



p30konkor.com

نام و نام خانوادگی :

نام و نام خانوادگی :

نام درس :

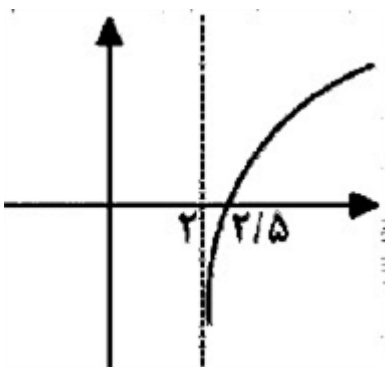
پایه تحصیلی :

نام آموزشگاه :

نام دبیر :

تاریخ برگزاری :

عنوان آزمون : حسابان ۱۱ فصل ۳

ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	معادله لگاریتمی $\text{Log}_2(x+7) - \text{Log}_2(x-2) = 2$ را حل کنید.	
	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	
۲	اگر $\text{Log}_2 = a$ و $\text{Log}_3 = b$ باشد، حاصل $\text{Log}_{\sqrt{0.75}}$ را برحسب $a$ و $b$ به دست آورید.	
	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	
۳	نیمه عمر یک ماده هسته‌ای ۳۰ سال است. نمونه‌ای از این ماده، ۱۲۸ میلی‌گرم جرم دارد. جرمی که پس از ۳۰۰ سال باقی می‌ماند را محاسبه کنید.	
	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	
۴	در دستگاه مختصات مقابل نمودار تابع با ضابطه $y = a + \text{Log}_2(x+b)$ رسم شده است. مقادیر $a$ و $b$ را به دست آورید.	
		
	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	
۵	اگر $\text{Log}_2 = m$ و $\text{Log}_3 = n$ باشند، آنگاه مقدار $\text{Log}_{\frac{\sqrt{27}}{16}}$ را برحسب $m$ و $n$ به دست آورید.	
	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	
۶	معادلات زیر را حل کنید.	
	الف) $\left(\frac{1}{16}\right)^{2x-1} = 32^{1-x}$	
	ب) $\text{Log}_3(x^2-1) = 1 + \text{Log}_3(x+3)$	
	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	

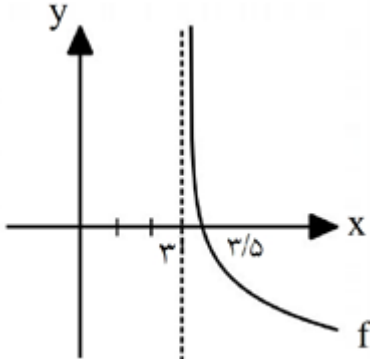


۷	<p>نمودار تابع <math>y = -\log_3(x-2)</math> را رسم کنید. (مراحل انتقال را رسم کنید).</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۸	<p>اگر <math>\log_2 \simeq 0.3</math> و <math>\log_3 \simeq 0.5</math> باشند، مقدار <math>\log \sqrt{30}</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۹	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>(الف) <math>4^{3x+2} = \left(\frac{1}{64}\right)^x</math></p> <p>(ب) <math>\log_2(x+1) - \log_2(x-3) = 3</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۰	<p>دو تابع <math>y = 2^x</math> و <math>y = x^2</math> در چند نقطه یکدیگر را قطع می‌کند؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۱	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>محل تقاطع تابع <math>y = 6^x</math> با محور <math>y</math>ها، نقطه ..... است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۲	<p>معادله لگاریتمی <math>\log_2 x + \log_2(x-2) = 3</math> را حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۳	<p>اگر <math>\log_2 \simeq 0.3</math> و <math>\log_3 \simeq 0.5</math>، در این صورت مقدار تقریبی <math>\log 125</math> را محاسبه کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۴	<p>نمودار تابع <math>f(x) = 3^{ax-2} + b</math> از نقاط <math>(2, 8)</math>، <math>(0, \frac{8}{9})</math> می‌گذرد. مقادیر <math>a</math> و <math>b</math>، به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۵	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>ضابطه وارون تابع <math>f(x) = 2^x</math> به صورت ..... است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۶	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>لگاریتم عدد <math>\frac{1}{81}</math> در پایه ۳ برابر ..... است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۷	<p>نیم‌عمر ماده‌ای ۸ روز است. اگر جرم اولیه این ماده ۲۰۰۰ گرم باشد، پس از چه مدت جرم این ماده به ۱ گرم می‌رسد؟</p> <p>(<math>\log_2 = 0.3</math>)</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>

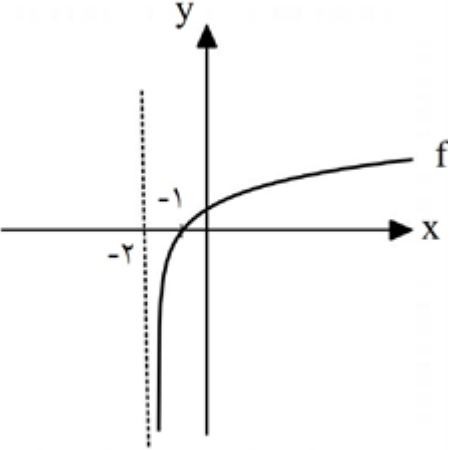


۱۸	معادله لگاریتمی روبه‌را حل کنید. $\text{Log}_{\frac{1}{3}}(x-1) + \text{Log}_{\frac{1}{3}}(x+7) = 2 \text{Log}_{\frac{1}{3}}(x+1)$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۱۹	با فرض $\frac{0}{3} = \text{Log}_2$ حاصل عبارت $a = \text{Log}_{\frac{5}{2}}$ را بیابید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۲۰	جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید. دامنه تابع $y = \text{Log}_{\frac{1}{4}}(x+1)$ بازه ..... است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۲۱	جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید. اگر $(1+x, 3x)$ یک همسایگی عدد ۳ باشد، حدود $x$ ، بازه ..... است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۲۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - عدد $4^{\text{Log}_2 9}$ برابر است با ۸۱.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۲۳	حاصل عبارت مقابل را بیابید. $A = \text{Log}_{\frac{1}{3}}\left(\frac{9}{\sqrt[3]{27}}\right) + \text{Log}_{0/001}$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۲۴	معادله $\text{Log}_{\frac{1}{3}}(x-1) + \text{Log}_{\frac{1}{3}}\left(\frac{x}{2} + 1\right) = 2$ را حل کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۲۵	اگر نمودار تابع $f(x) = 2 + \text{Log}_a x$ از نقطه $\left(\frac{1}{3}, -2\right)$ عبور کند، آنگاه مقدار $a$ را به دست آورید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۲۶	جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید. اگر $0 < y < x$ ، آنگاه عدد $\frac{0}{2^x}$ از عدد $\frac{0}{2^y}$ ..... است. (بیشتر - کمتر)	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۲۷	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - توابع $f(x) = \text{Log}_{\frac{1}{2}}(x+1)$ و $g(x) = 2^{x+1}$ وارون هم هستند.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳



	<p>اگر نمودار تابع با ضابطه <math>f(x) = \log_a x - 1</math> از نقطه <math>(1, 9)</math> عبور کند:</p> <p>الف) مقدار <math>a</math> را به دست آورید.</p> <p>ب) نمودار تابع را رسم کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>	۲۸
	<p>الف) نمودار تابع <math>y = \log x</math> را رسم کنید.</p> <p>ب) اگر نمودار تابع با ضابطه <math>f(x) = \log_a x</math> از نقطه <math>(3, 8)</math> عبور کند، مقدار <math>a</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>	۲۹
	<p>نمودار تابع <math>f(x) = -\log_2(x + 2)</math> را رسم کنید. دامنه آن را به صورت بازه بنویسید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>	۳۰
	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) <math>\left(\frac{1}{25}\right)^{x-1} = 125^{2x+1}</math></p> <p>ب) <math>\log_5(x^2 + 1) = 1 + \log_5(3x - 5)</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم</p>	۳۱
	<p>با توجه به نمودار تابع <math>f(x) = a - \log_2(x + b)</math>، <math>a</math> و <math>b</math> را به دست آورید.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم</p>	۳۲



	<p>در دستگاه مختصات زیر نمودار تابع با ضابطه <math>f(x) = a + \text{Log}_2(x + b)</math> رسم شده است. مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را به دست آورید.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - یازدهم</p>	۳۳
	<p>اگر <math>\text{Log}_2 = m</math> و <math>\text{Log}_3 = n</math> باشند، آنگاه مقدار <math>\text{Log}_{\sqrt{12}}</math> را برحسب <math>m</math> و <math>n</math> به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - یازدهم</p>	۳۴
	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) <math>32^{2x-1} = \left(\frac{1}{64}\right)^{x+1}</math></p> <p>ب) <math>\text{Log}_x(x+4) + \text{Log}_x(x+3) = \text{Log}_x 20</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - یازدهم</p>	۳۵
	<p>نیمه عمر ماده هسته‌ای ۲۵ سال است. نمونه‌ای از این ماده، ۵۱۲ میلی‌گرم جرم دارد. جرمی که پس از ۲۵۰ سال باقی می‌ماند را محاسبه کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - یازدهم</p>	۳۶
	<p>اگر <math>\text{Log}_2 = a</math> و <math>\text{Log}_3 = b</math> باشد، آنگاه مقدار <math>\text{Log}_{\frac{\sqrt{2}}{81}}</math> را برحسب <math>a</math> و <math>b</math> به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - یازدهم</p>	۳۷
	<p>در تابع با ضابطه <math>f(x) = -1 + 3^{2x-1}</math>:</p> <p>الف) مقدار <math>f\left(\frac{5}{3}\right)</math> را به دست آورید.</p> <p>ب) نمودار تابع، خط <math>y = 8</math> را با چه طولی قطع می‌کند؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - یازدهم</p>	۳۸



۳۹	<p>در تابع با ضابطه <math>f(x) = 2 + \text{Log}(x + 1)</math>:</p> <p>الف) مقدار <math>f(26)</math> را به دست آورید.</p> <p>ب) نمودار تابع، خط <math>y = 4</math> را با چه طولی قطع می‌کند؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p>
۴۰	<p>در تابع با ضابطه <math>f(x) = 2 + 3^{x-1}</math>:</p> <p>الف) مقدار <math>f(2)</math> را به دست آورید.</p> <p>ب) نمودار تابع، خط <math>y = 3</math> را با چه طولی قطع می‌کند؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p>
۴۱	<p>در تابع با ضابطه <math>f(x) = 3 - \text{Log}_5(x - 1)</math>:</p> <p>الف) مقدار <math>f\left(\frac{6}{5}\right)</math> را به دست آورید.</p> <p>ب) نمودار و تابع، خط <math>y = 1</math> را با چه طولی قطع می‌کند؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p>
۴۲	<p>حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) <math>\text{Log}_{36}^{432} - \frac{1}{2} \text{Log}_6^2</math></p> <p>ب) <math>\text{Log}_3^5 + \text{Log}_3^{18} - \text{Log}_3^{10}</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p>
۴۳	<p>معادله زیر را حل کنید.</p> $\text{Log}_3^{(4x+1)} = \text{Log}_{\frac{1}{4}}^{16}$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p>
۴۴	<p>معادله زیر را حل کنید.</p> $\text{Log}_x(x^2 + 5) = \text{Log}_x(x + 1) + \text{Log}_x(x + 2)$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p>
۴۵	<p>اگر <math>f(x) = \text{Log}_3(x + 1)</math> و <math>g(x) = \sqrt{4 - x}</math> باشد:</p> <p>الف) دامنه <math>\text{gof}</math> را با استفاده از تعریف محاسبه کنید.</p> <p>ب) مقدار <math>(\text{gof})(26)</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p>



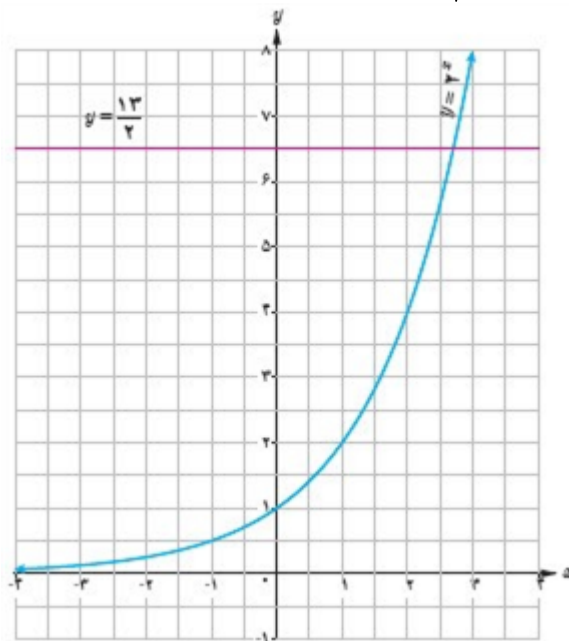
۴۶	<p>با فرض <math>\text{Log } 2 = 0/3</math>، <math>\text{Log } 3 = 0/47</math> و <math>\text{Log } 7 = 0/8</math> مقدار عددی <math>\text{Log}_{14}^{15}</math> را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p>
۴۷	<p>اگر <math>f(x) = 2x + 1</math> و <math>g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x</math> باشد، مقدار <math>(f^{-1} + g)(-3)</math> را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p>
۴۸	<p>نمودار توابع با ضابطه‌های زیر را رسم کنید.</p> <p>الف) <math>y = 2^x + 1</math>      ب) <math>y = \text{Log}_2(x - 1)</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p>
۴۹	<p>در معادله <math>\sqrt{13 - \text{Log}_{\sqrt{x}}^3 x} = 3</math> مقدار <math>x</math> را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p>
۵۰	<p>نمودار توابع با ضابطه‌های زیر را رسم کنید.</p> <p>الف) <math>y = 2^{- x }</math>      ب) <math>y = \frac{ x }{x} \text{Log}_{\frac{1}{2}} x</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p>
۵۱	<p>نمودار تابع با ضابطه <math>y = -2^{-x} + 1</math> را رسم کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p>
۵۲	<p>نیمه عمر یک ماده هسته‌ای ۳۰ سال است. نمونه‌ای از این ماده ۱۲۸ میلی‌گرم جرم دارد. جرمی که پس از ۳۰۰ سال باقی می‌ماند چه قدر است؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)</p>
۵۳	<p>گزینه‌های درست را با ✓ و گزینه‌های نادرست را با × علامت بزنید.</p> <p>الف) <math>\text{Log}_b a \times \text{Log}_a b = 1</math>      ب) <math>\text{Log } 5 = \text{Log } 3 + \text{Log } 2</math></p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)</p>
۵۴	<p>اگر نمودار تابع با ضابطه <math>f(x) = \text{Log}_a x</math> از نقطه‌ی <math>\left(\frac{1}{2}, -4\right)</math> عبور کند، مقدار <math>a</math> چند است؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)</p>
۵۵	<p>نیمه عمر عنصری چهار روز و جرم اولیه یک نمونه از آن یک گرم است.</p> <p>الف) جرم <math>m(t)</math> را که پس از <math>t</math> روز باقی می‌ماند، بیابید.</p> <p>ب) طی چند روز، این جرم به <math>0/01</math> گرم کاهش می‌یابد؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)</p>



۵۶	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را بررسی کنید:</p> <p>الف) <math>a^{\log_b a} = a</math> (<math>b \neq 1, a, b &gt; 0</math>)</p> <p>ب) <math>\log_a abc = \log_d a + \log_d b + \log_d c</math> (<math>d \neq 1, a, b, c, d &gt; 0</math>)</p> <p>پ) <math>\log x \log y = \log x + \log y</math></p> <p>ت) لگاریتم هر عدد مثبت، همواره عددی مثبت است.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتهای خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)</p>
۵۷	<p>الف) جرم باکتریها در زمان <math>t</math> از فرمول <math>m(t) = 2^t</math> به دست می‌آید. معکوس این تابع را بنویسید و آنرا تفسیر کنید.</p> <p>ب) با استفاده از وارون تابع <math>m(t)</math>، برآورد کنید در چه زمانی جرم باکتریها حدود ۵۰۰۰ گرم می‌شود؟</p> <p><math>\log 2 \simeq 0.301</math></p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتهای خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)</p>
۵۸	<p>معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.</p> <p>الف) <math>\log_5 m^2 - \log_5 m - 3 = 0</math></p> <p>ب) <math>\log_2 (12b - 21) - \log_2 (b^2 - 3) = 2</math></p> <p>پ) <math>\log (x^2 - 1) = -1</math></p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتهای خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)</p>
۵۹	<p>عبارت درست را با ✓ و عبارت غلط را با × علامت بزنید.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- لگاریتم اعداد مثبت کمتر از ۱ همواره عددی منفی است.</li> <li>- لگاریتم اعداد منفی تعریف نمی‌شود.</li> <li>- تابع لگاریتم، تابعی یک به یک است.</li> <li>- تابع لگاریتم محور <math>y</math>ها را قطع می‌کند.</li> <li>- اگر نقطه <math>(b, d)</math> روی نمودار <math>y = a^x</math> قرار داشته باشد، آنگاه <math>(d, b)</math> روی نمودار <math>y = \log_a x</math> قرار دارد.</li> <li>- اگر <math>a &gt; b &gt; 0</math> آنگاه <math>\log_{10} a &lt; \log_{10} b</math>.</li> </ul> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتهای خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)</p>
۶۰	<p>الف) خط <math>y = 27</math> نمودار تابع <math>y = 3^x</math> را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟</p> <p>ب) خط <math>y = 10</math> نمودار تابع <math>y = (0.01)^x</math> را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتهای خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)</p>



الف) در شکل زیر خط  $y = \frac{13}{2}$  نمودار  $y = 2^x$  را قطع کرده است. طول نقطه برخورد بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟ چرا؟  
 ب) خط  $y = \sqrt[7]{7}$  را رسم کنید. طول نقطه برخورد این خط و نمودار  $y = 2^x$  بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟

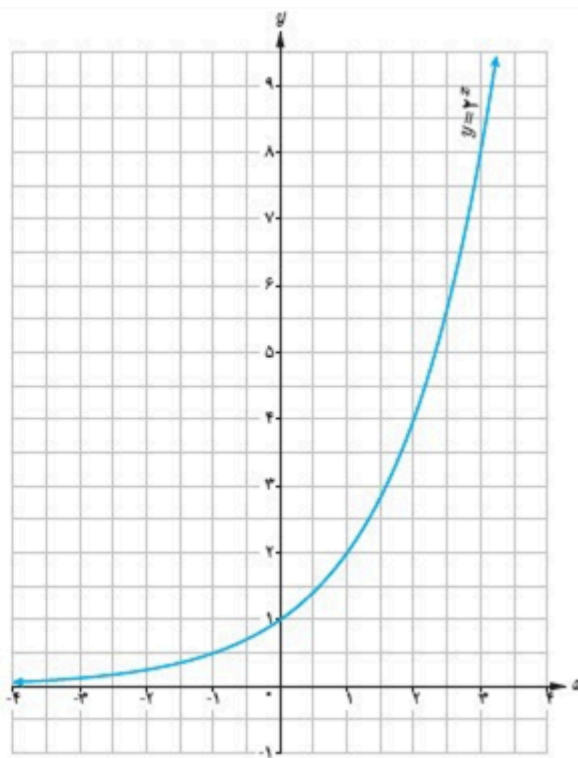
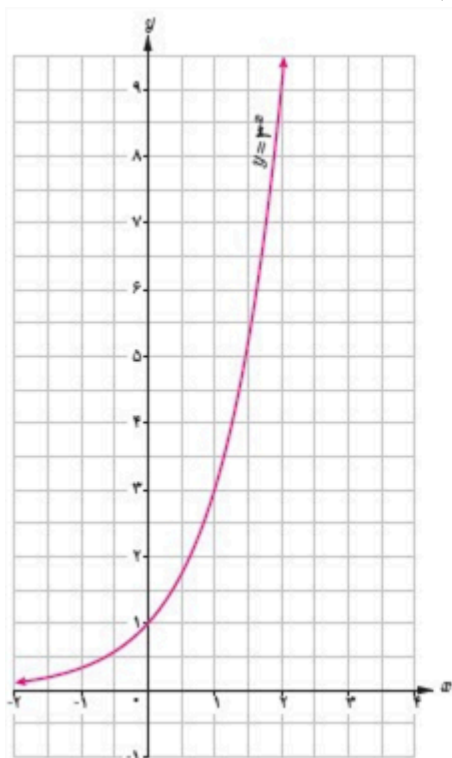


۶۱

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)

ابتدا مقدار تقریبی هر عدد را به کمک نمودار پیدا کنید. سپس به کمک ماشین حساب، درستی پاسخ خود را بررسی کنید.

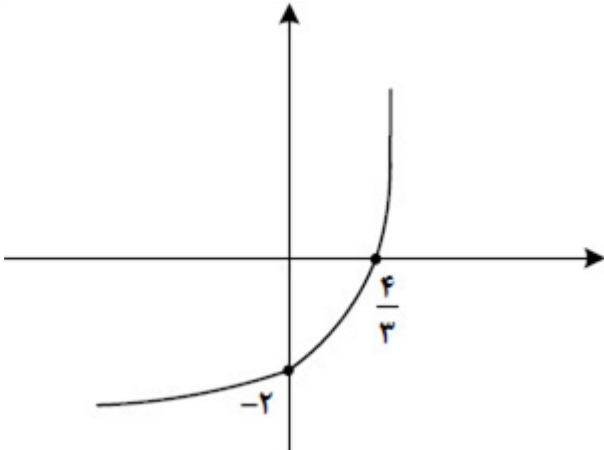
الف)  $3^1 - \sqrt{2}$       ب)  $2^{1/25}$       پ)  $3^{2/3}$



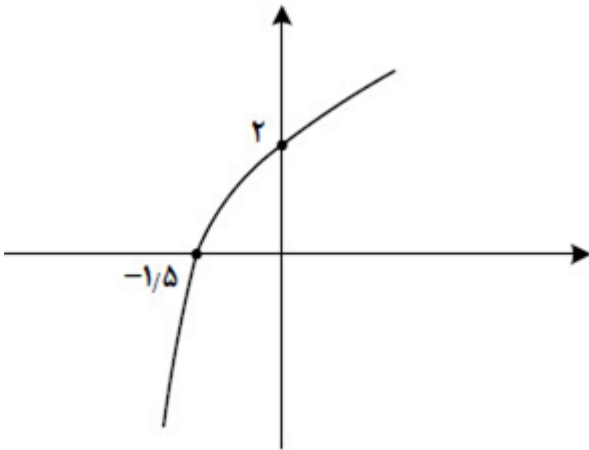
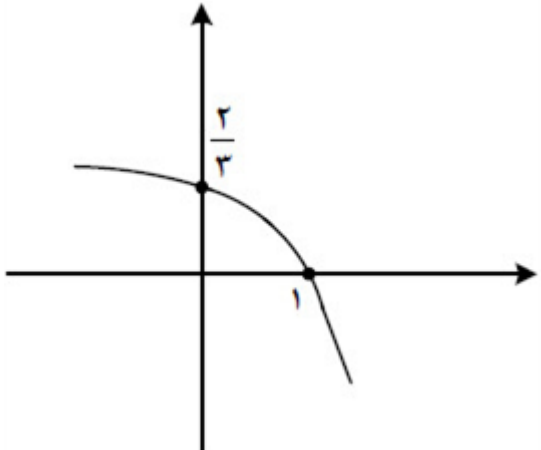
۶۲

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)



۶۳	<p>الف) سه عدد بین اعداد <math>3^{\sqrt{10}}</math> و <math>3^{2/5}</math> پیدا کنید.</p> <p>ب) نامعادله‌ی توانی <math>\frac{1}{1024} &gt; 4^{2x-1}</math> را حل کنید.</p> <p>پ) اگر <math>x, y</math> و <math>z</math> سه عدد حقیقی باشند، به طوری که <math>a^x &gt; a^y &gt; a^z</math>، آنگاه چه رابطه‌ای بین <math>x</math> و <math>y</math> برقرار است؟ <math>(a &gt; 1)</math>.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)</p>
۶۴	<p>تحت شرایط ایده‌آل، جرم یک توده‌ی معین از باکتری‌ها در هر ساعت دو برابر می‌شود. فرض کنید در ابتدا ۱۰۰ میلی‌گرم باکتری وجود دارد.</p> <p>الف) جرم توده پس از <math>t</math> ساعت را به صورت یک تابع نمایی بنویسید.</p> <p>ب) جرم توده را پس از ۲۰ ساعت برآورد کنید.</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)</p>
۶۵	<p>معادله‌های داده شده را حل کنید.</p> <p>الف) <math>\text{Log}_4 x = 3</math> (الف)      ب) <math>\text{Log} x = -3</math> (ب)</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۲ و ۱) تجربی</p>
۶۶	<p>مقدار لگاریتمهای داده شده را به دست آورید.</p> <p>الف) <math>\text{Log}_8 \frac{1}{2}</math> (الف)      ب) <math>\text{Log}_{27} \frac{1}{81}</math> (ب)      ج) <math>\text{Log}_e \sqrt{e}</math> (ج)</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۲ و ۱) تجربی</p>
۶۷	<p>با استفاده از نماد لگاریتم، رابطه‌های داده شده را به صورت دیگر بنویسید.</p> <p>الف) <math>\text{Log}_{32} 2 = \frac{1}{5}</math> (الف)      ب) <math>\text{Log} 64 = -6</math> (ب)      ج) <math>\text{Log}_{16} \frac{1}{8} = -\frac{3}{4}</math> (ج)</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۲ و ۱) تجربی</p>
۶۸	<p>شکل مقابل، نمودار تابع <math>y = -1 + \text{Log} \frac{(ax+b)}{c}</math> است. اگر <math>b - c = \frac{8}{3}</math> باشد، حاصل <math>(a+c)b</math> کدام است؟</p>  <p>۱) -۵      ۲) <math>\frac{1}{5}</math>      ۳) -۳      ۴) <math>\frac{1}{3}</math></p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی</p>



	<p>اگر <math>\text{Log}(x^2 - 2x + 1) + 3 \text{Log}(1 - x) = 5</math> باشد، مقدار <math>\text{Log} \frac{(-x)}{3}</math> کدام است؟</p> <p>۱ <input type="radio"/> ۲ <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> ۴ <input type="radio"/> ۵ <input type="radio"/></p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>	۶۹
	<p>شکل مقابل، نمودار تابع <math>y = 1 - \text{Log} \frac{(ax - b)}{c}</math> است. اگر <math>b + c = -\frac{2}{5}</math> باشد، حاصل <math>(a + c)b</math> کدام است؟</p>  <p>۱ <input type="radio"/> ۲ <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> ۴ <input type="radio"/> ۵ <input type="radio"/></p> <p>سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳</p>	۷۰
	<p>اگر <math>\text{Log}(2 - x) - \text{Log} \frac{1}{(x - 2)^2} = 3</math> باشد، مقدار <math>\text{Log} \frac{(-x)}{\sqrt{2}}</math> کدام است؟</p> <p>۱ <input type="radio"/> ۲ <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> ۴ <input type="radio"/> ۵ <input type="radio"/></p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳</p>	۷۱
	<p>شکل مقابل نمودار تابع <math>f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx}</math> است. مقدار <math>f(-1)</math> کدام است؟</p>  <p>۱ <input type="radio"/> ۲ <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> ۴ <input type="radio"/> ۵ <input type="radio"/></p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>	۷۲



۷۳	<p>اگر <math>\text{Log}_2(x^2 + 2x + 4) + \text{Log}_2(x - 2) = 3</math> باشد، مقدار <math>\text{Log}_{\sqrt[3]{2}} x</math> کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ <math>\frac{3}{2}</math> <input type="radio"/> ۲ <math>\frac{4}{3}</math> <input type="radio"/> ۳ <math>\frac{3}{4}</math> <input type="radio"/> ۴ <math>\frac{4}{3}</math> </p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>
۷۴	<p>اگر <math>\text{Log}_2 \approx 0.3</math> و <math>\text{Log}_3 \approx 0.4</math> باشد، اختلاف ریشه‌های معادله <math>(\text{Log}_3 \frac{5}{3})x^2 + (\text{Log}_9)x - \text{Log}_{15} = 0</math> چقدر است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ <math>\frac{26}{3}</math> <input type="radio"/> ۲ <math>\frac{14}{3}</math> <input type="radio"/> ۳ <math>\frac{14}{11}</math> <input type="radio"/> ۴ <math>\frac{26}{11}</math> </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی</p>
۷۵	<p>نمودار تابع نمایی <math>f(x) = k - \left(\frac{1}{9}\right)^{ax+b}</math> محورهای طول و عرض را در نقاطی به فاصله ۶ واحدی از مبدأ مختصات قطع می‌کند. مقدار <math>bk</math> کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ <math>-5/5</math> <input type="radio"/> ۲ <math>-2/5</math> <input type="radio"/> ۳ <math>-4/5</math> <input type="radio"/> ۴ <math>-3/5</math> </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی</p>
۷۶	<p>مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر هفته <math>12/5</math> درصد از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند روز، <math>\frac{1}{7}</math> از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ <math>\left(\text{Log}_2 \frac{3}{4} = 1/6, \text{Log}_2 \frac{3}{4} = 0/6\right)</math></p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۸ <input type="radio"/> ۲ ۲۸ <input type="radio"/> ۳ ۵۶ <input type="radio"/> ۴ ۱۲۶ </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۷۷	<p>نمودار تابع نمایی <math>f(x) = k + 4^{ax-b}</math> محورهای طول و عرض را در نقاطی به فاصله ۲ واحدی از مبدأ مختصات قطع می‌کند. مقدار <math>bk</math> کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۶ <input type="radio"/> ۲ ۴ <input type="radio"/> ۳ ۲ <input type="radio"/> ۴ ۱ </p> <p>سراسری-انسانی-۱۴۰۲ تیرماه</p>
۷۸	<p>اگر <math>\text{Log}_2 \approx 0.3</math> و <math>\text{Log}_3 \approx 0.4</math> باشد، اختلاف ریشه‌های معادله <math>x^2(\text{Log}_3 0) + 2x(\text{Log}_6) - \text{Log}_6 \frac{5}{6} = 0</math> چقدر است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ <math>0/7</math> <input type="radio"/> ۲ <math>0/5</math> <input type="radio"/> ۳ <math>1/4</math> <input type="radio"/> ۴ ۱ </p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه</p>
۷۹	<p>مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر ساعت <math>\frac{1}{9}</math> از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند دقیقه <math>\frac{1}{6}</math> از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ <math>\left(\text{Log}_2 \frac{5}{4} = 2/4, \text{Log}_3 \frac{5}{4} = 1/4\right)</math></p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۳۸۰ <input type="radio"/> ۲ ۳۶۰ <input type="radio"/> ۳ ۴۴۰ <input type="radio"/> ۴ ۴۲۰ </p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه</p>

۸۰	<p>در تابع با ضابطه <math>f(x) = \frac{2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}</math> مقدار <math>f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)</math> کدام است؟</p> <p> <math>\text{Log } \frac{1}{\sqrt[3]{2}}</math> (۱)    <math>\text{Log } \sqrt[3]{2}</math> (۲)    <math>\text{Log } \sqrt[3]{\frac{1}{2}}</math> (۳)    <math>\text{Log } \frac{1}{\sqrt[3]{2}}</math> (۴) </p> <p>سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱</p>
۸۱	<p>اگر <math>\text{Log } \frac{5}{3} = a</math> و <math>\text{Log } \frac{b}{9} = 1 + a</math> باشد، مقدار <math>\text{Log } \frac{\sqrt{b}}{15}</math> کدام است؟</p> <p> <math>1</math> (۱)    <math>1/5</math> (۲)    <math>2</math> (۳)    <math>2/5</math> (۴) </p> <p>سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱</p>
۸۲	<p>تابع نمایی <math>f(x) = 5 - 3^{ax+b}</math> را در نظر بگیرید. اگر <math>f(0) = \frac{1}{2} f\left(\frac{1}{2}\right) = 2</math> باشد، مقدار جزء صحیح <math>f\left(-\frac{1}{4}\right)</math> کدام است؟</p> <p> <math>1</math> (۱)    <math>2</math> (۲)    <math>-1</math> (۳)    صفر (۴) </p> <p>سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱</p>
۸۳	<p>اگر <math>3^x = 0/216</math> و <math>5^y = 675</math> باشد، <math>y</math> برابر کدام است؟</p> <p> <math>\frac{x-3}{2x-15}</math> (۱)    <math>\frac{3x-5}{x+2}</math> (۲)    <math>\frac{2x-15}{x-3}</math> (۳)    <math>\frac{x+2}{3x-5}</math> (۴) </p> <p>سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱</p>
۸۴	<p>دامنه <math>f(x) = \sqrt{\frac{x}{\text{Log } x}}</math> شامل چند عدد صحیح است؟</p> <p> <math>1</math> (۱)    <math>2</math> (۲)    <math>3</math> (۳)    <math>4</math> (۴) </p> <p>سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱</p>
۸۵	<p>مقدار <math>\text{Log } \frac{m}{n} = a</math> و مقدار <math>\text{Log } \frac{m^2 n}{mn} = b</math> است. اگر <math>a &gt; 0</math> باشد، حاصل <math>[b]</math> چقدر است؟</p> <p> <math>1</math> (۱)    <math>2</math> (۲)    <math>3</math> (۳)    <math>4</math> (۴) </p> <p>سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱</p>
۸۶	<p>بزرگ‌ترین عضو مجموعه <math>A = \left\{ m^2 + n^2 \mid m, n \in \mathbb{N}, 8^{-\frac{1}{2}m} \times 4^{-n} + 4^{-m} \times 8^{-\frac{1}{2}n} &gt; \frac{1}{128} \right\}</math> کدام است؟</p> <p> <math>12</math> (۱)    <math>9</math> (۲)    <math>5</math> (۳)    <math>2</math> (۴) </p> <p>سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱</p>



۸۷	<p>توابع <math>f(x) = \text{Log}(2x - 5)</math> و <math>g(x) = x + \sqrt{2x - 4}</math> را در نظر بگیرید. اگر نمودار <math>y = g^{-1} \circ f^{-1}(x)</math> محور <math>y</math> ها را در <math>\alpha</math> قطع کند، مقدار <math>\alpha</math> کدام است؟</p> <p>۱ <math>4 - \sqrt{2}</math>    ۲ <math>4 - \sqrt{3}</math>    ۳ <math>4 + \sqrt{2}</math>    ۴ <math>4 + \sqrt{3}</math></p> <p>سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱</p>
۸۸	<p>نمودار <math>f(x) = 2 + 2^{b-ax}</math> نمودار تابع <math>g(x) = -x^2 - 3x + 8</math> را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند. اگر <math>f^{-1}(10) = -1</math> باشد، مقدار <math>2b - a</math> کدام است؟</p> <p>۱ ۳    ۲ ۲    ۳ -۳    ۴ -۲</p> <p>سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱</p>
۸۹	<p>تابع <math>f(x) = \sqrt{2^{ax+b}}</math> از نقطه <math>(\frac{1}{2}, 1)</math> عبور می‌کند. اگر <math>f^{-1}(8) = 5</math> باشد، حاصل <math>a - b</math> چقدر است؟</p> <p>۱ ۳    ۲ ۲    ۳ ۱    ۴ صفر</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی</p>
۹۰	<p>از تساوی <math>(\frac{1}{3})^x = 9^{x-1} \times (81)^{-1}</math>، مقدار <math>x</math> کدام است؟</p> <p>۱ صفر    ۲ ۴    ۳ ۱    ۴ ۲</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی</p>
۹۱	<p>اگر <math>ab = 10</math>، <math>a^2 + 9b^2 = 10ab</math> باشد، مقدار <math>\text{Log}\left(\frac{a+3b}{4}\right)</math>، واسطه حسابی کدام دو جمله زیر است؟</p> <p>۱ <math>\text{Log } a, \text{Log } 3b</math>    ۲ <math>\text{Log } a, \text{Log } b</math>  ۳ <math>\text{Log } \sqrt{a}, \text{Log } \sqrt{b}</math>    ۴ <math>\text{Log } \sqrt{a}, \text{Log } \sqrt{3b}</math></p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۹۲	<p>اگر <math>\text{Log}_{\frac{1}{8}} = m</math> باشد، حاصل <math>\text{Log}_{\frac{1}{4}}</math> کدام است؟</p> <p>۱ <math>\frac{3}{4}(m+1)</math>    ۲ <math>\frac{3m+1}{4}</math>    ۳ <math>\frac{3}{4}(m-1)</math>    ۴ <math>\frac{3m-1}{4}</math></p> <p>سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱</p>
۹۳	<p>تابع <math>f(x) = a + b\left(\frac{1}{2}\right)^x</math> از مبدأ مختصات عبور می‌کند. اگر <math>f^{-1}(-1) = -1</math> باشد، حاصل <math>a - b</math> چقدر است؟</p> <p>۱ صفر    ۲ ۱    ۳ ۲    ۴ ۳</p> <p>سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱</p>
۹۴	<p>فرض کنید <math>5^x = 10</math> است. اگر <math>2^{f(x)} = 20</math> باشد، ضابطه <math>f</math> کدام است؟</p> <p>۱ <math>\frac{2x+1}{x+1}</math>    ۲ <math>\frac{x-1}{2x-1}</math>    ۳ <math>\frac{2x-1}{x-1}</math>    ۴ <math>\frac{x+1}{2x+1}</math></p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱</p>

	<p>نمودار تابع با ضابطه‌ی <math>f(x) = a\left(\frac{1}{2}\right)^x + b</math>، محور <math>x</math> ها را با طول ۱- و محور <math>y</math> ها را با عرض ۲ قطع می‌کند. مقدار تابع <math>f</math> در <math>x = ۱</math>، کدام است؟</p> <p>۱ <input type="text" value="۱"/> ۲ <input type="text" value="۲"/> ۳ <input type="text" value="۳"/> ۴ <input type="text" value="۴"/></p>	۹۵
	سراسری-انسانی-۱۴۰۰	



$$\text{Log}_{\frac{1}{2}}(x+3) - \text{Log}_{\frac{1}{2}}(x-2) = 2 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x+3}{x-2}\right) = 2 \Rightarrow \frac{x+3}{x-2} = 2^2 \Rightarrow x+3 = 4x-8$$

$$\Rightarrow x = 5$$

۱

$$\text{Log} \sqrt{0.75} = \text{Log} \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} \text{Log} \frac{3}{4} = \frac{1}{2} (\text{Log} 3 - \text{Log} 4) = \frac{1}{2} (\text{Log} 3 - 2 \text{Log} 2)$$

$$= \frac{1}{2} (b - 2a) = \frac{1}{2} b - a$$

۲

$$m(t) = m_0 \times 2^{\frac{-t}{n}} \Rightarrow m(t) = 128 \times 2^{\frac{-t}{10}} \Rightarrow m(300) = 128 \times 2^{\frac{-300}{10}} = 2^7 \times 2^{-30} = 2^{-23} = \frac{1}{8}$$

۳

$$b = -2$$

۴

$$(2/5, a) \in f \Rightarrow a = \text{Log}_{\frac{1}{2}}(2/5 - 2) \Rightarrow a = \text{Log}_{\frac{1}{2}}(2^{-1}) = a \Rightarrow a - 1 = a \Rightarrow a = 1$$

$$\text{Log} \left( \frac{\sqrt{2^m}}{16} \right) = \text{Log}(\sqrt{2^m}) - \text{Log}(16) = \text{Log} \left( 2^{\frac{m}{2}} \right) - \text{Log}(2^4) = \frac{m}{2} - 4m$$

۵

$$\text{الف) } 2^{-\lambda x + 4} = 2^{5-5x} \Rightarrow -\lambda x + 4 = 5 - 5x \Rightarrow x = \frac{-1}{\lambda}$$

۶

ب) روش اول:

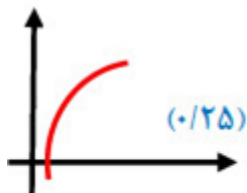
$$\text{Log}_{\frac{1}{3}}(x^3 - 1) - \text{Log}_{\frac{1}{3}}(x+3) = 1 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{3}}\left(\frac{x^3-1}{x+3}\right) = 1 \Rightarrow \frac{x^3-1}{x+3} = 3$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases}$$

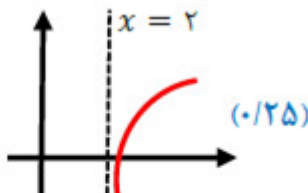
راه حل دوم:

$$\text{Log}_{\frac{1}{3}}(x^3 - 1) = \text{Log}_{\frac{1}{3}}(3) + \text{Log}_{\frac{1}{3}}(x+3) \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{3}}(x^3 - 1) = \text{Log}_{\frac{1}{3}}(3x+9)$$

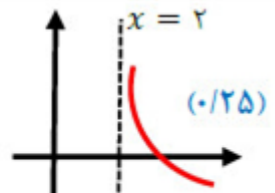
$$\Rightarrow x^3 - 1 = 3x+9 \Rightarrow x^3 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases}$$



$$y = \log_2 x$$



$$y = \log_2(x-2)$$



$$y = -\log_2(x-2)$$

۷

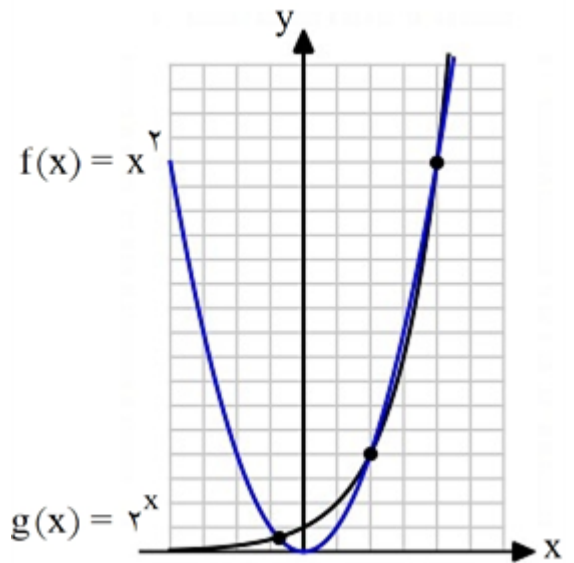
$$\text{Log} \sqrt{30} = \frac{1}{2} \text{Log}(2 \times 3 \times 5) = \frac{1}{2} (\text{Log}(2) + \text{Log}(3) + 1 - \text{Log}(2)) = \frac{1}{2} (1 + \text{Log} 3)$$

$$= \frac{1}{2} (1 + 0.5) = \frac{3}{4}$$

۸

$$\text{الف) } 4^{x+2} = 4^{-3x} \Rightarrow 3x + 2 = -3x \Rightarrow x = \frac{-1}{3}$$

$$\text{ب) } \text{Log} \frac{(x+1)}{x-2} = 3 \Rightarrow \frac{x+1}{x-2} = 8 \Rightarrow x+1 = 8x-16 \Rightarrow x = \frac{17}{7} \text{ قابل قبول}$$



سه نقطه

(0, 0)

$$\text{Log} \frac{x(x-2)}{2} = 3 \Rightarrow x(x-2) = 2^3 = 8 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow x = -2 \text{ (غ ق ق) یا } x = 4$$

$$\text{Log } 125 = \text{Log } 5^3 = 3 \text{Log } 5 = 3 \left( \text{Log} \frac{10}{2} \right) = 3(\text{Log } 10 - \text{Log } 2) = 3(1 - 0.301) = 2.097$$

$$f(0) = -\frac{1}{9} \Rightarrow 3^{-2} + b = -\frac{1}{9} \Rightarrow b = -1$$

$$f(2) = 0 \Rightarrow 3^{ax-2} - 1 = 0 \Rightarrow 3^{2a-2} = 1 = 3^0 \Rightarrow 2a-2 = 0$$

$$a = 1 \text{ (ص ۱۰۳ و ۱۰۴)}$$

$$f^{-1}(x) = \text{Log}_2 x$$

-۴ ۱۶

$$1 = 2 \dots \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{\lambda}} \Rightarrow \text{Log } 1 = \text{Log } 2 \dots + \frac{t}{\lambda} \text{Log} \frac{1}{2} \Rightarrow 0 = \text{Log } 2 + \text{Log } 1000 + \frac{t}{\lambda} (-\text{Log } 2)$$

$$\Rightarrow 0 = 0.301 + 3 + \frac{t}{\lambda} (-0.301) \Rightarrow t = 11$$

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_{\frac{1}{3}}(x+7) &= 2 \log_{\frac{1}{3}}(x+1) \Rightarrow \log_{\frac{1}{3}}(x-1)(x+7) = \log_{\frac{1}{3}}(x+1)^2 \\ \Rightarrow x^2 + 6x - 7 &= x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x = 2 \quad \text{ق ق} \end{aligned}$$

$$A = \log_{\frac{5}{2}} = \log_{\frac{10}{4}} = \log 10 - \log 4 = 1 - 2 \log 2 = 0.4$$

$$(-1, +\infty) \quad 20$$

$$(1, 2) \quad 21$$

$$\text{درست} \quad 22$$

$$\frac{9}{\sqrt[4]{27}} = \frac{3^2}{3^{3/4}} = 3^{5/4}$$

$$A = \log_{\frac{9}{3}} \sqrt[4]{27} + \log_{\frac{1}{100}} = \frac{5}{4} + (-2) = -\frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{x}{3} + 1\right) &= 2 \Rightarrow (x-1)\left(\frac{x}{3} + 1\right) = 3^2 \Rightarrow \frac{x^2}{3} + \frac{x}{3} - 1 = 9 \\ \Rightarrow x^2 + x - 20 &= 0 \Rightarrow x = 4 \quad \text{ق ق}, x = -5 \quad \text{غ ق ق} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{1}{3}, -2\right) \rightarrow -2 = 2 + \log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{3} \Rightarrow \log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{3} = -4 \Rightarrow a^{-4} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \sqrt[4]{3}$$

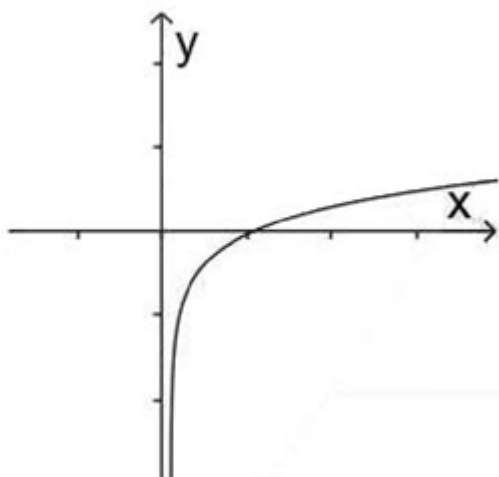
$$\text{بیشتر} \quad 26$$

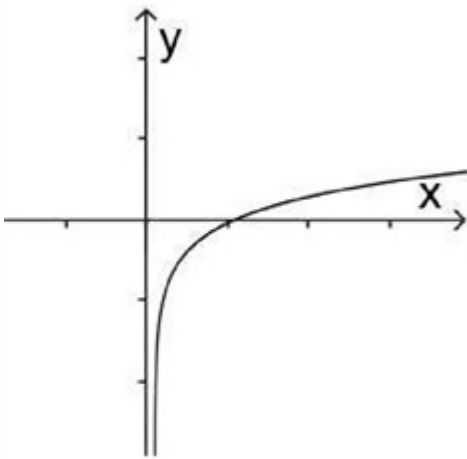
$$\text{نادرست} \quad 27$$

$$1 = \log_a 9 - 1 \Rightarrow a^1 = 9 \Rightarrow a = 3$$

$$\text{الف} \quad 28$$

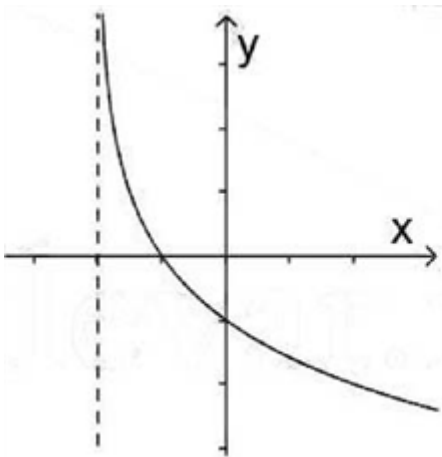
(ب)





ب.

$$r = \log_a \lambda \Rightarrow a^r = \lambda \Rightarrow a = r$$



$$D_f = (-2, +\infty)$$

$$\text{الف) } \left(\frac{1}{25}\right)^{x-1} = 125^{r_{x+1}} = (5^{-2})^{x-1} = (5^r)^{r_{x+1}} \Rightarrow 5^{-2x+2} = 5^{r_{x+1}}$$

$$\Rightarrow -2x + 2 = r_{x+1} \Rightarrow -2x = r_{x+1} - 2 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ب) } \log_{\frac{1}{5}}(x^r + 1) = 1 + \log_{\frac{1}{5}}(r_{x+1} - 5) = \log_{\frac{1}{5}}(x^r + 1) = \log_{\frac{1}{5}} 5 + \log_{\frac{1}{5}}(r_{x+1} - 5)$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{5}}(x^r + 1) = \log_{\frac{1}{5}}(15x - 25) \Rightarrow x^r + 1 = 15x - 25 \Rightarrow x^r - 15x + 26 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x - 13) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ ق ق} \\ x = 13 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$D_f = (r, +\infty) \Rightarrow x > r \Rightarrow -b = r \Rightarrow b = -r$$

$$f(x) = a - \log_{\frac{1}{5}}(x - r) \xrightarrow{A(r/5, 0)} a - \log_{\frac{1}{5}}(r/5 - r) = 0 \Rightarrow a - \log_{\frac{1}{5}} \frac{r}{5} = 0$$

$$\Rightarrow a - \log_{\frac{1}{5}} r = 0 \Rightarrow a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

٣٠

٣١

٣٢



$$D_f = (-2, +\infty) \Rightarrow x > -2 \Rightarrow -b = -2 \Rightarrow b = 2$$

$$x + b > 0 \Rightarrow x > -b$$

$$f(x) = a + \log_{\frac{1}{2}}(x+b) \xrightarrow{A(-1,0)} 0 = a + \log_{\frac{1}{2}}(-1+2) \Rightarrow a + \log_{\frac{1}{2}} 1 = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$\log \sqrt[3]{12} = \log 12^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log 12 = \frac{1}{3} \log 2^2 \times 3 = \frac{1}{3} (2 \log 2 + \log 3)$$

$$= \frac{1}{3} (2m + n) = \frac{2}{3}m + \frac{1}{3}n$$

$$\text{الف) } 3 \cdot 2^{x-1} = \left(\frac{1}{8}\right)^{x+1} \Rightarrow (2^{\frac{1}{2}})^{x-1} = (2^{-\frac{3}{2}})^{x+1} \Rightarrow 2^{\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}} = 2^{-\frac{3}{2}x - \frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}x - \frac{3}{2} \Rightarrow 16x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{16}$$

$$\text{ب) } \log \frac{(x+4)}{x} + \log \frac{(x+3)}{x} = \log \frac{2}{x} \Rightarrow \log \frac{(x+4)(x+3)}{x^2} = \log \frac{2}{x}$$

$$\Rightarrow x^2 + 7x + 12 = 2x \Rightarrow x^2 + 5x - 12 = 0 \Rightarrow (x+8)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ ق ق غ} \\ x = -8 \text{ ق ق غ} \end{cases}$$

$$n = 25 \quad t = 250 \quad m_1 = 512 \quad m(250) = ?$$

$$m(t) = m_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{n}} \Rightarrow m(250) = 512 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{250}{25}} = 512 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{512}{1024} = \frac{1}{2}$$

$$\log \frac{\sqrt[3]{2}}{81} = \log \sqrt[3]{2} - \log 81 = \log 2^{\frac{1}{3}} - \log 3^4 = \frac{1}{3} \log 2 - 4 \log 3 = \frac{a}{3} - 4b$$

$$f\left(\frac{5}{3}\right) = -1 + 3^{3\left(\frac{5}{3}\right) - 1} = -1 + 3^{5-1} = -1 + 3^4 = -1 + 81 = 80$$

الف ۳۸

ب) باید تابع را برابر ۸ قرار دهیم و x را به دست آوریم:

$$-1 + 3^{3x-1} = 8 \Rightarrow 3^{3x-1} = 9 \Rightarrow 3^{3x-1} = 3^2 \Rightarrow 3x - 1 = 2 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

الف ۳۹

$$f(2^6) = 2 + \log_{\sqrt{3}}(2^6 + 1) = 2 + \log_{\sqrt{3}} 2^6 = 2 + \log_{\sqrt{3}} 2^{\frac{3^2}{\frac{1}{2}}}} = 2 + \frac{3}{\frac{1}{2}} \log_{\sqrt{3}} 2 = 2 + 6 = 8$$

ب) باید تابع را برابر ۴ قرار دهیم و x را به دست آوریم:

$$2 + \log_{\sqrt{3}}(x+1) = 4 \Rightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+1) = 2 \Rightarrow x+1 = \sqrt{3}^2 \Rightarrow x+1 = 3 \Rightarrow x = 2$$



$$f(r) = r + r^{r-1} = r + r = \delta$$

٤٠ (الف)

(ب) باید تابع را برابر ۳ قرار دهیم و  $x$  را به دست آوریم:

$$\begin{aligned} \mathfrak{Y} + \mathfrak{Y}^{x-1} &= \mathfrak{Y} \Rightarrow \mathfrak{Y}^{x-1} = \mathfrak{Y} - \mathfrak{Y} \Rightarrow \mathfrak{Y}^{x-1} = \mathfrak{0} \Rightarrow \mathfrak{Y}^{x-1} = \mathfrak{Y}^* \\ \Rightarrow x - 1 &= 0 \Rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

(الف)

$$f\left(\frac{\epsilon}{\delta}\right) = \mathfrak{r} - \text{Log}\left(\frac{\epsilon}{\delta} - 1\right) = \mathfrak{r} - \text{Log}\frac{1}{\delta} = \mathfrak{r} - \text{Log}\frac{\delta^{-1}}{\delta} = \mathfrak{r} + \text{Log}\frac{\delta}{\delta} = \mathfrak{r} + 1 = \mathfrak{r}$$

(ب) باید تابع را برابر یک قرار دهیم و  $x$  را به دست آوریم:

$$\begin{aligned} \Upsilon - \underset{\Delta}{\text{Log}}(x - \Upsilon) = \Upsilon &\Rightarrow -\underset{\Delta}{\text{Log}}(x - \Upsilon) = -\Upsilon \Rightarrow \underset{\Delta}{\text{Log}}(x - \Upsilon) = \Upsilon \Rightarrow x - \Upsilon = \Delta^{\Upsilon} \\ &\Rightarrow x = \Upsilon\Delta + \Upsilon \Rightarrow x = \Upsilon\mathfrak{r} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{الف)} & \log_{\frac{3}{2}} \frac{432}{2} - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} 2 = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} \frac{432}{2} - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} 2 = \frac{1}{2} \left( \log_{\frac{1}{2}} \frac{432}{2} - \log_{\frac{1}{2}} 2 \right) \\ & = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} \frac{432}{2} = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} 216 = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} 2^3 = \frac{3}{2} \log_{\frac{1}{2}} 2 = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{b)} \end{array} \right) \text{Log} \frac{5}{3} + \text{Log} \frac{18}{3} - \text{Log} \frac{10}{3} = \text{Log} \frac{5 \times 18}{10} = \text{Log} \frac{9}{1} = \text{Log} \frac{3^2}{1} = 2 \text{Log} \frac{3}{1} = 2$$

$$\text{Log } \frac{1}{\varphi} = \text{Log } \varphi^{\frac{1}{\varphi-1}} = -\frac{1}{\varphi-1} \text{Log } \varphi = -\frac{1}{\varphi}$$

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{4}}(x+1) &= \log_{\frac{1}{4}} 16 \Rightarrow \log_{\frac{1}{4}}(x+1) = -2 \Rightarrow x+1 = 4^{-2} \Rightarrow x = \frac{1}{4} - 1 \\ \Rightarrow x &= -\frac{3}{4} \Rightarrow x = -\frac{3}{4} \text{ ق ق} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Log} \frac{(x^{\mathfrak{r}} + \delta)}{x} &= \text{Log} \frac{(x + \mathfrak{r})}{x} + \text{Log} \frac{(x + \mathfrak{r})}{x} \Rightarrow \text{Log} \frac{(x^{\mathfrak{r}} + \delta)}{x} = \text{Log} \frac{(x + \mathfrak{r})(x + \mathfrak{r})}{x} \\ \Rightarrow x^{\mathfrak{r}} + \delta &= x^{\mathfrak{r}} + \mathfrak{r}x + \mathfrak{r} \Rightarrow \delta = \mathfrak{r}x + \mathfrak{r} \Rightarrow \mathfrak{r}x = \mathfrak{r} \Rightarrow x = \mathfrak{r} \text{ ق ق غ} \end{aligned}$$



$$D_f : x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1 \Rightarrow D_f = (-1, +\infty)$$

$$D_g : 4 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \Rightarrow D_g = (-\infty, 4]$$

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \underbrace{\{x > -1 \mid \log_r(x+1) \leq 4\}}_{(1)}$$

$$\log_r(x+1) \leq 4 \Rightarrow x+1 \leq r^4 \Rightarrow x \leq 11 - 1 \Rightarrow x \leq 10$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} -1 < x \leq 10 \Rightarrow D_{gof} = (-1, 10]$$

(ب)

$$(gof)(2) = g(f(2)) = g(2) = \sqrt{4-2} = \sqrt{2} = 1$$

$$\log_r(2+1) = \log_r 3 = 2$$

$$\log_{14} 15 = \frac{\log 15}{\log 14} = \frac{\log \frac{3}{2}}{\log 2 \times 7} = \frac{\log 3 - \log 2}{\log 2 + \log 7} = \frac{\log 3 + \log 10 - \log 2}{\log 2 + \log 7}$$

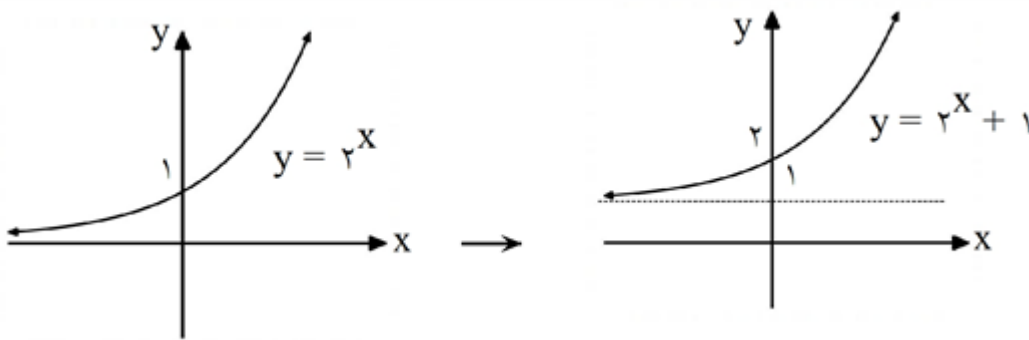
$$\log_{14} 15 = \frac{0.477 + 1 - 0.301}{0.301 + 0.845} = \frac{1.176}{1.146} = \frac{117}{115}$$

٤٦

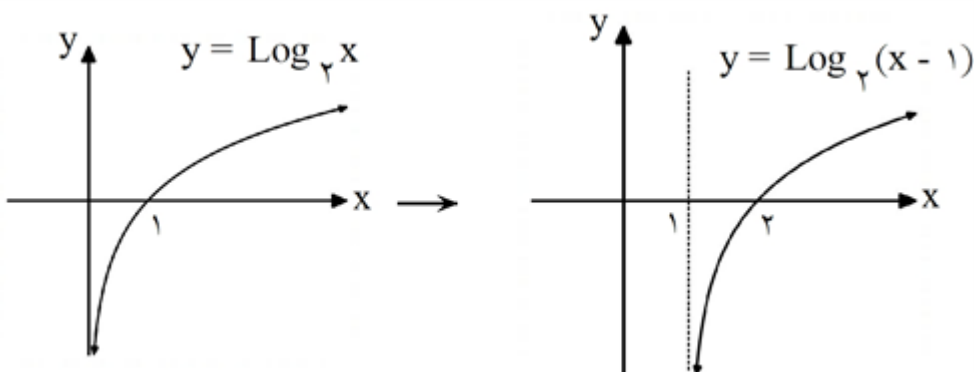
$$f(x) = 2x + 1 \Rightarrow y = 2x + 1 \Rightarrow y - 1 = 2x \Rightarrow \frac{y-1}{2} = x \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$$

$$(f^{-1} + g)(-2) = f^{-1}(-2) + g(-2) = \frac{-2-1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = -1.5 + 4 = 2.5$$

(الف) ٤٨



(ب)



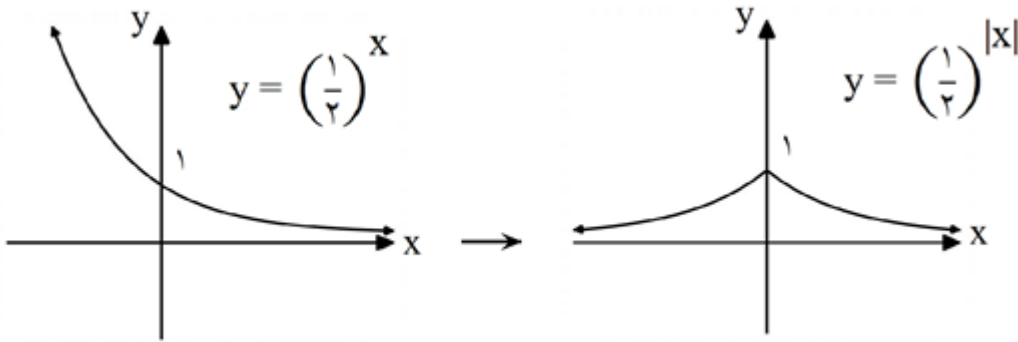
$$\sqrt{13 - \text{Log} \frac{2^x}{\sqrt{x}}} = 2 \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم}^2} 13 - \text{Log} \frac{2^x}{\sqrt{x}} = 4 \Rightarrow \text{Log} \frac{2^x}{\sqrt{x}} = 9$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x})^9 = 2^x \Rightarrow x^9 - 2^x = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \text{ ق ق} \\ x=2 \text{ ق ق} \end{cases}$$

۴۹

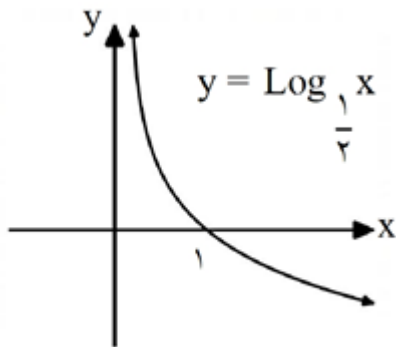
الف ۵۰

$$y = (2)^{-|x|} = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$$

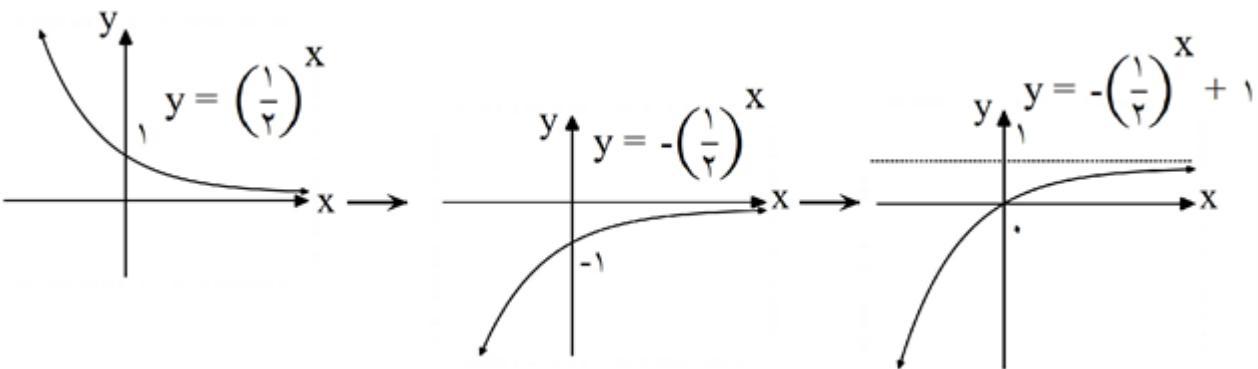


ب)

$$D = (0, +\infty) \xrightarrow{x>0} y = \frac{x}{x} \text{Log} \frac{1}{2} x \Rightarrow y = \text{Log} \frac{1}{2} x$$



$$y = -2^{-x} + 1 \Rightarrow y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$$



۵۱

$$m(t) = 128 \times 2^{-\frac{t}{300}} \quad t = 300$$

$$(300) = 128 \times 2^{-\frac{300}{300}} \Rightarrow 128 \times 2^{-10} = 2^7 \times 2^{-10} = 2^{-3} = \frac{1}{8} \text{ جرم باقی مانده بعد از } 300 \text{ سال}$$

۵۲



$$-۴ = \text{Log} \frac{1}{a} \Rightarrow a^{-۴} = \frac{1}{۲} \Rightarrow a^{-۴} = ۲^{-۱} \Rightarrow a^۴ = ۲ \Rightarrow a = ۲^{\frac{1}{۴}} \Rightarrow a = \sqrt[۴]{۲}$$

الف)  $m(t) = ۱ \times ۲^{-\frac{t}{۴}} = ۲^{-\frac{t}{۴}}$

ب)  $۲^{-\frac{t}{۴}} = ۰/۰۱ \Rightarrow \text{Log} ۲^{-\frac{t}{۴}} = \text{Log} ۱۰^{-۲} = -\frac{t}{۴} \text{Log} ۲ = -۲ \Rightarrow -\frac{t}{۴} = \frac{-۲}{\text{Log} ۲}$   
 $\Rightarrow t = \frac{۸}{\text{Log} ۲} = \frac{۸}{۰/۳۰۱} \approx ۲۶$  روز

ت) نادرست

پ) نادرست

ب) درست

الف) نادرست ۵۶

الف)  $m(t) = ۲^t \Rightarrow \text{Log} \frac{y}{۲} = t$

ب)  $m(t) = ۲^t = ۵۰۰۰ \Rightarrow \text{Log} \frac{۵۰۰۰}{۲} = t \Rightarrow \text{Log} \frac{۵^۴ \times ۲^۳}{۲} = ۴ \text{Log} \frac{۵}{۲} + ۳ \text{Log} \frac{۲}{۲}$   
 $= ۴ \text{Log} \frac{۱۰}{۲} + ۳ = ۴ \left( \text{Log} \frac{۱۰}{۲} - \text{Log} \frac{۲}{۲} \right) + ۳ = ۴ \times \frac{۱}{\text{Log} ۱۰} - ۱ \times ۴ + ۳ = \frac{۴}{۰/۳۰۱} - ۱$

الف)  $۲ \text{Log} \frac{m}{۴} - \text{Log} \frac{m}{۴} - ۳ = ۰ \Rightarrow \text{Log} \frac{m}{۴} = ۳ \Rightarrow m = ۴^۳ = ۶۴$

ب)  $\text{Log}_۲ \frac{۱۲b - ۲۱}{b^۲ - ۳} = ۲ \Rightarrow \frac{۱۲b - ۲۱}{b^۲ - ۳} = ۴ \Rightarrow ۱۲b - ۲۱ = ۴b^۲ - ۱۲ \Rightarrow ۴b^۲ - ۱۲b + ۹ = ۰$   
 $\Rightarrow (۲b - ۳)^۲ = ۰ \Rightarrow b = \frac{۳}{۲}$  غ ق ق

پ)  $x^۲ - ۱ = ۱۰ \Rightarrow x^۲ = ۱۱ \Rightarrow x = \pm \sqrt{۱۱}$

۵۹ - لگاریتم اعداد مثبت کم‌تر از ۱ همواره عددی منفی است.  $\times$  مبنا را معلوم نکرده است.

✓ - لگاریتم اعداد منفی تعریف نمی‌شود.

✓ - تابع لگاریتم، تابعی یک به یک است.

- تابع لگاریتم محور  $y$ ها را قطع می‌کند.  $\times$

✓ - اگر نقطه  $(b, d)$  روی نمودار  $y = a^x$  قرار داشته باشد، آن‌گاه  $(d, b)$  روی نمودار  $y = \text{Log}_a x$  قرار دارد.

- اگر  $a > b > ۰$  آن‌گاه  $a < \text{Log}_۱ b$ .  $\times$  در مبنای بیش از یک لگاریتم صعودی است.

$$a > b \Rightarrow \text{Log} \frac{a}{۱۰} > \text{Log} \frac{b}{۱۰}$$

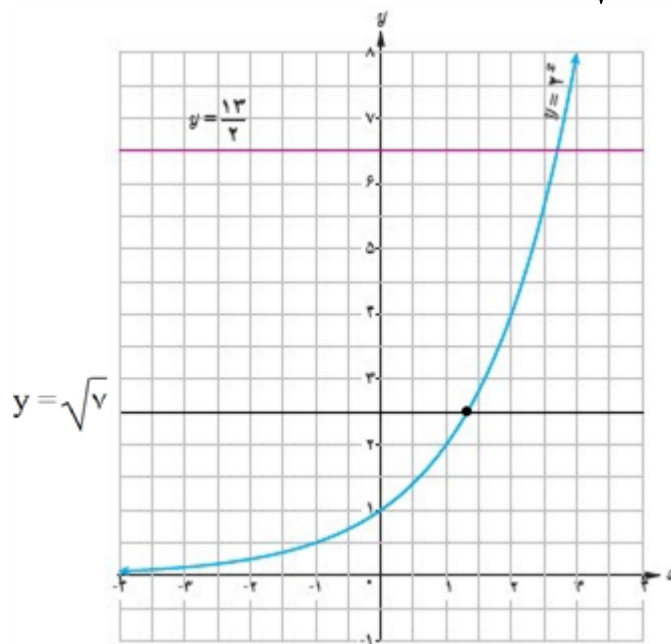
$$\text{الف) } \begin{cases} y = 3^x \\ y = 27 \end{cases} \Rightarrow 3^x = 27 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{ب) } \begin{cases} y = (0.5)^x \\ y = 10 \end{cases} \Rightarrow (0.5)^x = 10 \Rightarrow 10^{-x} = 10 \Rightarrow -x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{الف) } 2 < x < 3 \Rightarrow 2^2 < y < 2^3$$

$$\text{ب) } \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9} \Rightarrow 2 < \sqrt{7} < 3$$

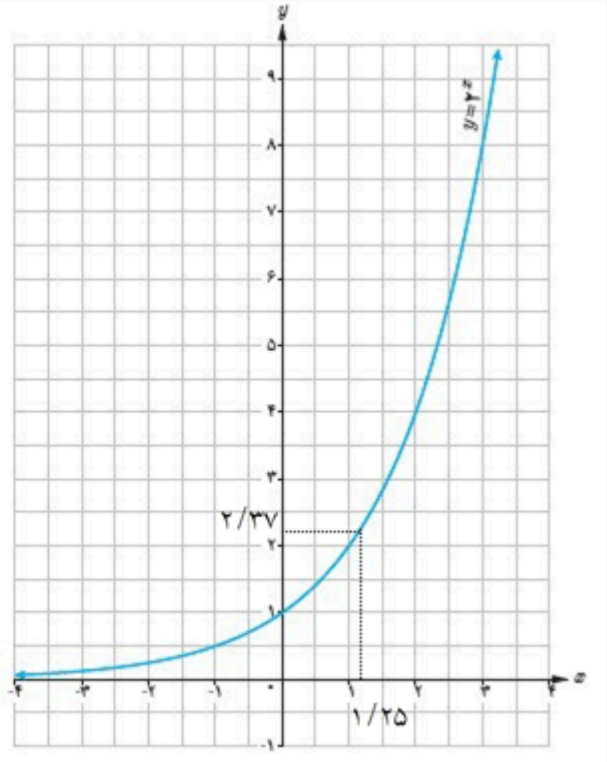
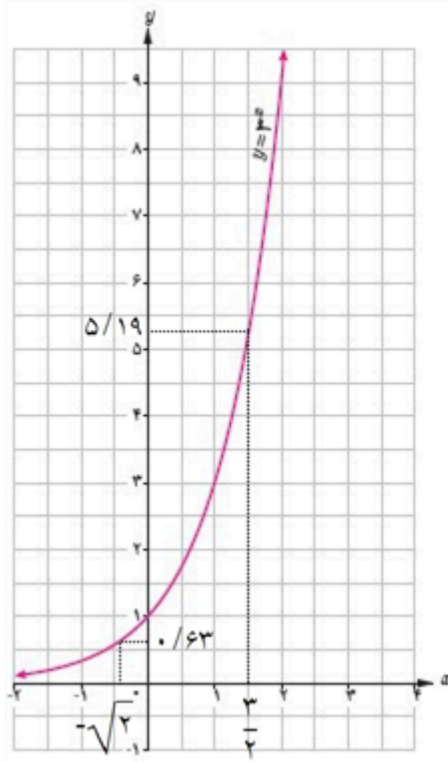
پس  $\sqrt{7}$  بین ۲ و ۳ بین محور y ها است و طول نقطه برخورد خط و منفی بین  $1 < x < 2$  است.



الف)  $3^{1-\sqrt{2}} \approx 0.63$

ب)  $2^{1/25} \approx 2/37$

پ)  $3^{5/19} \approx 5/19$



الف)  $3\sqrt{2}, 3\sqrt{3}, 3\sqrt{6}$

ب)  $2^{4x-2} > 2^{-10} \Rightarrow 4x-2 > -10 \Rightarrow 4x > -8 \Rightarrow x > -2$

پ)  $x > y > z$

الف)  $m(t) = 100 \times 2^t$

ب)  $m(20) = 100 \times 2^{20}$

$\log_4 x = 3 \Rightarrow x = 4^3 = 64$

ب)  $\log x = -3 \Rightarrow x = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = 4^3 = 64$

الف

ب)  $\log_{3^2} 3^{-4} = \frac{-4}{3}$

ج)  $\log_e \sqrt{e} = \log_e e^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

الف)  $\log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{2} = \log_{2^{-3}} 2^{-1} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$

الف)  $32^{\frac{1}{5}} = 2$

ب)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 16$

ج)  $16^{-\frac{2}{5}} = \frac{1}{8}$

$$\begin{cases} (\cdot, -2) \Rightarrow -2 = -1 + \log_c b \Rightarrow -1 = \log_c b \Rightarrow c^{-1} = b \Rightarrow b = \frac{1}{c} \\ b - c = \frac{1}{c} \Rightarrow \frac{1}{c} - c = \frac{1}{c} \Rightarrow c^2 + 1 - c = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = -2 \times \\ c = \frac{1}{c}, b = 2 \end{cases} \\ \left(\frac{1}{c}, \cdot\right) \Rightarrow \cdot = -1 + \log_{\frac{1}{c}} \frac{1}{c} \Rightarrow \frac{1}{c} = \frac{1}{c} \Rightarrow a = -2 \\ (a + c)b = \left(-2 + \frac{1}{c}\right)(2) = -5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \log_{10} (1-x)^2 (1-x)^2 &= 5 \Rightarrow (1-x)^4 = 10^5 \Rightarrow 1-x = 10 \Rightarrow -x = 9 \\ \log_{\frac{1}{3}} -x &= \log_{\frac{1}{3}} 9 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\cdot/2) \Rightarrow 2 &= 1 - \log_c \frac{-b}{c} \Rightarrow \log_c \frac{-b}{c} = -1 \\ -b &= c^{-1} = \frac{1}{c} \Rightarrow bc = -1 \\ (-1/5, \cdot) \Rightarrow \cdot &= 1 - \log_c \frac{(-1/5)a - b}{c} \Rightarrow \log_c \frac{(-1/5)a - b}{c} = 1 \Rightarrow -1/5a - b = c \\ \begin{cases} bc = -1 \\ b + c = -\frac{2}{5} \end{cases} &\xrightarrow{c>\cdot} \begin{cases} c = \frac{1}{5} \\ b = -2 \end{cases} \\ -1/5a - b &= c \Rightarrow -1/5a + 2 = \frac{1}{5} \Rightarrow 1/5a = 1/5 \Rightarrow a = 1 \\ \Rightarrow (a + c)b &= \left(1 + \frac{1}{5}\right)(-2) = -\frac{12}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \log_{10} \left( \frac{(2-x)^2}{(x-2)^2} \right) &= 3 \Rightarrow -(x-2)^2 = 1000 \Rightarrow x-2 = -10 \Rightarrow x = -8 \\ \Rightarrow \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} &= 3 \times 2 = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(\cdot) &= \frac{2}{3} \Rightarrow 1 + c \times 3^a = \frac{2}{3} \quad (1) \\ f(1) &= \cdot \Rightarrow 1 + c \times 3^{a+b} = \cdot \quad (2) \\ (1) \Rightarrow c \times 3^a &= -\frac{1}{3} \xrightarrow{(2)} 1 + c \times 3^a \times 3^b = \cdot \Rightarrow 1 - \frac{1}{3} \times 3^b = \cdot \Rightarrow 3^{b-1} = 1 \\ \Rightarrow b-1 &= 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow f(-1) = 1 + c \times 3^{a-b} = 1 + c \times 3^a \times 3^{-1} = 1 - \frac{1}{3} \times 3^{-1} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \end{aligned}$$



$$\text{Log}((x-2)(x^2+2x+4)) = \text{Log}(x^3-8) = 3 \Rightarrow x^3-8=8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{16} = 2^{\frac{4}{3}}$$

$$\text{Log} \frac{x}{\sqrt[3]{2}} = \text{Log} \frac{2^{\frac{4}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{3}} = 4 \quad \text{پس داریم:}$$

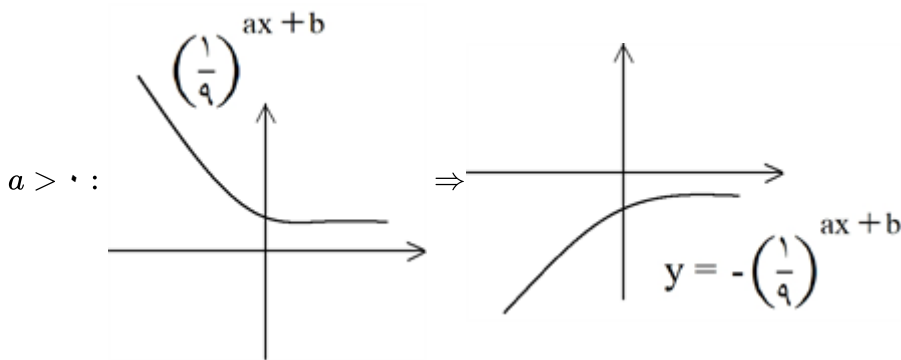
$$\text{Log } 5 = 1 - \text{Log } 2 = 1 - 0.3 = 0.7$$

$$\left(\text{Log} \frac{5}{3}\right)x^2 + (\text{Log } 9)x - \text{Log } 15 = 0$$

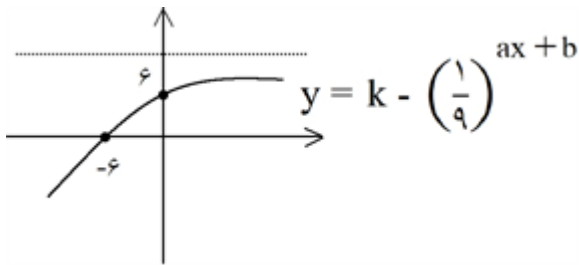
$$\Rightarrow (\text{Log } 5 - \text{Log } 3)x^2 + (2 \text{Log } 3)x - (\text{Log } 5 + \text{Log } 3) = 0$$

$$a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{\text{Log } 5 + \text{Log } 3}{\text{Log } 5 - \text{Log } 3} = -\frac{0.7 + 0.477}{0.7 - 0.477} = -\frac{11}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 - x_2 = \frac{14}{3}$$



در این حالت حتماً  $k > 0$  و طول از مبدأ منفی و عرض از مبدأ مثبت است.



$$\left. \begin{aligned} f(0) = 1 &\Rightarrow k - \left(\frac{1}{a}\right)^b = 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^b = k - 1 \\ f(-b/a) = 0 &\Rightarrow k - \left(\frac{1}{a}\right)^{-b/a+b} = 0 \Rightarrow k = \left(\frac{1}{a}\right)^{-b/a+b} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^b = \left(\frac{1}{a}\right)^{-b/a+b} - 1 \Rightarrow 3^{-2b} = 3^{12a-2b} - 1$$

$$3^{-2b}(3^{12a} - 1) = 1 \Rightarrow \begin{cases} -2b = 1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \Rightarrow k = 9 \\ 12a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{12} \end{cases} \Rightarrow bk = \left(-\frac{1}{2}\right)(9) = -4.5$$

برای  $a < 0$  نیز به همین نتیجه می‌رسد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در هر هفته  $۱۲/۵$  درصد از دست می‌دهد و  $۸۷/۵$  درصد باقی ماند یعنی  $\frac{۷}{۸}$  ماده اولیه باقی مانده

است. از طرفی  $\text{Log } \frac{۷}{۳} = \frac{۱۰}{۱۶}$  و  $\text{Log } \frac{۷}{۳} = \frac{۱۰}{۶}$  است.

$$\left(\frac{۷}{۸}\right)^n A = \frac{۱}{۷}A \Rightarrow \left(\frac{۷}{۸}\right)^n = \frac{۱}{۷}$$

$$\text{Log } \left(\frac{۷}{۸}\right)^n = \text{Log } \frac{۱}{۷} = -\text{Log } \frac{۷}{۳}$$

$$n \left( \text{Log } \frac{۷}{۳} - ۳ \text{Log } \frac{۷}{۳} \right) = -\text{Log } \frac{۷}{۳} \Rightarrow n \left( \frac{۱۰}{۶} - \frac{۳۰}{۱۶} \right) = -\frac{۱۰}{۶} \Rightarrow n = ۸ \Rightarrow \text{هفته } ۸ \Rightarrow \text{روز } ۵۶$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار از دو نقطه روی محورهای عبور کرده که می‌تواند  $(۲, ۰)$  یا  $(۰, ۲)$  روی محور  $x$  ها و  $(۰, ۲)$  یا  $(۲, ۰)$  روی محور  $y$  ها باشند. در نتیجه نقاط را به صورت  $(n, ۰)$  و  $(۰, m)$  و  $n = \pm ۲$  و  $m = \pm ۲$  در نظر

$$k + ۴^{na-b} = ۰ \Rightarrow k + \frac{۴^{na}}{۴^b} = ۰ \Rightarrow k = -\frac{۴^{na}}{۴^b} \quad \text{می‌گیریم:}$$

$$k + ۴^{-b} = m \Rightarrow k + \frac{۱}{۴^b} = m \Rightarrow \frac{۱}{۴^b} - \frac{۴^{na}}{۴^b} = m \Rightarrow ۴^{na} - ۱ = -۴^b \times m \Rightarrow ۲^{2na} + ۲^{2b} \times m = ۱$$

$$\xrightarrow[n=۲]{m=-۲} ۲^{2a} - ۲^{2b+1} = ۱ \Rightarrow \begin{cases} ۲^a = ۱ \Rightarrow a = \frac{1}{2} \\ ۲^{b+1} = ۰ \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\frac{۴^{na}}{۴^b} = ۰ \Rightarrow k + \frac{۴^{\frac{1}{2}}}{۴^{-\frac{1}{2}}} = ۰ \Rightarrow k = -۴ \Rightarrow bk = \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-۴) = ۲$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log } ۲ \simeq ۰/۳ \Rightarrow \text{Log } ۵ = ۱ - \text{Log } ۲ \simeq ۰/۷$$

$$\text{Log } ۳ \simeq ۰/۴ \Rightarrow \text{Log } ۶ = \text{Log } ۲ + \text{Log } ۳ \simeq ۰/۷$$

$$x^۲ (\text{Log } ۳) + ۲x (\text{Log } ۶) - \text{Log } \frac{۵}{۶} = ۰ \Rightarrow (\text{Log } ۵ + \text{Log } ۶)x^۲ + (۲ \text{Log } ۶)x + (\text{Log } ۶ - \text{Log } ۵)$$

= ۰

$$\xrightarrow{a+c=b} x = -۱, \frac{\text{Log } ۵ - \text{Log } ۶}{\text{Log } ۵ + \text{Log } ۶} \simeq ۰ \xrightarrow{\text{تفاضل}} \simeq |-۱ - ۰| = ۱$$



$$A(t) = A \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{1}{9}\right)^n = \frac{A(t)}{A} = \frac{1}{9} \Rightarrow n(2 \log 2 - 2 \log 3) = -(\log 2 + \log 3)$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log 3 + \log 2}{2 \log 3 - 2 \log 2} = \frac{\log_2 3 + 1}{2 \log_2 3 - 2}$$

از طرفی از دو تساوی داده شده داریم:

$$\log_2 3 = \frac{\log_2 5}{\log_2 3} = \frac{2/4}{1/4} = \frac{12}{1} \Rightarrow n = \frac{\frac{12}{1} + 1}{\frac{12}{1} - 2} = \frac{13}{10}$$

یعنی در  $\frac{19}{3}$  ساعت یا ۳۸۰ دقیقه مورد نظر حاصل می‌شود.

$$f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = x \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{(2^x)^2 - 1}{2^x}}{\frac{(2^x)^2 + 1}{2^x}} \Rightarrow 2(2^x)^2 - 2 = (2^x)^2 + 1$$

$$\Rightarrow (2^x)^2 = 3 \Rightarrow 2^x = \sqrt{3} \xrightarrow{\log_2} \log_2 2^x = \log_2 \sqrt{3} \Rightarrow x = \log_2 \sqrt{3}$$

$$\log_9 b = 1 + \log_3 5 \Rightarrow \frac{1}{2} \log_3 b = \log_3 3 + \log_3 5 \Rightarrow \log_3 b = 2 \log_3 3 + 2 \log_3 5$$

$$\Rightarrow \log_3 b = \log_3 3^2 + \log_3 5^2 \Rightarrow \log_3 b = \log_3 15^2 \Rightarrow b = 15^2$$

$$\log_{15} \sqrt{b} = \log_{15} \sqrt{15^2} = \log_{15} 15 = 1$$

$$f(\cdot) = \frac{1}{2} f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \Rightarrow \begin{cases} f(\cdot) = 2 \Rightarrow 5 - 3^b = 2 \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \Rightarrow 5 - 3^{\frac{a}{2}+b} = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5 - 3^b = 2 \Rightarrow 3^b = 3 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow 5 - 3^{\frac{a}{2}+1} = 4 \Rightarrow 3^{\frac{a}{2}+1} = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow f(x) = 5 - 3^{-2x+1}$$

$$f\left(-\frac{1}{4}\right) = 5 - 3^{-2 \times \left(-\frac{1}{4}\right)+1} = 5 - 3^{\frac{1}{2}} = 5 - \sqrt{3} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{4}\right) = 5 - \sqrt{27}$$

$$-1 < 5 - \sqrt{27} < 0 \Rightarrow [5 - \sqrt{27}] = -1$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸۳

$$3^x = 0.216 \xrightarrow{\text{Log}_3} \text{Log}_3 3^x = \text{Log}_3 \frac{216}{1000} \Rightarrow x = 3 - 3 \text{Log}_3 5 \Rightarrow \text{Log}_3 5 = \frac{3-x}{3}$$

$$5^y = 675 \xrightarrow{\text{Log}_5} \text{Log}_5 5^y = \text{Log}_5 675 \Rightarrow y = \text{Log}_5 5^2 \times 3^3 \Rightarrow y = 2 + 3 \text{Log}_5 3$$

$$y = 2 + 3 \left( \frac{3}{3-x} \right) \Rightarrow y = \frac{15-2x}{3-x} \Rightarrow y = \frac{2x-15}{x-3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به علت وجود  $\text{Log } x$  باید  $x > 0$  پس برای اینکه زیر رادیکال منفی نشود، باید: ۸۴

$$\text{Log } x > 0 \Rightarrow \text{Log } x > \text{Log } 1 \Rightarrow x < 1 \xrightarrow{\cap} 0 < x < 1$$

این بازه شامل هیچ عدد صحیحی نمی‌شود.

$$\text{Log}_n m = a \Rightarrow \frac{\text{Log } m}{\text{Log } n} = a$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۵

$$b = \text{Log}_{mn} m^n n = \frac{n \text{Log } m + \text{Log } n}{\text{Log } m + \text{Log } n} = \frac{n(a+1)}{a+1} = 1 + \frac{a}{a+1} = 1/0.0 \Rightarrow [b] = 1$$

تذکر: برای حل تستی، می‌توانیم  $m = n$  در نظر بگیریم و به راحتی به جواب برسیم.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸۶

$$8^{-\frac{1}{2}m} \times 4^{-n} + 4^{-m} \times 8^{-\frac{1}{2}n} > \frac{1}{128} \Rightarrow 2^{-2m-2n} + 2^{-2m-2n} > 2^{-7} \Rightarrow 2(2^{-2m-2n}) > 2^{-7}$$

$$\Rightarrow 2^{-2m-2n} > 2^{-8} \Rightarrow -2m-2n > -8 \Rightarrow m+n < 4 \Rightarrow (m, n) = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\}$$

$$\text{Max}(m^2 + n^2) = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸۷

$$g^{-1}(f^{-1}(0)) = \alpha \Rightarrow f^{-1}(0) = g(\alpha) \Rightarrow 0 = f(g(\alpha))$$

$$2x - 5 = 1 \Rightarrow x = 3 \quad (\text{Log } 1 = 0) \quad \text{در تابع } f, f(3) = 0 \text{ است زیرا:}$$

$$\Rightarrow g(\alpha) = 3 = \alpha + \sqrt{2\alpha - 4} \Rightarrow 3 - \alpha = \sqrt{2\alpha - 4} \xrightarrow[\text{توان ۲}]{\alpha < 3} \alpha^2 - 6\alpha + 9 = 2\alpha - 4$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 8\alpha = -13 \Rightarrow \alpha^2 - 8\alpha + 16 = (\alpha - 4)^2 = 3 \Rightarrow \alpha = 4 - \sqrt{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۸

$$g(1) = 4 \Rightarrow (1, 4) \in f \Rightarrow f(1) = 2 + 2^{b-a} = 4 \Rightarrow b - a = 1 \quad (1)$$

$$f^{-1}(10) = -1 \Rightarrow f(-1) = 10 \Rightarrow 2 + 2^{b+a} = 10 \Rightarrow 2^{b+a} = 8 \Rightarrow b + a = 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} b = 2, a = 1 \Rightarrow 2b - a = 3$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۹

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow 1 = \sqrt[2]{2^{\frac{a}{2}+b}} \Rightarrow 2^{\frac{a}{2}+b} = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} + b = 0 \Rightarrow \frac{a}{2} = -b \Rightarrow a = -2b \quad (1)$$

$$f^{-1}(8) = 5 \Rightarrow f(5) = 8 \Rightarrow \sqrt[2]{2^{5a+b}} = 2^3 \Rightarrow 2^{5a+b} = 2^6 \Rightarrow 5a + b = 6$$

$$\stackrel{(1)}{\rightarrow} -10b + b = 6 \Rightarrow b = -1, a = 2 \Rightarrow a - b = 3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹۰

$$(81)^{-1} \times 9^{x-1} = \left(-\frac{1}{3}\right)^x \Rightarrow 3^{-4} \times 3^{2x-2} = (-3)^{-x} \Rightarrow (3)^{2x-6} = (-3)^{-x}$$

$$\xrightarrow{x \text{ زوج باشد}} 2x - 6 = -x \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طرفین رابطه  $a^2 + 9b^2 = 10ab$  را با  $ab$  جمع می‌کنیم. ۹۱

$$\Rightarrow a^2 + 9ab + 9b^2 = 16ab \Rightarrow (a + 3b)^2 = 16ab \Rightarrow \left(\frac{a + 3b}{4}\right)^2 = ab$$

از طرفین لگاریتم می‌گیریم:

$$\Rightarrow \log\left(\frac{a + 3b}{4}\right)^2 = \log ab \Rightarrow 2 \log\left(\frac{a + 3b}{4}\right) = \log a + \log b$$

این یعنی  $\log \frac{a + 3b}{4}$  واسطه حسابی  $\log a$  و  $\log b$  است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹۲

$$\log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{8} = m \Rightarrow \frac{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}}{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}} = m \Rightarrow \frac{2 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} + 1}{3} = m \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} = \frac{3m - 1}{2}$$

$$\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{4} = \frac{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}}{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}} = \frac{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} + 2}{2} = \frac{\frac{3m-1}{2} + 2}{2} = \frac{3m + 3}{4} = \frac{3}{4}(m + 1)$$

$$\left. \begin{aligned} (0, 0) &\Rightarrow a + b = 0 \\ (-1, -1) &\Rightarrow a + 2b = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1, b = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۳



$$\text{فرض: } 5^x = 10 \Rightarrow 5^x = 5 \times 2 \Rightarrow 5^{x-1} = 2 \Rightarrow 5 = 2^{\frac{1}{x-1}}$$

$${}_2f(x) = 20 = 2^2 \times 5 = 2^2 \times 2^{\frac{1}{x-1}} = 2^{2+\frac{1}{x-1}} = 2^{\frac{2x-1}{x-1}} \Rightarrow f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$$

راه دوم:

$$5^x = 10 \Rightarrow x = \text{Log}_5 10 = \text{Log}_5 2 + \text{Log}_5 5 = \text{Log}_5 2 + 1 \Rightarrow \text{Log}_5 2 = x - 1$$

$${}_2f(x) = 20 \Rightarrow f(x) = \text{Log}_2 20 = \frac{\text{Log}_5 20}{\text{Log}_5 2} = \frac{\text{Log}_5 2 + \text{Log}_5 10}{\text{Log}_5 2} = \frac{x-1+x}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقاط به مختصات  $(-1, 0)$  و  $(0, 2)$  در ضابطه‌ی تابع صدق می‌کنند:

$$\begin{cases} (-1, 0) \Rightarrow 0 = a\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + b \Rightarrow 0 = a\left(\frac{2}{1}\right)^{+1} + b \Rightarrow 2a + b = 0 \Rightarrow b = -2a \quad (*) \\ (0, 2) \Rightarrow 2 = a\left(\frac{1}{2}\right)^0 + b \Rightarrow a + b = 2 \quad (**) \Rightarrow (*), (**) \Rightarrow a - 2a = 2 \\ \Rightarrow a = -2, b = -2a = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = -2\left(\frac{1}{2}\right)^x + 4 \Rightarrow f(1) = -2\left(\frac{1}{2}\right)^1 + 4 = -1 + 4 = 3$$



# پاسخنامه کلیدی

۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴

