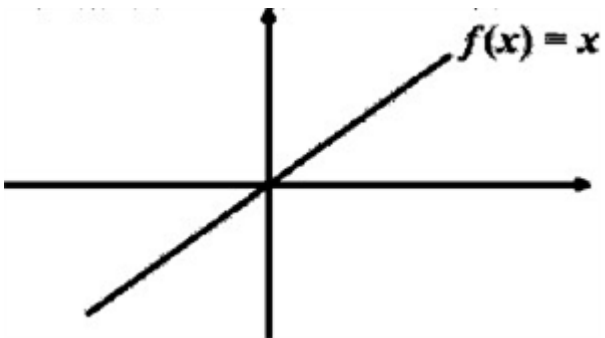
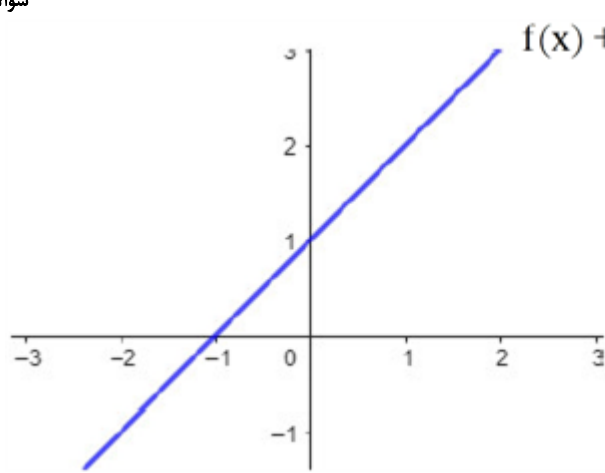


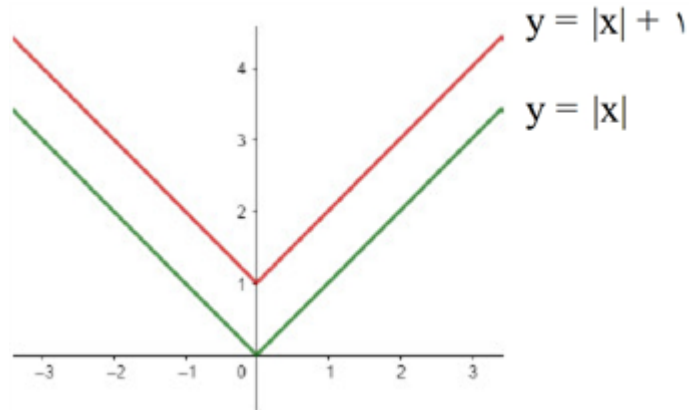


ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>اگر <math>f = \{(5, a+1), (6, c), (2b, 10)\}</math> یک تابع همانی باشد، حاصل <math>\frac{a+c}{b}</math> را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $a+1=5 \Rightarrow a=4 \quad c=6 \quad 2b=10 \Rightarrow b=5$ $\Rightarrow \frac{a+c}{b} = \frac{4+6}{5} = 2$	
۲	<p>نمودار تابع <math>f</math> به صورت مقابل داده شده است. اگر <math>g(x) = 1</math> باشد، ابتدا ضابطه تابع <math>f+g</math> را نوشته، سپس نمودار آن را رسم کنید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>  <p>پاسخ: ۱</p>	

ابتدا نمودار تابع  $y = |x|$  را رسم کرده و به کمک آن نمودار تابع  $y = |x| + 1$  را رسم نمایید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۱ کافی است نمودار  $y = |x|$  را در راستای محور  $y$  ها یک واحد بالا ببریم.



۳

اگر  $f = \{(2, 5), (-1, 0), (3, 7)\}$  و  $g = \{(2, 2), (3, 6), (0, 1)\}$  باشد:  
الف) توابع  $f - g$  و  $f \times g$  را مشخص کنید.  
ب) مقدار  $\left(\frac{f}{g}\right)(2)$  را حساب کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

دامنه مشترک (الف)  $\{2, 3\}$

$f - g = \{(2, 3), (3, 1)\}$

$f \times g = \{(2, 10), (3, 42)\}$

ب)  $\left(\frac{f}{g}\right)(2) = \frac{f(2)}{g(2)} = \frac{5}{2}$

پاسخ: ۱

۴

حاصل عبارت  $\left[1/5\right] + \left[-1/5\right]$  برابر کدام گزینه است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۲ (۴)

۱ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \left[1/5\right] &= 1 \\ \left[-1/5\right] &= -1 \\ \Rightarrow \left[1/5\right] + \left[-1/5\right] &= 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

۵

در تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ 2x + 1 & x \leq 0 \end{cases}$ ، حاصل عبارت  $f(\sqrt{2}) + f(-1)$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

$$\sqrt{2} > 0 \Rightarrow \text{ضابطه اول: } f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 = 2$$

$$\Rightarrow 2 + (-1) = 1$$

$$-1 < 0 \Rightarrow \text{ضابطه دوم: } f(-1) = 2(-1) + 1 = -1$$

پاسخ: ۱

۶

اگر دامنه تابع  $f(x) = x^2 + 1$  برابر  $D = \{-1, 0, 2\}$  باشد، برد تابع را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

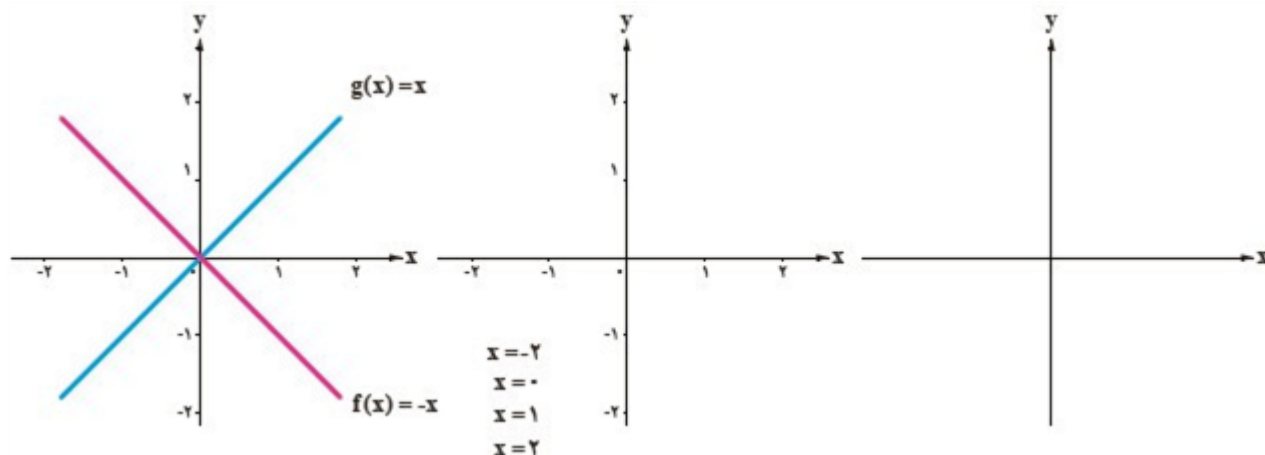
$$f(0) = 0^2 + 1 = 1$$

$$f(2) = 2^2 + 1 = 5 \quad \text{یا} \quad \{1, 2, 5\}$$

$$f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$$

پاسخ: ۱

به کمک نمودارهای رسم شده‌ی توابع  $f$  و  $g$ ، نمودار تابع  $f + g$  را ابتدا فقط در نقاط داده شده، مشخص کنید. سپس نمودار کلی تابع  $(f + g)$  را به کمک ضابطه‌ی آن و نیز نقاط مشخص شده از تابع، رسم کنید.

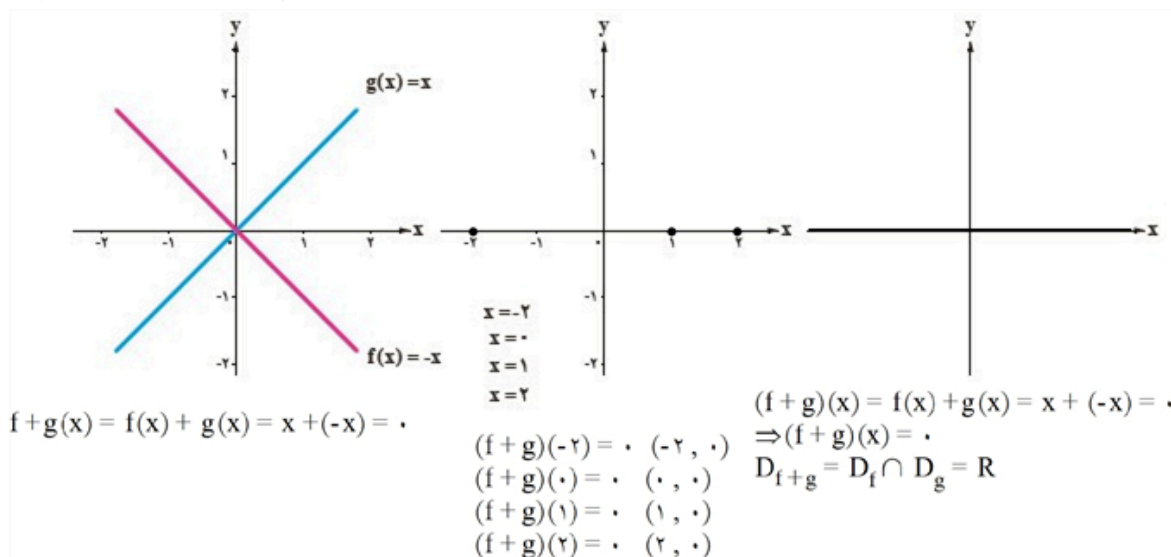


مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی

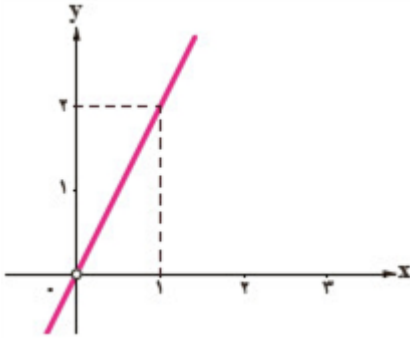
$$D_f = R$$

$$D_g = R$$

پاسخ: ۱

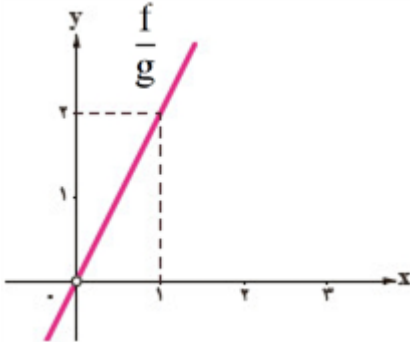


اگر  $f(x) = x^2$  و تابع  $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$  به صورت نمودار زیر باشد، ضابطه‌ی تابع  $g(x)$  را به دست آورید.



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی

۹



$$(0,0) (1,2) \Rightarrow m = \frac{2-0}{1-0} = 2$$

$$\frac{f}{g} \text{ ضابطه تابع } \frac{f}{g}(x) = 2x \quad x \neq 0$$

$$D_{\frac{f}{g}} = R - \{0\}$$

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \Rightarrow 2x = \frac{x^2}{g(x)}$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{x^2}{2x} = \frac{x}{2} \text{ ضابطه تابع } g$$

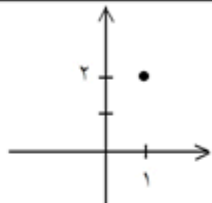
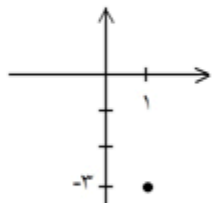
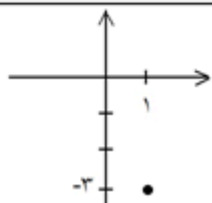
$$g(x) = \frac{x}{2}$$

پاسخ: ۱

اگر  $f(x) = [x]$  با دامنه  $0 \leq x \leq 1$  و  $g(x) = |x|$  با دامنه  $1 \leq x \leq 2$  و  $h(x) = x^2 - 4$  با دامنه  $-1 \leq x \leq 1$  در نظر گرفته شود، جدول زیر را کامل کنید.

نمایش نموداری	ضابطه و دامنه	توابع
	$s(x) =$	$s(x) = f(x) + g(x)$
	$q(x) =$	$q(x) = \frac{h(x)}{f(x)}$
	$p(x) =$	$p(x) = h(x) \times g(x)$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی

نمودار	ضابطه	تابع
	$s(x) = [x] +  x $ $D_s = D_f \cap D_g = \{1\}$ $x = 1 \Rightarrow s(1) = [1] +  1  = 2$ $\Rightarrow (1, 2)$	$s(x) = f(x) + g(x)$
	$q(x) = \frac{x^2 - 4}{[x]}$ $D_q = D_f \cap D_h - \{x \mid f(x) = 0\} = \{1\}$ $x = 1 \Rightarrow y = \frac{1 - 4}{[1]} = -3$ $(1, -3)$	$q(x) = \frac{h(x)}{f(x)}$
	$p(x) = (x^2 - 4) \times  x $ $p(x) = D_h \cap D_g = \{1\}$ $x = 1 \Rightarrow p(1) = (1 - 4) \times  1  = -3$	$p(x) = h(x) \times g(x)$

پاسخ: ۱

یک شرکت هولدینگ دارای دو کارخانه  $A$  و  $B$  است. اگر توابع درآمد و هزینه برای تولید  $x$  تن کاشی در کارخانه  $A$  به ترتیب  $-2x^2 + 16x$  و  $8x + 6$  و در کارخانه  $B$  به ترتیب  $-x^2 + 12x$  و  $2x + 9$  واحد باشد (هر واحد معادل یک میلیون تومان):  
 الف) تابع سود شرکت هولدینگ را به دست آورید.  
 ب) این هولدینگ با چه میزان تولید کاشی به سود ماکزیمم خود می‌رسد؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی

پاسخ: ۱ سود کارخانه  $A$   $P_1(x) = R_1(x) - C_1(x) = -2x^2 + 16x - (8x + 6) = -2x^2 + 8x - 6$  الف)

سود کارخانه  $B$   $P_2(x) = R_2(x) - C_2(x) = -x^2 + 12x - (2x + 9) = -x^2 + 10x - 9$

سود کارخانه  $B$  + سود کارخانه  $A$  = سود شرکت هولدینگ

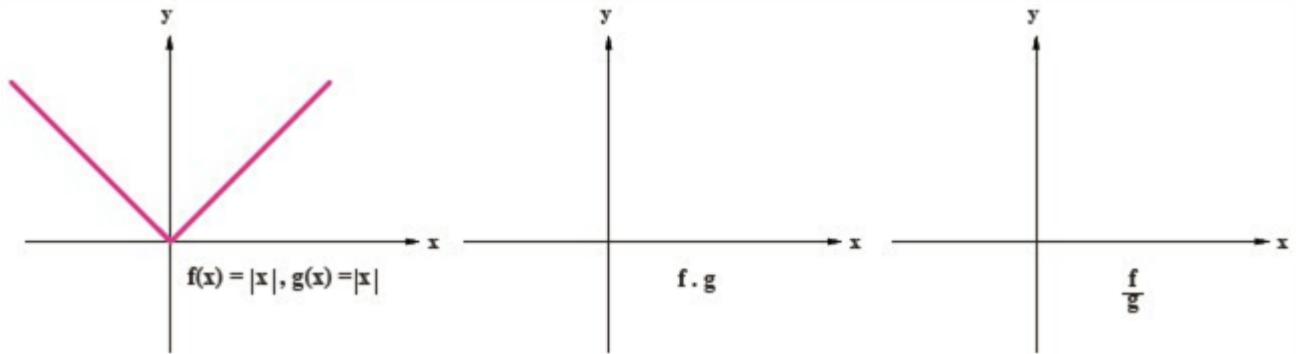
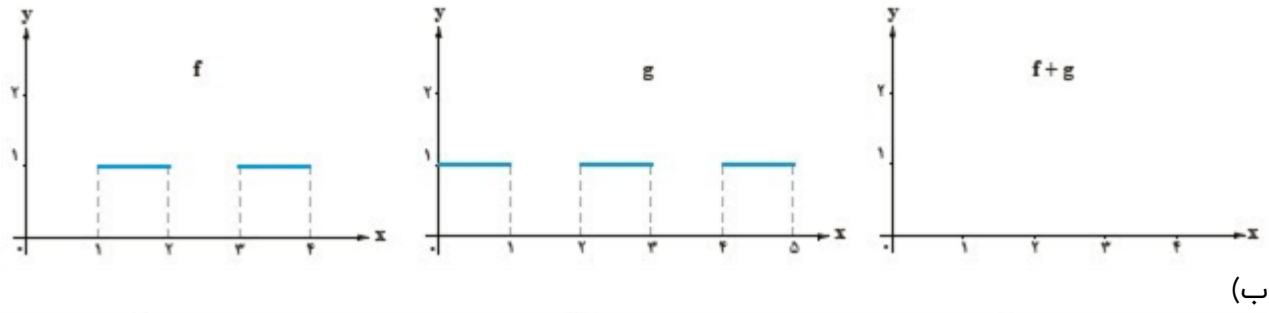
$$\Rightarrow P(x) = -2x^2 + 8x - 6 + (-x^2 + 10x - 9) = -3x^2 + 18x - 15$$

ب) تابع سود شرکت هولدینگ یک سهمی است و ماکزیمم مقدار آن رأس آن سهمی است.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-18}{2(-3)} = \frac{-18}{-6} = +3$$

تن کاشی ۳

در هر حالت با توجه به نمودار توابع  $f$  و  $g$ ، نمودار توابع خواسته شده را رسم کنید.  
(الف)

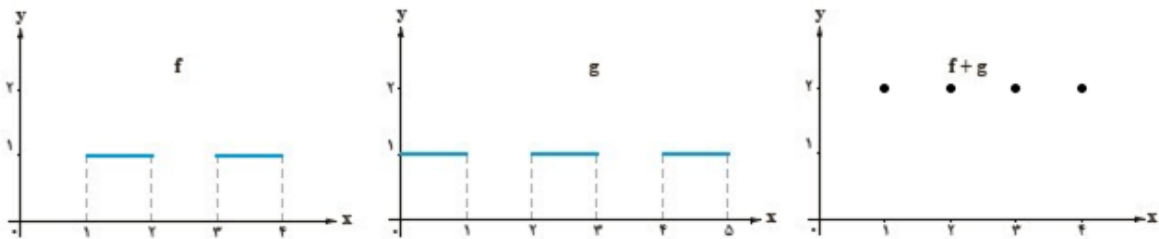


۱۲

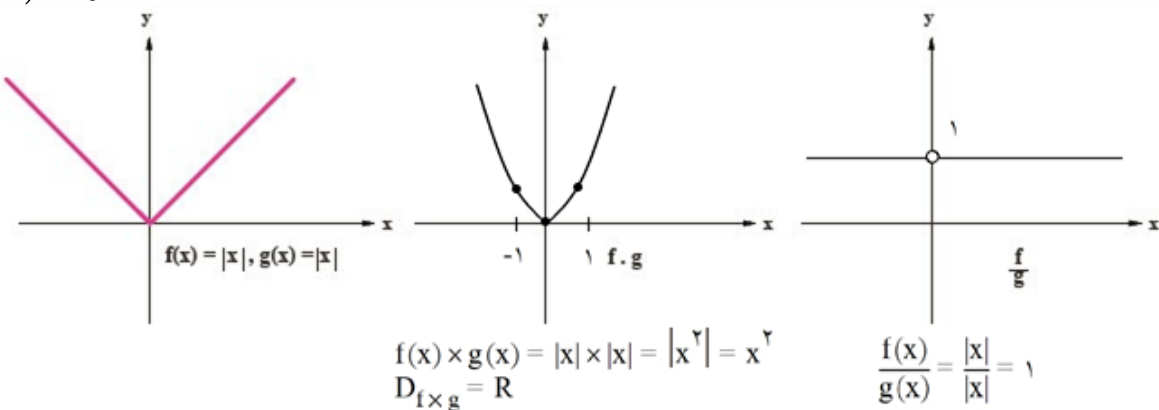
مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی

(الف)  $D_{f+g} = \{1, 2, 3, 4\}$

پاسخ: ۱



(ب)  $D_{\frac{f}{g}} = R - \{0\}$



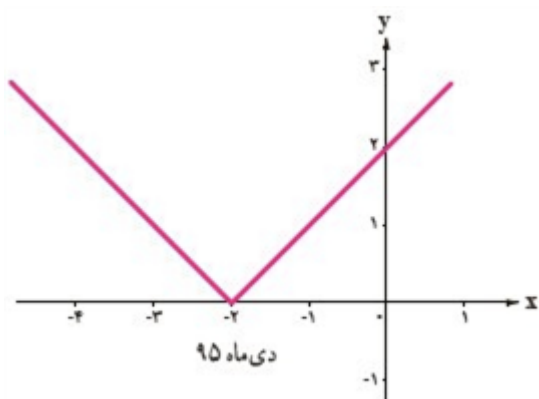
با توجه به نمودار

الف) شرایط تحویل ندادن به موقع پروژه میان پیمانکار و وزارت راه را بیان کنید.

ب) به کمک نقاط مندرج در نمودار، ضابطه‌ی هریک از نیم‌خط‌ها با شیب مثبت و منفی را به دست آورید.

ج) به کمک تعریف تابع قدرمطلق، دو ضابطه را با یک ضابطه بیان کنید.

د) شیب خط در تابع به‌دست آمده در قرارداد میان پیمانکار و وزارت راه چه معنایی دارد؟ افزایش یا کاهش شیب خط به چه معناست؟



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی

**پاسخ: ۱** الف) اگر پروژه را در دی ماه ۹۵ تحویل دهد جریمه نمی‌شود به ازای هر مدت زمان اختلاف با زمان تحول پروژه باید جریمه‌ای پرداخت شود.

$$\text{ب) } (-2, 0)(-4, 2) \Rightarrow m = -1 \Rightarrow y = -x - 2 \Rightarrow x < -2$$

$$(-2, 0)(0, 2) \Rightarrow m = 1 \Rightarrow y = x + 2 \Rightarrow x \geq -2$$

$$\text{ج) } f(x) = \begin{cases} x + 2 & x \geq -2 \\ -x - 2 & x < -2 \end{cases}$$

شیب خط مثبت باشد یعنی تأخیر در زمان تحویل پروژه و شیب خط منفی باشد یعنی تحویل زودتر از موعد مقرر انجام شده است که هر دو حالت موجب خسارت به صاحب‌کار است.

\* افزایش مقدار شیب خط نشان‌دهنده‌ی افزایش مبلغ جریمه است و کاهش مقدار شیب خط نشان‌دهنده‌ی کاهش مبلغ جریمه می‌باشد.

الف)  $y = |2x - 3|$

ب)  $y = |3x + 1|$

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی

پاسخ: ۱

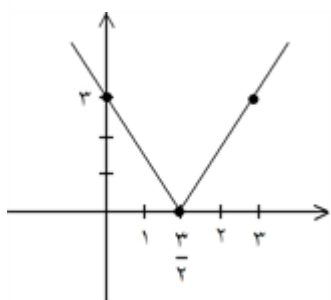
الف)  $y = |2x - 3|$

$$2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & x \geq \frac{3}{2} \\ -(2x - 3) & x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

x	$\frac{3}{2}$	3
y	0	3

x	$\frac{3}{2}$	0
y	0	3



ب)  $y = |3x + 1|$

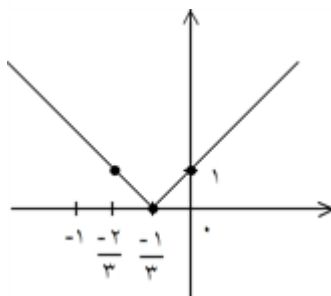
$3x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$

$$y: \begin{cases} 3x + 1 & x \geq -\frac{1}{3} \\ -(3x + 1) & x < -\frac{1}{3} \end{cases}$$

x	$-\frac{1}{3}$	0
y	0	1

x	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$
y	0	1



جدول مالیاتی زیر را که توسط هیئت مدیره‌ی یک شرکت برای سال جدید مالی آماده و تصویب شده است، در نظر بگیرید:

حقوق ماهیانه (تومان)	نرخ مالیات (درصد)
حقوق تا ۱/۳۰۰/۰۰۰	معاف از مالیات
مازاد بر ۱/۳۰۰/۰۰۰ تا ۲/۵۰۰/۰۰۰	۱۰
مازاد بر ۲/۵۰۰/۰۰۰ تا ۴/۵۰۰/۰۰۰	۱۵
مازاد بر ۴/۵۰۰/۰۰۰	۲۵

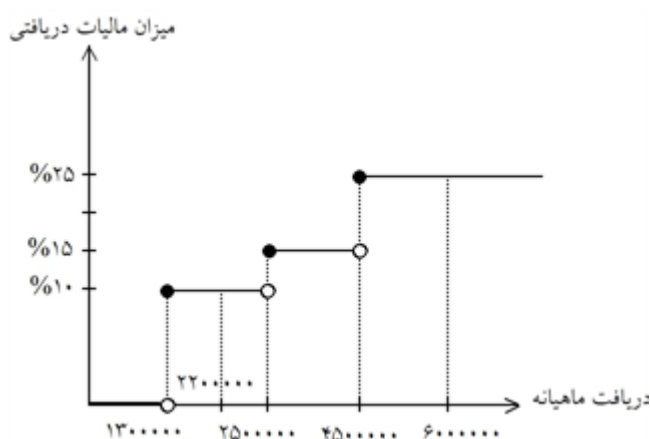
الف) نمودار پلکانی متناظر با جدول مالیاتی را رسم کنید.

ب) به کمک نمودار پلکانی و محاسبه‌ی سطح متناظر با هریک از حقوق‌های ماهیانه، مبلغ مالیات هر کدام از کارمندان زیر را محاسبه کنید.

- کارمندی با حقوق ۱/۲۰۰/۰۰۰ تومان
- کارمندی با حقوق ۲/۴۰۰/۰۰۰ تومان
- کارمندی با حقوق ۶/۰۰۰/۰۰۰ تومان

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی

پاسخ: ۱ الف)



۱۵

ب) کارمندی با دریافتی ۱۲۰۰۰۰۰ ← معاف از مالیات

$$\left( 2400000 \times \frac{10}{100} \right) = 2400000 - 240000 = 2160000$$

$$\left( 6000000 \times \frac{25}{100} \right) = 6000000 - 1500000 = 4500000 \text{ مالیات}$$

$$f(1200000) = 1200000 - 0 = 1200000 = 3$$

$$f(2400000) = 2400000 - \left( 2400000 \times \frac{10}{100} \right) = 2400000 - 240000 = 2160000$$

$$f(6000000) = 6000000 - \left( 6000000 \times \frac{25}{100} \right) = 6000000 - 1500000 = 4500000 \text{ دریافتی}$$

به کمک تعریف تابع جزء صحیح و با استفاده از محور زیر عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\begin{aligned} [4/2] &= & [-4/2] &= & [3/99] &= \\ [-1/2] &= & [-2] &= & [\pi] &= \end{aligned}$$

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی



پاسخ: ۱

$$\begin{aligned} [4/2] &= 4 & [-4/2] &= -5 & [3/99] &= 3 \\ [-1/2] &= -2 & [-2] &= -2 & [\pi] &= 3 \end{aligned}$$

۱۶

در تابع  $f(x) = \begin{cases} x & x < -1 \\ x^2 & -1 \leq x \leq 2 \\ 5 & x > 2 \end{cases}$  حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\begin{aligned} f(3) + f(-1) & \qquad f(-\sqrt{2}) + f(\sqrt{3}) & f(2) \\ f(\sqrt{2}) + f(5) & \end{aligned}$$

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی

$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$f(3) + f(-1) = 5 + (-1)^2 = 6$$

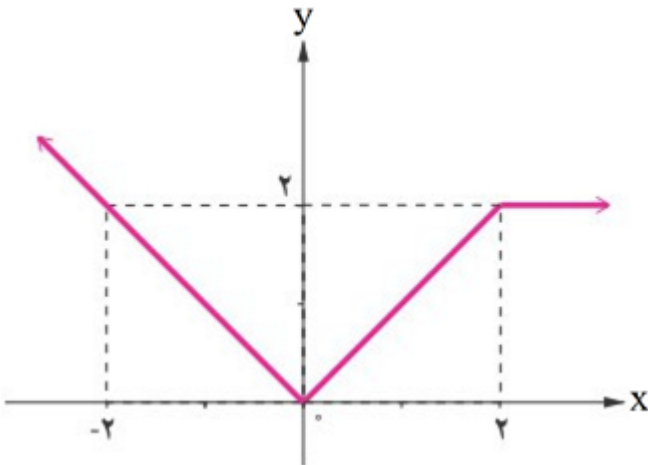
$$f(-\sqrt{2}) + f(\sqrt{3}) = -\sqrt{2} + (\sqrt{3})^2 = -\sqrt{2} + 3$$

$$f(\sqrt{2}) + f(5) = (\sqrt{2})^2 + 5 = 2 + 5 = 7$$

پاسخ: ۱

۱۷

ضابطه‌ی تابع زیر را مشخص کنید.



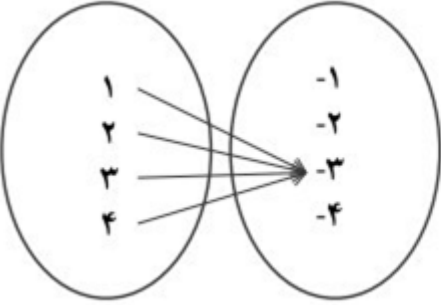
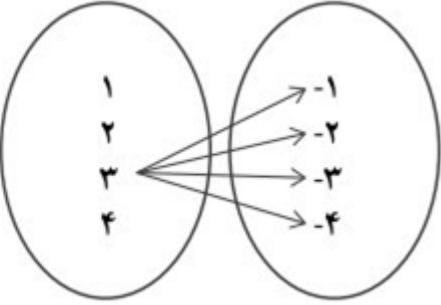
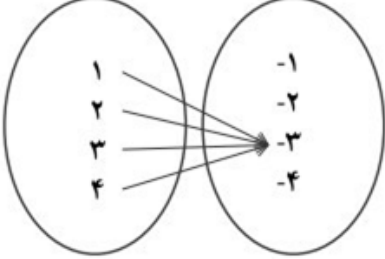
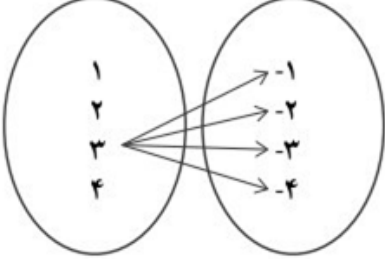
مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی

$$f(x) = \begin{cases} -x & x < 0 \\ x & 0 \leq x \leq 2 \\ 2 & 2 < x \end{cases}$$

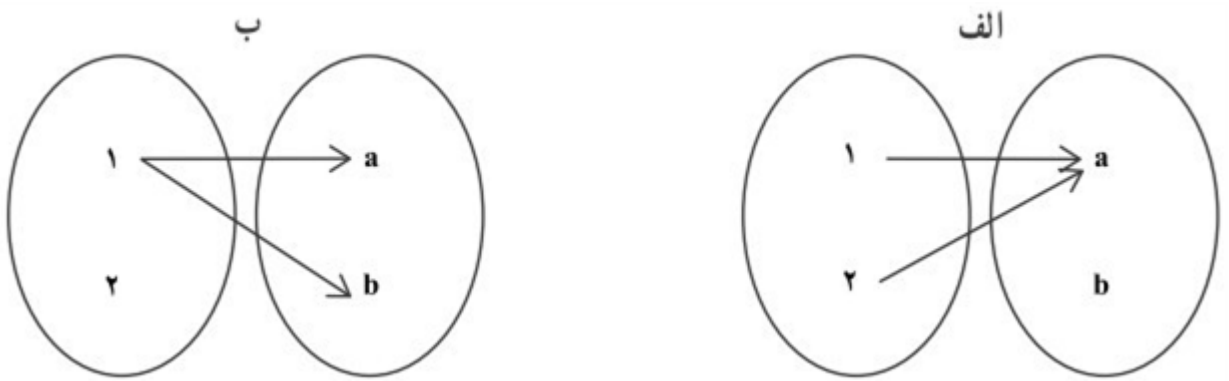
پاسخ: ۱

۱۸

	<p>اگر <math>f</math> یک تابع ثابت با دامنه‌ی دو عضوی و <math>n \in \mathbb{N}</math> و <math>m</math> باشد، مقدار <math>m + t</math> را به دست آورید.</p> $f = \{(-1, n^2 - 2n), (m - 4, 3), (m + n, t)\}$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی</p> <p>پاسخ: ۱</p> $t = 3$ $f = \{(-1, n^2 - 2n), (m - 4, 3), (m + n, t)\} \Rightarrow n^2 - 2n = 3 \Rightarrow n^2 - 2n - 3 = 0$ $\Rightarrow (n - 3)(n + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = -1 \end{cases}$ <p>غ ق ق چون <math>n</math> متعلق به اعداد طبیعی است <math>n = -1</math></p> $f = \{(-1, 3), (m - 4, 3), (m + 3, 3)\}$ <p>غ ق ق <math>m + 3 = -1 \Rightarrow m = -4</math></p> <p>ق ق <math>m - 4 = -1 \Rightarrow m = 3</math></p> <p><math>\Rightarrow</math> چون دامنه دو عضوی است پس دو زوج مرتب با هم برابرند</p> $\Rightarrow m + t = 3 + 3 = 6$	۱۹
	<p>در هریک از زوج مرتب های زیر <math>n \in \mathbb{N}</math> را به گونه ای تعیین کنید که زوج مرتب داده شده روی نیمساز ناحیه ی اول و سوم باشد.</p> <p>(۲, <math>n^2 - 3n + 4</math>) (-۱, <math>n^2 - 4n + 2</math>)</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p><math>y = x \Rightarrow</math> چون نیمساز اول و سوم مولفه های اول و دوم برابرند.</p> <p>الف) <math>(2, n^2 - 3n + 4) \Rightarrow n^2 - 3n + 4 = 2 \Rightarrow n^2 - 3n + 2 = 0 \Rightarrow (n - 2)(n - 1) = 0</math></p> $\Rightarrow \begin{cases} n - 2 = 0 \Rightarrow n = 2 \\ n - 1 = 0 \Rightarrow n = 1 \end{cases}$ <p>ب) <math>(-1, n^2 - 4n + 2) \Rightarrow n^2 - 4n + 2 = -1 \Rightarrow n^2 - 4n + 3 = 0 \Rightarrow (n - 3)(n - 1) = 0</math></p> $\Rightarrow \begin{cases} n - 3 = 0 \Rightarrow n = 3 \\ n - 1 = 0 \Rightarrow n = 1 \end{cases}$	۲۰
	<p>اگر <math>A = \{(a, 1), (b, 2), (c, 5)\}</math> یک تابع همانی باشد، میانگین <math>a</math> و <math>b</math> و <math>c</math> را به دست آورید.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p><math>a = 1 \quad b = 2 \quad c = 5</math></p> $\text{میانگین} = \frac{1 + 2 + 5}{3} = \frac{8}{3}$	۲۱
	<p>در تابع ثابت <math>f(x) = c</math>: الف) مقادیر <math>f(a)</math>، <math>f(b)</math> و <math>f(a + b)</math> را مشخص کنید. ب) اگر در این تابع <math>f(a + b) = f(a) \times f(b)</math> باشد، <math>c</math> چه مقادیری را اختیار می کند؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) <math>f(a) = f(b) = f(a + b) = c</math></p> <p>ب) <math>c = c \times c \Rightarrow c = c^2 \Rightarrow c^2 - c - 0 \Rightarrow c(c - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c - 1 = 0 \Rightarrow c = 1 \end{cases}</math></p>	۲۲

	<p>کدام یک از نمایش‌های پیکانی زیر یک تابع ثابت را معرفی می‌کند؟</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>پاسخ: ۱</p> <p>تابع ثابت است</p>	۲۳
	<p>اگر <math>A = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)\}</math> یک تابع ثابت باشد، میانگین، میانه و واریانس مقادیر <math>y_1, y_2, y_3</math> را به دست آورید.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p><math>y_1 = y_2 = y_3 = c \Rightarrow</math> چون <math>A</math> یک تابع ثابت است.</p> $c, c, c \Rightarrow \bar{x} = \frac{3c}{3} = c$ <p>واریانس <math>c =</math> میانه</p> <p>توجه: اگر داده‌ها برابر باشند، میانه و میانگین برابر خود داده‌ها می‌شوند و واریانس صفر است.</p>	۲۴
	<p>کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟ چرا؟</p> <p>الف) اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشد، آن تابع همانی است.</p> <p>ب) اگر دامنه‌ی یک تابع همانی مجموعه‌ی اعداد حقیقی باشد، آن‌گاه حاصل <math>f(x) + f(-x)</math> همواره برابر صفر است.</p> <p>ج) اگر <math>f</math> یک تابع ثابت باشد، آن‌گاه <math>f(kx) = kf(x)</math>.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی</p> <p>پاسخ: ۱ الف) خیر، <math>f</math> تابع همانی نیست.</p> <p><math>D = \{1, 3\}</math> دامنه</p> <p><math>f = \{(1, 3), (3, 1)\}</math></p> <p><math>R = \{1, 3\}</math> برد</p> <p>جمع کنیم <math>\left. \begin{matrix} f(x) = x \\ f(x) = -x \end{matrix} \right\} \rightarrow f(x) + f(x) = x + (-x) = 0</math></p> <p>ب) درست است.</p> <p>ج) نادرست است.</p> <p><math>f(x) = c \Rightarrow f(kx) = c</math> ثابت باشد</p>	۲۵
	<p>اگر <math>A = \{(2, b), (a, 4), (7, a + b)\}</math> یک تابع ثابت باشد، مقدار <math>a</math> کدام است؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p><math>b = 4</math></p> <p><math>a + b = 4 \Rightarrow a + 4 = 4 \Rightarrow a = 4 - 4 = 0 \Rightarrow a = 0</math></p>	۲۶

کدامیک از رابطه‌های زیر که با نمودار پیکانی نمایش داده شده‌اند، تابع نیست؟ چرا؟



۲۷

پاسخ: ۱ الف) تابع است.

ب) تابع نیست. چون از هر عضو مجموعه‌ی اول دقیقاً یک پیکان خارج نشده است.

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-ریاضی و آمار (۲) انسانی

با استفاده از نامساوی‌های  $4n^2 < 4n^2 + 2n + 1 < 4n^2 + 4n + 1$  ثابت کنید که  $\left\lfloor \sqrt{4n^2 + 2n + 1} \right\rfloor = 2n$  که در آن  $n$  عدد طبیعی دلخواهی است.

۲۸

پاسخ: ۱

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۲و۱) تجربی

$$4n^2 < 4n^2 + 2n + 1 < 4n^2 + 4n + 1 \Rightarrow (2n)^2 < 4n^2 + 2n + 1 < (2n + 1)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2n \in \mathbb{N} \\ 2n + 1 \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow 2n < \sqrt{4n^2 + 2n + 1} < 2n + 1 \xrightarrow{\text{براکت}} \left\lfloor \sqrt{4n^2 + 2n + 1} \right\rfloor = 2n$$

نمودار تابع  $y = x - [x]$  را رسم کنید.

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۲و۱) تجربی

بازه اختیاری:  $-2 \leq x < 2$

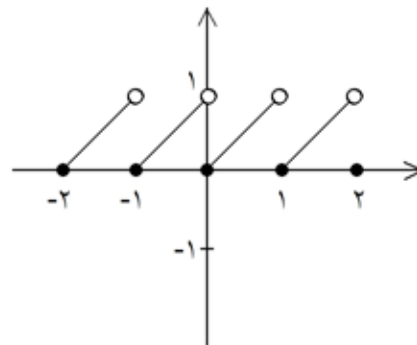
$$\begin{cases} -2 \leq x < -1 \Rightarrow y = x + 2 \\ -1 \leq x < 0 \Rightarrow y = x + 1 \\ 0 \leq x < 1 \Rightarrow y = x \\ 1 \leq x < 2 \Rightarrow y = x - 1 \end{cases}$$

x	-2	-1
y	0	1

x	-1	0
y	0	1

x	0	1
y	0	1

x	1	2
y	0	1



پاسخ: ۱

۲۹

ثابت کنید هر عدد حقیقی بین دو عدد صحیح متوالی واقع است.

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۲و۱) تجربی

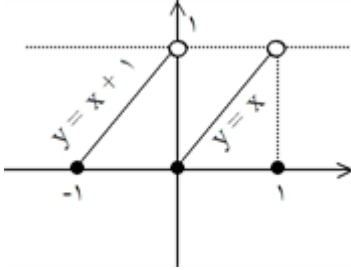
جزء اعشاری

$$0 \leq x - [x] < 1 \xrightarrow{+[x]} [x] \leq x < [x] + 1$$

پس هر عدد حقیقی بین دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

پاسخ: ۱

۳۰

	<p>نمودار تابع با ضابطه‌ی زیر را در بازه‌ی <math>[-1, 1]</math> رسم کنید.</p> $y = x - [x]$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان</p> <p>پاسخ: ۱</p> $-1 \leq x < 0 \Rightarrow y = x + 1$ $0 \leq x < 1 \Rightarrow y = x - 0$ $x = 1 \Rightarrow y = 0$ 	۳۱
	<p>آیا معادله‌ی زیر در اعداد حقیقی می‌تواند ضابطه‌ی یک تابع باشد؟</p> $y = \begin{cases} 2x + 1 & x > 2 \\ x - 1 & x < 3 \end{cases}$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>تابع نیست <math>\Rightarrow D_1 \cap D_2 = (2, 3) \neq \emptyset</math></p> $y = \begin{cases} 2x + 1 & x > 2 : D_1 \\ x - 1 & x < 3 : D_2 \end{cases}$ <p>چون مثلاً به ازای <math>x = 2/5</math> دو مقدار <math>y = 6</math> و <math>y = 1/5</math> به دست می‌آید.</p>	۳۲
	<p>توابع <math>f(x) = -2</math> و <math>g(x) = x^2 + 1</math> داده شده‌اند. توابع <math>f \cdot g, f - g, f + g</math> و <math>\frac{g}{f}</math> را تشکیل دهید.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی</p> <p>پاسخ: ۱</p> $(f + g)(x) = f(x) + g(x) = -2 + x^2 + 1 = x^2 - 1$ $(f - g)(x) = f(x) - g(x) = -2 - x^2 - 1 = -x^2 - 3$ $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = -2x^2 - 2$ $\left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x^2 + 1}{-2} = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$	۳۳
	<p>دامنه‌ی تابع داده شده را به صورت فاصله بنویسید.</p> $f(x) = \begin{cases} x + 1 & x \geq 2 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>تابع دو ضابطه‌ای: <math>D_f = D_1 \cup D_2 = (-\infty, 0) \cup [2, +\infty)</math></p>	۳۴
	<p>برای تابع <math>f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 &amp; x &lt; 0 \\ x + 4 &amp; x \geq 0 \end{cases}</math>، <math>f(-2)</math> و <math>f(-1)</math> و <math>f(0)</math> و <math>f(1)</math> و <math>f(2)</math> را محاسبه کنید و در یک جدول مرتب نمایید.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی</p> <p>پاسخ: ۱</p> $f(-2) = 4 - (-2)^2 = 4 - 4 = 0, f(-1) = 4 - (-1)^2 = 4 - 1 = 3, f(0) = 4 + 0 = 4$ $f(1) = 1 + 4 = 5, f(2) = 2 + 4 = 6$	۳۵

$$y = \left[ x + \frac{1}{2} \right]$$

تابع مقابل را در بازه‌ی  $-\frac{3}{2} \leq x < \frac{3}{2}$  رسم کنید.

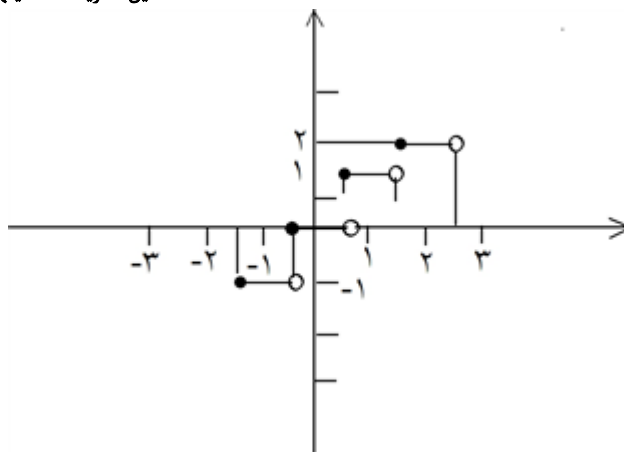
مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات

$$-\frac{3}{2} \leq x < -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -1$$

$$-\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2} \Rightarrow y = 0$$

$$\frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{2} \Rightarrow y = 1$$

$$\frac{3}{2} \leq x < \frac{5}{2} \Rightarrow y = 2$$



پاسخ: ۱

۳۶

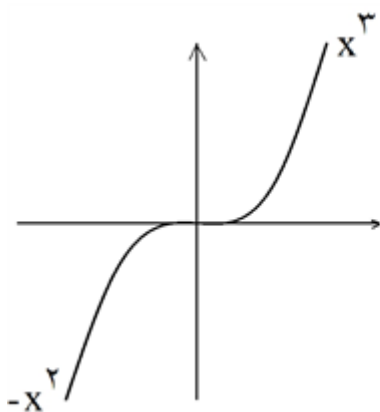
تابع  $g$  با ضابطه زیر در مجموعه اعداد حقیقی تعریف شده است. با توجه به توضیح به دو سؤال بعدی پاسخ دهید:

$$\begin{cases} x^3 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$$

نمودار آن را رسم کنید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات

پاسخ: ۱ به کمک نقطه‌یابی رسم می‌کنیم.



x	0	1	2	3	-1	-2	-3
y	0	1	8	27	-1	-4	-9

۳۷

مقادیر  $g(-2)$ ،  $g(3)$  و  $g(0)$  را حساب کنید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات

$$g(3) = 3^3 = 27$$

$$g(-2) = -(-2)^2 = -4$$

$$g(0) = 0^3 = 0$$

پاسخ: ۱ ۳۸

	<p>اگر توابع <math>f</math> و <math>g</math> به صورت زیر باشد، مجموعه برد تابع <math>\frac{f}{f \times g}</math> کدام است؟</p> $f = \{(1, -1), (\sqrt{2}, -2), (\sqrt{3}, -3), (2, 2), (\sqrt{5}, 1)\}$ $g = \{(3, -1), (\sqrt{2}, -1), (-3, 4), (\sqrt{5}, -3), (\sqrt{3}, 2)\}$ <p> <input type="radio"/> ۱ <math>\{2, -3, -1\}</math>    <input type="radio"/> ۲ <math>\left\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -1\right\}</math>    <input type="radio"/> ۳ <math>\{-3, 1, -2\}</math>    <input type="radio"/> ۴ <math>\left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -1\right\}</math> </p> <p>سراسری-انسانی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p> <p>پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فقط <math>\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}</math> در دامنه توابع <math>f</math> و <math>g</math> مشترکند، پس کافی است در این سه نقطه برد <math>\frac{f}{f \times g}</math> را به دست آوریم:</p> $x = \sqrt{2} \Rightarrow \left(\frac{f}{f \times g}\right)(\sqrt{2}) = \frac{-2}{(-2) \times (-1)} = -1$ $x = \sqrt{3} \Rightarrow \left(\frac{f}{f \times g}\right)(\sqrt{3}) = \frac{-3}{(-3) \times (2)} = \frac{1}{2}$ $x = \sqrt{5} \Rightarrow \left(\frac{f}{f \times g}\right)(\sqrt{5}) = \frac{1}{1 \times (-3)} = -\frac{1}{3}$ $\Rightarrow R_{\left(\frac{f}{f \times g}\right)} = \left\{-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right\}$
	<p>اگر <math>f(x) = \begin{cases}  x  \operatorname{sign}(-x) &amp; [x] \geq 0 \\ 2 - \operatorname{sign}(-x) &amp; [x] &lt; 0 \end{cases}</math> باشد، حاصل <math>f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(-\frac{1}{3}\right)</math> کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ <math>\frac{1}{2}</math>    <input type="radio"/> ۲ <math>-\frac{1}{4}</math>    <input type="radio"/> ۳ <math>-\frac{5}{6}</math>    <input type="radio"/> ۴ <math>\frac{10}{3}</math> </p> <p>سراسری-انسانی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p> <p>پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.</p> $x = \frac{1}{2} \Rightarrow [x] = \left[\frac{1}{2}\right] = 0 \Rightarrow \text{ضابطه اول: } f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \times \operatorname{sign}\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ $x = -\frac{1}{3} \Rightarrow [x] = \left[-\frac{1}{3}\right] = -1 \Rightarrow \text{ضابطه دوم: } f\left(-\frac{1}{3}\right) = 2 - \operatorname{sign}\left(\frac{1}{3}\right) = 2 - 1 = 1$ $\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$
	<p>اگر <math>f = \{(m, 3m - 1), (-1, k^2 - k), (k^2 - k, 2)\}</math> تابع ثابت باشد، حاصل ضرب اعضای دامنه <math>f</math> کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۲    <input type="radio"/> ۲ -۲    <input type="radio"/> ۳ ۸    <input type="radio"/> ۴ -۸ </p> <p>سراسری-انسانی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p> <p>پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خروجی تابع ثابت به ازای تمام مقادیر دامنه، یکسان و برابر یک عدد ثابت است. پس:</p> $\begin{cases} 3m - 1 = 2 \Rightarrow m = 1 \\ k^2 - k = 1 \end{cases} \Rightarrow f = \{(1, 2), (-1, 2), (2, 2)\}$ $\Rightarrow \text{حاصل ضرب اعضای دامنه} = 1 \times (-1) \times 2 = -2$

	<p>تابع <math>f</math> همانی و <math>g(x) = [x] + [-x]</math> با دامنه <math>-1 \leq x \leq 1</math> است. به ازای چند مقدار صحیح <math>x</math>، اعضای مجموعه <math>\frac{f}{g}</math> برد تابع <math>\frac{f}{g}</math> مقداری صحیح است؟</p> <p>۱) صفر      ۲) ۱      ۳) ۲      ۴) ۳</p> <p>کنکورهای خارج از کشور - سراسری - انسانی</p> <p>پاسخ: ۱) گزینه ۱ پاسخ صحیح است.</p> $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x}{[x] + [-x]}$ <p>به ازای اعداد صحیح مخرج کسر صفر می‌شود پس برای اعداد صحیح تابع <math>\frac{f}{g}</math> تعریف نمی‌شود.</p>
	<p>اگر <math>f</math> تابع ثابت و برای <math>m, n, k \in \mathbb{N}</math>، <math>f(kx) = (k^2 - 3)f(x)</math> و تابع <math>g</math> به صورت زیر یک تابع همانی باشد، مقدار <math>f(m)</math> کدام است؟</p> $g = \left\{ (k, n^2 - 3n + 4), (2n, m^2 - 4m + 4), (f(n), n - 4) \right\}$ <p>۱) -۴      ۲) -۳      ۳) -۲      ۴) صفر</p> <p>کنکورهای خارج از کشور - سراسری - انسانی</p> <p>پاسخ: ۳) گزینه ۳ پاسخ صحیح است.</p> <p><math>f \Rightarrow f(kx) = f(x) \Rightarrow k^2 - 3 = 1 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = 2</math></p> $g = \left\{ (2, n^2 - 3n + 4), \overbrace{(2n, m^2 - 4m + 4)}^{(m-2)^2}, \overbrace{(f(n), (n-4))}^{f(2), -2} \right\}$ <p><math>g</math> همانی <math>\Rightarrow n^2 - 3n + 4 = 2 \Rightarrow n^2 - 3n + 2 = 0</math></p> $\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n = 1 \Rightarrow (m-2)^2 = 2 \text{ غ ق ق ق } f(2) = -2 \\ n = 2 \Rightarrow (m-2)^2 = 4 \Rightarrow m - 2 = 2 \\ \Rightarrow m = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow f(4) = -2$

تابع  $f$ ، تابع ثابت و برای  $m, n \in \mathbb{N}$  داریم  $f(m) + f(n) = f(m)f(n)$ . اگر دو زوج مرتب  $(m^2 - 4m + 6, nf(n))$  و  $(2n^2 - 7n + 1, -f(m))$  روی نیمساز ناحیه اول و سوم باشند، مقدار  $\left\lfloor \frac{mn}{5} \right\rfloor$  کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۲ تیرماه

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = k \Rightarrow k + k = k \times k \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = 0 \end{cases}$$

$$2n^2 - 7n + 1 = -k \xrightarrow{k=0} 2n^2 - 7n + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 - 8 = 41$$

مقدار  $n$  طبیعی نمی‌شود پس  $k = 0$  قابل قبول نیست.

$$\Rightarrow 2n^2 - 7n + 1 = -2 \Rightarrow 2n^2 - 7n + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 - 24 = 25$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = \frac{7+5}{4} = 3 \checkmark \\ n = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2} k \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$m^2 - 4m + 6 = 3 \times 2 \Rightarrow m^2 - 4m + 6 = 6 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ غ ق ق} \\ m = 4 \checkmark \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left\lfloor \frac{mn}{5} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{12}{5} \right\rfloor = 2$$

۴۴

تابع  $f(x) = [x] + [-x]$  با دامنه  $-3 \leq x \leq 3$  و  $g$  تابع ثابت است. مقدار تابع  $\frac{g}{f}$  در چند نقطه صحیح در دامنه برابر ۳ است؟

۴ صفر

۲ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۲ تیرماه

$$f(x) = [x] + [-x]$$

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

پس به ازای تمام مقادیر صحیح تابع  $\frac{g}{f}$  تعریف نمی‌شود. پس در هیچ نقطه صحیح مقدار  $\frac{g}{f}$  برابر ۳ نمی‌شود.

۴۵

	<p>دو تابع <math>f(x) = \frac{a}{x} + b</math> و <math>g(x) = c + (1 + b)x</math> ثابت هستند. اگر <math>\frac{f}{g} = 2</math> باشد، میانگین <math>a</math>، <math>b</math> و <math>c</math> کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ <math>\frac{1}{2}</math> <input type="radio"/> ۲ ۲         <input type="radio"/> ۳ <math>-\frac{1}{2}</math> <input type="radio"/> ۴ -۲       </p>	
۴۶	<p>پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.</p> <p>سراسری-انسانی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱</p> $f(x) = \frac{a}{x} + b = a \left( \frac{1}{x} \right) + b \xrightarrow{\text{تابع ثابت}} a = 0$ $g(x) = (1 + b)x + c \xrightarrow{\text{تابع ثابت}} 1 + b = 0 \Rightarrow b = -1$ $\frac{f(x)}{g(x)} = 2 \Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \Rightarrow \frac{-1}{c} = 2 \Rightarrow c = -\frac{1}{2}$ $\text{میانگین} = \frac{0 + (-1) + \left(-\frac{1}{2}\right)}{3} = -\frac{1}{2}$	
۴۷	<p>اگر <math>f(x) = \left[ \frac{2-x}{2} \right]</math> باشد، مقدار <math>f(-\pi) + 2f(\sqrt{5})</math> کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۱         <input type="radio"/> ۲ ۲         <input type="radio"/> ۳ ۳         <input type="radio"/> ۴ صفر       </p> <p>پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.</p> <p>سراسری-انسانی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱</p> $f(-\pi) = \left[ \frac{2+\pi}{2} \right] = \left[ 1 + \frac{\pi}{2} \right] = 1 + \left[ \frac{\pi}{2} \right] = 1 + 1 = 2 \quad \left( \frac{\pi}{2} \simeq 1.57 \right)$ $f(\sqrt{5}) = \left[ \frac{2-\sqrt{5}}{2} \right] = \left[ 1 - \frac{\sqrt{5}}{2} \right] = 1 + \left[ -\frac{\sqrt{5}}{2} \right] = 1 + (-2) = -1$ $f(-\pi) + 2f(\sqrt{5}) = 2 + 2(-1) = 2 + (-2) = 0$	
۴۸	<p>برای رسم نمودار تابع <math>y = -\frac{1}{2} 2x + 1 </math> به کمک نمودار <math>y =  x </math> کدام مورد برای کامل کردن جمله زیر، مناسب است؟</p> <p>«ابتدا نمودار تابع قدرمطلق را <math>\frac{1}{2}</math> واحد به سمت ..... جابه‌جا کرده و سپس قرینه آن را نسبت به محور ..... رسم می‌کنیم.»</p> <p> <input type="radio"/> ۱ چپ - <math>x</math> ها         <input type="radio"/> ۲ راست - <math>x</math> ها         <input type="radio"/> ۳ بالا - <math>y</math> ها         <input type="radio"/> ۴ پایین - <math>y</math> ها       </p> <p>پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا تابع را ساده‌تر می‌کنیم تا ضریب <math>x</math> در داخل قدرمطلق برابر ۱ شود:</p> $y = -\frac{1}{2} \left  2 \left( x + \frac{1}{2} \right) \right  = -\frac{1}{2} \times 2 \left  x + \frac{1}{2} \right  = - \left  x + \frac{1}{2} \right $ <p>پس تابع <math> x </math> را به اندازه <math>\frac{1}{2}</math> به چپ انتقال می‌دهیم سپس نسبت به محور <math>x</math> ها قرینه می‌کنیم.</p> <p>سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱</p>	

تابع  $f = \{(2, 2n^2 - 3n), (m + 3n, 2), (m, -t^2)\}$  یک تابع همانی است. اگر میانگین  $m$ ،  $n$  و  $t$ ، صفر باشد، مقدار  $t$  کدام است؟

- ۱  $\frac{1}{2}$       ۲  $2$       ۳  $-2$       ۴  $-\frac{1}{2}$

سراسری-انسانی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۴۹ پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید مؤلفه‌های دوم با مؤلفه‌های اول برابر باشد. پس:

$$\begin{cases} 2n^2 - 3n = 2 \Rightarrow 2n^2 - 3n - 2 = 0 \Rightarrow (n - 2)(2n + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \Rightarrow m = -4 \\ n = -\frac{1}{2} \Rightarrow m = 3/5 \end{cases} \\ m + 3n = 2 \\ m = -t^2 < 0 \end{cases}$$

غ ق ق ق  
 $\frac{m + n + t}{3} = 0 \Rightarrow t = -m - n \Rightarrow t = -(-4) - 2 = 4 - 2 = 2$  از طرفی

برای برخی مقادیر  $x$ ، زوج مرتب  $(f(x) + f(-x), 3x^2 - 17x + 10)$ ، روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم قرار دارد. اگر تابع  $f$  همانی با دامنه  $R$  باشد، اختلاف مقادیر  $x$  کدام است؟

- ۱  $\frac{7}{3}$       ۲  $\frac{10}{3}$       ۳  $\frac{13}{3}$       ۴  $\frac{17}{3}$

سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱

۵۰ پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون  $f(x)$  همانی است. پس:

$$f(x) + f(-x) = x - x = 0$$

طول و عرض هر نقطه روی نیم ساز ربع دوم و چهارم قرینه یکدیگرند، پس:

$$3x^2 - 17x + 10 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 17x + 10 = 0$$

$$\Delta = 289 - 4(3)(10) = 289 - 120 = 169 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{17 + 13}{6} = 5, x_2 = \frac{17 - 13}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow 5 - \frac{2}{3} = \frac{15 - 2}{3} = \frac{13}{3}$$

تابع  $f(x) = |2x - 2|$  و  $g(x) = [x]$  با دامنه  $-1 \leq x \leq 1$  است. اگر مجموعه  $A$  بُرد تابع  $f \cdot g$  باشد، کدام عدد عضو  $A$  است؟

- ۱  $2$       ۲  $3$       ۳  $-2$       ۴  $-3$

سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱

۵۱ پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع  $f$  و  $g$  را به صورت چندضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow f(x) = -(2x - 2), g(x) = -1$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = -(2x - 2), g(x) = 0$$

$$x = 1 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) = 1 \end{cases} \Rightarrow (f \times g)(x) = \begin{cases} 2x - 2, & -1 \leq x < 0 \Rightarrow -2 \leq 2x < 0 \Rightarrow -4 \leq 2x - 2 < -2 \\ 0, & 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

$$R_f = [-4, -2) \cup \{0\}$$

پس:  $-3 \in R_f$

	<p>دو تابع <math>f(x) = a + 3(b^2 - 1)x^2</math> و <math>g(x) = bx^2 - 2a + x^2</math> ثابت هستند. اگر <math>f \times g = -8</math> باشد، حاصل <math> ab </math> کدام است؟</p> <p>۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) صفر</p> <p>کنکورهای خارج از کشور - سراسری - انسانی</p> <p>پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.</p> <p>(۱) <math>f(x) = a + 3(b^2 - 1)x^2 \Rightarrow 3(b^2 - 1) = 0 \Rightarrow b = \pm 1</math></p> <p>(۲) <math>g(x) = bx^2 - 2a + x^2 = (b + 1)x^2 - 2a \Rightarrow b = -1</math></p> <p><math>\xrightarrow{(1), (2)} b = -1</math></p> <p><math>(f \times g)(x) = -8 \Rightarrow f(x) \times g(x) = -8 \Rightarrow a \times (-2a) = -8 \Rightarrow 2a^2 = 8 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2</math></p> <p><math>\Rightarrow  ab  =  a  \times  b  = 2 \times 1 = 2</math></p>	۵۲
	<p>اگر <math>f(x) = \left[1 - \frac{x}{3}\right]</math> باشد، مقدار <math>f(0/7) + 2f(\pi)</math> کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است).</p> <p>۱ (۱) -۲      ۲ (۲) -۱      ۳ (۳) ۱      ۴ (۴) ۲</p> <p>کنکورهای خارج از کشور - سراسری - انسانی</p> <p>پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.</p> <p><math>f(x) = \left[1 - \frac{x}{3}\right] = 1 + \left[-\frac{x}{3}\right] \Rightarrow f(0/7) + 2f(\pi) = 1 + \left[-\frac{0/7}{3}\right] + 2\left(1 + \left[-\frac{\pi}{3}\right]\right)</math></p> <p><math>= 1 + (-1) + 2(1 + (-2)) = 0 - 2 = -2</math></p>	۵۳
	<p>فرض کنید <math>f = \{(x, x^2)   x = \pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1, 0\}</math> و <math>g = \{(x, x^2)   x = \pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1, 0\}</math> دو تابع در صفحه‌ی مختصات باشند. تعداد عناصر برد تابع <math>y = \frac{g}{f}(x)</math> کدام است؟</p> <p>۱ (۱) ۱۱      ۲ (۲) ۱۰      ۳ (۳) ۶      ۴ (۴) ۵</p> <p>کنکورهای خارج از کشور - سراسری - انسانی</p> <p>پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.</p> <p><math>y = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x^2}{x^2} = x, x \neq 0 \Rightarrow y = \{\pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1\} \Rightarrow 10</math> تا</p>	۵۴

اگر  $f(x) = (|a| - |b|)x$  تابع همانی،  $g(x) = (b^2 - 1)x + (a^2 + 1)c$  تابعی ثابت و  $(f - g)(x) = x + 5$  باشند، چند مقدار برای  $ac$  وجود دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

سراسری-انسانی-تیرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون  $f$  یک تابع همانی است، باید ضریب  $x$  برابر ۱ باشد:

$$|a| - |b| = 1$$

چون  $g$  تابعی ثابت است باید ضریب  $x$  صفر باشد:

$$b^2 - 1 = 0 \Rightarrow b^2 = 1 \Rightarrow |b| = 1$$

حال اگر این مقدار را در معادله اول جایگذاری کنیم، داریم:

$$|a| - |b| = 1 \Rightarrow |a| - 1 = 1 \Rightarrow |a| = 2 \text{ یا } a^2 = 4$$

تا اینجا داریم:  $f(x) = x$  و  $g(x) = 5c$ .

اکنون این ضابطه‌ها را در شرط زیر قرار می‌دهیم:

$$(f - g)(x) = x + 5 \Rightarrow x - (5c) = x + 5 \Rightarrow -5c = 5 \Rightarrow c = -1$$

$$|a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow ac = -2 \\ a = -2 \Rightarrow ac = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{دو مقدار}$$

۵۵

اگر  $f(x) = [1 - 3x]$  باشد، مقدار  $f(-0.7) - f(-0.07)$  کدام است؟

- ۱ (۱) صفر ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

سراسری-انسانی-تیرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} f(-0.7) = [1 - 3(-0.7)] = [1 + 2.1] = [3.1] = 3 \\ f(-0.07) = [1 - 3(-0.07)] = [1 + 0.21] = [1.21] = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{جواب} = 3 - 1 = 2$$

۵۶

فرض کنید  $f(x) = |x - 1|$ ،  $g(x) = [2x]$  و  $h(x) = \text{sign}(-x)$  باشد.

ضابطه‌ی تابع  $y = 2f(x) - h(x)g(x)$  در بازه‌ی  $-\frac{3}{2} < x < -1$ ، کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.)

- ۱ (۱)  $3x - 2$  ۲ (۲)  $5 - 2x$  ۳ (۳)  $-2x + 2$  ۴ (۴)  $-8x - 4$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

$$f(x) = -(x - 1) = 1 - x$$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۵۷

$$-\frac{3}{2} < x < -1 \Rightarrow \underbrace{\text{sign}(-x)}_{+} = +1 \xrightarrow{\times(2)} -3 < 2x < -2 \Rightarrow [2x] = g(x) = -3$$

$$\Rightarrow y = 2(1 - x) + 3 = 5 - 2x$$

فرض کنید  $f(x) = \frac{2x-1}{[x] - \text{sign}(x)}$ ، بر مجموعه‌ی  $\{-2/5, 2/1, 0/8, 4\}$  تعریف شده باشد. ماکزیمم عضو مجموعه‌ی برد تابع  $f$ ، کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- ۱)  $\frac{7}{3}$       ۲) ۳      ۳)  $3/2$       ۴) ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(-2/5) = \frac{-5-1}{-3-(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3, f(0/8) = \frac{1/6-1}{0-1} = -0/6$$

$$f(2/1) = \frac{4/2-1}{2-1} = 3/2, f(4) = \frac{8-1}{4-1} = \frac{7}{3}$$

۵۸

توابع  $f$  و  $g$ ، مطابق جداول زیر، مفروض‌اند. برد تابع  $\frac{f+g}{f}$ ، کدام است؟

x	۵	۱	۳	۶
f	۳	۵	۴	۲

x	۳	۵	۱	۲
g	۲	۶	۲	۱

- ۱)  $\{1/4, 1/5, 3\}$       ۲)  $\{1/5, 1/8, 3\}$       ۳)  $\{1, 1/4, 4\}$       ۴)  $\{1, 2/5, 4\}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f+g = \{(1, 7), (3, 6), (5, 9)\}$$

$$\frac{f+g}{f} = \left\{ \left(1, \frac{7}{5}\right), \left(3, \frac{6}{4}\right), \left(5, \frac{9}{3}\right) \right\} = \{(1, 1/4), (3, 1/5), (5, 3)\}$$

$$\text{برد} = \{1/4, 1/5, 3\}$$

۵۹

ضابطه‌ی تابع  $y = [-2x + |x|] + x$  در دامنه‌ی  $-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3}$ ، کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- ۱)  $-2x$       ۲)  $x+1$       ۳)  $x-2$       ۴)  $2x + \frac{8}{3}$

سراسری-انسانی-۱۴۰۰

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روش اول: در بازه‌ی داده شده، درون قدرمطلق منفی است.

$$|x| = -x \quad \text{لذا:}$$

$$y = [-2x + |x|] + x = [-2x - x] + x \Rightarrow y = [-3x] + x$$

از طرفی چون  $-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3}$ ، بنابراین:

$$-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3} \xrightarrow{\times -3} 1 < -3x < 2 \Rightarrow [-3x] = 1 \Rightarrow y = [-3x] + x = x + 1$$

روش دوم: از بازه‌ی داده شده عددی انتخاب می‌کنیم: مثلاً  $x = -\frac{1}{4}$ . حال مقدار تابع  $y$  را به ازای این

$x$  محاسبه می‌کنیم:

$$y = \left[ -2\left(-\frac{1}{4}\right) + \left|-\frac{1}{4}\right| \right] - \frac{1}{4} = \left[ 1 + \frac{1}{4} \right] - \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

تنها گزینه‌ای که اگر به جای  $x$  مقدار  $-\frac{1}{4}$  قرار بدهیم، حاصل‌اش نیز  $\frac{3}{4}$  می‌شود. گزینه‌ی ۲ است.

۶۰

	<p>نمودار <math>y = \frac{ 2x }{x}</math> و خط <math>y = 2x - 1</math> در دو نقطه‌ی A و B، مشترک‌اند. میانگین طول نقاط A و B، کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ <input type="radio"/> ۲ صفر <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> ۴         </p> <p>۶۱ پاسخ: گزینه ۳ پاسخ صحیح است.</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی</p> $\frac{ 2x }{x} = 2x - 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2x}{x} = 2x - 1 & x > 0 \\ \frac{-2x}{x} = 2x - 1 & x < 0 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 2 \Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1.5 \\ 2x - 1 = -2 \Rightarrow x = \frac{-1}{2} = -0.5 \end{cases} \Rightarrow \frac{1.5 + (-0.5)}{2} = \frac{1}{2}$	
	<p>اگر <math>f(x) = \left[1 - \frac{x}{2}\right]</math> باشد، مقدار <math>f(\sqrt{2}) + f\left(-\frac{3}{2}\right)</math>، کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ صفر <input type="radio"/> ۲ <input type="radio"/> ۳ -۱ <input type="radio"/> ۴         </p> <p>۶۲ پاسخ: گزینه ۴ پاسخ صحیح است.</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی</p> $f(\sqrt{2}) = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right] = [1 - 0.7] = [0.3] = 0$ $f\left(-\frac{3}{2}\right) = \left[1 + \frac{3}{4}\right] = [1.75] = 1 \Rightarrow 0 + 1 = 1$	
	<p>اگر <math>f = \{(5, 3), (1, 5), (3, 4), (6, 2)\}</math> و <math>g = \{(3, 2), (5, 6), (1, 2), (2, 1)\}</math> باشند، برد تابع <math>\frac{f+g}{f}</math>، کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ <math>\{1/4, 1/5, 3\}</math> <input type="radio"/> ۲ <math>\{1/5, 1/8, 3\}</math> <input type="radio"/> ۳ <math>\{1, 1/4, 4\}</math> <input type="radio"/> ۴ <math>\{1, 2/5, 4\}</math> </p> <p>۶۳ پاسخ: گزینه ۱ پاسخ صحیح است.</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی</p> $D_f = \{1, 3, 5, 6\} \Rightarrow D_{\text{مشتری}} = \{1, 3, 5\}$ $D_g = \{1, 2, 3, 5\}$ $f + g = \{(1, 7), (3, 6), (5, 9)\} \Rightarrow \frac{f+g}{f} = \left\{\left(1, \frac{7}{5}\right), \left(3, \frac{6}{4}\right), \left(5, \frac{9}{3}\right)\right\}$ $\Rightarrow \left\{\frac{7}{5}, \frac{6}{4}, \frac{9}{3}\right\} \Rightarrow \{1/4, 1/5, 3\}$ <p>توجه: <math>\frac{7}{5} = \frac{14}{10} = 1/4</math></p>	

اگر هر سه زوج مرتب  $(n^2 - 3n, 4)$  و  $(n^2 + n, 20)$  و  $(1, m + n)$  بر روی نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم باشند،  $m$  کدام است؟

- ۱-۳ ☐ ۲-۲ ☐ ۳-۲ ☐ ۴-۶ ☐

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. یادآوری می‌کنیم که نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم تابع همانی است.

$$m + n = 1 \quad (1)$$

$$n^2 + n = 20 \Rightarrow n^2 + n - 20 = 0 \Rightarrow (n + 5)(n - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -5 \\ n = 4 \end{cases}$$

$$n^2 - 3n = 4 \Rightarrow n^2 - 3n - 4 = 0 \Rightarrow n = -1, n = +4$$

$$\stackrel{(1)}{\rightarrow} m + 4 = 1 \Rightarrow m = -3$$

۶۴

اگر  $f = \{(1, 2), (2, 4), (4, 5), (3, 3)\}$  و  $g = \{(3, 2), (2, 3), (6, 1), (1, 8)\}$  باشند. برد تابع  $g \times f$  کدام است؟

- ۱-  $\{6, 8, 12, 16\}$  ☐ ۲-  $\{3, 6, 12, 16\}$  ☐ ۳-  $\{6, 12, 16\}$  ☐ ۴-  $\{6, 8, 12, 16\}$  ☐

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

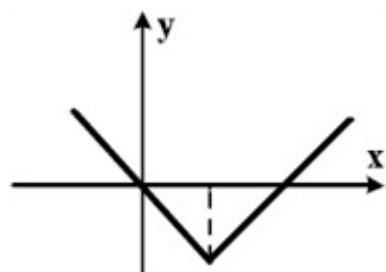
پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$g \times f = \{(3, 2 \times 3)(2, 3 \times 4)(1, 8 \times 2)\} = \{(3, 6)(2, 12)(1, 16)\}$$

$$\text{برد } g \times f = \{6, 12, 16\}$$

۶۵

شکل زیر، نمودار کدام تابع است؟



$$y = x + 2|x| \quad (2)$$

$$y = -|x - 2| + 2 \quad (1)$$

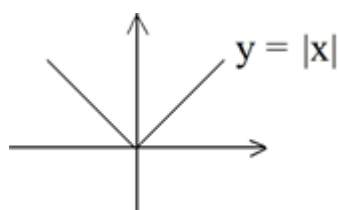
$$y = |x - 2| - 2 \quad (4)$$

$$y = 2x - |x| \quad (3)$$

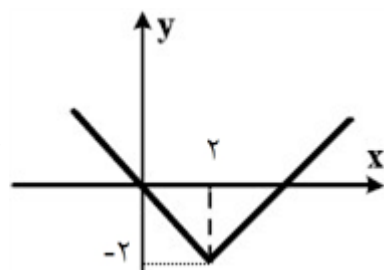
۶۶

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



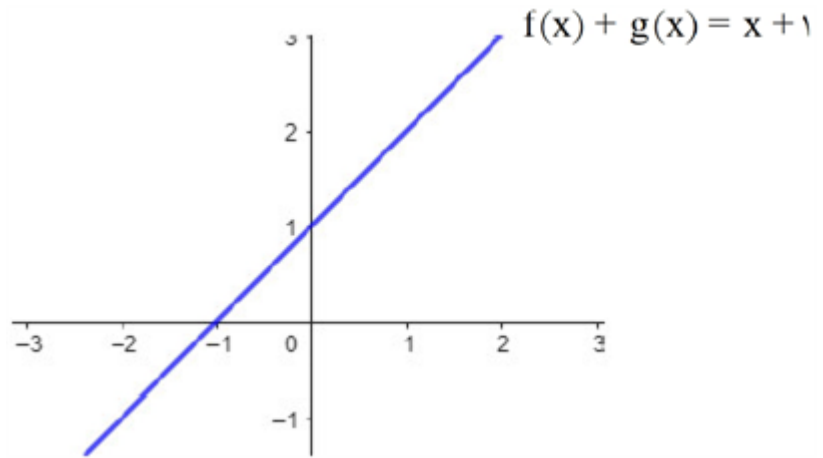
واحد راست ۲  
→  
واحد پایین ۲



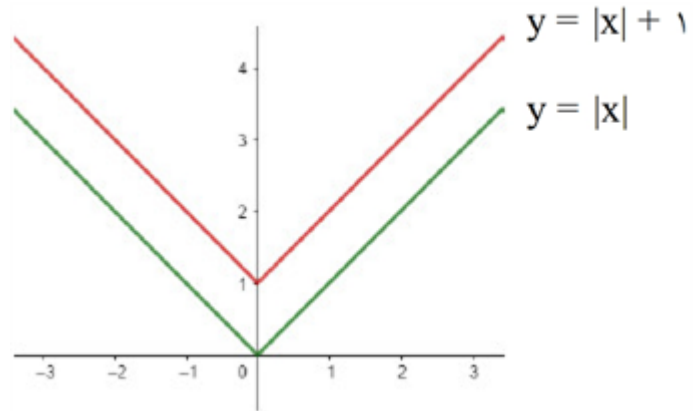


$$a + 1 = 5 \Rightarrow a = 4 \quad c = 6 \quad 2b = 10 \Rightarrow b = 5$$

$$\Rightarrow \frac{a+c}{b} = \frac{4+6}{5} = 2$$



کافی است نمودار  $y = |x|$  را در راستای محور  $y$  ها یک واحد بالا ببریم.



الف  $\{2, 3\}$  = دامنه مشترک

$$f - g = \{(2, 3), (3, 1)\}$$

$$f \times g = \{(2, 10), (3, 42)\}$$

ب)  $\left(\frac{f}{g}\right)(2) = \frac{f(2)}{g(2)} = \frac{5}{2}$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1/5 \\ -1/5 \end{bmatrix} &= 1 \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} 1/5 \\ -1/5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1/5 \\ 1/5 \end{bmatrix} &= 1 - 2 = -1 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{2} > 0 \Rightarrow \text{ضابطه اول: } f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 = 2 \Rightarrow 2 + (-1) = 1$$

$$-1 < 0 \Rightarrow \text{ضابطه دوم: } f(-1) = 2(-1) + 1 = -1$$

$$f(0) = 0^2 + 1 = 1$$

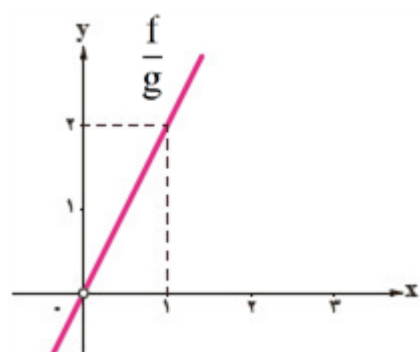
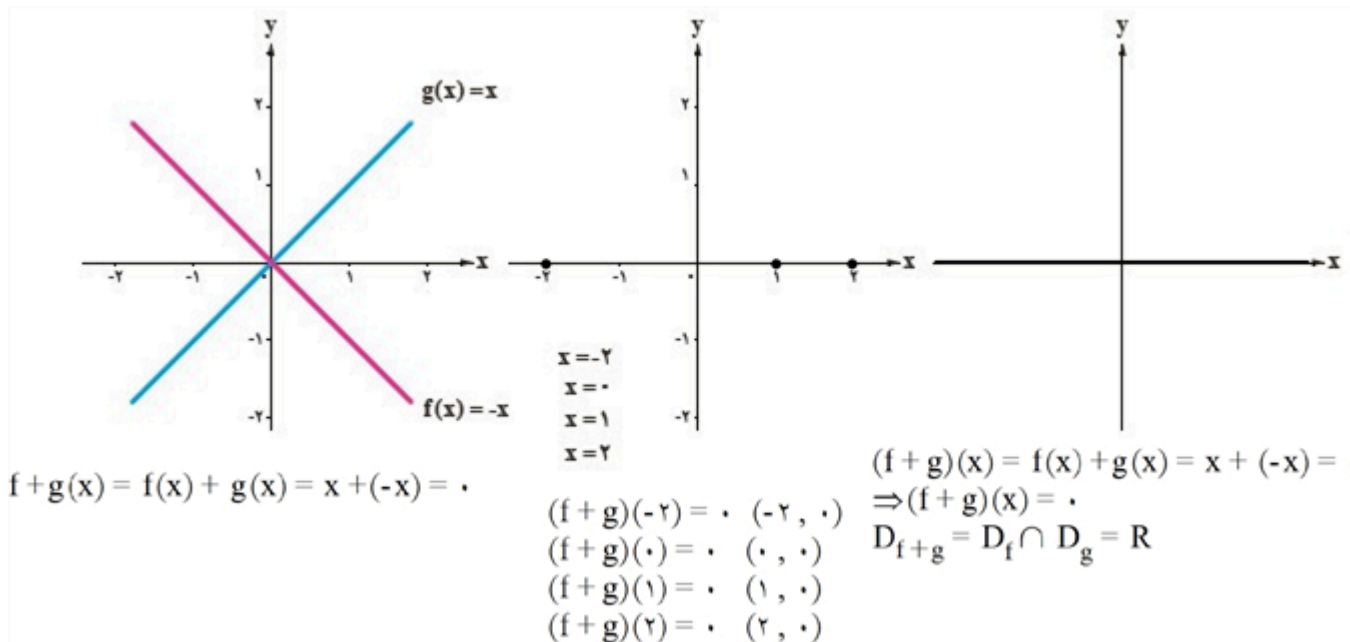
$$f(2) = 2^2 + 1 = 5 \quad \text{یا } \{1, 2, 5\}$$

$$f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

٨



$$(\cdot, \cdot) (1, 2) \Rightarrow m = \frac{2-\cdot}{1-\cdot} = 2$$

$$\frac{f}{g} \text{ ضابطه تابع } \frac{f}{g}(x) = 2x \quad x \neq \cdot$$

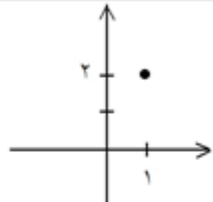
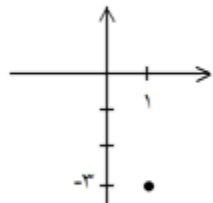

$$D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{\cdot\}$$

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \Rightarrow 2x = \frac{x^2}{g(x)}$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{x^2}{2x} = \frac{x}{2} \text{ ضابطه تابع } g$$

$$g(x) = \frac{x}{2}$$

٩

تابع	ضابطه	نمودار
$s(x) = f(x) + g(x)$	$s(x) = [x] +  x $ $D_s = D_f \cap D_g = \{1\}$ $x = 1 \Rightarrow s(1) = [1] +  1  = 2$ $\Rightarrow (1, 2)$	
$q(x) = \frac{h(x)}{f(x)}$	$q(x) = \frac{x^2 - 4}{[x]}$ $D_q = D_f \cap D_h - \{x \mid f(x) = 0\} = \{1\}$ $x = 1 \Rightarrow y = \frac{1 - 4}{[1]} = -3$ $(1, -3)$	
$p(x) = h(x) \times g(x)$	$p(x) = (x^2 - 4) \times  x $ $p(x) = D_h \cap D_g = \{1\}$ $x = 1 \Rightarrow p(1) = (1 - 4) \times  1  = -3$	

۱۰

۱۱

الف) سود کارخانه A  $P_1(x) = R_1(x) - C_1(x) = -2x^2 + 16x - (8x + 6) = -2x^2 + 8x - 6$

سود کارخانه B  $P_2(x) = R_2(x) - C_2(x) = -x^2 + 12x - (2x + 9) = -x^2 + 10x - 9$

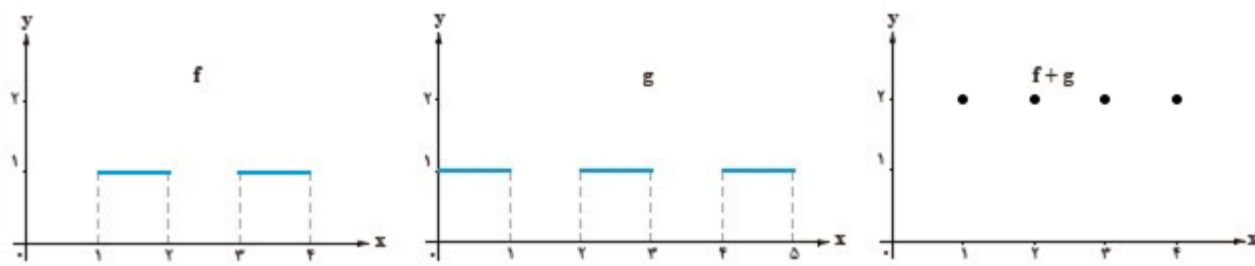
سود شرکت هولدینگ = سود کارخانه A + سود کارخانه B

$$\Rightarrow P(x) = -2x^2 + 8x - 6 + (-x^2 + 10x - 9) = -3x^2 + 18x - 15$$

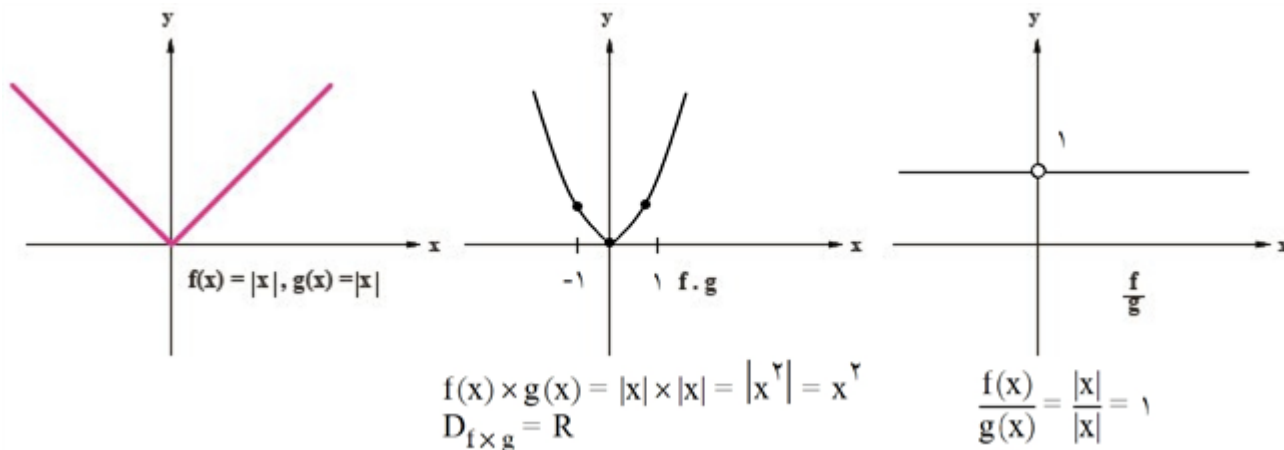
ب) تابع سود شرکت هولدینگ یک سهمی است و ماکزیمم مقدار آن رأس آن سهمی است.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-18}{2(-3)} = \frac{-18}{-6} = +3 \quad \text{تن کاشی ۳}$$

الف)  $D_{f+g} = \{1, 2, 3, 4\}$



ب)  $D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{0\}$



الف) اگر پروژه را در دی ماه ۹۵ تحویل دهد جریمه نمی‌شود به ازای هر مدت زمان اختلاف با زمان تحول پروژه باید جریمه‌ای پرداخت شود.

ب)  $(-2, 0)(-4, 2) \Rightarrow m = -1 \Rightarrow y = -x - 2 \Rightarrow x < -2$

$(-2, 0) \Rightarrow m = 1 \Rightarrow y = x + 2 \Rightarrow x \geq -2$

ج)  $f(x) = \begin{cases} x + 2 & x \geq -2 \\ -x - 2 & x < -2 \end{cases}$

شیب خط مثبت باشد یعنی تأخیر در زمان تحویل پروژه و شیب خط منفی باشد یعنی تحویل زودتر از موعد مقرر انجام شده است که هر دو حالت موجب خسارت به صاحب‌کار است.

\* افزایش مقدار شیب خط نشان‌دهنده‌ی افزایش مبلغ جریمه است و کاهش مقدار شیب خط نشان‌دهنده‌ی کاهش مبلغ جریمه می‌باشد.

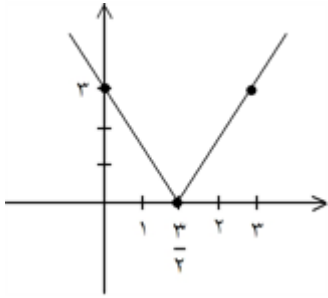
الف)  $y = |2x - 3|$

$$2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & x \geq \frac{3}{2} \\ -(2x - 3) & x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

x	$\frac{3}{2}$	3
y	0	3

x	$\frac{3}{2}$	0
y	0	3



ب)  $y = |3x + 1|$

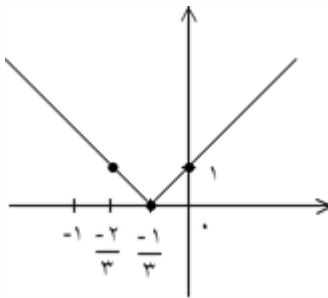
$$3x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

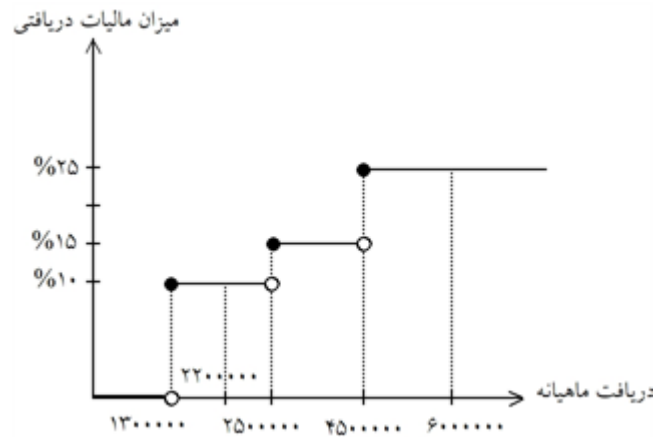
$$y : \begin{cases} 3x + 1 & x \geq -\frac{1}{3} \\ -(3x + 1) & x < -\frac{1}{3} \end{cases}$$

x	$-\frac{1}{3}$	0
y	0	1

x	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$
y	0	1





(ب)

کارمندی با دریافتی ۱۲۰۰۰۰۰۰ ← معاف از مالیات

$$\left( ۲۴۰۰۰۰۰ \times \frac{۱۰}{۱۰۰} \right) = ۲۴۰۰۰۰۰ - ۲۴۰۰۰۰۰ = ۲۱۶۰۰۰۰۰$$

$$\left( ۶۰۰۰۰۰۰ \times \frac{۲۵}{۱۰۰} \right) = ۶۰۰۰۰۰۰ - ۱۵۰۰۰۰۰۰ = ۴۵۰۰۰۰۰۰ \text{ مالیات}$$

$$f(۱۲۰۰۰۰۰۰) = ۱۲۰۰۰۰۰۰ - ۰ = ۱۲۰۰۰۰۰۰ = ۳$$

$$f(۲۴۰۰۰۰۰۰) = ۲۴۰۰۰۰۰۰ - \left( ۲۴۰۰۰۰۰ \times \frac{۱۰}{۱۰۰} \right) = ۲۴۰۰۰۰۰۰ - ۲۴۰۰۰۰۰ = ۲۱۶۰۰۰۰۰$$

$$f(۶۰۰۰۰۰۰۰) = ۶۰۰۰۰۰۰۰ - \left( ۶۰۰۰۰۰۰ \times \frac{۲۵}{۱۰۰} \right) = ۶۰۰۰۰۰۰۰ - ۱۵۰۰۰۰۰۰ = ۴۵۰۰۰۰۰۰ \text{ دریافتی}$$



۱۶

$$[۴/۲] = ۴$$

$$[-۴/۲] = -۵$$

$$[۳/۹۹] = ۳$$

$$[-۱/۲] = -۲$$

$$[-۲] = -۲$$

$$[\pi] = ۳$$

$$f(۲) = ۲^۲ = ۴$$

$$f(۳) + f(-۱) = ۵ + (-۱)^۲ = ۶$$

$$f(-\sqrt{۲}) + f(\sqrt{۳}) = -\sqrt{۲} + (\sqrt{۳})^۲ = -\sqrt{۲} + ۳$$

$$f(\sqrt{۲}) + f(۵) = (\sqrt{۲})^۲ + ۵ = ۲ + ۵ = ۷$$

$$f(x) = \begin{cases} -x & x < ۰ \\ x & ۰ \leq x \leq ۲ \\ ۲ & ۲ < x \end{cases}$$

۱۸

$$t = 3$$

$$f = \{(-1, n^2 - 2n), (m - 4, 3), (m + n, t)\} \Rightarrow n^2 - 2n = 3 \Rightarrow n^2 - 2n - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (n - 3)(n + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = -1 \end{cases}$$

ق ق ۲

غ ق ق چون  $n$  متعلق به اعداد طبیعی است  $n = -1$

$$f = \{(-1, 3), (m - 4, 3), (m + 3, 3)\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m + 3 = -1 \Rightarrow m = -4 \\ m - 4 = -1 \Rightarrow m = 3 \end{cases}$$

غ ق ق ۴  $m + 3 = -1 \Rightarrow m = -4$

ق ق ۳  $m - 4 = -1 \Rightarrow m = 3$

$$\Rightarrow m + t = 3 + 3 = 6$$

$$\Rightarrow y = x \Rightarrow \text{چون نیمساز اول و سوم مولفه‌های اول و دوم برابرند.}$$

$$\text{الف)} (2, n^2 - 3n + 4) \Rightarrow n^2 - 3n + 4 = 2 \Rightarrow n^2 - 3n + 2 = 0 \Rightarrow (n - 2)(n - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n - 2 = 0 \Rightarrow n = 2 \\ n - 1 = 0 \Rightarrow n = 1 \end{cases}$$

$$\text{ب)} (-1, n^2 - 4n + 2) \Rightarrow n^2 - 4n + 2 = -1 \Rightarrow n^2 - 4n + 3 = 0 \Rightarrow (n - 3)(n - 1) = 0$$

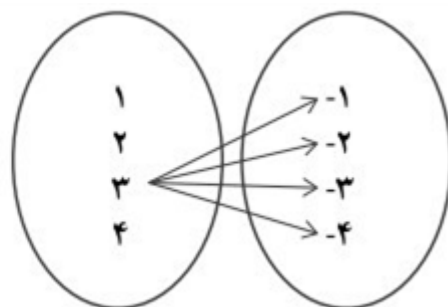
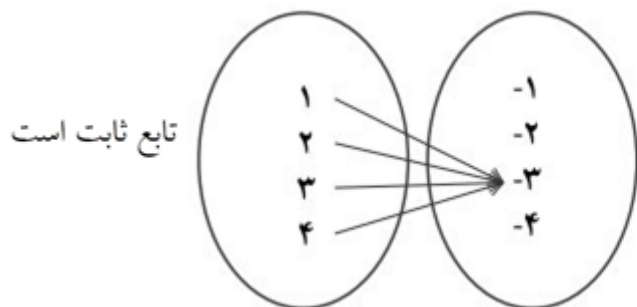
$$\Rightarrow \begin{cases} n - 3 = 0 \Rightarrow n = 3 \\ n - 1 = 0 \Rightarrow n = 1 \end{cases}$$

$$a = 1 \quad b = 2 \quad c = 5$$

$$\text{میانگین} = \frac{1 + 2 + 5}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\text{الف)} f(a) = f(b) = f(a + b) = c$$

$$\text{ب)} c = c \times c \Rightarrow c = c^2 \Rightarrow c^2 - c = 0 \Rightarrow c(c - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c - 1 = 0 \Rightarrow c = 1 \end{cases}$$



$$c \text{ مقدار ثابت} \Rightarrow y_1 = y_2 = y_3 = c \Rightarrow \text{چون } A \text{ یک تابع ثابت است.}$$

$$c, c, c \Rightarrow \bar{x} = \frac{3c}{3} = c$$

$$\text{میان} = \text{واریانس} = c = 0$$

توجه: اگر داده‌ها برابر باشند، میانه و میانگین برابر خود داده‌ها می‌شوند و واریانس صفر است.

۲۵ الف) خیر،  $f$  تابع همانی نیست.

$$D = \{1, 3\} \text{ دامنه}$$

$$f = \{(1, 3), (3, 1)\}$$

$$R = \{1, 3\} \text{ برد}$$

ب) درست است.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x \\ f(x) = -x \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{جمع کنیم}} f(x) + f(x) = x + (-x) = 0$$

ج) نادرست است.

$$f(x) = c \Rightarrow f(kx) = c \text{ ثابت باشد}$$

$$b = 4$$

$$a + b = 4 \Rightarrow a + 4 = 4 \Rightarrow a = 4 - 4 = 0 \Rightarrow a = 0$$

۲۶ الف) تابع است.

ب) تابع نیست. چون از هر عضو مجموعه‌ی اول دقیقاً یک پیکان خارج نشده است.

$$4n^2 < 4n^2 + 2n + 1 < 4n^2 + 4n + 1 \Rightarrow (2n)^2 < 4n^2 + 2n + 1 < (2n + 1)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2n \in \mathbb{N} \\ 2n + 1 \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow 2n < \sqrt{4n^2 + 2n + 1} < 2n + 1 \xrightarrow{\text{براکت}} \left[ \sqrt{4n^2 + 2n + 1} \right] = 2n$$

بازه اختیاری:  $-2 \leq x < 2$

$$\begin{cases} -2 \leq x < -1 \Rightarrow y = x + 2 \\ -1 \leq x < 0 \Rightarrow y = x + 1 \\ 0 \leq x < 1 \Rightarrow y = x \\ 1 \leq x < 2 \Rightarrow y = x - 1 \end{cases}$$

x	-2	-1
y	0	1

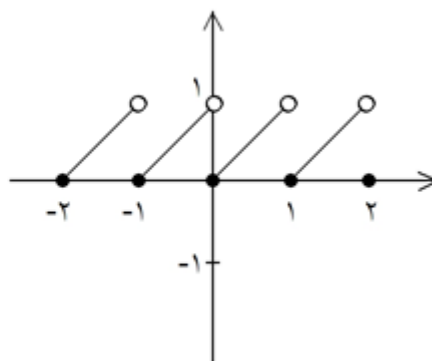
x	-1	0
y	0	1

x	0	1
y	0	1

x	1	2
y	0	1



جزء اعشاری

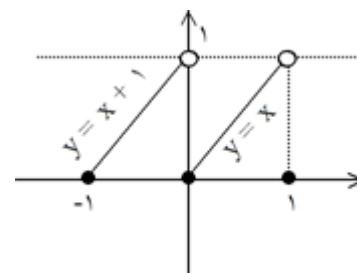
$$0 \leq x - [x] < 1 \xrightarrow{+[x]} [x] \leq x < [x] + 1$$

پس هر عدد حقیقی بین دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow y = x + 1$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow y = x - 0$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 0$$



$$y = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 2 : D_1 \\ x - 1 & x < 3 : D_2 \end{cases} \Rightarrow D_1 \cap D_2 = (2, 3) \neq \emptyset \Rightarrow \text{تابع نیست}$$

۳۲

چون مثلاً به ازای  $x = 2/5$  دو مقدار  $y = 6$  و  $y = 1/5$  به دست می‌آید.

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = -2 + x^2 + 1 = x^2 - 1$$

۳۳

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = -2 - x^2 - 1 = -x^2 - 3$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = -2x^2 - 2$$

$$\left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x^2 + 1}{-2} = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$$

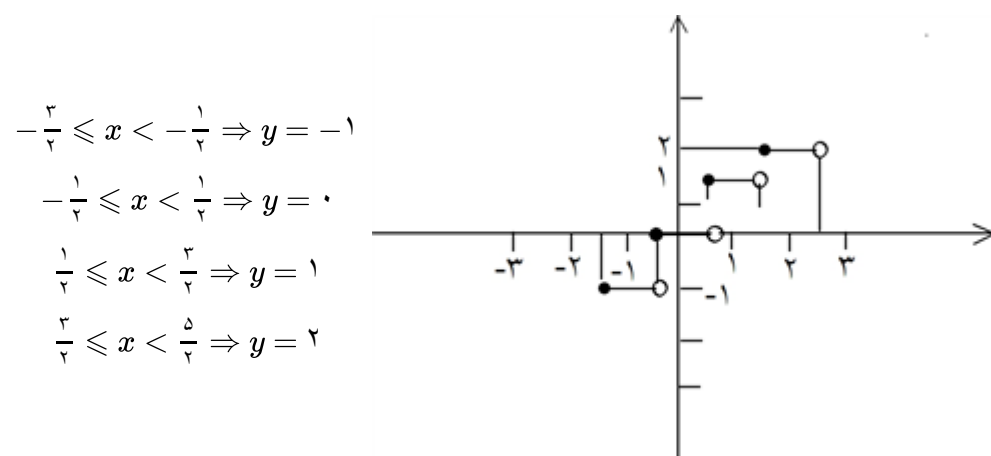
$$D_f = D_1 \cup D_2 = (-\infty, 2) \cup [2, +\infty)$$

۳۴

$$f(-2) = 4 - (-2)^2 = 4 - 4 = 0, f(-1) = 4 - (-1)^2 = 4 - 1 = 3, f(0) = 4 + 0 = 4$$

۳۵

$$f(1) = 1 + 4 = 5, f(2) = 2 + 4 = 6$$



۳۶

$$-\frac{3}{4} \leq x < -\frac{1}{4} \Rightarrow y = -1$$

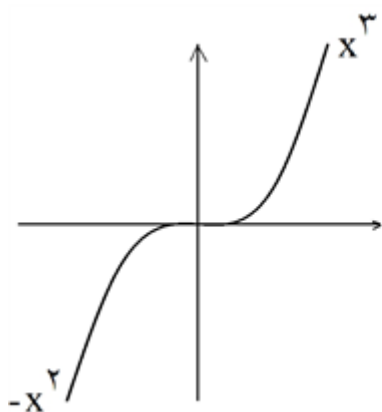
$$-\frac{1}{4} \leq x < \frac{1}{4} \Rightarrow y = 0$$

$$\frac{1}{4} \leq x < \frac{3}{4} \Rightarrow y = 1$$

$$\frac{3}{4} \leq x < \frac{5}{4} \Rightarrow y = 2$$

۳۷ به کمک نقطه‌یابی رسم می‌کنیم.

۳۷



x	0	1	2	3	-1	-2	-3
y	0	1	8	27	-1	-8	-27

$$g(3) = 3^3 = 27$$

۳۸

$$g(-2) = -(-2)^3 = -8$$

$$g(0) = 0^3 = 0$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فقط  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$  در دامنه توابع  $f$  و  $g$  مشترکند، پس کافی است در این سه نقطه برد

$$x = \sqrt{2} \Rightarrow \left( \frac{f}{f \times g} \right) (\sqrt{2}) = \frac{-2}{(-2) \times (-1)} = -1 \quad \frac{f}{f \times g} \text{ را به دست آوریم:}$$

$$x = \sqrt{3} \Rightarrow \left( \frac{f}{f \times g} \right) (\sqrt{3}) = \frac{-3}{(-3) \times (2)} = \frac{1}{2}$$

$$x = \sqrt{5} \Rightarrow \left( \frac{f}{f \times g} \right) (\sqrt{5}) = \frac{1}{1 \times (-3)} = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow R_{\left( \frac{f}{f \times g} \right)} = \left\{ -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3} \right\}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۰

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow [x] = \left[ \frac{1}{2} \right] = 0 \Rightarrow \text{ضابطه اول: } f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \times \text{sign}\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow [x] = \left[ -\frac{1}{2} \right] = -1 \Rightarrow \text{ضابطه دوم: } f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 - \text{sign}\left(\frac{1}{2}\right) = 2 - 1 = 1$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خروجی تابع ثابت به ازای تمام مقادیر دامنه، یکسان و برابر یک عدد ثابت است. پس: ۴۱

$$\begin{cases} 3m - 1 = 2 \Rightarrow m = 1 \\ k^2 - k = 1 \end{cases} \Rightarrow f = \{(1, 2), (-1, 2), (2, 2)\}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل ضرب اعضای دامنه} = 1 \times (-1) \times 2 = -2$$

$$\left( \frac{f}{g} \right) (x) = \frac{x}{[x] + [-x]} \quad \text{گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۲}$$

به ازای اعداد صحیح مخرج کسر صفر می‌شود پس برای اعداد صحیح تابع  $\frac{f}{g}$  تعریف نمی‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۳

$$f \text{ ثابت} \Rightarrow f(kx) = f(x) \Rightarrow k^2 - 3 = 1 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = 2$$

$$g = \left\{ \left( 2, n^2 - 3n + 4 \right), \left( 2n, \overbrace{m^2 - 4m + 4}^{(m-2)^2} \right), \left( \overbrace{f(2), -2}^{f(2)}, (n-4) \right) \right\}$$

$$g \text{ همانی} \Rightarrow n^2 - 3n + 4 = 2 \Rightarrow n^2 - 3n + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n = 1 \Rightarrow (m-2)^2 = 2 \text{ غ ق ق ق } f(2) = -2 \\ n = 2 \Rightarrow (m-2)^2 = 4 \Rightarrow m - 2 = 2 \\ \quad \quad \quad \Rightarrow m = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow f(4) = -2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۴

$$f(x) = k \Rightarrow k + k = k \times k \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = 0 \end{cases}$$

$$2n^2 - 7n + 1 = -k \xrightarrow{k=0} 2n^2 - 7n + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 - 8 = 41$$

مقدار  $n$  طبیعی نمی‌شود پس  $k = 0$  قابل قبول نیست.

$$\Rightarrow 2n^2 - 7n + 1 = -2 \Rightarrow 2n^2 - 7n + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 - 24 = 25$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = \frac{7+5}{4} = 3 \checkmark \\ n = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2} k \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$m^2 - 4m + 6 = 3 \times 2 \Rightarrow m^2 - 4m + 6 = 6 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ غ ق ق} \\ m = 4 \checkmark \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[ \frac{mn}{5} \right] = \left[ \frac{12}{5} \right] = 2$$

$$f(x) = [x] + [-x]$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۵

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

پس به ازای تمام مقادیر صحیح تابع  $\frac{g}{f}$  تعریف نمی‌شود. پس در هیچ نقطه صحیحی مقدار  $\frac{g}{f}$  برابر ۳ نمی‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۶

$$f(x) = \frac{a}{x} + b = a \left( \frac{1}{x} \right) + b \xrightarrow{\text{تابع ثابت}} a = 0$$

$$g(x) = (1 + b)x + c \xrightarrow{\text{تابع ثابت}} 1 + b = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} = 2 \Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \Rightarrow \frac{-1}{c} = 2 \Rightarrow c = \frac{-1}{2}$$

$$\text{میانگین} = \frac{0 + (-1) + \left(-\frac{1}{2}\right)}{3} = \frac{-1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۷

$$f(-\pi) = \left[ \frac{2+\pi}{2} \right] = \left[ 1 + \frac{\pi}{2} \right] = 1 + \left[ \frac{\pi}{2} \right] = 1 + 1 = 2 \quad \left( \frac{\pi}{2} \simeq 1.57 \right)$$

$$f(\sqrt{5}) = \left[ \frac{2-\sqrt{5}}{2} \right] = \left[ 1 - \frac{\sqrt{5}}{2} \right] = 1 + \left[ -\frac{\sqrt{5}}{2} \right] = 1 + (-2) = -1$$

$$f(-\pi) + 2f(\sqrt{5}) = 2 + 2(-1) = 2 + (-2) = 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا تابع را ساده‌تر می‌کنیم تا ضریب  $x$  در داخل قدرمطلق برابر ۱ شود: ۴۸

$$y = -\frac{1}{2} \left| 2 \left( x + \frac{1}{2} \right) \right| = -\frac{1}{2} \times 2 \left| x + \frac{1}{2} \right| = - \left| x + \frac{1}{2} \right|$$

پس تابع  $|x|$  را به اندازه  $\frac{1}{2}$  به چپ انتقال می‌دهیم سپس نسبت به محور  $x$  ها قرینه می‌کنیم.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید مؤلفه‌های دوم با مؤلفه‌های اول برابر باشد. پس:

$$\begin{cases} 2n^2 - 3n = 2 \Rightarrow 2n^2 - 3n - 2 = 0 \Rightarrow (n-2)(2n+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=2 \Rightarrow m=-4 \\ n=-\frac{1}{2} \Rightarrow m=3/5 \end{cases} \\ m+3n=2 \\ m=-t^2 < 0 \end{cases}$$

از طرفی:  $\frac{m+n+t}{3} = 0 \Rightarrow t = -m - n \Rightarrow t = -(-4) - 2 = 4 - 2 = 2$

$$f(x) + f(-x) = x - x = 0$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون  $f(x)$  همانی است. پس:

طول و عرض هر نقطه روی نیم ساز ربع دوم و چهارم قرینه یکدیگرند، پس:

$$3x^2 - 17x + 10 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 17x + 10 = 0$$

$$\Delta = 289 - 4(3)(10) = 289 - 120 = 169 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{17+13}{6} = 5, x_2 = \frac{17-13}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow 5 - \frac{2}{3} = \frac{15-2}{3} = \frac{13}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع  $f$  و  $g$  را به صورت چندضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow f(x) = -(2x-2), g(x) = -1$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = -(2x-2), g(x) = 0$$

$$x=1 \Rightarrow \begin{cases} f(x)=0 \\ g(x)=1 \end{cases} \Rightarrow (f \times g)(x) = \begin{cases} 2x-2, & -1 \leq x < 0 \Rightarrow -2 \leq 2x < 0 \Rightarrow -4 \leq 2x-2 < -2 \\ 0, & 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow y=0 \end{cases}$$

$$R_f = [-4, -2] \cup \{0\}$$

پس:  $-2 \in R_f$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = a + 3(b^2 - 1)x^2 \Rightarrow 3(b^2 - 1) = 0 \Rightarrow b = \pm 1 \quad (1)$$

$$g(x) = bx^2 - 2a + x^2 = (b+1)x^2 - 2a \Rightarrow b = -1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} b = -1$$

$$(f \times g)(x) = -8 \Rightarrow f(x) \times g(x) = -8 \Rightarrow a \times (-2a) = -8 \Rightarrow 2a^2 = 8 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$\Rightarrow |ab| = |a| \times |b| = 2 \times 1 = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \left[1 - \frac{x}{3}\right] = 1 + \left[-\frac{x}{3}\right] \Rightarrow f(0/7) + 2f(\pi) = 1 + \left[-\frac{0/7}{3}\right] + 2\left(1 + \left[-\frac{\pi}{3}\right]\right)$$

$$= 1 + (-1) + 2(1 + (-2)) = 0 - 2 = -2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x^2}{x^2} = x, x \neq 0 \Rightarrow y = \{\pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1\} \Rightarrow 10 \text{ تا}$$

۵۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون  $f$  یک تابع همانی است، باید ضریب  $x$  برابر ۱ باشد:  $|a| - |b| = 1$

چون  $g$  تابعی ثابت است باید ضریب  $x$  صفر باشد:  $b^2 - 1 = 0 \Rightarrow b^2 = 1 \Rightarrow |b| = 1$

حال اگر این مقدار را در معادله اول جایگذاری کنیم، داریم:

$$|a| - |b| = 1 \Rightarrow |a| - 1 = 1 \Rightarrow |a| = 2 \text{ یا } a^2 = 4$$

تا اینجا داریم:  $f(x) = x$  و  $g(x) = 5c$ .

اکنون این ضابطه‌ها را در شرط زیر قرار می‌دهیم:

$$(f - g)(x) = x + 5 \Rightarrow x - (5c) = x + 5 \Rightarrow -5c = 5 \Rightarrow c = -1$$

$$|a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow ac = -2 \\ a = -2 \Rightarrow ac = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{دو مقدار}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} f(-0.7) = [1 - 3(-0.7)] = [1 + 2.1] = [3.1] = 3 \\ f(-0.7) = [1 - 3(-0.7)] = [1 + 2.1] = [3.1] = 3 \end{cases} \Rightarrow \text{جواب} = 3 - 1 = 2$$

$$f(x) = -(x - 1) = 1 - x$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-\frac{3}{2} < x < -1 \Rightarrow \underbrace{\text{sign}(-x)}_{+} = +1 \xrightarrow{\times(2)} -3 < 2x < -2 \Rightarrow [2x] = g(x) = -3$$

$$\Rightarrow y = 2(1 - x) + 3 = 5 - 2x$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(-2/5) = \frac{-5-1}{-3-(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3, f(0/8) = \frac{1/6-1}{0-1} = -0.6$$

$$f(2/1) = \frac{4/2-1}{2-1} = 3/2, f(4) = \frac{8-1}{4-1} = \frac{7}{3}$$

$$D_{f+g} = \{1, 3, 5\}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f + g = \{(1, 7), (3, 6), (5, 9)\}$$

$$\frac{f+g}{f} = \left\{ \left(1, \frac{7}{1}\right), \left(3, \frac{6}{3}\right), \left(5, \frac{9}{5}\right) \right\} = \{(1, 7), (3, 2), (5, 1.8)\}$$

$$\text{برد} = \{1.8, 2, 7\}$$

$$|x| = -x$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روش اول: در بازه‌ی داده شده، درون قدرمطلق منفی است. لذا:

$$y = [-2x + |x|] + x = [-2x - x] + x \Rightarrow y = [-3x] + x$$

از طرفی چون  $-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3}$ ، بنابراین:

$$-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3} \xrightarrow{\times -3} 1 < -3x < 2 \Rightarrow [-3x] = 1 \Rightarrow y = [-3x] + x = x + 1$$

روش دوم: از بازه‌ی داده شده عددی انتخاب می‌کنیم: مثلاً:  $x = -\frac{1}{4}$ . حال مقدار تابع  $y$  را به ازای این  $x$  محاسبه

$$y = \left[ -2 \left( -\frac{1}{4} \right) + \left| -\frac{1}{4} \right| \right] - \frac{1}{4} = \left[ 1 + \frac{1}{4} \right] - \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

می‌کنیم:

تنها گزینه‌ای که اگر به جای  $x$  مقدار  $-\frac{1}{4}$  قرار بدهیم، حاصل‌اش نیز  $\frac{3}{4}$  می‌شود. گزینه‌ی ۲ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{|2x|}{x} = 2x - 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2x}{x} = 2x - 1 & x > 0 \\ \frac{-2x}{x} = 2x - 1 & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 2 \Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1.5 \\ 2x - 1 = -2 \Rightarrow x = \frac{-1}{2} = -0.5 \end{cases} \Rightarrow \frac{1.5 + (-0.5)}{2} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(\sqrt{2}) = \left[ 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right] = [1 - 0.7] = [0.3] = 0$$

$$f\left(-\frac{3}{2}\right) = \left[ 1 + \frac{3}{4} \right] = [1.75] = 1 \Rightarrow 0 + 1 = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$D_f = \{1, 3, 5, 6\} \\ D_g = \{1, 2, 3, 5\} \Rightarrow D_{\text{مشتری}} = \{1, 3, 5\}$$

$$f + g = \{(1, 7), (3, 6), (5, 9)\} \Rightarrow \frac{f+g}{f} = \left\{ \left(1, \frac{7}{1}\right), \left(3, \frac{6}{3}\right), \left(5, \frac{9}{5}\right) \right\}$$

$$\Rightarrow \left\{ \frac{7}{1}, \frac{6}{3}, \frac{9}{5} \right\} \Rightarrow \{7, 2, 1.8\}$$

$$\frac{7}{5} = \frac{14}{10} = 1.4 \text{ توجه:}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. یادآوری می‌کنیم که نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم تابع همانی است.

$$m + n = 1 \quad (1)$$

$$n^2 + n = 20 \Rightarrow n^2 + n - 20 = 0 \Rightarrow (n + 5)(n - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -5 \\ n = 4 \end{cases}$$

$$n^2 - 3n = 4 \Rightarrow n^2 - 3n - 4 = 0 \Rightarrow n = -1, n = +4$$

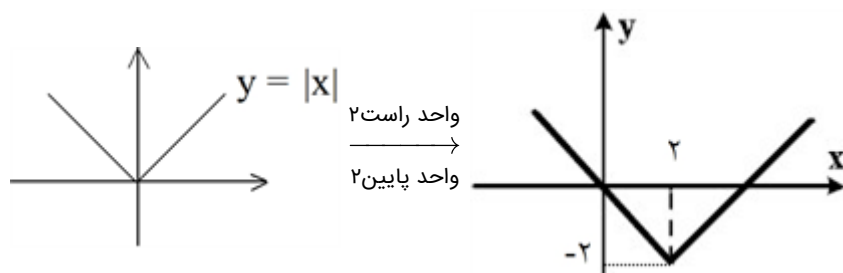
$$\stackrel{(1)}{\rightarrow} m + 4 = 1 \Rightarrow m = -3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$g \times f = \{(3, 2 \times 3)(2, 3 \times 4)(1, 4 \times 2)\} = \{(3, 6)(2, 12)(1, 8)\}$$

$$\text{برد } g \times f = \{6, 12, 8\}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} f\left(-\frac{1}{2}\right) &= 2\left[-\frac{1}{2}\right] + \left[-\left(-\frac{1}{2}\right)\right] = 2(-1) + 0 = -2 \\ f\left(\frac{2}{2}\right) &= 2\left[\frac{2}{2}\right] + \left[-\frac{2}{2}\right] = 2(1) + (-2) = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -2 + 0 = -2$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(2 - \sqrt{5}) = \frac{1}{4}(2 - \sqrt{5})^2 + |2 - \sqrt{5}| = \frac{1}{4}(4 + 5 - 4\sqrt{5}) + \sqrt{5} - 2$$

$$= \frac{9 - 4\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 8}{4} = \frac{1}{4} = 0.25$$

۵	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴

