



p30konkor.com

عنوان آزمون : ریاضی تجربی ۱۲ - فصل ۳

زمان آزمون :

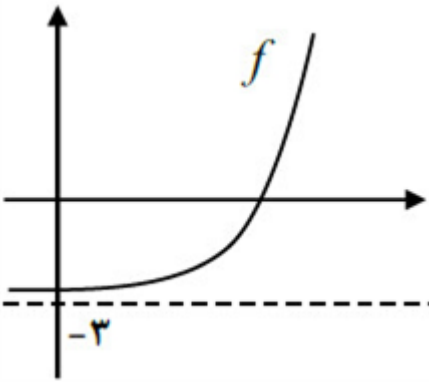
تاریخ برگزاری

نام و نام خانوادگی :

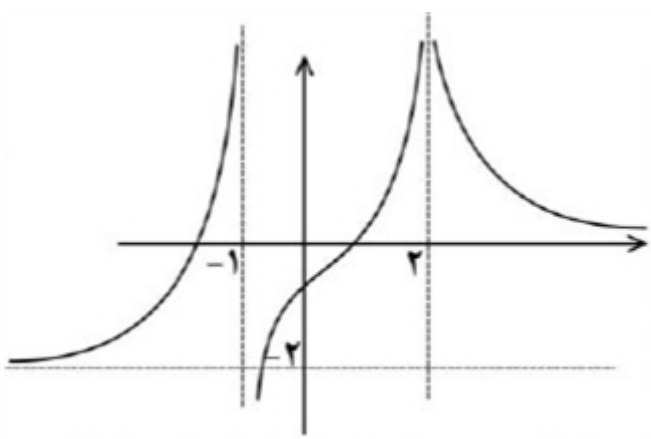
پایه تحصیلی :

نام دبیر :

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>حدود زیر را محاسبه کنید. (نماد [ ] علامت جزء صحیح است.)</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4}</math></p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-[x]}{x-3}</math></p> <p>د) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x}</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>	
۲	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید. (نماد [ ] علامت جزء صحیح است.)</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x]-1}{x-1}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1-x^2}</math></p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1)</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>	
۳	<p>اگر چندجمله‌ای <math>p(x) = x^3 + mx + 2</math> بر <math>x - 2</math> بخش‌پذیر باشد، آنگاه باقی مانده تقسیم <math>p(x)</math> بر <math>x + 1</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>	
۴	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>حاصل <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \tan x</math> برابر ..... است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>	
۵	<p>در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>اگر بازه <math>(1, 7)</math> همسایگی عدد ۲ باشد، حدود <math>x</math> بازه ..... می‌باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>	
۶	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید. ( [ ] نماد جزء صحیح است.)</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x-2}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+x-4x^2}{3x+2x^2}</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p>	
۷	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای <math>P(x) = 2x^3 - x^2 + 1</math> بر <math>x - 1</math> برابر ۲ است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p>	

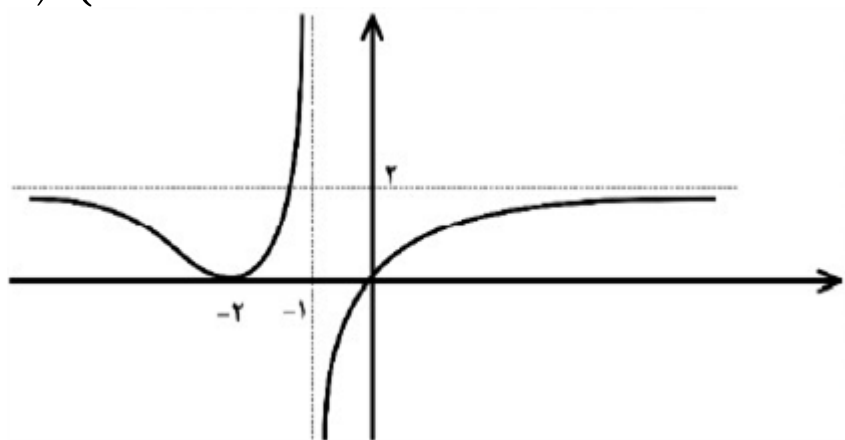
۸	<p>جای خالی را با عدد مناسب پر کنید. بازه <math>(-۲, ۰)</math>، یک همسایگی چپ برای عدد ..... است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p>
۹	<p>اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای <math>P(x) = ۳x^۲ + mx + ۲m + ۱</math> بر <math>x - ۲</math> برابر ۳ باشد، باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای <math>f(x) = mx^۲ - mx + ۳</math> بر <math>x + ۲</math> را تعیین کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p>
۱۰	<p>حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow -۵^-} \frac{x^۲ + ۲x - ۱۵}{x^۲ + ۱۰x + ۲۵}</math>      ب) <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{۴ - x + x^۲}{۵ - ۲x^۲}</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p>
۱۱	<p>حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow ۲} \frac{۳}{ ۲ - x }</math>      ب) <math>\lim_{x \rightarrow ۱} \frac{\sqrt{۳x + ۱} - ۲}{x - ۱}</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p>
۱۲	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.</p> <p>- حاصل حد <math>\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{۱}{\sin x}</math> برابر با <math>-\infty</math> است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p>
۱۳	<p>حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow ۱^-} \frac{[x] - ۱}{(x - ۱)^۲}</math>      ب) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^۴ + ۳x - ۱}{۲ + x - x^۴}</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p>
۱۴	<p>با توجه به نمودار تابع <math>f</math>، حاصل حدهای زیر را به دست آورید.</p>  <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots</math> ب) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p>
۱۵	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.</p> <p>- عبارت <math>x^{۱۶} + ۱</math> بر <math>x + ۱</math> بخش‌پذیر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p>

۱۶	مقادیر $a$ و $b$ را چنان بیابید که عبارت $p(x) = x^3 - ax + b$ بر $(x - ۲)$ بخش پذیر باشد و باقیمانده تقسیم آن بر $(x + ۱)$ برابر ۳ باشد.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۷	حاصل حد مقابل را به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow ۲} \frac{x^۲ - ۳x}{x^۲ - ۹} =$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۸	آیا مقدار $\lim_{x \rightarrow ۱^+} \frac{۱}{[x] - ۱}$ وجود دارد؟ چرا؟	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۹	حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow ۱} \frac{x - ۱}{\sqrt{x} - ۱}$ ب) $\lim_{x \rightarrow ۰^-} \frac{x - ۲}{ \sin x }$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۳x^۲ + ۴x^۵}{x^۳ - x}$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۲۰	اگر چند جمله‌ای $x^۸ + ax - x$ بر $x - a$ بخش پذیر باشد، مقدار $a$ را تعیین کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۲۱	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow (\frac{۱}{۲})^-} \frac{۵x}{ ۲x - ۱ }$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-۲)^-} \frac{x + ۳}{x^۲ + ۶x + ۹}$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۲۲	حد مقابل را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow ۱} \frac{\sqrt{x} - ۱}{x^۲ - ۱}$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

	<p>نمودار تابع <math>f</math> به شکل مقابل است. حدهای زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)</math></p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)</math></p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p>	۲۳
	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 3}{(2 - x)^3} = +\infty</math> باشد، حدود <math>a</math> را تعیین کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p>	۲۴
	<p>حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x}</math></p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - x}{5x + 4}</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>	۲۵
	<p>در چند جمله‌ای <math>P(x) = x^3 + ax^2 + b</math> مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را چنان بیابید که باقی‌مانده تقسیم <math>P(x)</math> بر <math>x + 2</math> برابر <math>-1</math> و <math>P(x)</math> بر <math>x - 1</math> بخش‌پذیر باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p>	۲۶
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- بازه <math>(2, 5)</math>، یک همسایگی ۴ است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>	۲۷

با توجه به نمودار تابع  $f$ ، موارد زیر را به دست آورید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$   
 ب)  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \end{cases}$



۲۸

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

حدود زیر را بیابید.  
 الف)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{2}{\tan x}$   
 ج)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + 2x + 1}{4x - 1}$

۲۹

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای  $p(x) = x^2 + kx^2 - 3$  بر  $x + 1$  برابر ۲ باشد،  $k$  را تعیین کنید.

۳۰

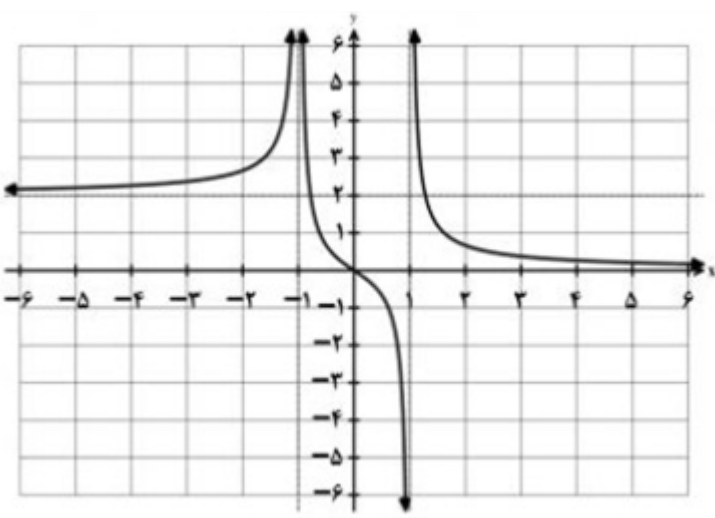
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

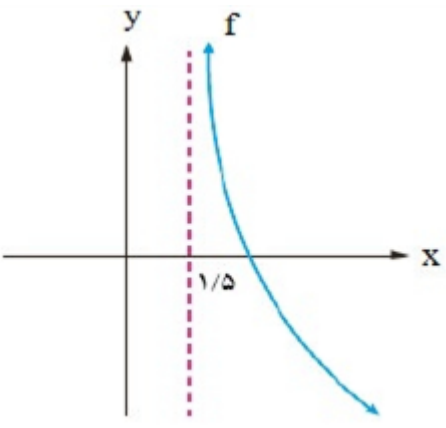
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^2 - 7x + 3}$$

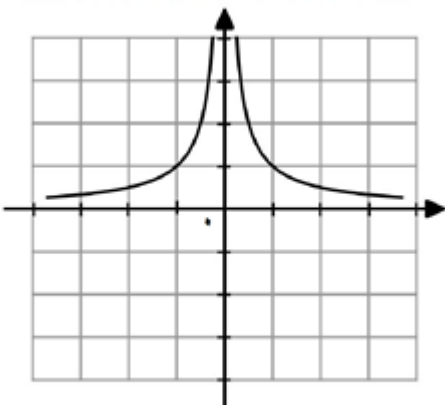
حد مقابل را در صورت وجود محاسبه کنید.

۳۱

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

	<p>نمودار تابع <math>f</math> به صورت شکل مقابل است. حدود خواسته شده را محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =</math></p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =</math></p> <p>ت) <math>\lim_{x \rightarrow (1)^-} f(x) =</math></p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>	۳۲
	<p>حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{(x - 2)^2}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - x^3}{2x - 1}</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>	۳۳
	<p>در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.</p> <p>۳۴ - باقیمانده تقسیم عبارت <math>1 + 5x + 2x^2</math> بر <math>x - 3</math> برابر ..... است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>	۳۴
	<p>حدهای زیر را در صورت وجود بیابید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{[x] - 2}{ 3x - 1 }</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{4x + 2}{5 - x} - \frac{8}{x} \right)</math></p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p>	۳۵
	<p>باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای <math>2 + 4x^2 + 8x^3 = p(x)</math> را بر <math>x + 1</math> به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>	۳۶
	<p>مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای <math>2 + bx + ax^2 + x^3 = p(x)</math> بر <math>(x + 2)</math> و <math>(x - 1)</math> بخش پذیر باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p>	۳۷

	<p>حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x^2 - x}{4x^2 - 1}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x}</math></p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p>	۳۸
	<p>جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.</p> <p>- با توجه به نمودار تابع <math>f</math>، حاصل <math>\lim_{x \rightarrow (1/5)^+} f(x)</math> برابر با ..... است.</p>  <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p>	۳۹
	<p>حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \operatorname{tg} x</math></p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^5 + 5x^2}{2x^3 + 9}</math></p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p>	۴۰
	<p>در جای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید.</p> <p>- چند جمله‌ای <math>p(x) = 2x^3 + x^2 + 1</math> بر دو جمله‌ای ..... بخش‌پذیر است. <math>((x+1), (x-1))</math></p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p>	۴۱
	<p>باقیمانده تقسیم عبارت‌های <math>p(x) = x^2 + ax + 1</math> و <math>q(x) = 2x^2 - x + 1</math> بر <math>(x+2)</math> یکسان می‌باشد.</p> <p>مقدار <math>a</math> را بیابید.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>	۴۲
	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{ x-2 }</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x}}{\frac{4}{x} - 2}</math></p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>	۴۳

	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>- با توجه به شکل مقابل حد تابع <math>f(x) = \frac{1}{ x }</math> در نقطه <math>x = 0</math> برابر است با .....</p> 	۴۴
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	<p>حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})} \frac{[x]}{ 3x+1 }</math></p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5}</math></p>	۴۵
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	<p>بازه <math>(x-1, 7)</math> همسایگی عدد ۴ است. حدود <math>x</math> را به دست آورید.</p>	۴۶
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم	<p>اگر بازه <math>(1, 2x+2)</math> همسایگی عدد ۵ باشد، حدود <math>x</math> را به دست آورید.</p>	۴۷
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم	<p>اگر باقی‌مانده تقسیم <math>P(x) = x^2 + kx + 7</math> بر <math>x-2</math> برابر ۵ باشد:</p> <p>الف) <math>k</math> را به دست آورید.</p> <p>ب) باقی‌مانده تقسیم <math>P(x)</math> بر <math>x+3</math> را بیابید.</p>	۴۸
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید. (<math>[]</math> نماد جزء صحیح است.)</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{1 + [-2x]}{2x-1}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 - 4x + 1</math></p>	۴۹



۵۰	<p>اگر چند جمله‌ای <math>P(x) = ۲x^۳ + ۷mx + ۲</math> بر <math>x + ۲</math> بخش‌پذیر باشد: الف) <math>m</math> را به دست آورید. ب) باقی‌مانده تقسیم <math>P(x)</math> بر <math>x + ۱</math> را بیابید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۵۱	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۳x + \sqrt{۲۵x^۲ + x + ۱}}{ax^b +  x + ۱ } = ۱</math> باشد، مقدار <math>a, b</math> را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۵۲	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۵x + ۱}{ax^b + \sqrt{۴x^۲ + ۷x + ۱}} = ۵</math> باشد، مقدار <math>a, b</math> را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۵۳	<p>اگر <math>f(x) = \frac{\sqrt{۲x + ۱۵} + ax}{۳x^b - ۱۵}</math> و <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{۱}{۳}</math> باشد، <math>\lim_{x \rightarrow ۵} f(x)</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۵۴	<p>اگر <math>f(x) = \frac{\sqrt{x^۲ + ۵x + ۲} + ax}{x - ۲}</math> و <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -۳</math> باشد، <math>\lim_{x \rightarrow ۲} f(x)</math> را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۵۵	<p>اگر <math>f(x) = \frac{ax^b + ۳x - ۱۸}{x^۲ - ۴}</math> و <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = ۳</math> باشد، <math>\lim_{x \rightarrow ۲} f(x)</math> را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۵۶	<p>اگر <math>f(x) = \frac{\sqrt{x^۲ + ۵} + ax}{۲x - ۴}</math> و <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{۱}{۴}</math> باشد، <math>\lim_{x \rightarrow ۲} f(x)</math> را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۵۷	<p>اگر <math>f(x) = \frac{ax^۲ + x - ۷}{۴x^۲ - ۴}</math> و <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{۳}{۲}</math> باشد، <math>\lim_{x \rightarrow ۱} f(x)</math> را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۵۸	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow ۱^+} \frac{a[-x] + ۱۰}{x^۲ - ۳x + ۲} = +\infty</math> باشد، حاصل <math>\lim_{x \rightarrow \frac{۱}{۳}} \left[ \frac{x}{a} - x \right]</math> را به دست آورید. ([ ] نماد جزء صحیح است).</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>

۵۹	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{a[x] - 12}{4 - x} = +\infty</math> باشد، حاصل <math>\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{x}{a} - 3x \right]</math> را حساب کنید. ( [ ] نماد جزء صحیح است.)</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p>
۶۰	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2ax - 7}{2 - x} = +\infty</math> باشد، حدود <math>a</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p>
۶۱	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{3x + a}{x - 5} = +\infty</math> باشد، حدود <math>a</math> را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p>
۶۲	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{a[x] + 10}{x - 3} = -\infty</math> باشد، حدود <math>a</math> را حساب کنید. ( [ ] نماد جزء صحیح است.)</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p>
۶۳	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2ax^n + ax^2 + x + 1}{(a + 1)x^n - 3x^2 + 7x + 1} = 2</math> باشد، مقادیر ممکن برای <math>n</math> و <math>a</math> را حساب کنید. (<math>n \in \mathbb{N}</math>)</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p>
۶۴	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - a} = +\infty</math> ، آنگاه حد تابع وقتی <math>x \rightarrow 3</math> را بیابید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دوازدهم</p>
۶۵	<p>حد زیر را حساب کنید.</p> $\lim_{x \rightarrow 8^-} \frac{[x] - 7}{x - 8}$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p>
۶۶	<p>باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای <math>f(x)</math> بر <math>x^2 + x + 1</math> برابر <math>x + 3</math> است. اگر <math>f(2) = 12</math> و <math>f(-1) = 5</math> باشد، خارج قسمت این تقسیم را حساب کنید. (خارج قسمت درجه اول است.)</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دوازدهم</p>
۶۷	<p>باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای <math>f(x)</math> بر <math>x^2 + 2x + 2</math> برابر <math>x - 3</math> است. اگر <math>f(1) = 3</math> و <math>f(-2) = 1</math> باشد، خارج قسمت این تقسیم کدام است؟</p> <p> <math>2x + 2</math> (۱)      <math>2x - 2</math> (۲)      <math>\frac{5}{2}x - \frac{3}{2}</math> (۳)      <math>-\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}</math> (۴) </p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دوازدهم</p>
۶۸	<p>باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای <math>f(x)</math> بر <math>x^2 + 1</math> برابر <math>2x + 1</math> است. اگر <math>f(2) = 32</math> و <math>f(-2) = -12</math> باشد، خارج قسمت این تقسیم را حساب کنید. (خارج قسمت درجه اول است.)</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دوازدهم</p>

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)} = 2$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4} = \frac{1}{\cdot^+} = +\infty$

ج)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-[x]}{x-3} = \frac{1}{\cdot^-} = -\infty$

د)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^2 + 4x - 9}{2x^2 - 4x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^2}{-2x^2} = -3$

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x]-1}{x-1} = \frac{1}{\cdot^+} = +\infty$

ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^2 + 2x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^2 = +\infty$

$p(2) = 0 \Rightarrow 8 + 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = -5$

$p(-1) = 6$

$-\infty$

$(-\infty, 3)$

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x-2} = \frac{1}{\cdot^-} = -\infty$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+x-4x^2}{3x+2x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2}{2x^2} = -2$

درست

صفر

$p(2) = 3 \Rightarrow 12 + 2m + 2m + 1 = 3 \Rightarrow 4m = -10 \Rightarrow m = -\frac{5}{2}$

$f(-2) = -\frac{5}{2}(-2)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)(-2) + 3 = -12$

الف)  $\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} = \lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{(x+5)(x-3)}{(x+5)(x+5)} = \frac{-8}{\cdot^-} = +\infty$

ب)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 4}{-2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{-2x^2} = -\frac{1}{2}$

الف)  $\frac{3}{\cdot+} = +\infty$

۱۱

ب) 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} \times \frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1-4}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)}$$
  

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \frac{3}{4}$$

به روش‌های هم‌ارزی و هوییتال نمره تعلق نمی‌گیرد.

۱۲ درست

الف) 
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x]-1}{(x-1)^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{\cdot+} = -\infty$$

۱۳

ب) 
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4+3x-1}{2+x-x^4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{-x^4} = -1$$

الف) ۳-      ب)  $+\infty$

۱۴

۱۵ نادرست

$$P(2) = 0 \Rightarrow 8 - 2a + b = 0 \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -8 \\ a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a = 4 \\ b = 0 \end{matrix}$$

۱۶

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x+3} = \frac{1}{2}$$

۱۷

۱۸ خیر - زیرا تابع  $f(x) = \frac{1}{[x]-1}$  در همسایگی راست  $x=1$  تعریف نشده است.

الف) 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = 3$$

۱۹

ب) 
$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{|\sin x|} = \frac{-2}{\cdot+} = -\infty$$

پ) 
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2+4x^5}{x^3-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^5}{x^3} = +\infty$$

$$x=a \Rightarrow 2a^2-8=0 \Rightarrow a^2=4 \Rightarrow a=\pm 2$$

۲۰

الف) 
$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{5x}{|2x-1|} = \frac{\frac{5}{2}}{\cdot+} = +\infty$$

۲۱

ب) 
$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x+3}{x^2+6x+9} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{(x+3)}{(x+3)^2} = \frac{1}{\cdot-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{(x - 1)(x + 1)\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{4}$$

الف)  $-\infty$

ب)  $+\infty$

پ)  $-2$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 2}{(2 - x)^2} = \frac{2a - 2}{0^-} = +\infty \Rightarrow 2a - 2 < 0 \Rightarrow a < \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} \times \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{(x - 9)(\sqrt{x} + 3)} = \frac{1}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{\Delta x} = -\frac{1}{\Delta}$$

$$\begin{cases} p(-2) = -1 \\ p(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 1 \\ a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2}{3}, b = -\frac{11}{3}$$

الف) ۲

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$$

$$\frac{1 - 2}{2^- - 2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\frac{2}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\right)^+} = \frac{2}{-\infty} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{4x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{4} = +\infty$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow p(-1) = 2 \Rightarrow (-1)^k + k(-1)^2 - 3 = 2 \Rightarrow k = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x - 2)}{(x - 3)(2x - 1)} = \frac{1}{5}$$

۲۲

۲۳

۲۴

۲۵

۲۶

۲۷ درست

۲۸

۲۹

۳۰

۳۱

الف)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$

ت)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)^2} = \frac{+4}{0^+} = +\infty$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{2} = -\infty$

الف)  $\frac{-2}{0^+} = -\infty$

ب)  $-4$

$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2} \Rightarrow p\left(\frac{-1}{2}\right) = 0 = r$

$-8 + 4a - 2b + 2 = 0 \Rightarrow 4a - 2b = 6 \Rightarrow a = 0$   
 $1 + a + b + 2 = 0 \Rightarrow a + b = -3 \Rightarrow b = -3$

الف)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)}{(2x+1)} = \frac{1}{4}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \frac{1}{6}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5 \left(-4 + \frac{5}{x^5}\right)}{x^3 \left(2 + \frac{9}{x^3}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2)x^2 = -\infty$

$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -2a - 4 \\ q(-2) = 11 \end{cases} \Rightarrow a = -9$

۳۲

۳۳

۳۴

۳۵

۳۶

۳۷

۳۸

۳۹

۴۰

(x + 1) ۴۱

۴۲

الف)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x} = +\infty$   
 ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x} = -\infty$

۴۳

+∞ ۴۴

الف)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(2 - \sqrt{x-1})(2 + \sqrt{x-1})}{(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x-5)}{(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \frac{-1}{4}$

۴۵

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{-1}{|3x+1|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

مخرج در نزدیکی  $-\frac{1}{3}$  با مقادیر مثبت به صفر میل می‌کند و حد صورت هم در  $-\frac{1}{3}$  برابر ۱ است. بنابراین جواب حد برابر  $-\infty$  می‌شود.

ج)  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{3}{x-5} = -\frac{3}{10}$

$x-1 < 4 \Rightarrow x < 5$

۴۶

$2x+1 > 5 \Rightarrow 2x > 4 \Rightarrow x > 2$

۴۷

$x-2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow R = 2^2 + k(2) + 7 = 5 \Rightarrow 4 + 2k + 7 = 5$   
 $\Rightarrow 2k = -10 \Rightarrow k = -5$

الف) ۴۸

ب)

$x+3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow R = (-3)^2 - 5(-3) + 7 = -27 + 15 + 7 = -5$

الف)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{1 + [-2x]}{2x-1} = \frac{1-2}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

۴۹

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 - 4x + 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 = +\infty$

الف) ۵۰

$x+2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow R = 2(-2)^2 + 7m(-2) + 2 = 0$

$\Rightarrow -16 - 14m + 2 = 0 \Rightarrow -14m = 14 \Rightarrow m = -1$

ب)

$x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow R = 2(-1)^2 - 7(-1) + 2 = -2 + 7 + 2 \Rightarrow R = 7$

حاصل حد برابر عدد غیرصفر است. بنابراین درجه صورت و مخرج برابر است.

۵۱

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + |5x|}{ax + |x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5x}{ax - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{(a-1)x} = 1 \Rightarrow \frac{-2}{a-1} = 1$

$\Rightarrow a-1 = -2 \Rightarrow a = -1$

۵۲ حاصل حد برابر عدد غیر صفر است. بنابراین درجه صورت و مخرج برابر است.

$$\begin{aligned} \xrightarrow{b=1} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\Delta x}{ax + |\sqrt{x}|} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\Delta x}{ax - \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\Delta x}{(a - \sqrt{x})x} = \Delta \Rightarrow \frac{\Delta}{a - \sqrt{x}} = \Delta \\ \Rightarrow \Delta a - 10 &= \Delta \Rightarrow \Delta a = 10 \Rightarrow a = 3 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\sqrt{x} + 10} + ax}{\sqrt{x}^b - 10} \xrightarrow{b=1} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{\sqrt{x}} = \frac{a}{\sqrt{x}} \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{x}} = -\frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow a = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \Delta} \frac{\sqrt{\sqrt{x} + 10} - x}{\sqrt{x} - 10} \times \frac{\sqrt{\sqrt{x} + 10} + x}{\sqrt{\sqrt{x} + 10} + x} = \lim_{x \rightarrow \Delta} \frac{\sqrt{x} + 10 - x^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 10 + x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \Delta} \frac{(x - \Delta)(-x - \sqrt{x})}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 10 + x)} = \frac{-\Delta}{\sqrt{\Delta}(\Delta + 10)} = \frac{-4}{10}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + \Delta x + \sqrt{x}} + ax}{x - \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| + ax}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(-1 + a)}{x} = -3 \Rightarrow a = -2$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{\sqrt{x^2 + \Delta x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}} &\times \frac{\sqrt{x^2 + \Delta x + \sqrt{x}} + \sqrt{x}}{\sqrt{x^2 + \Delta x + \sqrt{x}} + \sqrt{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{x^2 + \Delta x + \sqrt{x} - \sqrt{x}^2}{(x - \sqrt{x})(\sqrt{x^2 + \Delta x + \sqrt{x}} + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{-\sqrt{x}^2 + \Delta x + \sqrt{x}}{(x - \sqrt{x})(\sqrt{x^2 + \Delta x + \sqrt{x}} + \sqrt{x})} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{(x - \sqrt{x})(-\sqrt{x} - 1)}{(x - \sqrt{x})(\sqrt{x^2 + \Delta x + \sqrt{x}} + \sqrt{x})} = \frac{-\sqrt{x}}{\Delta}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^b + \sqrt{x} - 10}{x^2 - 4} \xrightarrow{b=2} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2}{x^2} = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{\sqrt{x}^2 + \sqrt{x} - 10}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{(x - \sqrt{x})(\sqrt{x} + 9)}{(x - \sqrt{x})(x + \sqrt{x})} = \frac{10}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + \Delta} + ax}{\sqrt{x} - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x| + ax}{\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + a)x}{\sqrt{x}} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1 + a}{\sqrt{x}} = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 1 + a = -\frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow a = -\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{\sqrt{x^2 + \Delta} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}x}{\sqrt{x} - 4} \times \frac{\sqrt{x^2 + \Delta} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}x}{\sqrt{x^2 + \Delta} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}x} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{x^2 + \Delta - \frac{9}{4}x^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \frac{9}{4}x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{-\frac{5}{4}x^2 + \Delta}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \frac{9}{4}x)} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{-\frac{5}{4}(x^2 - 4)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \frac{9}{4}x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{x}} \frac{-\frac{5}{4}(x - \sqrt{x})(x + \sqrt{x})}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \frac{9}{4}x)} = \frac{-\frac{5}{4} \times 4}{\sqrt{x}(3 + \sqrt{x})} = \frac{-5}{12}$$



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + x - 3}{x^3 - 4} = \frac{a}{1} = \frac{3}{1} \Rightarrow a = 3$$

۵۷

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 3}{x^3 - 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x + 3)}{(x-1)(x+1)} = \frac{1^3}{1 \times 2} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a[-x] + 10}{(x-1)(x-2)} = \frac{-2a + 10}{0^-} = +\infty \Rightarrow -2a + 10 < 0 \Rightarrow a > 5$$

۵۸

$$a > 5 \Rightarrow 0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{5} \xrightarrow{\times \frac{1}{3}} 0 < \frac{1}{3a} < \frac{1}{15} \xrightarrow{-\frac{1}{3}} -\frac{1}{3} < \frac{1}{3a} - \frac{1}{3} < \frac{-4}{15}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \left[ \frac{x}{a} - x \right] = \left[ \frac{1}{3a} - \frac{1}{3} \right] = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{a[x] - 12}{4 - x} = \frac{2a - 12}{0^+} = +\infty \Rightarrow 2a - 12 > 0 \Rightarrow a > 6$$

۵۹

$$a > 6 \Rightarrow 0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{6} \xrightarrow{-2} -2 < \frac{1}{a} - 2 < \frac{-11}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{x}{a} - 3x \right] = \left[ \frac{1}{a} - 3 \right] = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2ax - 3}{2 - x} = \frac{4a - 3}{0^-} = +\infty \Rightarrow 4a - 3 < 0 \Rightarrow a < \frac{3}{4}$$

۶۰

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{3x + a}{x - 5} = \frac{15 + a}{0^-} = +\infty \Rightarrow 15 + a < 0 \Rightarrow a < -15$$

۶۱

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{a[x] + 10}{x - 3} = \frac{2a + 10}{0^-} = -\infty \Rightarrow 2a + 10 > 0 \Rightarrow a > -5$$

۶۲

۶۳ اگر  $n > 2$  را در نظر بگیریم، داریم:

$$n > 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2ax^n}{(a+1)x^n} = \frac{2a}{a+1} = 2 \Rightarrow 2a = 2a + 2 \Rightarrow \text{جواب ندارد}$$

اگر  $n = 1$  باشد، آنگاه داریم:

$$n = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^1}{-3x^1} = \frac{a}{-3} = 2 \Rightarrow a = -6$$

اگر  $n = 2$  باشد، آنگاه داریم:

$$n = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2ax^2}{(a-2)x^2} = 2 \Rightarrow 2a = 2a - 4 \Rightarrow a = -2$$

حاصل حد بی‌نهایت است. بنابراین مخرج به ازای  $x = -3$  صفر می‌شود.

$$(-3)^2 - a = 0 \Rightarrow 9 - a = 0 \Rightarrow a = 9$$

بعد از یافتن  $a$  حاصل حد به ازای  $x \rightarrow 3$  را حساب می‌کنیم.

$$a = 9 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 12}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-4)}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-4}{x+3} = \frac{-1}{6}$$

صورت صفر مطلق و مخرج صفر حدی است. بنابراین حاصل حد صفر می‌شود.

$$\lim_{x \rightarrow 8^-} \frac{[x] - 7}{x - 8} = \frac{7 - 7}{8^- - 8} = \frac{0}{0^-} = 0$$

$$f(x) = (x^2 + x + 1)(ax + b) + x + 3$$

$$\xrightarrow{x=2} f(2) = (4 + 2 + 1)(2a + b) + 5 \Rightarrow 7(2a + b) + 5 = 12$$

$$\Rightarrow 7(2a + b) = 7 \Rightarrow 2a + b = 1$$

$$\xrightarrow{x=-1} f(-1) = (1 - 1 + 1)(-a + b) + 2 \Rightarrow (-a + b) + 2 = 5$$

$$\Rightarrow -a + b = 3 \Rightarrow -a + b = 3$$

$$\begin{cases} 2a + b = 1 \\ -a + b = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3a = -2 \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{2}{3} + b = 3 \Rightarrow b = 3 - \frac{2}{3} = \frac{9-2}{3} \Rightarrow b = \frac{7}{3}$$

بنابراین خارج قسمت برابر  $\frac{7}{3}x + \frac{2}{3}$  است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = (x^2 + 2x + 2)(ax + b) + x - 3$$

$$\xrightarrow{x=1} f(1) = (1 + 2 + 2)(a + b) - 2 \Rightarrow 5(a + b) - 2 = 3$$

$$\Rightarrow 5(a + b) = 5 \Rightarrow a + b = 1$$

$$\xrightarrow{x=-2} f(-2) = (4 - 4 + 2)(-2a + b) - 5 \Rightarrow 2(-2a + b) - 5 = 1$$

$$\Rightarrow 2(-2a + b) = 6 \Rightarrow -2a + b = 3$$

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ -2a + b = 3 \end{cases}$$

$$3a = -2 \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{2}{3} + b = 1 \Rightarrow b = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \Rightarrow b = \frac{5}{3}$$

$$f(x) = (x^2 + 1)(ax + b) + x + 1$$

$$\xrightarrow{x=2} f(2) = (4 + 1)(2a + b) + 2 \Rightarrow 9(2a + b) + 2 = 32$$

$$\Rightarrow 9(2a + b) = 30 \Rightarrow 2a + b = 3$$

$$\xrightarrow{x=-2} f(-2) = (4 + 1)(-2a + b) - 2 \Rightarrow 9(-2a + b) - 2 = -12$$

$$\Rightarrow 9(-2a + b) = -10 \Rightarrow -2a + b = -1$$

$$\begin{cases} 2a + b = 3 \\ -2a + b = -1 \end{cases}$$

$$\underline{2b = 2 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow 2a + 1 = 3 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1}$$

بنابراین خارج قسمت تقسیم برابر  $x + 1$  است.



