



p30konkor.com

عنوان آزمون : حسابان ۱۲ فصل ۳

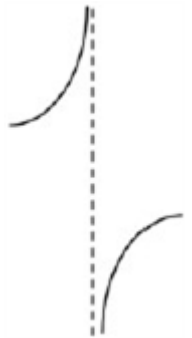
زمان آزمون :

تاریخ برگزاری

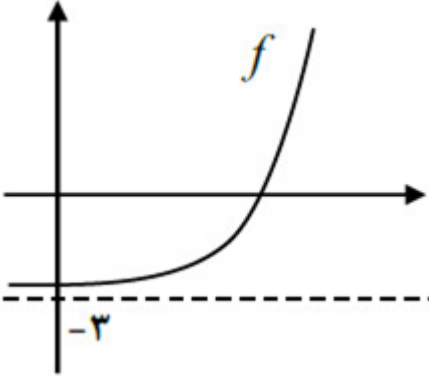
نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

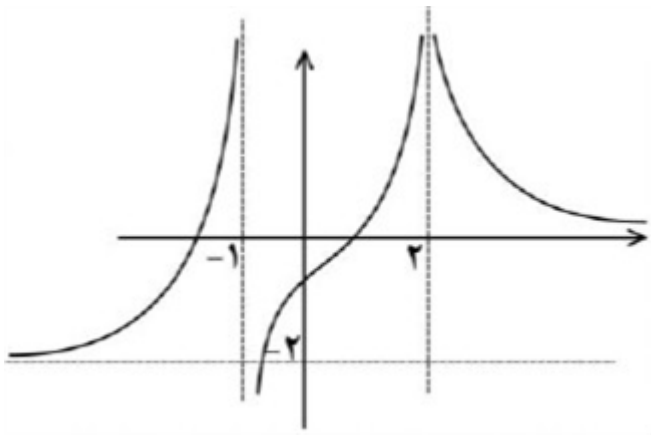
نام دبیر :

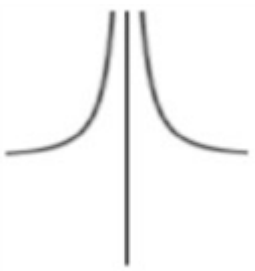
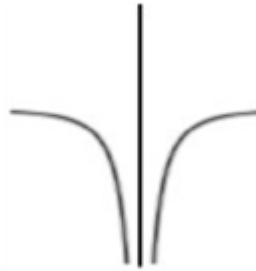
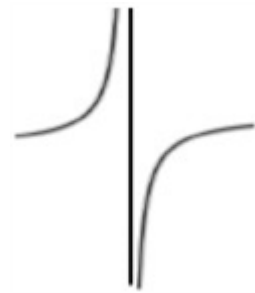

ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>حدود زیر را محاسبه کنید. (نماد [ ] علامت جزء صحیح است.)</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4}</math></p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-[x]}{x-3}</math></p> <p>د) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x}</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)} = 2</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4} = \frac{1}{0^+} = +\infty</math></p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-[x]}{x-3} = \frac{1}{0^-} = -\infty</math></p> <p>د) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3}{2x^3} = -3</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>	
۲	<p>مجاانب‌های قائم و افقی منحنی تابع <math>f(x) = \frac{2x-1}{x^3+2x}</math> را به دست آورده و سپس وضعیت نمودار تابع را در نزدیکی مجانب قائم آن نمایش دهید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>  <math display="block">\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &amp;= -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &amp;= +\infty \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 0 \text{ مجانب قائم}</math> <math display="block">\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{x^3+2x} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ مجانب قائم}</math> </p> <p>پاسخ: ۱</p>	

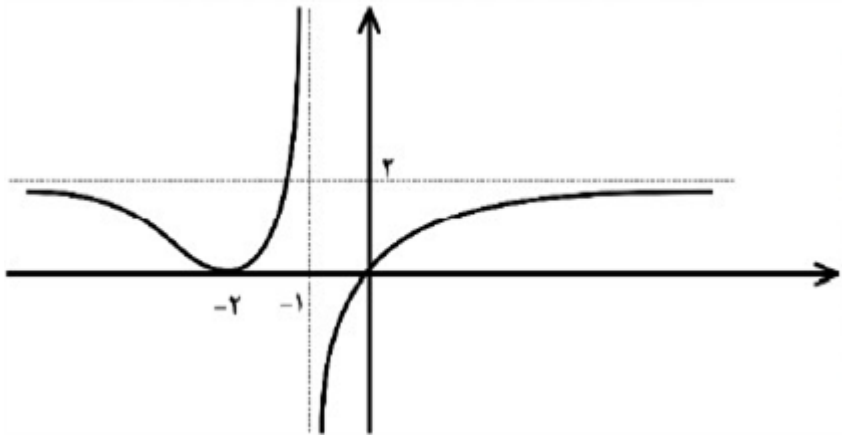
	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید. (نماد [ ] علامت جزء صحیح است.)</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x] - 1}{x - 1}</math> پاسخ: ۱</p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2}</math> پاسخ: ۲</p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^2 + 2x + 1)</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>	۳
	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>حاصل <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \tan x</math> برابر ..... است.</p> <p>پاسخ: ۱ <math>-\infty</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>	۴
	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید. ( [ ] نماد جزء صحیح است.)</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x - 2}</math> پاسخ: ۱</p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + x - 4x^2}{3x + 2x^2}</math> پاسخ: ۲</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p>	۵
	<p>مجانبات قائم و افقی منحنی تابع <math>f(x) = \frac{x^2 - 1}{4 - 3x - x^2}</math> را در صورت وجود بیابید.</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>پس قائم نیست <math>x = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{-x^2 - 3x + 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(-x-4)} = -\frac{2}{5}</math></p> <p>پس <math>x = -4</math> مجانب قائم است. <math>\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 1}{-x^2 - 3x + 4} = \frac{15}{0} = \infty</math></p> <p>مجانبات افقی <math>\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{4 - 3x - x^2} = -1 \Rightarrow y = -1</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p>	۶

	<p>حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4 - x + x^2}{5 - 2x^2}</math></p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} = \lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{(x+5)(x-3)}{(x+5)(x+5)} = \frac{-8}{0^-} = +\infty</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 4}{-2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{-2x^2} = -\frac{1}{2}</math></p>	۷
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.</p> <p>- حاصل حد <math>\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{\sin x}</math> برابر با <math>-\infty</math> است.</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p>	۸
	<p>حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{ 2 - x }</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x - 1}</math></p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{ 2 - x } = +\infty</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x - 1} \times \frac{\sqrt{3x+1} + 2}{\sqrt{3x+1} + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x + 1 - 4}{(x - 1)(\sqrt{3x+1} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x - 1)}{(x - 1)(\sqrt{3x+1} + 2)} = \frac{3}{4}</math></p> <p>به روش‌های هم‌ارزی و هوییتال نمره تعلق نمی‌گیرد.</p>	۹
	<p>با توجه به نمودار تابع <math>f</math>، حاصل‌حدهای زیر را به دست آورید.</p>  <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots</math></p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>الف) <math>-\infty</math> ب) <math>+\infty</math></p>	۱۰

	<p>مجانِب قائم منحنی تابع <math>f(x) = \frac{1}{x -  x }</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $f(x) = \frac{1}{x -  x } = \begin{cases} \text{تعریف نشده} & x > 0 \\ \frac{1}{2x} & x < 0 \end{cases}$ <p>مجانِب قائم <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2x} = -\infty \Rightarrow x = 0</math></p>	۱۱
	<p>حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 1}{(x - 1)^2}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 3x - 1}{2 + x - x^4}</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 1}{(x - 1)^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{0^+} = -\infty</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 3x - 1}{2 + x - x^4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{-x^4} = -1</math></p>	۱۲
	<p>جاهای خالی را با اعداد مناسب کامل کنید.</p> <p>مجانِب های افقی تابع <math>y = \frac{ x  + 1}{2x - 1}</math> برابر ..... و ..... است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p><math>y = -\frac{1}{2}</math> و <math>y = \frac{1}{2}</math></p>	۱۳
	<p>حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - 2}{ \sin x }</math></p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x}</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1} = \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = 3</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - 2}{ \sin x } = \frac{-2}{0^+} = -\infty</math></p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^5}{x^3} = +\infty</math></p>	۱۴

	<p>آیا مقدار <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x] - 1}</math> وجود دارد؟ چرا؟</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ خیر - زیرا تابع <math>f(x) = \frac{1}{[x] - 1}</math> در همسایگی راست <math>x = 1</math> تعریف نشده است.</p>	۱۵
	<p>مجانباتهای قائم و افقی منحنی تابع <math>f(x) = \frac{3x - 5}{x^2 + 2}</math> را در صورت وجود بیابید.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>مجانبات افقی <math>y = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x^2} = 0</math></p> <p>(ص ۶۹) فاقد مجانب قائم <math>x^2 = -2 \Rightarrow x^2 + 2 = 0</math></p>	۱۶
	<p>حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{5x}{ 2x - 1 }</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x + 3}{x^2 + 6x + 9}</math></p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{5x}{ 2x - 1 } = \frac{\frac{5}{2}}{0^+} = +\infty</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x + 3}{x^2 + 6x + 9} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{(x + 3)}{(x + 3)^2} = \frac{1}{0^-} = -\infty</math></p>	۱۷
	<p>نمودار تابع <math>f</math> به شکل مقابل است. حدهای زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)</math></p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)</math></p>  <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) <math>-\infty</math></p> <p>ب) <math>+\infty</math></p> <p>پ) <math>-2</math></p>	۱۸

	<p>فرض کنید <math>f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}</math>، محل تقاطع مجانب‌های آن، نقطه <math>(۲, ۱)</math> است. اگر این تابع از نقطه <math>(-۱, ۰)</math> بگذرد، ضابطه تابع را به دست آورید.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> $cx + d = 0 \Rightarrow d = -2c$ $(-1, 0) \Rightarrow \frac{-a+b}{-c+d} = 0 \Rightarrow a = b$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{cx} = 1 \Rightarrow a = c$ $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$	۱۹
	<p>کدام شکل وضعیت نمودار تابع <math>f(x) = \frac{2[x]}{4-x}</math>، در نزدیکی مجانب قائم آن است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>۱</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>۲</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>۳</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>۴</p> </div> </div> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.</p> $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2[x]}{4-x} = \frac{6}{0^+} = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2[x]}{4-x} = \frac{8}{0^-} = -\infty$	۲۰
	<p>مجانب افقی تابع <math>f(x) = \frac{x-4x^3}{x^3+5}</math> را به دست آورید.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-4x^3}{x^3+5} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4x^3}{x^3} = -4 \Rightarrow y = -4 \text{ (ص ۶۹)}$	۲۱
	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax-3}{(2-x)^3} = +\infty</math> باشد، حدود <math>a</math> را تعیین کنید.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax-3}{(2-x)^3} = \frac{2a-3}{0^-} = +\infty \Rightarrow 2a-3 < 0 \Rightarrow a < \frac{3}{2}$	۲۲

	<p>حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x}</math></p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - x}{5x + 4}</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} \times \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{(x - 9)(\sqrt{x} + 3)} = \frac{1}{6}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{-} = -\infty</math></p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{5x} = -\frac{1}{5}</math></p>	۲۳
	<p>اگر خط <math>y = 2</math> مجانب افقی تابع <math>f(x) = \frac{ax^2 + 1}{2x^2 - 3x}</math> باشد، مقدار <math>a</math> را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2 + 1}{2x^2 - 3x} = 2 \Rightarrow \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = 4</math></p>	۲۴
	<p>با توجه به نمودار تابع <math>f</math>، موارد زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)</math></p> <p>ب) <math>\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \end{cases}</math></p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>الف) ۲</p> <p>ب) <math>\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty \end{cases}</math></p>	۲۵

حدود زیر را بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2}$$

ب)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{2}{\operatorname{tg} x}$

ج)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + 2x + 1}{4x - 1}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

الف)  $\frac{1 - 2}{2^- - 2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$

پاسخ: ۱

ب)  $\frac{2}{\operatorname{tg}(\frac{\pi}{2})^+} = \frac{2}{-\infty} = 0$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{4x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{4} = +\infty$

۲۶

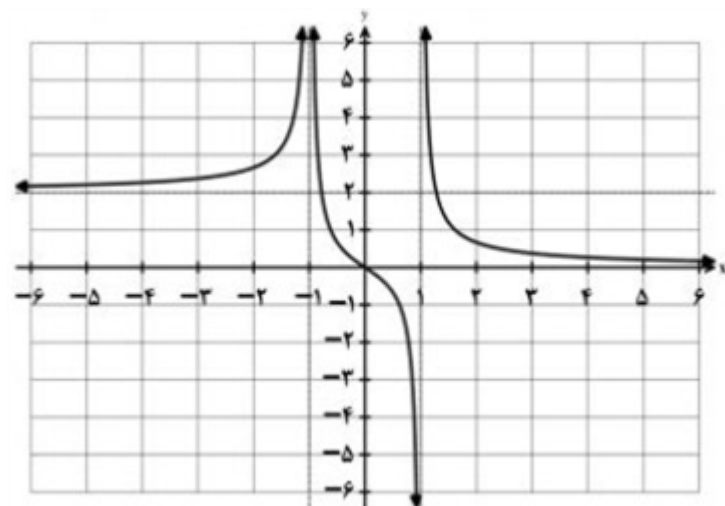
نمودار تابع  $f$  به صورت شکل مقابل است. حدود خواسته شده را محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$

ت)  $\lim_{x \rightarrow (1)^-} f(x) =$



۲۷

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

الف)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$

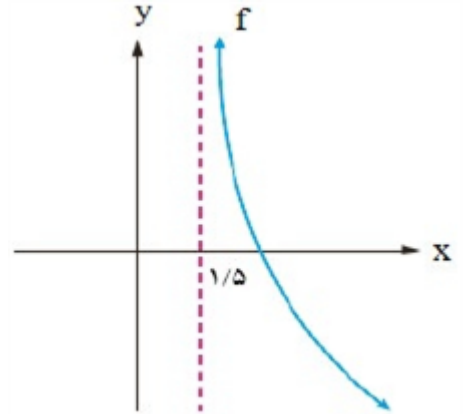
ت)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$

پاسخ: ۱



	<p>مجانب‌های قائم و افقی منحنی تابع <math>f(x) = \frac{1-x^2}{x^2+x}</math> را در صورت وجود بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>مجانب افقی <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1 \Rightarrow y = -1</math></p> <p>مجانب قائم نیست <math>x = -1</math></p> <p>مجانب قائم <math>x = 0</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>	۲۸
	<p>حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{(x - 2)^2}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - x^3}{2x - 1}</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)^2} = \frac{+4}{0^+} = +\infty</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^3}{2} = -\infty</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>	۲۹
	<p>مجانب‌های قائم و افقی منحنی تابع <math>f(x) = \frac{x}{x^2-9}</math> را در صورت وجود بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>مجانب افقی <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow y = 0</math></p> <p>مجانب‌های قائم <math>x = \pm 3</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>	۳۰
	<p>حدهای زیر را در صورت وجود بیابید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{[x] - 2}{ 3x - 1 }</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{4x+2}{5-x} - \frac{8}{x} \right)</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>الف) <math>\frac{-2}{0^+} = -\infty</math></p> <p>ب) <math>-4</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>	۳۱

جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.  
- با توجه به نمودار تابع  $f$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow (1/5)^+} f(x)$  برابر با ..... است.



۳۲

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

پاسخ: ۱  $+\infty$

حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

ب)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x}$

الف)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

الف)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{(x)(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{(x)}{(2x+1)} = \frac{1}{4}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

پاسخ: ۱

۳۳

حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \operatorname{tg} x$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^4 + 5x^2}{2x^3 + 9}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

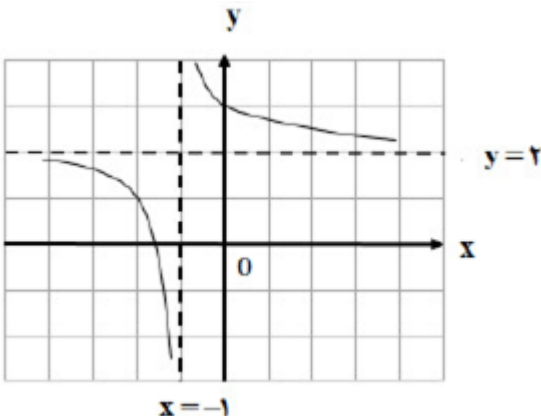
الف)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - \sqrt{x})(x + \sqrt{x})}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \frac{1}{6}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 \left(-4 + \frac{5}{x^2}\right)}{x^3 \left(2 + \frac{9}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2)x^2 = -\infty$

پاسخ: ۱

۳۴

	<p>مجانب‌های قائم و افقی منحنی تابع <math>y = \frac{x+1}{x^2+3}</math> را در صورت وجود بیابید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p> <p>مجانب قائم ندارد <math>x^2 = -3 \Rightarrow x^2 + 3 = 0</math></p> <p>مجانب افقی <math>y = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{x^2+3}</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>	۳۵
	<p>اگر نمودار تابع <math>f(x) = \frac{(a+1)x+7}{2x+b}</math> به صورت مقابل باشد، آن‌گاه مقدار <math>a+b</math> را پیدا کنید.</p>  <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p> <p><math>2x + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2} \Rightarrow \frac{-b}{2} = -1 \Rightarrow b = 2</math></p> <p><math>\frac{a+1}{2} = 2 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a + b = 5</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>	۳۶
	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin 5x + [-x]}{2x}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2}{5 - x}</math></p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p> <p>الف) <math>\frac{-1}{+} = -\infty</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{-x} = +\infty</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>	۳۷
	<p>مجانب‌های قائم و افقی نمودار تابع <math>f(x) = \frac{1-2x^2}{x^2-1}</math> را در صورت وجود بیابید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p> <p>مجانب‌های قائم <math>\begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 1 = 0</math></p> <p>مجانب افقی <math>y = -2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1-2x^2}{x^2-1} = -2</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>	۳۸

حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x}}{\frac{4}{x} - 2} \quad \text{ب)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{|x-2|} \quad \text{الف)}$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

$$\text{الف)} \quad \frac{3}{\cdot+} = +\infty$$

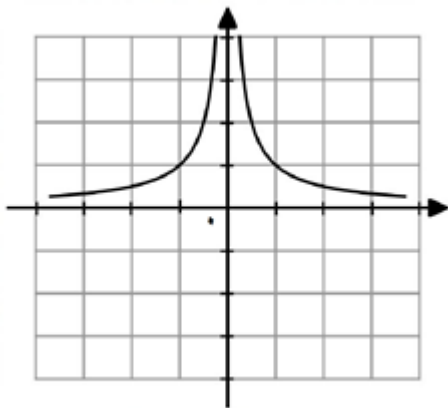
$$\text{ب)} \quad \frac{3+\cdot}{\cdot-2} = \frac{-3}{2}$$

پاسخ: ۱

۳۹

جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

- با توجه به شکل مقابل حد تابع  $f(x) = \frac{1}{|x|}$  در نقطه  $x = 0$  برابر است با .....



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

پاسخ: ۱  $+\infty$

۴۰

حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

$$\text{الف)} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$$

$$\text{ب)} \quad \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})} \frac{[x]}{|3x+1|}$$

$$\text{ج)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5}$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

$$\text{الف)} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(2 - \sqrt{x-1})(2 + \sqrt{x-1})}{(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x-5)}{(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \frac{-1}{4}$$

$$\text{ب)} \quad \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{-1}{|3x+1|} = \frac{-1}{\cdot+} = -\infty$$

مخرج در نزدیکی  $-\frac{1}{3}$  با مقادیر مثبت به صفر میل می‌کند و حد صورت هم در  $-\frac{1}{3}$  برابر ۱- است.

بنابراین جواب حد برابر  $-\infty$  می‌شود.

$$\text{ج)} \quad \frac{3+\cdot}{\cdot-5} = -\frac{3}{5}$$

پاسخ: ۱

۴۱

مجانب‌های قائم و افقی منحنی تابع  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2x + 1}$  را به دست آورده و سپس وضعیت نمودار تابع را در نزدیکی مجانب قائم آن نمایش دهید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1 \Rightarrow y = 1$$

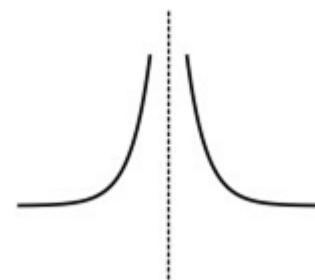
پاسخ: ۱

$y = 1$  مجانب افقی است.

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{(x - 1)^2} \Rightarrow x = 1$$

$x = 1$  مجانب قائم است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 1}{(x - 1)^2} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$



۴۲

حدهای زیر را محاسبه کنید. ( [] نماد جزء صحیح است.)

الف)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{1 + [-2x]}{2x - 1}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 - 4x + 1$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم

الف)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{1 + [-2x]}{2x - 1} = \frac{1 - 2}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

پاسخ: ۱

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 - 4x + 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 = +\infty$

۴۳

اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + \sqrt{25x^2 + x + 1}}{ax^b + |x + 11|} = 1$  باشد، مقدار  $a, b$  را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم

حاصل حد برابر عدد غیرصفر است. بنابراین درجه صورت و مخرج برابر است.

پاسخ: ۱

$$\begin{aligned} \xrightarrow{b=1} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + |5x|}{ax + |x|} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5x}{ax - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{(a - 1)x} = 1 \Rightarrow \frac{-2}{a - 1} = 1 \\ \Rightarrow a - 1 &= -2 \Rightarrow a = -1 \end{aligned}$$

۴۴

	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\Delta x + 1}{ax^b + \sqrt[3]{x^2 + 7x + 1}} = 5</math> باشد، مقدار <math>a, b</math> را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ حاصل حد برابر عدد غیر صفر است. بنابراین درجه صورت و مخرج برابر است.</p> $\xrightarrow{b=1} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\Delta x}{ax +  2x } = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\Delta x}{ax - 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\Delta x}{(a-2)x} = 5 \Rightarrow \frac{5}{a-2} = 5$ $\Rightarrow 5a - 10 = 5 \Rightarrow 5a = 15 \Rightarrow a = 3$	۴۵
	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{1}{3}</math> و <math>f(x) = \frac{\sqrt{2x+15} + ax}{3x^b - 15}</math> باشد، <math>\lim_{x \rightarrow 5} f(x)</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x+15} + ax}{3x^b - 15} \xrightarrow{b=1} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{3x} = \frac{a}{3} \Rightarrow \frac{a}{3} = -\frac{1}{3} \Rightarrow a = -1$ $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+15} - x}{3x - 15} \times \frac{\sqrt{2x+15} + x}{\sqrt{2x+15} + x} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x + 15 - x^2}{3(x-5)(\sqrt{2x+15} + x)}$ $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(-x-3)}{3(x-5)(\sqrt{2x+15} + x)} = \frac{-8}{3(5+5)} = \frac{-4}{15}$	۴۶
	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3</math> و <math>f(x) = \frac{ax^b + 3x - 18}{x^2 - 4}</math> باشد، <math>\lim_{x \rightarrow 2} f(x)</math> را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^b + 3x - 18}{x^2 - 4} \xrightarrow{b=2} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2}{x^2} = 3 \Rightarrow a = 3$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 3x - 18}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(3x+9)}{(x-2)(x+2)} = \frac{15}{4}$	۴۷
	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{3}{2}</math> و <math>f(x) = \frac{ax^2 + x - 7}{4x^2 - 4}</math> باشد، <math>\lim_{x \rightarrow 1} f(x)</math> را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 + x - 7}{4x^2 - 4} = \frac{a}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = 6$ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^2 + x - 7}{4x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(6x+7)}{4(x-1)(x+1)} = \frac{13}{4 \times 2} = \frac{13}{8}$	۴۸

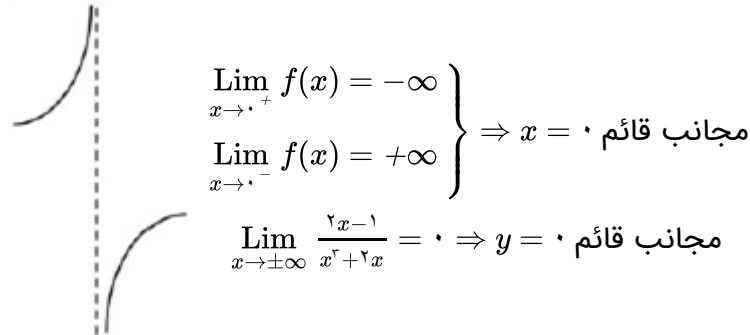
	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{a[x] - 12}{4 - x} = +\infty</math> باشد، حاصل <math>\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{x}{a} - 3x \right]</math> را حساب کنید. ( [ ] نماد جزء صحیح است. )</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{a[x] - 12}{4 - x} = \frac{3a - 12}{0^+} = +\infty \Rightarrow 3a - 12 > 0 \Rightarrow a > 4$ $a > 4 \Rightarrow 0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{4} \xrightarrow{-3} -3 < \frac{1}{a} - 3 < \frac{-11}{4}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{x}{a} - 3x \right] = \left[ \frac{1}{a} - 3 \right] = -3$	۴۹
	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2ax^n + ax^2 + x + 1}{(a + 1)x^n - 3x^2 + 7x + 1} = 2</math> باشد، مقادیر ممکن برای <math>n</math> و <math>a</math> را حساب کنید. (<math>n \in \mathbb{N}</math>)</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>اگر <math>n &gt; 2</math> را در نظر بگیریم، داریم:</p> $n > 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2ax^n}{(a + 1)x^n} = \frac{2a}{a + 1} = 2 \Rightarrow 2a = 2a + 2 \Rightarrow \text{جواب ندارد}$ <p>اگر <math>n = 1</math> باشد، آنگاه داریم:</p> $n = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2}{-3x^2} = \frac{a}{-3} = 2 \Rightarrow a = -6$ <p>اگر <math>n = 2</math> باشد، آنگاه داریم:</p> $n = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2ax^2}{(a - 2)x^2} = 2 \Rightarrow 2a = 2a - 4 \Rightarrow a = -4$	۵۰
	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{3x + a}{x - 5} = +\infty</math> باشد، حدود <math>a</math> را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{3x + a}{x - 5} = \frac{15 + a}{0^-} = +\infty \Rightarrow 15 + a < 0 \Rightarrow a < -15$	۵۱

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)} = 2$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4} = \frac{1}{\cdot^+} = +\infty$

ج)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-[x]}{x-3} = \frac{1}{\cdot^-} = -\infty$

د)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^2 + 4x - 9}{4x^2 - 4x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^2}{4x^2} = -\frac{3}{2}$



الف)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x]-1}{x-1} = \frac{1}{\cdot^+} = +\infty$

ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - 3x}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2}{-x^2} = -4$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^2 + 4x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^2 = -\infty$

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x-2} = \frac{1}{\cdot^-} = -\infty$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+x-4x^2}{3x+2x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2}{2x^2} = -2$

$-x^2 - 3x + 4 = 0 \Rightarrow x = 1, x = -4$

$x = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{-x^2-3x+4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(-x-4)} = -\frac{2}{5}$  پس قائم نیست

$x = -4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2-1}{-x^2-3x+4} = \frac{15}{\cdot} = \infty$  پس  $x = -4$  مجانب قائم است.

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-1}{4-3x-x^2} = -1 \Rightarrow y = -1$  مجانب افقی



الف)  $\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} = \lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{(x+5)(x-3)}{(x+5)(x+5)} = \frac{-8}{0^-} = +\infty$

۷

ب)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 4}{-2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{-2x^2} = -\frac{1}{2}$

درست

۸

الف)  $\frac{3}{0^+} = +\infty$

۹

ب)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} \times \frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1-4}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)}$   
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \frac{3}{4}$

به روش‌های هم‌ارزی و هوییتال نمره تعلق نمی‌گیرد.

الف) ۳- ب)  $+\infty$

۱۰

$f(x) = \frac{1}{x - |x|} = \begin{cases} \text{تعریف نشده} & x > 0 \\ \frac{1}{2x} & x < 0 \end{cases}$

۱۱

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2x} = -\infty \Rightarrow x = 0$  مجانب قائم

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 1}{(x-1)^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{0^+} = -\infty$

۱۲

ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 3x - 1}{2 + x - x^4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{-x^4} = -1$

$y = -\frac{1}{2}$  و  $y = \frac{1}{2}$

۱۳

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = 3$

۱۴

ب)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{|\sin x|} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^5}{x^3} = +\infty$

۱۵) خیر - زیرا تابع  $f(x) = \frac{1}{[x] - 1}$  در همسایگی راست  $x = 1$  تعریف نشده است.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ مجانب افقی}$$

$$x^2 + 2 = 0 \Rightarrow x^2 = -2 \text{ فاقد مجانب قائم (ص ۶۹)}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{5x}{|2x-1|} = \frac{\frac{5}{2}}{0^+} = +\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x+3}{x^2+6x+9} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{(x+3)}{(x+3)^2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\text{الف) } -\infty$$

$$\text{ب) } +\infty$$

$$\text{پ) } -2$$

$$cx + d = 0 \Rightarrow d = -2c$$

$$(-1, 0) \Rightarrow \frac{-a+b}{-c+d} = 0 \Rightarrow a = b$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{cx} = 1 \Rightarrow a = c$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2[x]}{4-x} = \frac{6}{0^+} = +\infty$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۰

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2[x]}{4-x} = \frac{8}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-4x^2}{x^2+5} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4x^2}{x^2} = -4 \Rightarrow y = -4 \text{ (ص ۶۹)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax-3}{(2-x)^2} = \frac{2a-3}{0^-} = +\infty \Rightarrow 2a-3 < 0 \Rightarrow a < \frac{3}{2}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} \times \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{(x-9)(\sqrt{x}+3)} = \frac{1}{6}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{5x} = -\frac{1}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2+1}{2x^2-3x} = 2 \Rightarrow \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = 4$$

۲ الف

$$\text{ب) } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty \end{cases}$$

$$\text{الف) } \frac{1-2}{2^- - 2} = \frac{-1}{-} = +\infty$$

$$\text{ب) } \frac{2}{\text{tg}\left(\frac{\pi}{2}\right)^+} = \frac{2}{-\infty} = 0$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{x^4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{x^2} = +\infty$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$$

$$\text{ت) } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1 \Rightarrow y = -1 \text{ مجانب افقی}$$

$$x^2 + x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ مجانب قائم نیست} \\ x = 0 \text{ مجانب قائم} \end{cases}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)^2} = \frac{+4}{0^+} = +\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{2} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ مجانب افقی}$$

$$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = \pm 3 \text{ مجانب های قائم}$$

$$\text{الف) } \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

$$\text{ب) } -4$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)}{(2x+1)} = \frac{1}{4}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x+1}{\sin 2x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \frac{1}{6}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5(-4 + \frac{5}{x^5})}{x^3(2 + \frac{9}{x^3})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2)x^2 = -\infty$$

$x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 = -3$  مجانب قائم ندارد

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{x^2+3} \Rightarrow y = 0 \text{ مجانب افقی}$$

$$2x + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2} \Rightarrow \frac{-b}{2} = -1 \Rightarrow b = 2$$

$$\frac{a+1}{2} = 2 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a + b = 5$$

$$\text{الف) } \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{-x} = +\infty$$

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ مجانب های قائم}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1-2x^2}{x^2-1} = -2 \Rightarrow y = -2 \text{ مجانب افقی}$$

$$\text{الف) } \frac{3}{0^+} = +\infty$$

$$\text{ب) } \frac{2+0}{0-2} = \frac{-2}{2}$$

$$+\infty$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(2 - \sqrt{x-1})(2 + \sqrt{x-1})}{(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x-5)}{(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \frac{-1}{4}$$

۴۱

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{-1}{|2x+1|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

مخرج در نزدیکی  $-\frac{1}{3}$  با مقادیر مثبت به صفر میل می‌کند و حد صورت هم در  $-\frac{1}{3}$  برابر ۱ است. بنابراین جواب حد برابر  $-\infty$  می‌شود.

$$\text{ج) } \frac{2+0}{0-5} = -\frac{2}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1 \Rightarrow y = 1$$

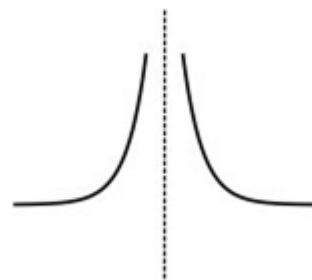
۴۲

$y = 1$  مجانب افقی است.

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{(x-1)^2} \Rightarrow x = 1$$

$x = 1$  مجانب قائم است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 1}{(x-1)^2} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$



$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{1 + [-2x]}{2x - 1} = \frac{1 - 2}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

۴۳

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 - 4x + 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 = +\infty$$

حاصل حد برابر عدد غیرصفر است. بنابراین درجه صورت و مخرج برابر است.

۴۴

$$\begin{aligned} \xrightarrow{b=1} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + |5x|}{ax + |x|} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5x}{ax - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{(a-1)x} = 1 \Rightarrow \frac{-2}{a-1} = 1 \\ \Rightarrow a-1 &= -2 \Rightarrow a = -1 \end{aligned}$$

حاصل حد برابر عدد غیرصفر است. بنابراین درجه صورت و مخرج برابر است.

۴۵

$$\begin{aligned} \xrightarrow{b=1} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x}{ax + |2x|} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x}{ax - 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x}{(a-2)x} = 5 \Rightarrow \frac{5}{a-2} = 5 \\ \Rightarrow 5a - 10 &= 5 \Rightarrow 5a = 15 \Rightarrow a = 3 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+15} + ax}{x^b - 15} \xrightarrow{b=1} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{x} = \frac{a}{1} \Rightarrow \frac{a}{1} = -\frac{1}{1} \Rightarrow a = -1$$

۴۶

$$\lim_{x \rightarrow \Delta} \frac{\sqrt{x+15} - x}{x - 15} \times \frac{\sqrt{x+15} + x}{\sqrt{x+15} + x} = \lim_{x \rightarrow \Delta} \frac{x+15 - x^2}{x(x-\Delta)(\sqrt{x+15} + x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \Delta} \frac{(x-\Delta)(-x-15)}{x(x-\Delta)(\sqrt{x+15} + x)} = \frac{-15}{x(\Delta+\Delta)} = \frac{-4}{15}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^b + x - 15}{x^2 - 4} \xrightarrow{b=2} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2}{x^2} = 2 \Rightarrow a = 2$$

۴۷

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 15}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+9)}{(x-2)(x+2)} = \frac{15}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 + x - 4}{x^2 - 4} = \frac{a}{1} = \frac{2}{1} \Rightarrow a = 2$$

۴۸

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 4}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+4)}{(x-1)(x+1)} = \frac{13}{2} = \frac{13}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{a[x] - 12}{x - 4} = \frac{4a - 12}{0^+} = +\infty \Rightarrow 4a - 12 > 0 \Rightarrow a > 3$$

۴۹

$$a > 3 \Rightarrow 0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{3} \xrightarrow{-2} -2 < \frac{1}{a} - 2 < \frac{-11}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{x}{a} - 2x \right] = \left[ \frac{1}{a} - 2 \right] = -2$$

اگر  $n > 2$  را در نظر بگیریم، داریم:

۵۰

$$n > 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^n}{(a+1)x^n} = \frac{a}{a+1} = 2 \Rightarrow 2a = 2a + 2 \Rightarrow \text{جواب ندارد}$$

اگر  $n = 1$  باشد، آنگاه داریم:

$$n = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2}{-x^2} = \frac{a}{-1} = 2 \Rightarrow a = -2$$

اگر  $n = 2$  باشد، آنگاه داریم:

$$n = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2}{(a-2)x^2} = 2 \Rightarrow 2a = 2a - 4 \Rightarrow a = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow \Delta^-} \frac{x + a}{x - \Delta} = \frac{15 + a}{0^-} = +\infty \Rightarrow 15 + a < 0 \Rightarrow a < -15$$

۵۱



