



p30konkor.com

عنوان آزمون : ریاضی تجربی ۱۲ - فصل ۳

زمان آزمون :

تاریخ برگزاری

نام و نام خانوادگی :

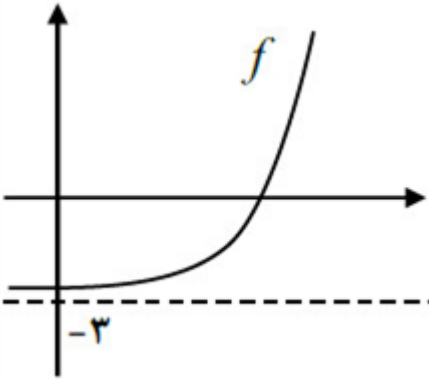
پایه تحصیلی :

نام دبیر :

ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>حدود زیر را محاسبه کنید. (نماد [] علامت جزء صحیح است.)</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4}$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-[x]}{x-3}$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)} = 2$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4} = \frac{1}{0^+} = +\infty$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-[x]}{x-3} = \frac{1}{0^-} = -\infty$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3}{2x^3} = -3$</p> <p>پاسخ: ۱</p>	
۲	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید. (نماد [] علامت جزء صحیح است.)</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x]-1}{x-1}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2}$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1)$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x]-1}{x-1} = \frac{1}{0^+} = +\infty$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^3 = +\infty$</p> <p>پاسخ: ۱</p>	
۳	<p>اگر چندجمله‌ای $p(x) = x^3 + mx + 2$ بر $x - 2$ بخش پذیر باشد، آنگاه باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x + 1$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>$p(2) = 0 \Rightarrow 8 + 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = -5$</p> <p>$p(-1) = 6$</p> <p>پاسخ: ۱</p>	

۴	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \tan x$ برابر است.</p> <p>پاسخ: ۱ $-\infty$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>
۵	<p>در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. اگر بازه $(\gamma, ۱ - x)$ همسایگی عدد ۲ باشد، حدود x بازه می‌باشد.</p> <p>پاسخ: ۱ $(-\infty, ۳)$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>
۶	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow ۲^-} \frac{[x]}{x - ۲}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۱ + x - ۴x^۲}{۳x + ۲x^۲}$</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow ۲^-} \frac{[x]}{x - ۲} = \frac{۱}{۰^-} = -\infty$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۱ + x - ۴x^۲}{۳x + ۲x^۲} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-۴x^۲}{۲x^۲} = -۲$</p>
۷	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = ۲x^۲ - x^۲ + ۱$ بر $x - ۱$ برابر ۲ است.</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p>
۸	<p>جای خالی را با عدد مناسب پر کنید. بازه $(۰, -۲)$، یک همسایگی چپ برای عدد است.</p> <p>پاسخ: ۱ صفر</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p>
۹	<p>اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = ۳x^۲ + mx + ۲m + ۱$ بر $x - ۲$ برابر ۳ باشد، باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $f(x) = mx^۲ - mx + ۳$ بر $x + ۲$ را تعیین کنید.</p> <p>پاسخ: ۱ $-\frac{۵}{۲}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>$p(۲) = ۳ \Rightarrow ۱۲ + ۲m + ۲m + ۱ = ۳ \Rightarrow ۴m = -۱۰ \Rightarrow m = -\frac{۵}{۲}$</p> <p>$f(-۲) = -\frac{۵}{۲}(-۲)^۲ - \left(-\frac{۵}{۲}\right)(-۲) + ۳ = -۱۲$</p>

	<p>حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4 - x + x^2}{5 - 2x^2}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} = \lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{(x+5)(x-3)}{(x+5)(x+5)} = \frac{-8}{0^-} = +\infty$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 4}{-2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{-2x^2} = -\frac{1}{2}$</p>	۱۰
	<p>حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{ 2 - x }$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) $\frac{3}{0^+} = +\infty$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1} \times \frac{\sqrt{3x+1} + 2}{\sqrt{3x+1} + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1-4}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \frac{3}{4}$</p> <p>به روش‌های هم‌ارزی و هوپیتال نمره تعلق نمی‌گیرد.</p>	۱۱
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.</p> <p>- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{\sin x}$ برابر با $-\infty$ است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p>	۱۲
	<p>حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 1}{(x-1)^2}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 3x - 1}{2 + x - x^4}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 1}{(x-1)^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{0^+} = -\infty$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 3x - 1}{2 + x - x^4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{-x^4} = -1$</p>	۱۳

	<p>با توجه به نمودار تابع f، حاصل حدهای زیر را به دست آورید.</p>  <p>الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲ الف) -۳ ب) $+\infty$</p> <p>پاسخ: ۱</p>	۱۴
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - عبارت $x^6 + 1$ بر $x + 1$ بخش پذیر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ نادرست</p>	۱۵
	<p>مقادیر a و b را چنان بیابید که عبارت $p(x) = x^3 - ax + b$ بر $(x - 2)$ بخش پذیر باشد و باقیمانده تقسیم آن بر $(x + 1)$ برابر ۳ باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p> $\begin{aligned} P(2) = 0 &\Rightarrow 8 - 2a + b = 0 \\ P(-1) = 3 &\Rightarrow a + b = 4 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -8 \\ a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} a &= 4 \\ b &= 0 \end{aligned}$ <p>پاسخ: ۱</p>	۱۶
	<p>حاصل حد مقابل را به دست آورید.</p> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} =$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x - 3)}{(x - 3)(x + 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{x + 3} = \frac{1}{2}$ <p>پاسخ: ۱</p>	۱۷
	<p>آیا مقدار $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x] - 1}$ وجود دارد؟ چرا؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ خیر - زیرا تابع $f(x) = \frac{1}{[x] - 1}$ در همسایگی راست $x = 1$ تعریف نشده است.</p>	۱۸

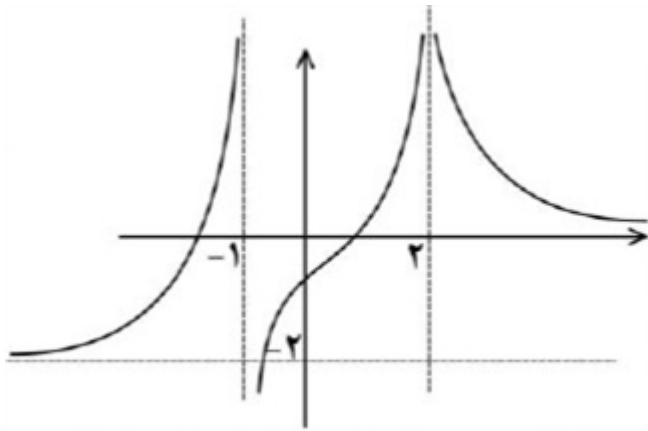
	<p>حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{ \sin x }$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = 3$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{ \sin x } = \frac{-2}{0^+} = -\infty$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^5}{x^3} = +\infty$</p>	۱۹
	<p>اگر چند جمله‌ای $x^2 + ax - 8$ بر $x - a$ بخش‌پذیر باشد، مقدار a را تعیین کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>$x = a \Rightarrow 2a^2 - 8 = 0 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$</p>	۲۰
	<p>حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{5x}{ 2x-1 }$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x+3}{x^2+6x+9}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{5x}{ 2x-1 } = \frac{\frac{5}{2}}{0^+} = +\infty$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x+3}{x^2+6x+9} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{(x+3)}{(x+3)^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$</p>	۲۱
	<p>حد مقابل را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)\sqrt{x}+1} = \frac{1}{4}$</p>	۲۲

نمودار تابع f به شکل مقابل است. حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$



۲۳

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

الف) $-\infty$

ب) $+\infty$

پ) -2

پاسخ: ۱

اگر $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 3}{(2 - x)^3} = +\infty$ باشد، حدود a را تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 3}{(2 - x)^3} = \frac{2a - 3}{0^-} = +\infty \Rightarrow 2a - 3 < 0 \Rightarrow a < \frac{3}{2}$$

پاسخ: ۱

۲۴

الف) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$

حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

ب) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x}$

پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - x}{5x + 4}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

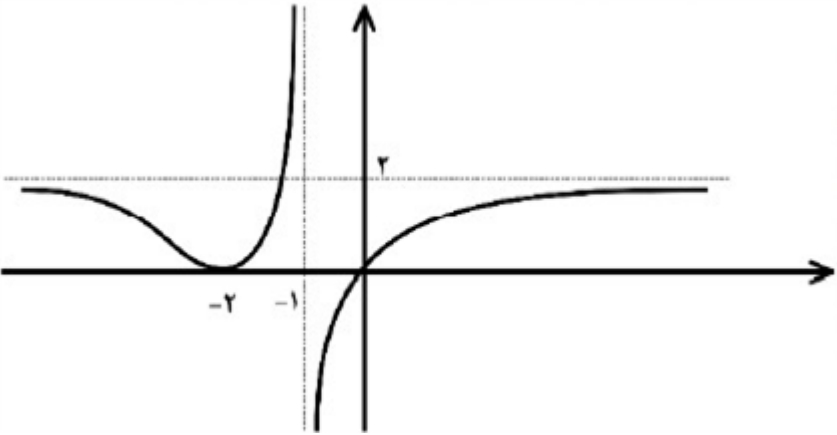
الف) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} \times \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{(x - 9)(\sqrt{x} + 3)} = \frac{1}{6}$

ب) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{5x} = -\frac{1}{5}$

پاسخ: ۱

۲۵

	<p>در چند جمله‌ای $P(x) = x^2 + ax^2 + b$ مقادیر a و b را چنان بیابید که باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $x + 2$ برابر -1 و $P(x)$ بر $x - 1$ بخش‌پذیر باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\begin{cases} p(-2) = -1 \\ p(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 7 \\ a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{8}{3}, b = -\frac{11}{3}$	۲۶
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - بازه $(2, 5)$، یک همسایگی ۴ است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p>	۲۷
	<p>با توجه به نمودار تابع f، موارد زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ب) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \end{cases}$</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>۲ الف) ب) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty \end{cases}$</p>	۲۸

	<p>حدود زیر را بیابید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{2}{\operatorname{tg} x}$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + 2x + 1}{4x - 1}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>الف) $\frac{1-2}{2^- - 2} = \frac{-1}{-} = +\infty$</p> <p>ب) $\frac{2}{\operatorname{tg}(\frac{\pi}{2})^+} = \frac{2}{-\infty} = 0$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{4x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{4} = +\infty$</p> <p>پاسخ: ۱</p>	۲۹
	<p>اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = x^3 + kx^2 - 3$ بر $x + 1$ برابر ۲ باشد، k را تعیین کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p> <p>$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow p(-1) = 2 \Rightarrow (-1)^3 + k(-1)^2 - 3 = 2 \Rightarrow k = 4$</p> <p>پاسخ: ۱</p>	۳۰
	<p>حد مقابل را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^2 - 7x + 3}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-2)}{(x-3)(2x-1)} = \frac{1}{5}$</p> <p>پاسخ: ۱</p>	۳۱

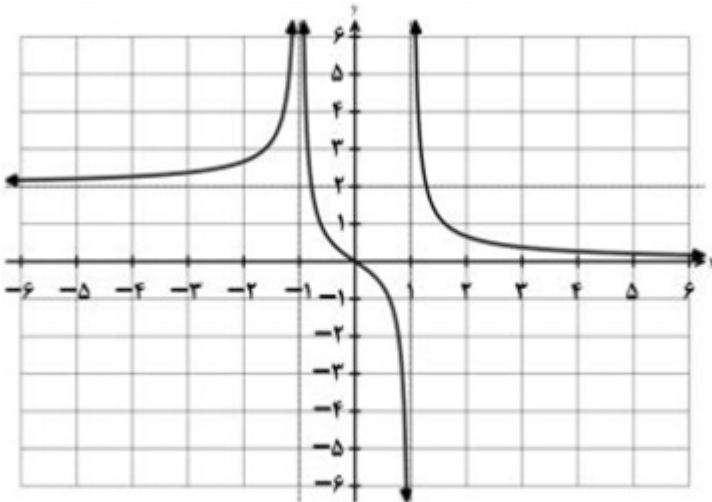
نمودار تابع f به صورت شکل مقابل است. حدود خواسته شده را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

پ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$

ت) $\lim_{x \rightarrow (1)^-} f(x) =$



۳۲

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

پ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$

ت) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$

پاسخ: ۱

حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x^3}{2x - 1}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{(x - 2)^2}$

۳۳

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)^2} = \frac{+4}{0^+} = +\infty$

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{2} = -\infty$

پاسخ: ۱

در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

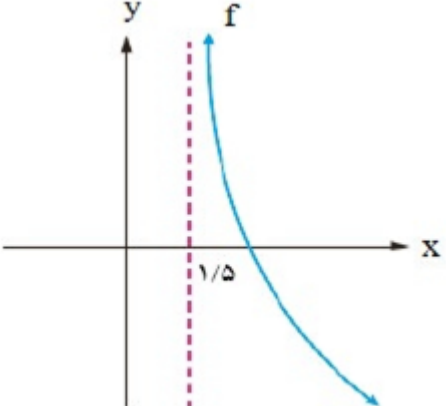
- باقیمانده تقسیم عبارت $2x^2 - 5x + 1$ بر $x - 3$ برابر است.

۳۴

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۱ ۴

	<p>حدهای زیر را در صورت وجود بیابید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 2}{ 3x - 1 }$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x + 2}{5 - x} - \frac{8}{x} \right)$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>الف) $\frac{-2}{\frac{1}{2}} = -\infty$</p> <p>ب) -4</p> <p>پاسخ: ۱</p>	۳۵
	<p>باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = 8x^2 - 4x^2 + 2$ را بر $2x + 1$ به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p> <p>$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2} \Rightarrow p\left(\frac{-1}{2}\right) = 0 = r$</p> <p>پاسخ: ۱</p>	۳۶
	<p>مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $p(x) = x^2 + ax^2 + bx + 2$ بر $(x + 2)$ و $(x - 1)$ بخش پذیر باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>$-8 + 4a - 2b + 2 = 0 \Rightarrow 4a - 2b = 6 \Rightarrow a = 0$</p> <p>$1 + a + b + 2 = 0 \Rightarrow a + b = -3 \Rightarrow b = -3$</p> <p>پاسخ: ۱</p>	۳۷
	<p>حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1}{\sin^2 x}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)(2x - 1)}{(2x + 1)(2x - 1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)}{(2x + 1)} = \frac{1}{4}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1}{\sin^2 x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$</p> <p>پاسخ: ۱</p>	۳۸

	<p>جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.</p> <p>- با توجه به نمودار تابع f، حاصل $\lim_{x \rightarrow (1/5)^+} f(x)$ برابر با است.</p>  <p>۳۹</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ $+\infty$</p>	
	<p>حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \operatorname{tg} x$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^5 + 5x^2}{2x^3 + 9}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - \sqrt{x})(x + \sqrt{x})}{(x - 1)(x + 2)(x + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x - 1)}{(x - 1)(x + 2)(x + \sqrt{x})} = \frac{1}{6}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{-0} = -\infty$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5(-4 + \frac{5}{x^3})}{x^3(2 + \frac{9}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2)x^2 = -\infty$</p> <p>۴۰</p> <p>پاسخ: ۱</p>	
	<p>در جای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید.</p> <p>- چند جمله‌ای $p(x) = 2x^3 + x^2 + 1$ بر دو جمله‌ای بخش‌پذیر است. $((x + 1), (x - 1))$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p> <p>پاسخ: ۱ $(x + 1)$</p> <p>۴۱</p>	
	<p>باقیمانده تقسیم عبارت‌های $p(x) = x^2 + ax + 1$ و $q(x) = 2x^2 - x + 1$ بر $(x + 2)$ یکسان می‌باشد.</p> <p>مقدار a را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p> <p>$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -2a - 7 \\ q(-2) = 11 \end{cases} \Rightarrow a = -9$</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>۴۲</p>	

حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x}}{\frac{4}{x} - 2} \quad \text{ب)}$$

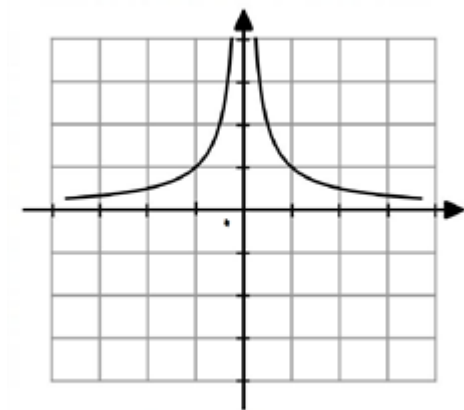
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{|x-2|} \quad \text{الف)}$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

$$\text{الف)} \quad \frac{3}{\cdot+} = +\infty$$

پاسخ: ۱

$$\text{ب)} \quad \frac{3+\cdot}{\cdot-2} = \frac{-3}{2}$$



جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.
- با توجه به شکل مقابل حد تابع $f(x) = \frac{1}{|x|}$ در نقطه $x = 0$ برابر است با

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

پاسخ: ۱ $+\infty$

$$\text{الف)} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$$

حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

$$\text{ب)} \quad \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})} \frac{[x]}{|3x+1|}$$

$$\text{ج)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5}$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

$$\text{الف)} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(2 - \sqrt{x-1})(2 + \sqrt{x-1})}{(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x-5)}{(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \frac{-1}{4}$$

$$\text{ب)} \quad \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{-1}{|3x+1|} = \frac{-1}{\cdot+} = -\infty$$

پاسخ: ۱

مخرج در نزدیکی $-\frac{1}{3}$ با مقادیر مثبت به صفر میل می‌کند و حد صورت هم در $-\frac{1}{3}$ برابر ۱- است.

بنابراین جواب حد برابر $-\infty$ می‌شود.

$$\text{ج)} \quad \frac{3+\cdot}{\cdot-5} = -\frac{3}{5}$$

۴۶	<p>بازه $(۷, ۱ - x)$ همسایگی عدد ۴ است. حدود x را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $x - ۱ < ۴ \Rightarrow x < ۵$
۴۷	<p>اگر بازه $(۱, ۲x + ۲)$ همسایگی عدد ۵ باشد، حدود x را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $۲x + ۱ > ۵ \Rightarrow ۲x > ۴ \Rightarrow x > ۲$
۴۸	<p>اگر باقی‌مانده تقسیم $P(x) = x^3 + kx + ۷$ بر $x - ۲$ برابر ۵ باشد: الف) k را به دست آورید. ب) باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $x + ۳$ را بیابید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف)</p> $x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۲ \Rightarrow R = ۲^3 + k(۲) + ۷ = ۵ \Rightarrow ۸ + ۲k + ۷ = ۵$ $\Rightarrow ۲k = -۱۰ \Rightarrow k = -۵$ <p>ب)</p> $x + ۳ = ۰ \Rightarrow x = -۳ \Rightarrow R = (-۳)^3 - ۵(-۳) + ۷ = -۲۷ + ۱۵ + ۷ = -۵$
۴۹	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{1 + [-2x]}{2x - 1}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 - 4x + 1$</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف)</p> $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{1 + [-2x]}{2x - 1} = \frac{1 - 2}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$ <p>ب)</p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 - 4x + 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 = +\infty$
۵۰	<p>اگر چند جمله‌ای $P(x) = ۲x^3 + ۷mx + ۲$ بر $x + ۲$ بخش‌پذیر باشد: الف) m را به دست آورید. ب) باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $x + ۱$ را بیابید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف)</p> $x + ۲ = ۰ \Rightarrow x = -۲ \Rightarrow R = ۲(-۲)^3 + ۷m(-۲) + ۲ = ۰$ $\Rightarrow -۱۶ - ۱۴m + ۲ = ۰ \Rightarrow -۱۴m = ۱۴ \Rightarrow m = -۱$ <p>ب)</p> $x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -۱ \Rightarrow R = ۲(-۱)^3 - ۷(-۱) + ۲ = -۲ + ۷ + ۲ \Rightarrow R = ۷$

	<p>اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{25x^2 + x + 1}}{ax^b + x + 11 } = 1$ باشد، مقدار a, b را حساب کنید.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ حاصل حد برابر عدد غیر صفر است. بنابراین درجه صورت و مخرج برابر است.</p> $\xrightarrow{b=1} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x} + 5x }{ax + x } = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x} - 5x}{ax - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{(a-1)x} = 1 \Rightarrow \frac{-2}{a-1} = 1$ $\Rightarrow a - 1 = -2 \Rightarrow a = -1$	۵۱
	<p>اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x + 1}{ax^b + \sqrt{4x^2 + 7x + 1}} = 5$ باشد، مقدار a, b را حساب کنید.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ حاصل حد برابر عدد غیر صفر است. بنابراین درجه صورت و مخرج برابر است.</p> $\xrightarrow{b=1} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x}{ax + 2x } = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x}{ax - 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x}{(a-2)x} = 5 \Rightarrow \frac{5}{a-2} = 5$ $\Rightarrow 5a - 10 = 5 \Rightarrow 5a = 15 \Rightarrow a = 3$	۵۲
	<p>اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{1}{3}$ و $f(x) = \frac{\sqrt{2x+15} + ax}{\sqrt[3]{x^b} - 15}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow \delta} f(x)$ را به دست آورید.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x+15} + ax}{\sqrt[3]{x^b} - 15} \xrightarrow{b=1} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{\sqrt[3]{x} - 15} = \frac{a}{3} \Rightarrow \frac{a}{3} = -\frac{1}{3} \Rightarrow a = -1$ $\lim_{x \rightarrow \delta} \frac{\sqrt{2x+15} - x}{\sqrt[3]{x} - 15} \times \frac{\sqrt{2x+15} + x}{\sqrt{2x+15} + x} = \lim_{x \rightarrow \delta} \frac{2x + 15 - x^2}{\sqrt[3]{x}(x - \delta)(\sqrt{2x+15} + x)}$ $\lim_{x \rightarrow \delta} \frac{(x - \delta)(-x - 3)}{\sqrt[3]{x}(x - \delta)(\sqrt{2x+15} + x)} = \frac{-8}{\sqrt[3]{5}(5 + 5)} = \frac{-4}{15}$	۵۳

اگر $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 2} + ax}{x - 2}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

پاسخ: ۱

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 2} + ax}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| + ax}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(-1 + a)}{x} = -3 \Rightarrow a = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 2} - 2x}{x - 2} \times \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 2} + 2x}{\sqrt{x^2 + 5x + 2} + 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x + 2 - 4x^2}{(x - 2)(\sqrt{x^2 + 5x + 2} + 2x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3x^2 + 5x + 2}{(x - 2)(\sqrt{x^2 + 5x + 2} + 2x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(-3x - 1)}{(x - 2)(\sqrt{x^2 + 5x + 2} + 2x)} = \frac{-7}{8}$$

۵۴

اگر $f(x) = \frac{ax^b + 3x - 18}{x^2 - 4}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

پاسخ: ۱

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^b + 3x - 18}{x^2 - 4} \xrightarrow{b=2} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2}{x^2} = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 3x - 18}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(3x + 9)}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{15}{4}$$

۵۵

اگر $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 5} + ax}{2x - 4}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{1}{4}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

پاسخ: ۱

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5} + ax}{2x - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x| + ax}{2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + a)x}{2x} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1 + a}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 1 + a = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - \frac{3}{2}x}{2x - 4} \times \frac{\sqrt{x^2 + 5} + \frac{3}{2}x}{\sqrt{x^2 + 5} + \frac{3}{2}x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5 - \frac{9}{4}x^2}{2(x - 2)\left(\sqrt{x^2 + 5} + \frac{3}{2}x\right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-\frac{5}{4}x^2 + 5}{2(x - 2)\left(\sqrt{x^2 + 5} + \frac{3}{2}x\right)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-\frac{5}{4}(x^2 - 4)}{2(x - 2)\left(\sqrt{x^2 + 5} + \frac{3}{2}x\right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-\frac{5}{4}(x - 2)(x + 2)}{2(x - 2)\left(\sqrt{x^2 + 5} + \frac{3}{2}x\right)} = \frac{-\frac{5}{4} \times 4}{2(3 + 3)} = \frac{-5}{12}$$

۵۶

اگر $f(x) = \frac{ax^2 + x - 7}{4x^2 - 4}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{3}{2}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 + x - 7}{4x^2 - 4} = \frac{a}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = 6$$

پاسخ: ۱

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^2 + x - 7}{4x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(6x+7)}{4(x-1)(x+1)} = \frac{13}{4 \times 2} = \frac{13}{8}$$

۵۷

اگر $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a[-x] + 10}{x^2 - 3x + 2} = +\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \left[\frac{x}{a} - x \right]$ را به دست آورید. ([] نماد جزء صحیح است.)

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a[-x] + 10}{(x-1)(x-2)} = \frac{-2a + 10}{0^-} = +\infty \Rightarrow -2a + 10 < 0 \Rightarrow a > 5$$

پاسخ: ۱

۵۸

$$a > 5 \Rightarrow 0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{5} \xrightarrow{\times \frac{1}{3}} 0 < \frac{1}{3a} < \frac{1}{15} \xrightarrow{-\frac{1}{3}} -\frac{1}{3} < \frac{1}{3a} - \frac{1}{3} < \frac{-4}{15}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \left[\frac{x}{a} - x \right] = \left[\frac{1}{3a} - \frac{1}{3} \right] = -1$$

اگر $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{a[x] - 12}{4 - x} = +\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{x}{a} - 3x \right]$ را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{a[x] - 12}{4 - x} = \frac{3a - 12}{0^+} = +\infty \Rightarrow 3a - 12 > 0 \Rightarrow a > 4$$

پاسخ: ۱

۵۹

$$a > 4 \Rightarrow 0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{4} \xrightarrow{-3} -3 < \frac{1}{a} - 3 < \frac{-11}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{x}{a} - 3x \right] = \left[\frac{1}{a} - 3 \right] = -3$$

اگر $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2ax - 7}{2 - x} = +\infty$ باشد، حدود a را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2ax - 7}{2 - x} = \frac{4a - 7}{0^-} = +\infty \Rightarrow 4a - 7 < 0 \Rightarrow a < \frac{7}{4}$$

پاسخ: ۱

۶۰

اگر $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{3x + a}{x - 5} = +\infty$ باشد، حدود a را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{3x + a}{x - 5} = \frac{15 + a}{0^-} = +\infty \Rightarrow 15 + a < 0 \Rightarrow a < -15$$

پاسخ: ۱

۶۱

	<p>اگر $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{a[x] + 10}{x - 3} = -\infty$ باشد، حدود a را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{a[x] + 10}{x - 3} = \frac{2a + 10}{0^-} = -\infty \Rightarrow 2a + 10 > 0 \Rightarrow a > -5$	۶۲
	<p>اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2ax^n + ax^2 + x + 1}{(a+1)x^n - 3x^2 + 7x + 1} = 2$ باشد، مقادیر ممکن برای n و a را حساب کنید. ($n \in \mathbb{N}$)</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ اگر $n > 2$ را در نظر بگیریم، داریم:</p> <p>جواب ندارد $\Rightarrow 2a = 2a + 2 \Rightarrow 2a = 2a + 2 \Rightarrow a = -1$</p> <p>اگر $n = 1$ باشد، آنگاه داریم:</p> $n = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2}{-3x^2} = \frac{a}{-3} = 2 \Rightarrow a = -6$ <p>اگر $n = 2$ باشد، آنگاه داریم:</p> $n = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3ax^2}{(a-2)x^2} = 2 \Rightarrow 3a = 2a - 4 \Rightarrow a = -4$	۶۳
	<p>اگر $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - a} = +\infty$، آنگاه حد تابع وقتی $x \rightarrow 3$ را بیابید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱ -دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ حاصل حد بی‌نهایت است. بنابراین مخرج به ازای $x = -3$ صفر می‌شود.</p> <p>بعد از یافتن a حاصل حد به ازای $x \rightarrow 3$ را حساب می‌کنیم.</p> $a = 9 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-4)}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-4}{x+3} = \frac{-1}{6}$	۶۴
	<p>حد زیر را حساب کنید.</p> $\lim_{x \rightarrow 8^-} \frac{[x] - 7}{x - 8}$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ صورت صفر مطلق و مخرج صفر حدی است. بنابراین حاصل حد صفر می‌شود.</p> $\lim_{x \rightarrow 8^-} \frac{[x] - 7}{x - 8} = \frac{7 - 7}{8^- - 8} = \frac{0}{0^-} = 0$	۶۵

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^2 + x + 1$ برابر $x + 3$ است. اگر $f(2) = 12$ و $f(-1) = 5$ باشد، خارج قسمت این تقسیم را حساب کنید. (خارج قسمت درجه اول است).

سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱ - دوازدهم

$$f(x) = (x^2 + x + 1)(ax + b) + x + 3$$

پاسخ: ۱

$$\xrightarrow{x=2} f(2) = (4 + 2 + 1)(2a + b) + 5 \Rightarrow 7(2a + b) + 5 = 12$$

$$\Rightarrow 7(2a + b) = 7 \Rightarrow 2a + b = 1$$

$$\xrightarrow{x=-1} f(-1) = (1 - 1 + 1)(-a + b) + 2 \Rightarrow (-a + b) + 2 = 5$$

$$\Rightarrow -a + b = 3 \Rightarrow -a + b = 3$$

$$\begin{cases} 2a + b = 1 \\ -a + b = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3a = -2 \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} + b = 3 \Rightarrow b = 3 - \frac{2}{3} = \frac{9-2}{3} \Rightarrow b = \frac{7}{3}$$

بنابراین خارج قسمت برابر $-\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$ است.

۶۶

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^2 + 2x + 2$ برابر $x - 3$ است. اگر $f(1) = 3$ و $f(-2) = 1$ باشد، خارج قسمت این تقسیم کدام است؟

$$-\frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \quad \text{۴}$$

$$\frac{5}{2}x - \frac{3}{2} \quad \text{۳}$$

$$2x - 2 \quad \text{۲}$$

$$2x + 2 \quad \text{۱}$$

سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱ - دوازدهم

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = (x^2 + 2x + 2)(ax + b) + x - 3$$

$$\xrightarrow{x=1} f(1) = (1 + 2 + 2)(a + b) - 2 \Rightarrow 5(a + b) - 2 = 3$$

$$\Rightarrow 5(a + b) = 5 \Rightarrow a + b = 1$$

$$\xrightarrow{x=-2} f(-2) = (4 - 4 + 2)(-2a + b) - 5 \Rightarrow 2(-2a + b) - 5 = 1$$

$$\Rightarrow 2(-2a + b) = 6 \Rightarrow -2a + b = 3$$

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ -2a + b = 3 \end{cases}$$

$$3a = -2 \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{2}{3} + b = 1 \Rightarrow b = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \Rightarrow b = \frac{5}{3}$$

۶۷

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^2 + 1$ برابر $2x + 1$ است. اگر $f(2) = 32$ و $f(-2) = -12$ باشد، خارج قسمت این تقسیم را حساب کنید. (خارج قسمت درجه اول است).

سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱ - دوازدهم

پاسخ: ۱

$$f(x) = (x^2 + 1)(ax + b) + 2x + 1$$

$$\xrightarrow{x=2} f(2) = (4 + 1)(2a + b) + 5 \Rightarrow 5(2a + b) + 5 = 32$$

$$\Rightarrow 5(2a + b) = 27 \Rightarrow 2a + b = 3$$

$$\xrightarrow{x=-2} f(-2) = (4 + 1)(-2a + b) - 3 \Rightarrow 5(-2a + b) - 3 = -12$$

$$\Rightarrow 5(-2a + b) = -9 \Rightarrow -2a + b = -1$$

$$\begin{cases} 2a + b = 3 \\ -2a + b = -1 \end{cases}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} \quad 2b = 2 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow 2a + 1 = 3 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1$$

بنابراین خارج قسمت تقسیم برابر $x + 1$ است.

۶۸

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)} = 2$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4} = \frac{1}{\cdot^+} = +\infty$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-[x]}{x-3} = \frac{1}{\cdot^-} = -\infty$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^2 + 4x - 9}{2x^2 - 4x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^2}{-2x^2} = -3$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x]-1}{x-1} = \frac{1}{\cdot^+} = +\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^2 + 2x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^2 = -\infty$$

$$p(2) = 0 \Rightarrow 4 + 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = -5$$

$$p(-1) = 6$$

$$-\infty$$

$$(-\infty, 3)$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x-2} = \frac{1}{\cdot^-} = -\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+x-4x^2}{3x+2x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2}{2x^2} = -2$$

$$\text{درست}$$

$$\text{صفر}$$

$$p(2) = 3 \Rightarrow 12 + 2m + 2m + 1 = 3 \Rightarrow 4m = -10 \Rightarrow m = -\frac{5}{2}$$

$$f(-2) = -\frac{5}{2}(-2)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)(-2) + 3 = -12$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} = \lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{\cancel{(x+5)}(x-3)}{\cancel{(x+5)}(x+5)} = \frac{-8}{\cdot^-} = +\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 4}{-2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{-2x^2} = -\frac{1}{2}$$

الف) $\frac{3}{\cdot+} = +\infty$

۱۱

ب)
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} \times \frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1-4}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \frac{3}{4}$$

به روش‌های هم‌ارزی و هوییتال نمره تعلق نمی‌گیرد.

۱۲ درست

الف)
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x]-1}{(x-1)^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{\cdot+} = -\infty$$

۱۳

ب)
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4+3x-1}{2+x-x^4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{-x^4} = -1$$

الف) ۳- ب) $+\infty$

۱۴

۱۵ نادرست

$$P(2) = 0 \Rightarrow 8 - 2a + b = 0 \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -8 \\ a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a = 4 \\ b = 0 \end{matrix}$$

۱۶

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x+3} = \frac{1}{2}$$

۱۷

۱۸ خیر - زیرا تابع $f(x) = \frac{1}{[x]-1}$ در همسایگی راست $x=1$ تعریف نشده است.

الف)
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = 3$$

۱۹

ب)
$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{|\sin x|} = \frac{-2}{\cdot+} = -\infty$$

پ)
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2+4x^5}{x^3-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^5}{x^3} = +\infty$$

$$x=a \Rightarrow 2a^2-8=0 \Rightarrow a^2=4 \Rightarrow a=\pm 2$$

۲۰

الف)
$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{5x}{|2x-1|} = \frac{\frac{5}{2}}{\cdot+} = +\infty$$

۲۱

ب)
$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x+3}{x^2+6x+9} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{(x+3)}{(x+3)^2} = \frac{1}{\cdot-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{(x - 1)(x + 1)\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{4}$$

الف) $-\infty$

ب) $+\infty$

پ) -2

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 2}{(2 - x)^2} = \frac{2a - 2}{0^-} = +\infty \Rightarrow 2a - 2 < 0 \Rightarrow a < \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} \times \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{(x - 9)(\sqrt{x} + 3)} = \frac{1}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{\Delta x} = -\frac{1}{\Delta}$$

$$\begin{cases} p(-2) = -1 \\ p(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 1 \\ a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2}{3}, b = -\frac{11}{3}$$

الف) ۲

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$$

$$\frac{1 - 2}{2^- - 2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\frac{2}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\right)^+} = \frac{2}{-\infty} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{4x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{4} = +\infty$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow p(-1) = 2 \Rightarrow (-1)^k + k(-1)^2 - 3 = 2 \Rightarrow k = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x - 2)}{(x - 3)(2x - 1)} = \frac{1}{5}$$

۲۲

۲۳

۲۴

۲۵

۲۶

۲۷ درست

۲۸

۲۹

۳۰

۳۱

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

پ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$

ت) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)^2} = \frac{+4}{0^+} = +\infty$

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{2} = -\infty$

الف) $\frac{-2}{0^+} = -\infty$

ب) -4

$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2} \Rightarrow p\left(\frac{-1}{2}\right) = 0 = r$

$-8 + 4a - 2b + 2 = 0 \Rightarrow 4a - 2b = 6 \Rightarrow a = 0$
 $1 + a + b + 2 = 0 \Rightarrow a + b = -3 \Rightarrow b = -3$

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)}{(2x+1)} = \frac{1}{4}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \frac{1}{6}$

ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5 \left(-4 + \frac{5}{x^5}\right)}{x^3 \left(2 + \frac{9}{x^3}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2)x^2 = -\infty$

$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -2a - 4 \\ q(-2) = 11 \end{cases} \Rightarrow a = -9$

۳۲

۳۳

۳۴

۳۵

۳۶

۳۷

۳۸

۳۹

۴۰

(x + 1) ۴۱

۴۲

الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x} = +\infty$
 ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x} = -\frac{3}{\infty} = 0$

۴۳

+∞ ۴۴

الف) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(x+5)}{(x-5)(x+5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x-5)}{(x-5)(x+5)} = \frac{-1}{4}$

۴۵

ب) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{-1}{|3x+1|} = \frac{-1}{0} = -\infty$

مخرج در نزدیکی $-\frac{1}{3}$ با مقادیر مثبت به صفر میل می‌کند و حد صورت هم در $-\frac{1}{3}$ برابر ۱ است. بنابراین جواب حد برابر $-\infty$ می‌شود.

ج) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{3}{x-5} = -\frac{3}{10}$

$x-1 < 4 \Rightarrow x < 5$

۴۶

$2x+1 > 5 \Rightarrow 2x > 4 \Rightarrow x > 2$

۴۷

$x-2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow R = 2^2 + k(2) + 7 = 5 \Rightarrow 4 + 2k + 7 = 5$
 $\Rightarrow 2k = -6 \Rightarrow k = -3$

الف) ۴۸

ب)

$x+3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow R = (-3)^2 - 5(-3) + 7 = 9 + 15 + 7 = 31$

الف) $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{1 + [-2x]}{2x-1} = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0} = -\infty$

۴۹

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 - 4x + 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 = +\infty$

الف) ۵۰

$x+2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow R = 2(-2)^2 + 4m(-2) + 2 = 0$

$\Rightarrow -16 - 8m + 2 = 0 \Rightarrow -8m = 14 \Rightarrow m = -\frac{7}{4}$

ب)

$x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow R = 2(-1)^2 - 4(-1) + 2 = 2 + 4 + 2 = 8$

حاصل حد برابر عدد غیرصفر است. بنابراین درجه صورت و مخرج برابر است.

۵۱

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + |5x|}{ax + |x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5x}{ax - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{(a-1)x} = 1 \Rightarrow \frac{-2}{a-1} = 1$

$\Rightarrow a-1 = -2 \Rightarrow a = -1$

حاصل حد برابر عدد غیر صفر است. بنابراین درجه صورت و مخرج برابر است.

۵۲

$$\begin{aligned} \xrightarrow{b=1} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\Delta x}{ax + |\sqrt{x}|} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\Delta x}{ax - \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\Delta x}{(a - \sqrt{x})x} = \Delta \Rightarrow \frac{\Delta}{a - \sqrt{x}} = \Delta \\ \Rightarrow \Delta a - 10 &= \Delta \Rightarrow \Delta a = 10 \Rightarrow a = 3 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\sqrt{x} + 10} + ax}{\sqrt{x}^b - 10} \xrightarrow{b=1} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{\sqrt{x}} = \frac{a}{\sqrt{x}} \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{x}} = -\frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow a = -1$$

۵۳

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \Delta} \frac{\sqrt{\sqrt{x} + 10} - x}{\sqrt{x} - 10} \times \frac{\sqrt{\sqrt{x} + 10} + x}{\sqrt{\sqrt{x} + 10} + x} &= \lim_{x \rightarrow \Delta} \frac{\sqrt{x} + 10 - x^2}{\sqrt{x}(x - \Delta)(\sqrt{\sqrt{x} + 10} + x)} \\ \lim_{x \rightarrow \Delta} \frac{(x - \Delta)(-x - \sqrt{x})}{\sqrt{x}(x - \Delta)(\sqrt{\sqrt{x} + 10} + x)} &= \frac{-\Delta}{\sqrt{x}(\Delta + \Delta)} = \frac{-\Delta}{10} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + \Delta x + \sqrt{x}} + ax}{x - \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| + ax}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(-1 + a)}{x} = -3 \Rightarrow a = -2$$

۵۴

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{\sqrt{x^2 + \Delta x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x^2 + \Delta x + \sqrt{x}} + \sqrt{x}}{\sqrt{x^2 + \Delta x + \sqrt{x}} + \sqrt{x}} \\ = \lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{x^2 + \Delta x + \sqrt{x} - \sqrt{x}^2}{(x - \sqrt{x})(\sqrt{x^2 + \Delta x + \sqrt{x}} + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{-\sqrt{x}^2 + \Delta x + \sqrt{x}}{(x - \sqrt{x})(\sqrt{x^2 + \Delta x + \sqrt{x}} + \sqrt{x})} \\ \lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{(x - \sqrt{x})(-\sqrt{x} - 1)}{(x - \sqrt{x})(\sqrt{x^2 + \Delta x + \sqrt{x}} + \sqrt{x})} = \frac{-\sqrt{x}}{\Delta} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^b + \sqrt{x} - 10}{x^2 - \Delta} \xrightarrow{b=2} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2}{x^2} = 3 \Rightarrow a = 3$$

۵۵

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{\sqrt{x}^2 + \sqrt{x} - 10}{x^2 - \Delta} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{(x - \sqrt{x})(\sqrt{x} + 9)}{(x - \sqrt{x})(x + \sqrt{x})} = \frac{10}{\Delta}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + \Delta} + ax}{\sqrt{x} - \Delta} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x| + ax}{\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + a)x}{\sqrt{x}} = -\frac{1}{\Delta} \Rightarrow \frac{1 + a}{\sqrt{x}} = -\frac{1}{\Delta} \\ \Rightarrow 1 + a &= -\frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow a = -\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

۵۶

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{\sqrt{x^2 + \Delta} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}x}{\sqrt{x} - \Delta} \times \frac{\sqrt{x^2 + \Delta} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}x}{\sqrt{x^2 + \Delta} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}x} &= \lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{x^2 + \Delta - \frac{\Delta}{\sqrt{x}}x^2}{\sqrt{x}(x - \sqrt{x})(\sqrt{x^2 + \Delta} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}x)} \\ \lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{-\frac{\Delta}{\sqrt{x}}x^2 + \Delta}{\sqrt{x}(x - \sqrt{x})(\sqrt{x^2 + \Delta} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}x)} &= \lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{-\frac{\Delta}{\sqrt{x}}(x^2 - \Delta)}{\sqrt{x}(x - \sqrt{x})(\sqrt{x^2 + \Delta} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}x)} \\ \lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{-\frac{\Delta}{\sqrt{x}}(x - \sqrt{x})(x + \sqrt{x})}{\sqrt{x}(x - \sqrt{x})(\sqrt{x^2 + \Delta} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}x)} &= \frac{-\frac{\Delta}{\sqrt{x}} \times \Delta}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{x})} = \frac{-\Delta}{12} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^7 + x - 7}{7x^7 - 7} = \frac{a}{7} = \frac{7}{7} \Rightarrow a = 7$$

۵۷

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{7x^7 + x - 7}{7x^7 - 7} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(7x+7)}{7(x-1)(x+1)} = \frac{14}{7 \times 2} = \frac{1}{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a[-x] + 10}{(x-1)(x-2)} = \frac{-7a + 10}{0^-} = +\infty \Rightarrow -7a + 10 < 0 \Rightarrow a > \frac{10}{7}$$

۵۸

$$a > \frac{10}{7} \Rightarrow 0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{\frac{10}{7}} \xrightarrow{\times \frac{1}{7}} 0 < \frac{1}{7a} < \frac{1}{10} \xrightarrow{-\frac{1}{7}} -\frac{1}{7} < \frac{1}{7a} - \frac{1}{7} < \frac{-4}{10}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{7}} \left[\frac{x}{a} - x \right] = \left[\frac{1}{7a} - \frac{1}{7} \right] = -\frac{1}{7}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{a[x] - 12}{7 - x} = \frac{7a - 12}{0^+} = +\infty \Rightarrow 7a - 12 > 0 \Rightarrow a > \frac{12}{7}$$

۵۹

$$a > \frac{12}{7} \Rightarrow 0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{\frac{12}{7}} \xrightarrow{-\frac{7}{12}} -\frac{7}{12} < \frac{1}{a} - \frac{7}{12} < \frac{-11}{12}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{x}{a} - 7x \right] = \left[\frac{1}{a} - 7 \right] = -7$$

$$\lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{7ax - 7}{7 - x} = \frac{7a - 7}{0^-} = +\infty \Rightarrow 7a - 7 < 0 \Rightarrow a < \frac{7}{7} = 1$$

۶۰

$$\lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{7x + a}{x - 5} = \frac{10 + a}{0^-} = +\infty \Rightarrow 10 + a < 0 \Rightarrow a < -10$$

۶۱

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{a[x] + 10}{x - 3} = \frac{7a + 10}{0^-} = -\infty \Rightarrow 7a + 10 > 0 \Rightarrow a > -\frac{10}{7}$$

۶۲

۶۳ اگر $n > 2$ را در نظر بگیریم، داریم:

$$n > 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7ax^n}{(a+1)x^n} = \frac{7a}{a+1} = 2 \Rightarrow 7a = 2a + 2 \Rightarrow \text{جواب ندارد}$$

اگر $n = 1$ باشد، آنگاه داریم:

$$n = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^7}{-7x^7} = \frac{a}{-7} = 2 \Rightarrow a = -14$$

اگر $n = 2$ باشد، آنگاه داریم:

$$n = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7ax^7}{(a-2)x^7} = 2 \Rightarrow 7a = 2a - 2 \Rightarrow a = -\frac{2}{5}$$

حاصل حد بی‌نهایت است. بنابراین مخرج به ازای $x = -3$ صفر می‌شود.

$$(-3)^2 - a = 0 \Rightarrow 9 - a = 0 \Rightarrow a = 9$$

بعد از یافتن a حاصل حد به ازای $x \rightarrow 3$ را حساب می‌کنیم.

$$a = 9 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 12}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-4)}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-4}{x+3} = \frac{-1}{6}$$

صورت صفر مطلق و مخرج صفر حدی است. بنابراین حاصل حد صفر می‌شود.

$$\lim_{x \rightarrow 8^-} \frac{[x] - 7}{x - 8} = \frac{7 - 7}{8^- - 8} = \frac{0}{-} = 0$$

$$f(x) = (x^2 + x + 1)(ax + b) + x + 3$$

$$\xrightarrow{x=2} f(2) = (4 + 2 + 1)(2a + b) + 5 \Rightarrow 7(2a + b) + 5 = 12$$

$$\Rightarrow 7(2a + b) = 7 \Rightarrow 2a + b = 1$$

$$\xrightarrow{x=-1} f(-1) = (1 - 1 + 1)(-a + b) + 2 \Rightarrow (-a + b) + 2 = 5$$

$$\Rightarrow -a + b = 3 \Rightarrow -a + b = 3$$

$$\begin{cases} 2a + b = 1 \\ -a + b = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3a = -2 \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} + b = 3 \Rightarrow b = 3 - \frac{2}{3} = \frac{9-2}{3} \Rightarrow b = \frac{7}{3}$$

بنابراین خارج قسمت برابر $\frac{7}{3}x + \frac{2}{3}$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = (x^2 + 2x + 2)(ax + b) + x - 3$$

$$\xrightarrow{x=1} f(1) = (1 + 2 + 2)(a + b) - 2 \Rightarrow 5(a + b) - 2 = 3$$

$$\Rightarrow 5(a + b) = 5 \Rightarrow a + b = 1$$

$$\xrightarrow{x=-2} f(-2) = (4 - 4 + 2)(-2a + b) - 5 \Rightarrow 2(-2a + b) - 5 = 1$$

$$\Rightarrow 2(-2a + b) = 6 \Rightarrow -2a + b = 3$$

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ -2a + b = 3 \end{cases}$$

$$3a = -2 \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{2}{3} + b = 1 \Rightarrow b = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \Rightarrow b = \frac{5}{3}$$

$$f(x) = (x^2 + 1)(ax + b) + x + 1$$

$$\xrightarrow{x=2} f(2) = (4 + 1)(2a + b) + 2 \Rightarrow 9(2a + b) + 2 = 32$$

$$\Rightarrow 9(2a + b) = 30 \Rightarrow 2a + b = 3$$

$$\xrightarrow{x=-2} f(-2) = (4 + 1)(-2a + b) - 2 \Rightarrow 9(-2a + b) - 2 = -12$$

$$\Rightarrow 9(-2a + b) = -10 \Rightarrow -2a + b = -1$$

$$\begin{cases} 2a + b = 3 \\ -2a + b = -1 \end{cases}$$

$$\underline{4b = 2} \Rightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a + \frac{1}{2} = 3 \Rightarrow 2a = \frac{5}{2} \Rightarrow a = \frac{5}{4}$$

بنابراین خارج قسمت تقسیم برابر $x + \frac{1}{2}$ است.

