



p30konkor.com

نام و نام خانوادگی :

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

نام دبیر :

عنوان آزمون :

ریاضی ۱۰ فصل ۲-متوسط ۲ تاریخ برگزاری

ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	اگر $\sqrt[4]{27}\sqrt[3]{3} = 3^{\frac{m}{6}}$ باشد، مقدار $m$ را به دست آورید.	
۲	کسر گویای زیر را ساده کنید.	$\frac{x^4 - 27x}{x^3 + 3x^2 + 9x}$
۳	الف) عبارت زیر را تجزیه کنید. ب) مخرج کسر زیر را گویا کنید.	$\frac{1}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}}$
۴	اگر $2x + \frac{5}{x} = 10$ باشد، $4x^2 + \frac{25}{x^2}$ را به دست آورید. ( $x \neq 0$ )	
۵	اگر $a + b = 10$ و $ab = 2$ باشد، $a - b$ را حساب کنید.	
۶	حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.	$\frac{a+5}{a-1} - \frac{6}{a^2+a+1} - \frac{6(a^2+2)}{a^3-1}$
۷	اگر $\sqrt[5]{2}\sqrt[3]{4} = 2^{\frac{1}{n}}$ باشد، مقدار $n$ را به دست آورید.	
۸	حاصل عبارت $\frac{1}{\sqrt[3]{a}-1} - \frac{1}{a-1}$ را به دست آورید.	



۹	<p>حاصل عبارات زیر را بیابید.</p> <p>الف) <math>(-\sqrt[3]{360})(5\sqrt[3]{75})</math></p> <p>ب) <math>\sqrt[3]{135} + 3\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{300} - \sqrt[3]{40}</math></p>
۱۰	<p>مقایسه کنید و در مربع از علامت‌های <math>&lt; &gt; =</math> استفاده کنید.</p> <p>الف) <math>\sqrt[3]{0/7} \square \sqrt[3]{0/7}</math></p> <p>ب) <math>\sqrt[3]{5} \square \sqrt[3]{11}</math></p>
۱۱	<p>اگر <math>x + \frac{2}{x} = 7</math> باشد، حاصل عبارات زیر را بیابید.</p> <p>الف) <math>x^2 + \frac{4}{x^2}</math></p> <p>ب) <math>x^3 + \frac{8}{x^3}</math></p>
۱۲	<p>حاصل عبارت زیر را به دست آورید.</p> <p><math>\frac{1}{\sqrt[3]{x}-2} - \frac{4}{x-8}</math></p>
۱۳	<p>اگر <math>\sqrt[3]{a^3b} = -a\sqrt{ab}</math> باشد، علامت‌های <math>a</math> و <math>b</math> را مشخص کنید. <math>(a, b \neq 0)</math></p>
۱۴	<p>اگر <math>a + b = 5</math> و <math>ab = 2</math> باشد، <math>a^3 + b^3</math> را حساب کنید.</p>
۱۵	<p>عبارت مقابل را ساده کنید:</p> <p><math>(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(5\sqrt{2} - \sqrt{3})</math></p>



$$\sqrt[5]{\sqrt[3]{27}\sqrt[3]{3}} = \left( 3^3 \times 3^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{5}} = \left( 3^{\frac{10}{3}} \right)^{\frac{1}{5}} = 3^{\frac{10}{15}} = 3^{\frac{2}{3}}$$

۱

$$\Rightarrow 3^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{m}{6}} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{m}{6} \Rightarrow m = 4$$

$$\frac{x^3 - 27x}{x^3 + 3x^2 + 9x} = \frac{x(x^2 - 27)}{x(x^2 + 3x + 9)} = \frac{x(x-3)(x^2 + 3x + 9)}{x(x^2 + 3x + 9)} = x - 3$$

۲

$$4x^3 + 12\Delta y^3 = (2x + 5y)(4x^2 - 10xy + 25y^2)$$

الف ۳

$$\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \times \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{xy} + \sqrt{y^3}}{\sqrt{x^3} + \sqrt{xy} + \sqrt{y^3}} = \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{xy} + \sqrt{y^3}}{x - y}$$

ب)

۴ روش اول:

$$2x + \frac{5}{x} = 10 \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم}} \left( 2x + \frac{5}{x} \right)^2 = 100 \Rightarrow 4x^2 + 20 + \frac{25}{x^2} = 100$$

$$\Rightarrow 4x^2 + \frac{25}{x^2} = 80$$

روش دوم: استفاده از اتحادهای کمکی:

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$4x^2 + \frac{25}{x^2} = \left( 2x + \frac{5}{x} \right)^2 - 2(2x)\left(\frac{5}{x}\right) = (10)^2 - 2(10) = 100 - 20 = 80$$

۵ روش اول:

$$a + b = 10 \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم}} (a + b)^2 = 100 \Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = 100$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 100 - 4 = 96$$

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 96 - 4 = 92 \Rightarrow a - b = \pm \sqrt{92}$$

روش دوم: استفاده از اتحادهای کمکی:

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

$$(10)^2 - (a - b)^2 = 4(2) \Rightarrow (a - b)^2 = 100 - 8 = 92$$

$$a - b = \pm \sqrt{92}$$

$$\frac{a+5}{a-1} - \frac{6}{a^2+a+1} = \frac{6(a^2+1)}{(a-1)(a^2+a+1)} \quad (0/25)$$

۶

$$= \frac{(a+5)(a^2+a+1) - 6(a-1) - 6a^2 - 12}{(a-1)(a^2+a+1)} = (0/5) \frac{a^3 - 1}{(a-1)(a^2+a+1)} = 1 \quad (0/25)$$

مثال صفحه ۱۴

$$\sqrt[n]{2} \sqrt[n]{4} = \left( 2 \times 2^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{n}} = \left( 2^{1 + \frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{n}} = \left( 2^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{n}} = 2^{\frac{3}{2n}}$$

$$\Rightarrow 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{n}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{n} \Rightarrow n = 3$$

۷

$$A = \frac{1}{\sqrt[n]{a-1}} \times \frac{\sqrt[n]{a^3} + \sqrt[n]{a} + 1}{\sqrt[n]{a^3} + \sqrt[n]{a} + 1} - \frac{1}{a-1} = \frac{\sqrt[n]{a^3} + \sqrt[n]{a} + 1}{a-1} - \frac{1}{a-1} = \frac{\sqrt[n]{a^3} + \sqrt[n]{a} + 1 - 1}{a-1}$$

$$= \frac{\sqrt[n]{a^3} + \sqrt[n]{a}}{a-1}$$

۸

$$\text{الف)} (-\sqrt[3]{360})(\sqrt[5]{75}) = -\sqrt[5]{360 \times 75} = -\sqrt[5]{2^3 \times 3^3 \times 5 \times 5^2 \times 3}$$

$$= -\sqrt[5]{2^3 \times 3^3 \times 5^3} = -\sqrt[5]{2 \times 3 \times 5} = -150$$

۹

$$\text{ب)} \sqrt[3]{135} + 3\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{300} - \sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{27 \times 5} + 3\sqrt[3]{9 \times 3} - \sqrt[3]{100 \times 3} - \sqrt[3]{8 \times 5}$$

$$= 3\sqrt[3]{5} + 9\sqrt[3]{3} - 10\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{3}$$

۱۰

$$\text{الف)} \sqrt[3]{0.7} > \sqrt[3]{0.7}$$

$$\text{ب)} \begin{cases} \sqrt[3]{5^3} = \sqrt[3]{125} \\ \sqrt[3]{11^3} = \sqrt[3]{1331} \end{cases} \Rightarrow \sqrt[3]{5} > \sqrt[3]{11}$$

۱۱

$$\text{الف)} x^2 + \frac{4}{x^2} = \left( x + \frac{2}{x} \right)^2 - 2(x) \left( \frac{2}{x} \right) = 7^2 - 4 = 49 - 4 = 45$$

$$\text{ب)} x^3 + \frac{8}{x^3} = \left( x + \frac{2}{x} \right)^3 - 3(x) \left( \frac{2}{x} \right) \left( x + \frac{2}{x} \right) = 7^3 - 6(7) = 343 - 42 = 301$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}-2} \times \frac{\sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} + 4} = \frac{\sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} + 4}{x-8}$$

۱۲

$$\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{x-8} = \frac{\sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} + 4}{x-8} - \frac{4}{x-8} = \frac{\sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} + 4 - 4}{x-8} = \frac{\sqrt{x^3} + 2\sqrt{x}}{x-8}$$

$$\sqrt{a^r b} = \sqrt{a^r ab} = |a| \sqrt{ab}$$

۱۳

برای آنکه خارج رادیکال باشد، باید a منفی باشد.

$$\xrightarrow{a < 0} -a\sqrt{ab}$$

و درون رادیکال ab داریم که باید مثبت باشد و چون a منفی است باید b نیز منفی باشد.

$$ab > 0 \xrightarrow{a < 0} b < 0$$

بنابراین باید a و b هر دو منفی باشند.



$$a + b = 5 \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}^3} (a + b)^3 = 125$$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 125 \Rightarrow a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = 125$$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 + 3(2)(5) = 125 \Rightarrow a^3 + b^3 = 125 - 30 \Rightarrow a^3 + b^3 = 95$$

روش دوم: از اتحاد کمکی استفاده می‌کنیم:

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$a^3 + b^3 = 5^3 - 3(2)(5) = 125 - 30 = 95$$

$$\begin{aligned} (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(5\sqrt{2} - \sqrt{3}) &= 3\sqrt{2}(5\sqrt{2} - \sqrt{3}) + 2\sqrt{3}(5\sqrt{2} - \sqrt{3}) \\ &= 15 \times 2 - 3\sqrt{2} \times \sqrt{3} + 10\sqrt{2} \times \sqrt{3} - 2 \times 3 = 30 - 6 - 3\sqrt{6} + 10\sqrt{6} = 24 + 7\sqrt{6} \end{aligned}$$

