	۲۸
	<p>دو مثلث متشابه ABC و $A'B'C'$ را با نسبت تشابه K در نظر بگیرید؛ به گونه ای که $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$ باشد. حال ارتفاع های AH و $A'H'$ را در دو مثلث رسم کنید. الف) ثابت کنید مثلث های AHB و $A'H'B'$ متشابه اند. ب) نسبت $\frac{AH}{A'H'}$ را به دست آورید. پ) نسبت مساحت های $\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}}$ را محاسبه کنید. ت) نسبت محیط های دو مثلث ABC و $A'B'C'$ را به دست آورید.</p>  <p>مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی</p>	۲۹

	<p>در شکل مقابل دو مثلث قائم الزاویه مشاهده می‌کنید. نسبت محیط‌ها و مساحت‌های آن‌ها را به دست آورید.</p>  <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی</p>	۳۰
	<p>بر دیوار یک کمپ نظامی نورافکنی به ارتفاع ۶۰ متر (مانند شکل) قرار گرفته است. فردی که در طرف دیگر رودخانه است، می‌خواهد فاصله‌ی خود را تا پایه‌ی نورافکن محاسبه کند. برای این کار چوبی به طول یک متر را روی زمین قرار می‌دهد و مشاهده می‌کند که طول سایه‌ی چوب برابر ۵ متر است. فاصله‌ی این مرد تا پای نورافکن چه قدر است؟</p>  <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی</p>	۳۱
	<p>شکل مقابل مستطیلی به طول ۱۲ است. اگر از نقطه‌ی A عمودی بر قطر BD رسم کنیم و پای این عمود را H بنامیم، طول BH برابر ۱۱ است. اندازه‌ی عمود رسم شده، طول قطر مستطیل و اندازه‌ی عرض مستطیل را محاسبه کنید.</p>  <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی</p>	۳۲
	<p>در مثلث قائم الزاویه‌ی روبه‌رو در هر حالت، اندازه پاره‌خط خواسته شده را به دست آورید.</p> <p>الف) $AC = ?$, $AB = ?$, $AH = ?$, $BH = ۹$, $BC = ۱۰$</p> <p>ب) $AB = ?$, $AH = ?$, $BC = ?$, $CH = ۲$, $AC = ۵$</p> <p>پ) $AH = ?$, $BC = ?$, $AC = ۶$, $AB = ۸$</p> <p>ت) $AC = ?$, $BC = ?$, $BH = ?$, $AH = ۶$, $AB = ۱۲$</p>  <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی</p>	۳۳

	<p>در هر قسمت تشابه مثلث‌ها را ثابت کنید و مقادیر x و y را مشخص نمایید.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>(الف)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(ب)</p> </div> </div> <div style="text-align: right; margin-top: 20px;">۳۴</div>
	<p>هریک از حکم‌های کلی زیر را با یک مثال نقض رد کنید. (الف) هیچ عدد اول بزرگ‌تر از ۱۲۷ وجود ندارد. (ب) مساحت هر مثلث از مساحت هر مربع بیش‌تر است. (پ) در هر مثلث اندازه‌ی هر ضلع از اندازه‌ی هر ارتفاع بزرگ‌تر است. (ت) در هر مثلث میانه و عمود منصف متناظر بر هر ضلع بر هم منطبق‌اند.</p> <p style="text-align: right;">۳۵</p>
	<p>با برهان خلف ثابت کنید نمی‌توان از یک نقطه‌ی غیر واقع بر یک خط، دو عمود بر آن خط رسم کرد.</p> <p style="text-align: right;">۳۶</p>
	<p>در هر مورد با عوض کردن جای فرض و حکم عکس آن‌چه را داده شده است، بنویسید. (الف) اگر در مثلثی سه ضلع برابر باشند، آن‌گاه سه زاویه نیز برابر خواهند بود. (ب) اگر در یک چهارضلعی اضلاع روبه‌رو موازی باشند، در این صورت زوایای مقابل با هم برابرند. (پ) اگر رأس‌های یک چهارضلعی روی یک دایره قرار داشته باشند، در این صورت زوایای مقابل آن چهارضلعی مکمل‌اند. (ت) در یک مثلث اگر دو ارتفاع نابرابر باشند، «ضلع متناظر به ارتفاع بزرگ‌تر» کوچک‌تر است از «ضلع مقابل به ارتفاع کوچک‌تر» (راهنمایی: شکل بکشید و به زبان ریاضی بنویسید.)</p> <p style="text-align: right;">۳۷</p>
	<p>در دوزنقه مقابل $AB \parallel ST \parallel DC$ است. ثابت کنید: $\frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: right;">۳۸</p>
	<p>ثابت کنید در هر مثلث، پاره‌خطی که وسط‌های دو ضلع مثلث را به هم وصل کند، با ضلع سوم موازی و مساوی نصف آن است.</p> <p style="text-align: right;">۳۹</p>

	<p>در هر مورد، مقدار عددی نسبت $\frac{a}{b}$ را به دست آورید.</p> <p>الف) $\frac{a}{10+a} = \frac{b}{8+b}$</p> <p>ب) $\frac{3a+10}{10+2a} = \frac{3b+7}{7+2b}$</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی</p>	۴۰
	<p>فرض کنید نقطه‌ی A به فاصله‌ی ۴ سانتی‌متر از خط d باشد. روش رسم هریک از مثلث‌های زیر را توضیح دهید.</p> <p>الف) مثلثی متساوی‌الساقین که A یک رأس آن و قاعده‌ی آن بر خط d منطبق باشد.</p> <p>ب) مثلثی که شرایط (الف) را داشته باشد و طول ساق آن ۶ سانتی‌متر باشد.</p> <p>پ) مثلثی رسم کنید که شرایط قسمت (الف) را داشته باشد و مساحت آن 8cm^2 باشد.</p>  <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی</p>	۴۱
	<p>مثلثی دلخواه رسم کنید و آن را ABC بنامید. نیمسازهای دو زاویه‌ی این مثلث را رسم کنید و نقطه‌ی برخورد آن‌ها را O بنامید. از نقطه‌ی O بر سه ضلع مثلث عمود رسم کنید و پای یکی از عمودها را H بنامید. به مرکز O و به شعاع OH دایره‌ای رسم کنید. اضلاع مثلث ABC نسبت به این دایره چه وضعیتی دارند؟ چرا؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی</p>	۴۲
	<p>الف) دو پاره‌خط AB و CD مطابق شکل داده شده‌اند. نقطه‌ای بیابید که از دو نقطه‌ی A و B به یک فاصله باشد و از دو نقطه‌ی C و D نیز به یک فاصله باشد.</p> <p>ب) نقطه‌ی موردنظر در قسمت (الف) را O می‌نامیم. اگر نقطه‌ی O روی عمودمنصف پاره‌خط BC باشد و G دایره‌ای به مرکز O و به شعاع OA باشد، رأس‌های چهارضلعی ABCD نسبت به دایره‌ی G چه وضعیتی دارند؟ چرا؟</p>  <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی (۲) تجربی</p>	۴۳

در شکل مقابل، BD نیمساز است. اگر در مثلث BDE ارتفاع وارد بر ضلع BE موازی BC باشد، طول AE کدام است؟



۲/۴ (۴)

۳/۶ (۳)

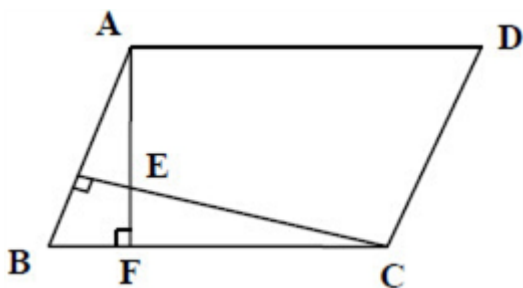
۵/۴ (۲)

۶/۶ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۴۴

در متوازی‌الاضلاع شکل مقابل، $AD = ۱۴$ ، $BF = ۶$ و $AE = ۸$ است. اندازه ارتفاع AF کدام است؟



۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

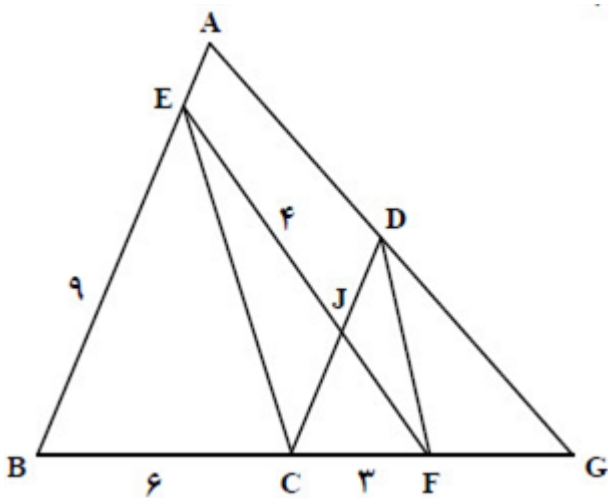
۱۴ (۲)

۱۶ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۴۵

در شکل مقابل، $AB \parallel CD$ و $EC \parallel DF$ است. اندازه DF چقدر است؟



$\frac{\sqrt{33}}{2}$ (۴)

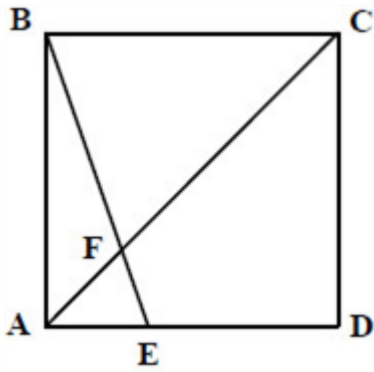
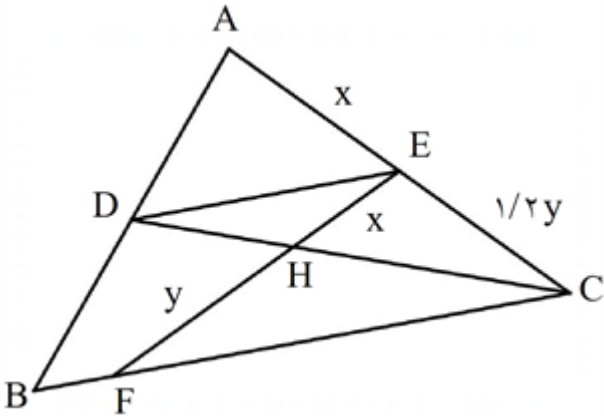
$\frac{\sqrt{33}}{4}$ (۳)

$\frac{\sqrt{11}}{2}$ (۲)

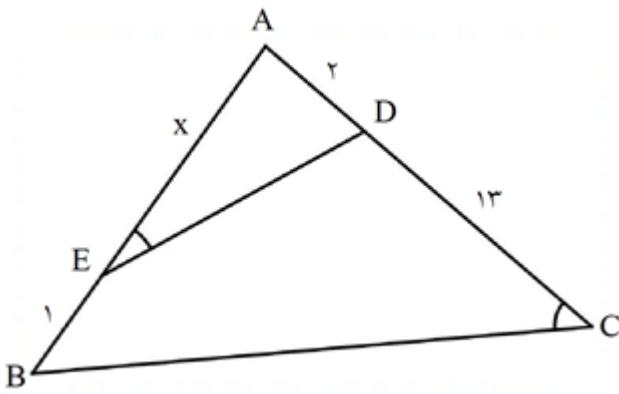
$\frac{\sqrt{11}}{4}$ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۴۶

	<p>در مربع شکل مقابل، اندازه ED دو برابر AE است. طول EF چند برابر AF است؟</p>  <p> <input type="radio"/> ۱ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ <input type="radio"/> ۲ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ <input type="radio"/> ۳ $\frac{\sqrt{10}}{3}$ <input type="radio"/> ۴ $\frac{\sqrt{10}}{2}$ </p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه</p>	۴۷
	<p>در متوازی‌الاضلاع ABCD، نقاط M و N وسط اضلاع BC و CD هستند. اگر $AB = 8$ و فاصله A از ضلع CD برابر ۶ واحد باشد، مساحت مثلث AMN کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۱۲ <input type="radio"/> ۲ ۱۵ <input type="radio"/> ۳ ۱۶ <input type="radio"/> ۴ ۱۸ </p> <p>سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱</p>	۴۸
	<p>با کدام شرط، استدلال گزاره زیر، درست است؟</p> <p>«در یک مستطیل با اضلاع a و b، اگر اندازه a، $\frac{16}{9}$ برابر شود، اندازه قطر $\frac{4}{3}$ برابر می‌شود.»</p> <p> <input type="radio"/> ۱ $b = a$ <input type="radio"/> ۲ $b = \frac{4}{3}a$ <input type="radio"/> ۳ $b = \frac{16}{9}a$ <input type="radio"/> ۴ برای هر مستطیلی، این گزاره درست است. </p> <p>سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱</p>	۴۹
	<p>در شکل مقابل، $DE \parallel BC$ و $3y = 5x$ است. اگر $BF = 3$ باشد، اندازه BC کدام است؟</p>  <p> <input type="radio"/> ۱ $6/75$ <input type="radio"/> ۲ $6/25$ <input type="radio"/> ۳ $5/75$ <input type="radio"/> ۴ $5/25$ </p> <p>سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱</p>	۵۰

در شکل مقابل، $\widehat{AED} = \widehat{ACB}$ است. مقدار x کدام است؟



۴ (۴)

۵ (۳)

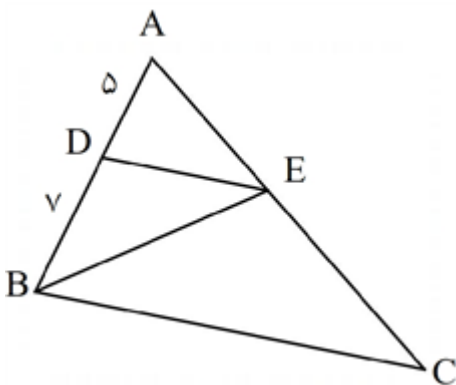
۶ (۲)

۷ (۱)

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۵۱

در مثلث ABC ، ضلع BC موازی ضلع DE است. مساحت مثلث BCE ، چند برابر مساحت مثلث BDE است؟



۲/۴ (۴)

۲/۱ (۳)

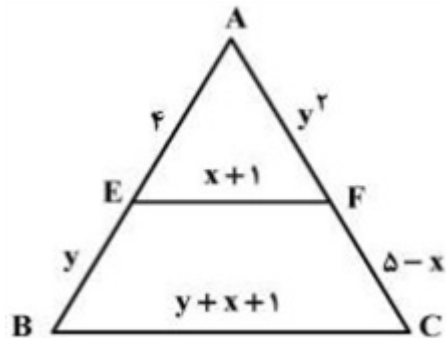
۱/۷ (۲)

۱/۵ (۱)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۵۲

در شکل زیر EF موازی BC است. مقدار $y - ۲x$ ، کدام است؟



۴ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۵۳

$$\left. \begin{array}{l} C_1 = C_2 \\ B = E \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle CDE$$

$$\frac{BC}{CE} = \frac{3}{4} \xrightarrow{BC=x} \frac{x}{y-x} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = 3$$

ب) راه حل اول:

$$\frac{BC}{CE} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{BC}{BC+CE} = \frac{3}{7} \Rightarrow BC = 3$$

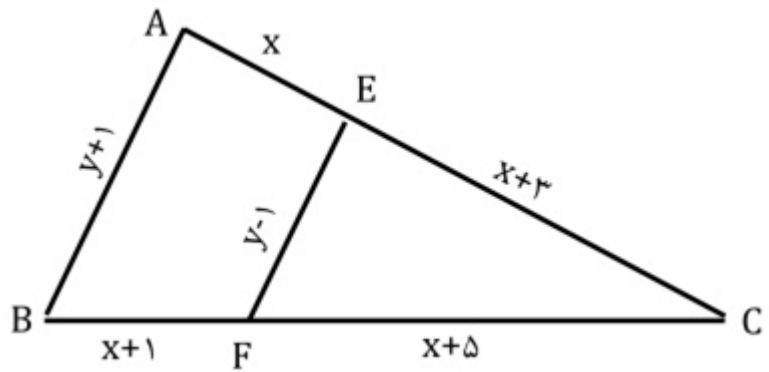
راه حل دوم:

$$\frac{x+2}{2x+9} = \frac{x}{2x+4} \Rightarrow x = 8$$

$$\frac{x}{3x+4} = \frac{y}{14} \Rightarrow \frac{8}{28} = \frac{y}{14} \Rightarrow y = 4$$

$$\triangle ABC, \triangle EDC \Rightarrow \begin{cases} \angle B = \angle D = 90^\circ \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{cases} \Rightarrow \text{دو مثلث متشابه هستند} \Rightarrow \text{دو زاویه}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle EDC \Rightarrow \text{نسبت تشابه} = \frac{EC}{AC} = \frac{12}{4} = 3 = K \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = K^2 = 9$$



$$EF \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{CE}{AC} = \frac{CF}{BC} = \frac{EF}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{x+3}{2x+7} = \frac{x+5}{2x+9} = \frac{y-1}{y+1} \Rightarrow 2x^2 + 12x + 18 = 2x^2 + 13x + 15 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow \frac{8}{12} = \frac{y-1}{y+1} \Rightarrow y = 5$$

استنتاجی ۵

درست ۶

$$BH^2 = AB^2 - AH^2 = 108 \Rightarrow BH = 6\sqrt{3}$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow BC = \frac{12}{6\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$$

$$CH = BC - BH = 2\sqrt{3}$$

$$AC^2 = CH \times BC = 2\sqrt{3} \times 8\sqrt{3} = 48 \Rightarrow AC = 4\sqrt{3}$$

۷

$$\frac{AS}{AB} = \frac{AT}{AC} = \frac{ST}{BC} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{6}{2x+5} \Rightarrow 2x+5 = \frac{6 \times 10}{4} = 15 \Rightarrow x = 5$$

$$\frac{AS}{SB} = \frac{AT}{AC} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{y}{9} \Rightarrow y = 6$$

درست ۹

$$DC^2 = DB^2 - BC^2 = 16 \Rightarrow DC = 4$$

$$\left. \begin{matrix} D_1 = D_2 \\ A = C \end{matrix} \right\} \triangle ADE \sim \triangle CDB \Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{DE}{DB} \Rightarrow \frac{AD}{4} = \frac{4}{5} \Rightarrow AD = \frac{16}{5}$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 36 = 4 \times BC \Rightarrow BC = 9$$

$$HB = BC - HC = 9 - 4 = 5$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB^2 = 5 \times 9 \Rightarrow AB = 3\sqrt{5}$$

نادرست. ۱۲

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DE} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{y}{5} \Rightarrow y = 2.5$$

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{x}{8} \Rightarrow x = \frac{8}{3}$$

$$\frac{a}{5+a} = \frac{b}{4+b} \Rightarrow 4a + ab = 5b + ab \Rightarrow 4a = 5b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{4}$$

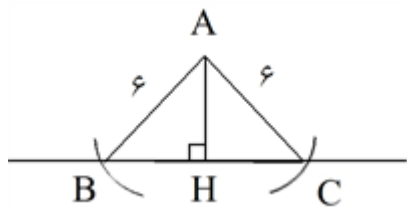
۱۵ در مثلث ABC نیمساز دو زاویه B و C را رسم می‌کنیم تا همدیگر را در نقطه O قطع کنند. هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است از نقطه O به سه ضلع مثلث عمود می‌کنیم.

$$OH = OH', OH = OH''$$

این مقدار مساوی را شعاع دایره می‌نامیم. دایره‌ای به مرکز O و شعاع r رسم می‌کنیم.

$$S_{ABC} = \frac{AH \times BC}{2} \Rightarrow 12 = \frac{4 \times BC}{2} \Rightarrow BC = 6$$

۱۶ ابتدا از یک نقطه خارج خط که فاصله آن تا خط ۴ واحد است، دهانه پرگار را به اندازه ۶ واحد باز کرده و نوک پرگار را روی نقطه A قرار داده و کمانی رسم می‌کنیم که خط را در نقطه B و C قطع کند. مثلث ABC مثلث مورد نظر است.



$$AH^2 = BH \times HC \Rightarrow 36 = 9 \times HC \Rightarrow HC = 4 \Rightarrow BC = 13$$

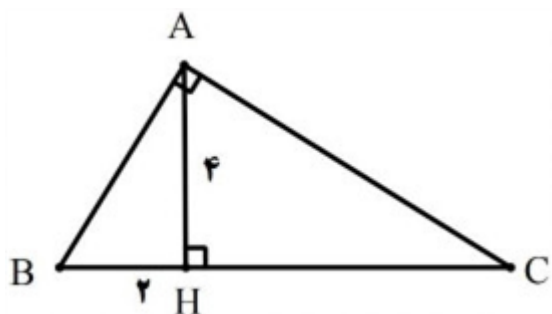
$$AC^2 = HC \times BC \Rightarrow AC^2 = 4 \times 13 \Rightarrow AC = 2\sqrt{13}$$

۱۷

$$ST \parallel BC \Rightarrow \frac{AS}{SB} = \frac{AT}{TC}, \frac{AS}{AB} = \frac{ST}{BC}$$

$$\frac{8}{4} = \frac{3y+3}{6} \Rightarrow 3y+3=12 \Rightarrow y=3$$

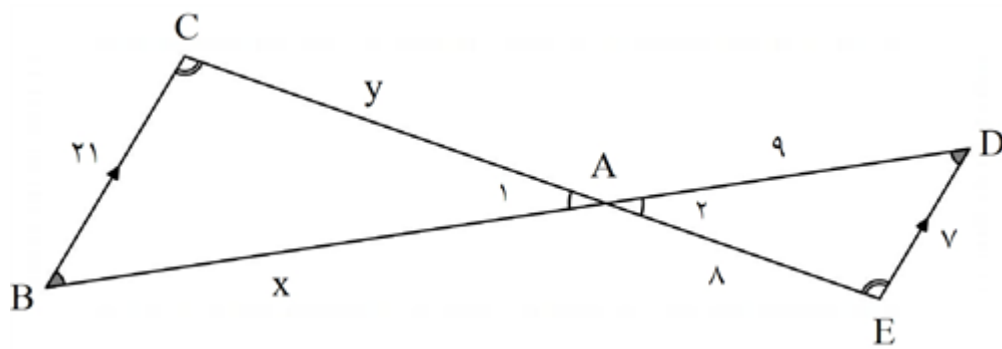
$$\frac{8}{12} = \frac{6}{4x+1} \Rightarrow 8x+2=18 \Rightarrow x=2$$



$$AH^2 = BH \cdot HC \Rightarrow 4^2 = 2 \times HC \Rightarrow HC = 8$$

$$AB^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \Rightarrow AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

کافیست $n = 41$ یا مضرب ۴۱ انتخاب شود.



$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{C} = \widehat{E} \\ \widehat{B} = \widehat{D} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{8} = \frac{21}{7} = \frac{x}{9} \Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{8} = 3 \Rightarrow y = 24 \\ \frac{x}{9} = 3 \Rightarrow x = 27 \end{cases}$$

$$\triangle ABC \text{ محیط} = 21 + x + y = 21 + 24 + 27 = 72$$

$$DE \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \widehat{D} = \widehat{B} \\ \widehat{E} = \widehat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

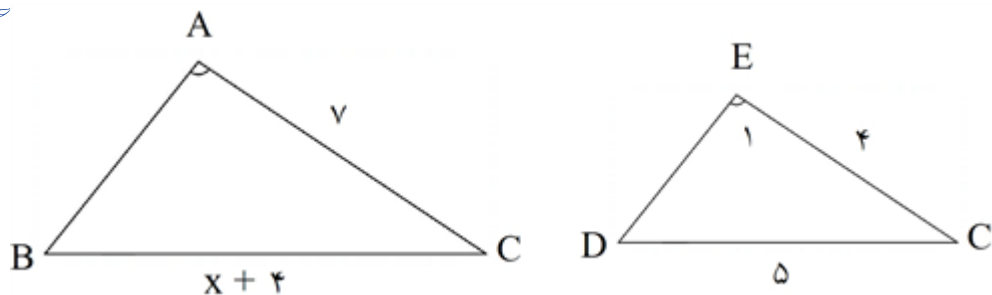
$$\frac{a}{b+a} = \frac{c}{d+c}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

(الف)

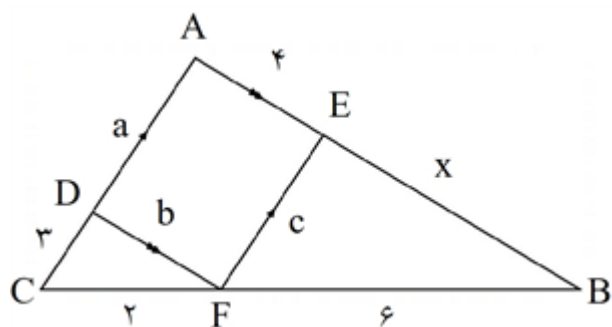
(ب)

۲۴



$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{E}, \\ \text{در هر دو مشترک } \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle EDC \Rightarrow \frac{AC}{EC} = \frac{BC}{DC} \Rightarrow \frac{7}{4} = \frac{x+4}{5}$$

$$\Rightarrow 4x + 16 = 35 \Rightarrow 4x = 35 - 16 \Rightarrow 4x = 19 \Rightarrow x = \frac{19}{4}$$



$$b = 4$$

$$AC \parallel EF \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{BE}{AE} = \frac{BF}{FC} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{6}{2} \Rightarrow 2x = 24 \Rightarrow x = 12$$

$$AC \parallel EF \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{BF}{BC} = \frac{EF}{AC} \xrightarrow{a=c} \frac{6}{18} = \frac{c}{c+3} \Rightarrow 6c = 6c + 18$$

$$\Rightarrow 6c = 18 \Rightarrow c = 9$$

$$\text{محیط } ADFE = 4 + a + c + b = 4 + 9 + 9 + 4 = 26$$

۲۶ با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم الزاویه داریم:

$$a^2 = h^2 + d^2 \Rightarrow 4 = 1 + d^2 \Rightarrow d = \sqrt{3}$$

$$h^2 = dc \Rightarrow 1 = \sqrt{3}c \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow BC = d + c = \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow BC = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$a \times b = h \times BC \Rightarrow 2 \times b = 1 \times \frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow b = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

۲۷ الف) عمود منصف پاره خط

ب) استنتاجی

۲۸ الف) جزء - کل

ب) عکس قضیه

$$\widehat{C} = \widehat{C'}, \widehat{B} = \widehat{B'}, \widehat{A} = \widehat{A'}, \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = K$$

الف) چون $\widehat{B} = \widehat{B'}$ و $\widehat{H} = \widehat{H'} = 90^\circ$ پس بنا به حالت برابری دو زاویه این دو مثلث AHB و A'H'B' متشابه‌اند.

ب) دو مثلث AHB و A'H'B' متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:

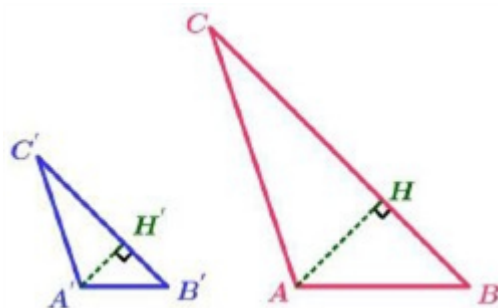
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AH}{A'H'} = \frac{BH}{B'H'} \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = K \Rightarrow \frac{AH}{A'H'} = K$$

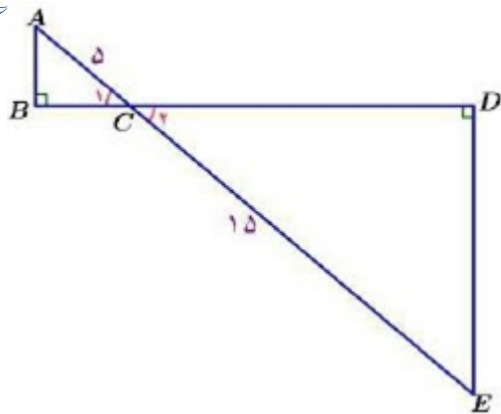
$$\text{پ)} \quad \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2}BC \times AH}{\frac{1}{2}B'C' \times A'H'} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{BC}{B'C'} \times \frac{AH}{A'H'} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = K^2$$

$$\text{ت)} \quad \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = K \Rightarrow AB = KA'B', BC = KB'C', AC = KA'C'$$

$$\frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = \frac{AB + BC + AC}{A'B' + B'C' + A'C'} \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = \frac{KA'B' + KB'C' + KA'C'}{A'B' + B'C' + A'C'}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = \frac{K(A'B' + B'C' + A'C')}{A'B' + B'C' + A'C'} \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = K$$





$$AC = 5, CE = 15, \frac{P_{ABC}}{P_{EDC}} = ?, \frac{S_{ABC}}{S_{EDC}} = ?$$

$$\widehat{B} = 90^\circ, \widehat{D} = 90^\circ$$

$$AB = AD + BD \Rightarrow AB = 5 + x$$

۳۰

چون $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$ و $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$ پس بنا به حالت برابری دو زاویه این دو مثلث ABC و EDC متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:

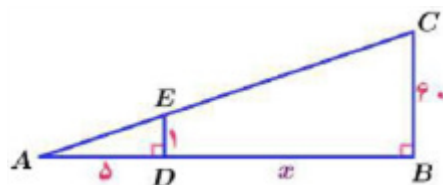
$$\frac{ED}{AB} = \frac{15}{5} \Rightarrow \frac{ED}{AB} = 3, \frac{ED}{AB} = \frac{DC}{BC} = \frac{EC}{AC} \Rightarrow \frac{ED}{AB} = \frac{DC}{BC} = \frac{EC}{AC} = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{ED}{AB} = 3 \Rightarrow ED = 3AB \\ \frac{DC}{BC} = 3 \Rightarrow DC = 3BC \\ \frac{EC}{AC} = 3 \Rightarrow EC = 3AC \end{cases}$$

$$\frac{P_{EDC}}{P_{ABC}} = \frac{ED + DC + EC}{AB + BC + AC} \Rightarrow \frac{P_{EDC}}{P_{ABC}} = \frac{3AB + 3BC + 3AC}{AB + BC + AC}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{EDC}}{P_{ABC}} = \frac{3(AB + BC + AC)}{AB + BC + AC} \Rightarrow \frac{P_{EDC}}{P_{ABC}} = 3$$

$$\frac{S_{EDC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2}ED \times DC}{\frac{1}{2}AB \times BC} \Rightarrow \frac{S_{EDC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2}(3AB) \times 3(BC)}{\frac{1}{2}AB \times BC} \Rightarrow \frac{S_{EDC}}{S_{ABC}} = 9$$



$$AD = 5, BC = 60, DE = 1, \widehat{B} = 90^\circ, \widehat{D} = 90^\circ$$

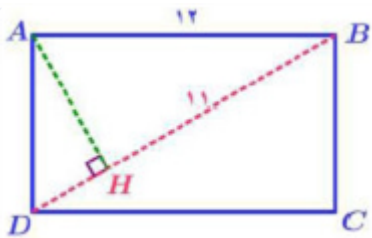
$$BD = x, AB = ?$$

$$AB = AD + BD \Rightarrow AB = 5 + x$$

۳۱

چون $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$ و زاویه‌ی \widehat{A} مشترک پس بنا به حالت برابری دو زاویه این دو مثلث ADE و ABC متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:

$$\frac{5}{x + 5} = \frac{1}{60} \Rightarrow x + 5 = 300 \Rightarrow AB = 300$$



$$AD = ?, BD = ?, AH = ?, BH = 11, AB = 12$$

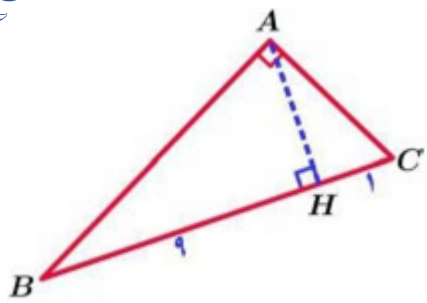
$$(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \Rightarrow (12)^2 = (AH)^2 + (11)^2$$

$$\Rightarrow (AH)^2 = 144 - 121 = 23 \Rightarrow AH = \sqrt{23}$$

$$(AH)^2 = BH \times HD \Rightarrow (\sqrt{23})^2 = 11 \times HD \Rightarrow HD = \frac{23}{11}$$

$$BD = BH + HD \Rightarrow BD = 11 + \frac{23}{11} = \frac{121 + 23}{11} = \frac{144}{11}$$

$$(AD)^2 = HD \times BD \Rightarrow (AD)^2 = \frac{23}{11} \times \frac{144}{11} \Rightarrow (AD)^2 = \frac{23 \times 144}{121} \Rightarrow AD = \frac{12}{11} \sqrt{23}$$



الف) $AC = ?$, $AB = ?$, $AH = ?$, $BH = 9$, $BC = 10$

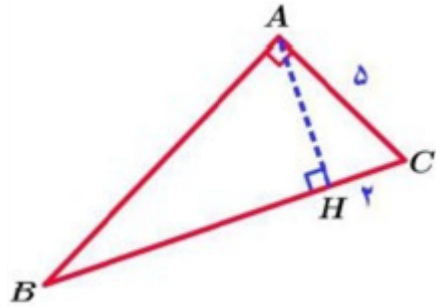
$$BH + HC = BC \Rightarrow 9 + HC = 10 \Rightarrow HC = 10 - 9 \Rightarrow HC = 1$$

$$(AH)^2 = BH \times HC \Rightarrow (AH)^2 = 9 \times 1 \Rightarrow (AH)^2 = 9 \Rightarrow AH = 3$$

$$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (AB)^2 = 9 \times 10 \Rightarrow (AB)^2 = 90$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{90}$$

$$(AC)^2 = HC \times BC \Rightarrow (AC)^2 = 1 \times 10 \Rightarrow (AC)^2 = 10 \Rightarrow AC = \sqrt{10}$$



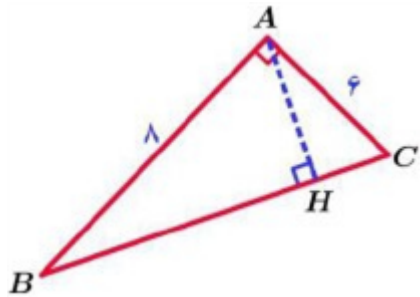
ب) $AB = ?$, $AH = ?$, $BC = ?$, $CH = 2$, $AC = 5$

$$(AC)^2 = HC \times BC \Rightarrow (5)^2 = 2 \times BC \Rightarrow BC = \frac{25}{2}$$

$$BH + HC = BC \Rightarrow BH + 2 = \frac{25}{2} \Rightarrow BH = \frac{25}{2} - 2 \Rightarrow BH = \frac{21}{2}$$

$$(AH)^2 = BH \times HC \Rightarrow (AH)^2 = \frac{21}{2} \times 2 \Rightarrow (AH)^2 = 21 \Rightarrow AH = \sqrt{21}$$

$$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (AB)^2 = \frac{21}{2} \times \frac{25}{2} \Rightarrow (AB)^2 = \frac{21 \times 25}{4} \Rightarrow AB = \frac{5\sqrt{21}}{2}$$

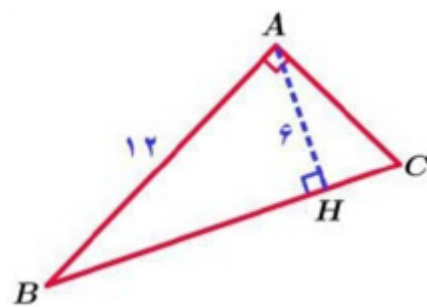


ج) $AH = ?$, $BC = ?$, $AC = 6$, $AB = 8$

$$(BC)^2 = (AC)^2 + (AB)^2 \Rightarrow (BC)^2 = (6)^2 + (8)^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow BC = 10$$

$$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (8)^2 = BH \times 10 \Rightarrow BH = \frac{64}{10}$$

$$AB \times AC = AH \times BC \Rightarrow 8 \times 6 = AH \times 10 \Rightarrow AH = \frac{48}{10}$$



$AC = ?$, $BC = ?$, $BH = ?$, $AH = 6$, $AB = 12$

$$(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \Rightarrow (12)^2 = (6)^2 + (BH)^2$$

$$\Rightarrow (BH)^2 = 144 - 36 = 108 \Rightarrow BH = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

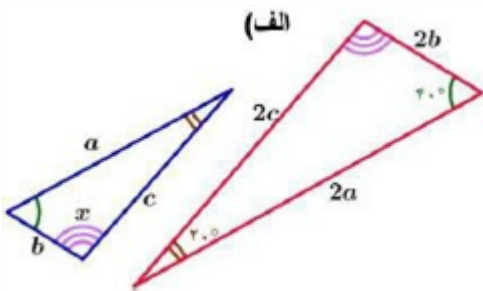
$$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (12)^2 = 6\sqrt{3} \times BC \Rightarrow BC = \frac{144}{6\sqrt{3}} \Rightarrow BC = \frac{24}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow BC = 8\sqrt{3}$$

$$BH + HC = BC \Rightarrow 6\sqrt{3} + HC = 8\sqrt{3} \Rightarrow HC = 8\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \Rightarrow HC = 2\sqrt{3}$$

$$(AC)^2 = HC \times BC \Rightarrow (AC)^2 = 2\sqrt{3} \times 8\sqrt{3} \Rightarrow AC^2 = 48 \Rightarrow AC = \sqrt{48} \Rightarrow AC = 4\sqrt{3}$$

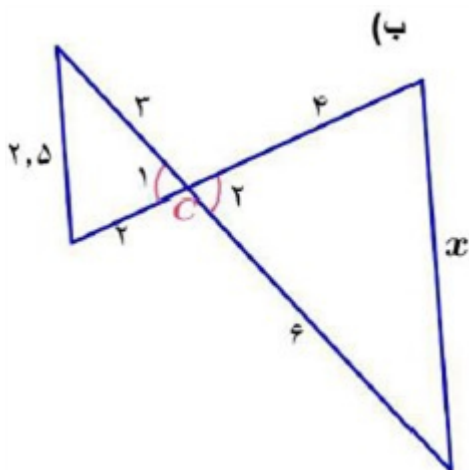
الف) چون $\frac{2a}{a} = \frac{2b}{b} = \frac{2c}{c} = 2$ پس سه ضلع متناسب هستند در نتیجه دو مثلث متشابه‌اند بنابراین زاویه‌های متناظر آنها برابر است پس:



$$x + 60^\circ + 20^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 60^\circ - 20^\circ$$

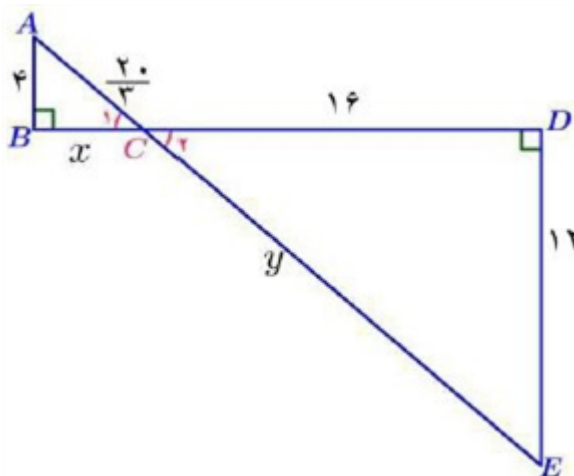
$$\Rightarrow x = 100^\circ$$

ب) چون $\frac{6}{3} = \frac{4}{2} = 2$ و $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$ پس بنا به حالت تناسب دو ضلع و برابر زاویه بین این دو ضلع این دو مثلث متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. پس داریم:



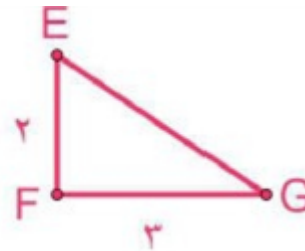
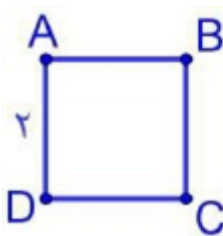
$$2 = \frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{x}{2.5} \Rightarrow \frac{x}{2.5} = 2 \Rightarrow x = 5$$

پ) چون $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$ و $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$ پس بنا به حالت برابری دو زاویه این دو مثلث متشابه‌اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:



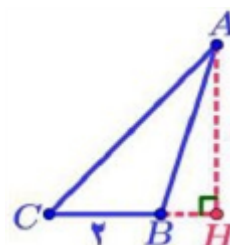
$$\frac{16}{x} = \frac{12}{4} = \frac{y}{16}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{16}{x} = \frac{12}{4} \Rightarrow x = \frac{16 \times 4}{12} \Rightarrow x = \frac{16}{3} \\ \frac{12}{4} = \frac{y}{16} \Rightarrow y = \frac{12 \times 16}{4} \Rightarrow y = \frac{12 \times 4}{1} \\ \Rightarrow y = 48 \end{array} \right.$$

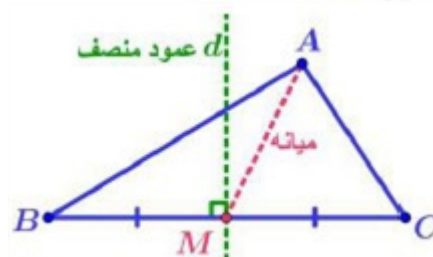


(ب)

$$S_{\Delta EFG} < S_{\square ABCD} \iff S_{\square ABCD} = 2 \times 2 = 4, S_{\Delta EFG} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$$



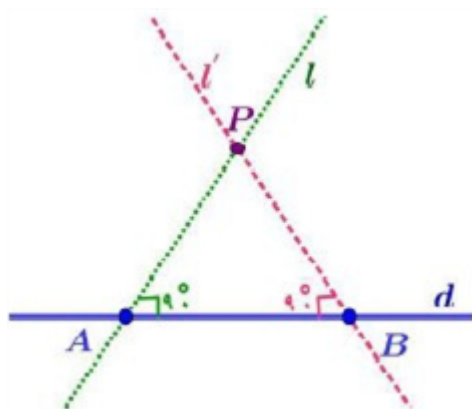
(پ)



(ت)

(فرض خلف) فرض می‌کنیم از نقطه P خارج خط d دو خط L و L' بر d عمود هستند.

پس هر دو خط L و L'، خط d را در دو نقطه A و B قطع می‌کنند. و چون عمود هستند لذا داریم:



$$\begin{aligned} \hat{A} &= 90^\circ, \hat{B} = 90^\circ \\ \Delta ABP : \hat{A} + \hat{B} + \hat{P} &= 90^\circ + 90^\circ + \hat{P} \\ \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{P} &= 180^\circ + \hat{P} \xrightarrow{\hat{P} > 0} \\ \hat{A} + \hat{B} + \hat{P} &> 180^\circ \end{aligned}$$

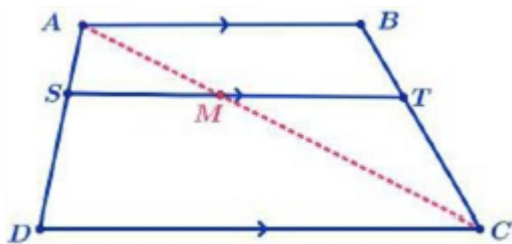
این متناقض با این است که مجموع زاویه‌های داخلی 180° است. پس فرض غلط است.

الف) اگر در مثلثی سه زاویه برابر باشند، آن‌گاه سه ضلع نیز برابر خواهند بود.

ب) اگر در یک چهارضلعی زوایای مقابل برابر باشند آن‌گاه در این صورت اضلاع روبه‌رو موازی هستند.

پ) اگر در یک چهارضلعی زوایای مقابل مکمل باشند آن‌گاه در این صورت رأس‌های آن چهارضلعی روی یک دایره هستند.

ت) اگر در یک مثلث دو ضلع نابرابر باشند، آن‌گاه ارتفاع به ضلع بزرگ‌تر کوچک‌تر از ارتفاع متناظر به ضلع کوچک‌تر است.



$$\triangle ADC : SM \parallel DC \Rightarrow \text{طبق قضیه تالس} \Rightarrow \frac{AS}{SD} = \frac{AM}{MC} \quad (۱)$$

$$\triangle CAB : AB \parallel MT \Rightarrow \text{طبق قضیه تالس} \Rightarrow \frac{MC}{AM} = \frac{CT}{TB}$$

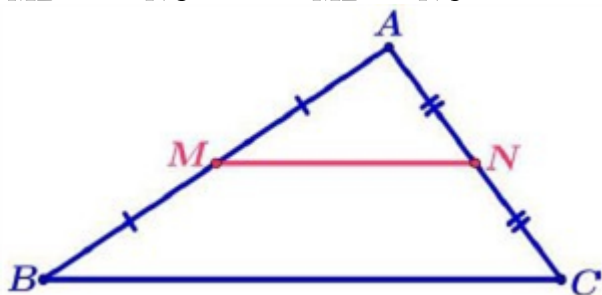
$$\Rightarrow \text{عکس تناسب} \Rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{TB}{CT} \quad (۲)$$

$$\Rightarrow \text{طبق روابط ۱ و ۲} \Rightarrow \frac{AS}{SD} = \frac{TB}{CT}$$

مثلث ABC را چنان در نظر می‌گیریم که M وسط ضلع AB و N وسط ضلع AC باشد. در نتیجه داریم:

$$AN = NC = \frac{AC}{۲}, AM = MB = \frac{AB}{۲}$$

$$\frac{AM}{MB} = ۱, \frac{AN}{NC} = ۱ \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow MN \parallel BC \text{ طبق عکس قضیه تالس}$$



$$\frac{AM}{AB} = \frac{\frac{AB}{۲}}{AB} = \frac{۱}{۲}, \frac{AN}{AC} = \frac{\frac{AC}{۲}}{AC} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{۱}{۲} \quad (۱)$$

طبق نتیجه قضیه تالس $MN \parallel BC$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad (۲)$$

$$\text{طبق روابط ۱ و ۲: } \frac{MN}{BC} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow MN = \frac{۱}{۲}BC$$

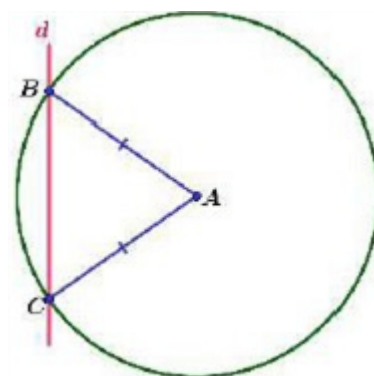
$$\text{الف) } \frac{a}{۱۰+a} = \frac{b}{۸+b} \Rightarrow ۸a + \cancel{ab} = ۱۰b + \cancel{ab} \Rightarrow ۸a = ۱۰b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{۱۰}{۸} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{۵}{۴}$$

$$\text{ب) } \frac{۳a+۱۰}{۱۰+۲a} = \frac{۳b+۷}{۷+۲b} \Rightarrow ۲۱a + \cancel{۶ab} + \cancel{۷۰} + ۲۰b = ۳۰b + \cancel{۷۰} + \cancel{۶ab} + ۱۴a$$

$$\Rightarrow ۲۱a - ۱۴a = ۳۰b - ۲۰b \Rightarrow ۷a = ۱۰b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{۱۰}{۷}$$

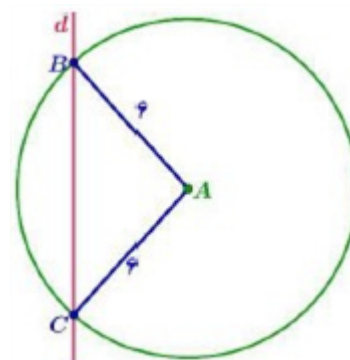
الف) دایره‌ای به مرکز A و شعاع r (بیشتر از ۴ باشد) می‌زنیم محل برخورد این دایره با خط d همان نقاط دیگر رأس‌های مثلث

است زیرا: $AC = AB = r$



ب) دایره‌ای به مرکز A و شعاع $r = 6$ می‌زنیم محل برخورد این دایره با خط d همان نقاط دیگر رأس‌های مثلث است

زیرا: $AC = AB = 6$

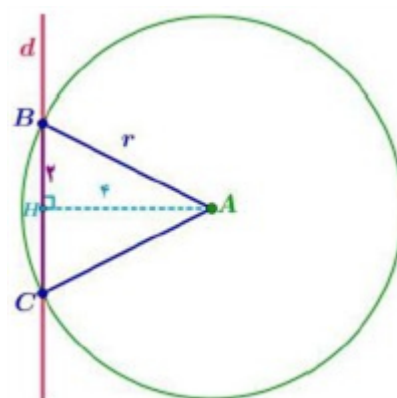


پ) چون فاصله عمودی نقطه‌ی A از خط d برابر ۴ است و این فاصله همان ارتفاع مثلث است، اگر بخواهیم مساحت این مثلث ۸ سانتی‌متر مربع باشد باید قاعده آن ۴ سانتی‌متر باشد یعنی فاصله دو نقطه B و C روی خط d برابر ۴ باشد. در نتیجه طبق قضیه فیثاغورث داریم:

$$(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \Rightarrow r^2 = (4)^2 + (2)^2 \\ = 16 + 4 = 20 \Rightarrow r = \sqrt{20}$$

بنابراین اگر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{20}$ بزنیم و محل برخورد این دایره با خط d همان نقاط دیگر رأس‌های مثلث است زیرا:

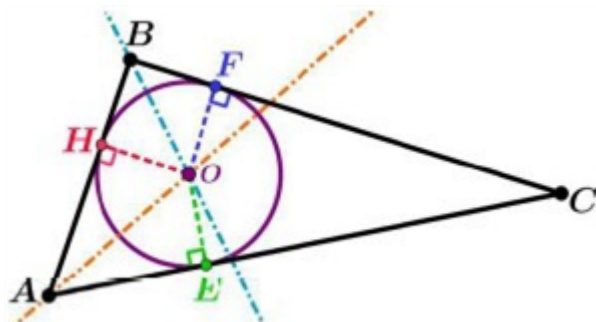
$$S_{ABC} = \frac{1}{2}(4)(4) = 8 \text{ می‌شود. } AC = AB = \sqrt{20}$$



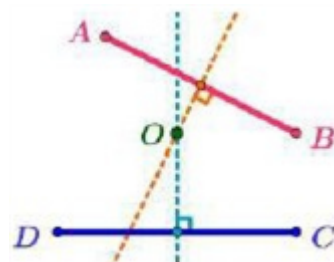
چون O روی نیمساز A است پس: $OH = OE$ (۱)

چون O روی نیمساز B است پس: $OH = OF$ (۲)

پس طبق روابط ۱، ۲ خواهیم داشت: $OH = OE = OF$ چون شعاع دایره برابر OH است پس حتماً نقاط E, F روی دایره قرار خواهند داشت. در نتیجه اضلاع مثلث ABC مماس بر دایره هستند.



الف) نقطه‌ی موردنظر محل برخورد عمودمنصف‌های دو پاره‌خط AB و CD است.



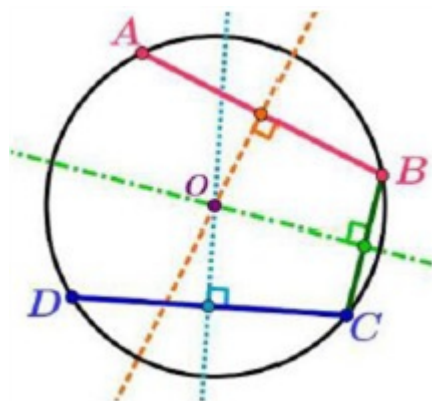
ب) چهار نقطه A, B, C, D روی دایره G قرار خواهند داشت. زیرا:

چون O روی عمودمنصف AB است پس: $OA = OB$ (۱)

چون O روی عمودمنصف CD است پس: $OC = OD$ (۲)

چون O روی عمودمنصف BC است پس: $OB = OC$ (۳)

پس طبق روابط ۱، ۲، ۳ خواهیم داشت: $OA = OB = OC = OD$ و چون شعاع دایره برابر OA است پس حتماً ۴ نقطه روی دایره G قرار خواهند داشت.



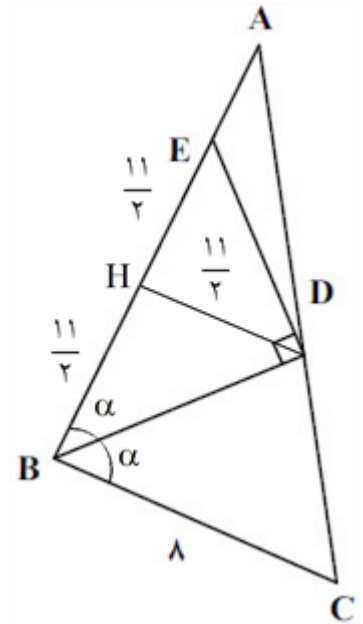
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال ارتفاع DH در مثلث قائم‌الزاویه BDE با ضلع BC موازی است پس BC هم بر AB عمود است پس $\alpha = 45^\circ$. در نتیجه مثلث BDE قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است. بنابراین DH میانه هم هست یعنی

$$BH = EH = \frac{11}{2} \text{ و طول میانه DH نصف وتر BE است پس } DH = \frac{11}{2}$$

$$DH \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AH}{AB} = \frac{DH}{BC} \xrightarrow{AE=x} \frac{x + \frac{11}{2}}{x + 11} = \frac{\frac{11}{2}}{8}$$

$$\rightarrow \frac{2x + 11}{x + 11} = \frac{11}{8} \Rightarrow 16x + 88 = 11x + 121$$

$$\Rightarrow 5x = 33 \Rightarrow x = 6.6$$



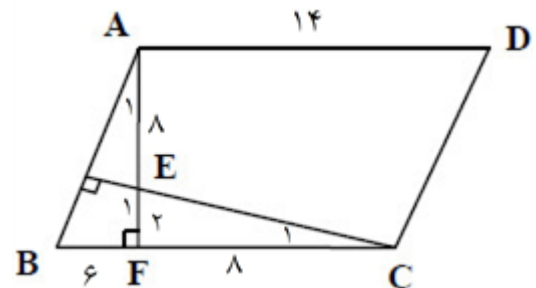
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در متوازی‌الاضلاع دو ضلع روبه‌رو مساویند پس $FC = 8$.

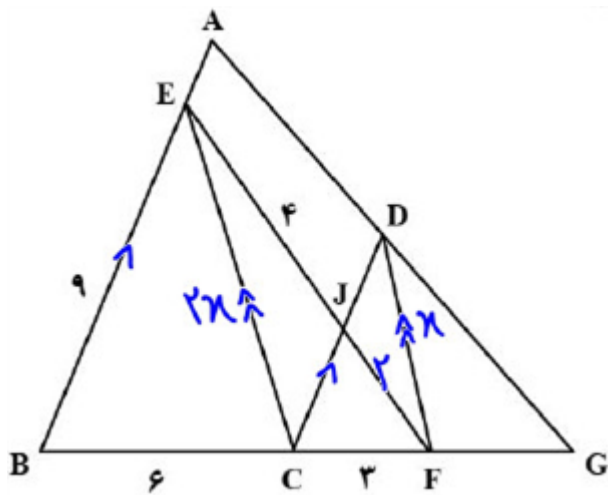
در ضمن دو مثلث قائم‌الزاویه AEH و CEF دارای دو زاویه متقابل به رأس مساویند (یعنی \widehat{E}) پس $\widehat{A} = \widehat{C}$ در نتیجه:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A} = \widehat{C} \\ \widehat{F} = \widehat{F} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز)} \triangle ABF \sim \triangle EFC$$

$$\Rightarrow \frac{FC}{AF} = \frac{EF}{BF} \xrightarrow{EF=x} \frac{8}{8+x} = \frac{x}{6} \Rightarrow x^2 + 8x - 48 = 0 \Rightarrow (x+12)(x-4) = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$AF = 8 + x = 8 + 4 = 12 \quad \text{بنابراین:}$$

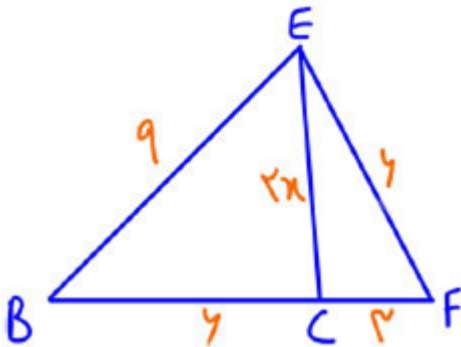




$$\triangle BCE \sim \triangle CFD \left(k = \frac{1}{3} \right)$$

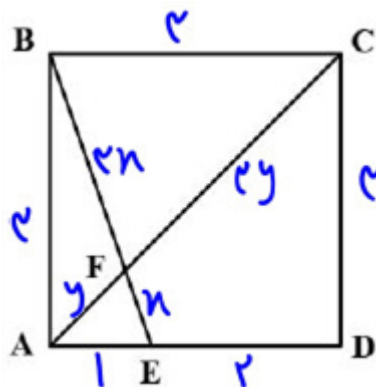
$$\Rightarrow DF = \frac{1}{3} CE$$

$$\Rightarrow FJ = \frac{EJ}{3} = 2$$

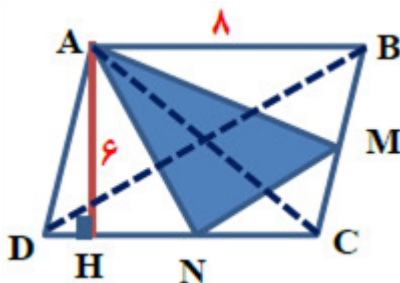


$$\Rightarrow \frac{6 \times 6^2 + 3 \times 9^2}{6+3} = (2x)^2 + 3 \times 6 \Rightarrow 24 + 27 = 4x^2 + 18$$

$$\Rightarrow 4x^2 = 33 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{33}}{2}$$



$$\frac{x}{y} = \frac{4x}{4y} = \frac{BE}{AC} = \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$



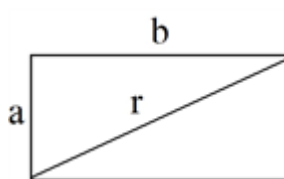
$$S_{ABCD} = DC \times AH = 8 \times 6 = 48$$

$$S_{ABM} = S_{ACM} = S_{ACN} = S_{ADN} \Rightarrow S_{AMCN} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$$

$$= \frac{1}{4} \times 48 = 12$$

$$\frac{MC}{BC} = \frac{1}{4}, MN \parallel BD \xrightarrow{\text{Tales}} S_{MNC} = \left(\frac{1}{4} \right)^2 S_{BDC} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} S_{ABCD} \right) = 6$$

$$S_{AMN} = 12 - 6 \Rightarrow S_{AMN} = 6$$



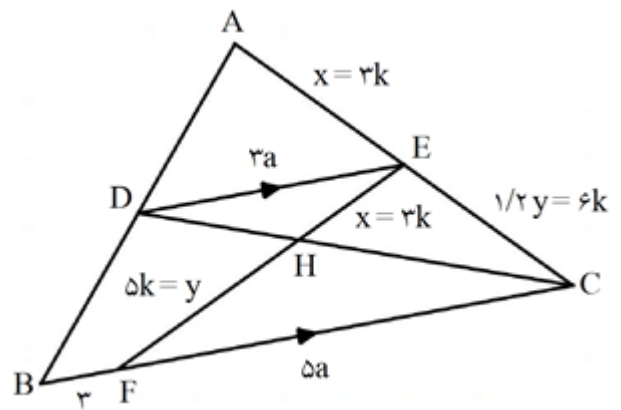
$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$r' = \sqrt{\left(\frac{16}{9}a\right)^2 + b^2}$$

$$\Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{\left(\frac{16}{9}a\right)^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\left(\frac{16}{9}a\right)^2 + b^2}{a^2 + b^2} = \frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{16}{9}\right)^2 a^2 + b^2 = \frac{16}{9}a^2 + \frac{16}{9}b^2 \Rightarrow \left(\frac{16}{9}\right)^2 a^2 - \frac{16}{9}a^2 = \frac{16}{9}b^2 - b^2$$

$$\Rightarrow \frac{16}{9}a^2 \left(\frac{16}{9} - 1\right) = b^2 \left(\frac{16}{9} - 1\right) \Rightarrow \frac{4}{3}a^2 = b^2$$



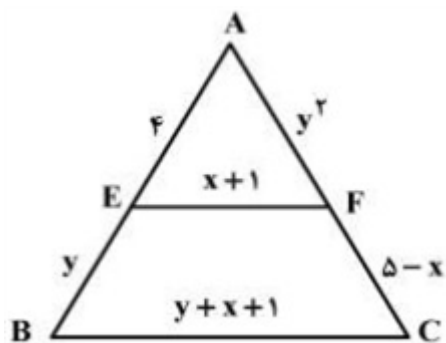
$$x = 3k$$

$$y = 5k$$

$$\frac{3a}{3+5a} = \frac{3k}{9k} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \frac{3}{4} = 0.75 \Rightarrow BC = 3 + 5(0.75) = 6.75$$

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{2}{x+1} = \frac{x}{15} \Rightarrow x(x+1) = 30 \Rightarrow x = 5$$

$$\frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = \frac{BC}{DE} = \frac{12}{5} = 2.4$$



$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{4}{y} = \frac{2}{5-x} \Rightarrow y^2 = 20 - 4x \quad (1)$$

$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{4}{4+y} = \frac{x+1}{y+x+1}$$

$$4y + \cancel{4x} + \cancel{4} = \cancel{4x} + \cancel{4} + xy + y$$

$$\Rightarrow 4y = y(x+1) \Rightarrow x+1 = 4 \Rightarrow x = 3$$

$$y^2 = 20 - 12 \Rightarrow y^2 = 8 \Rightarrow y = 2$$

$$y - 2x = 2 - 6 = -4$$

بنابراین:

حال از تساوی ۱ نتیجه می‌گیریم.

پس گزینه ۱ درست است.

۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴

