



زمان آزمون :

نام درس :

نام آموزشگاه :

تاریخ برگزاری

نام و نام خانوادگی :

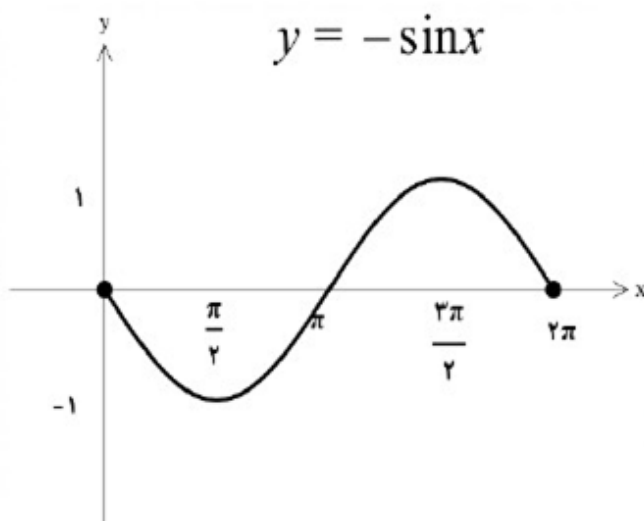
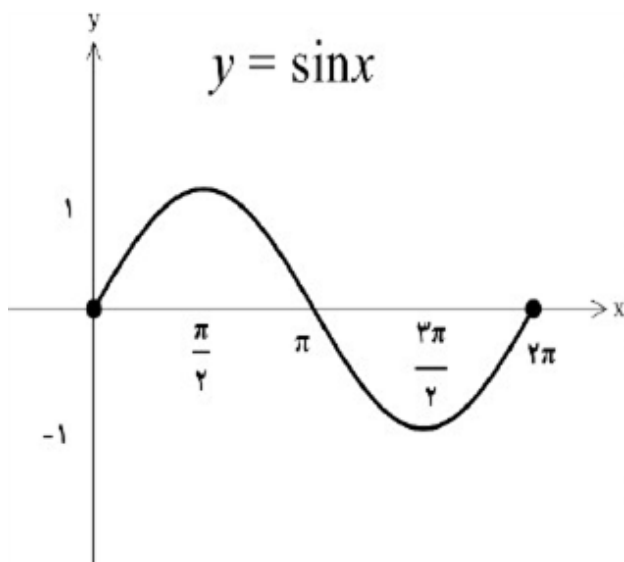
پایه تحصیلی :

نام دبیر :

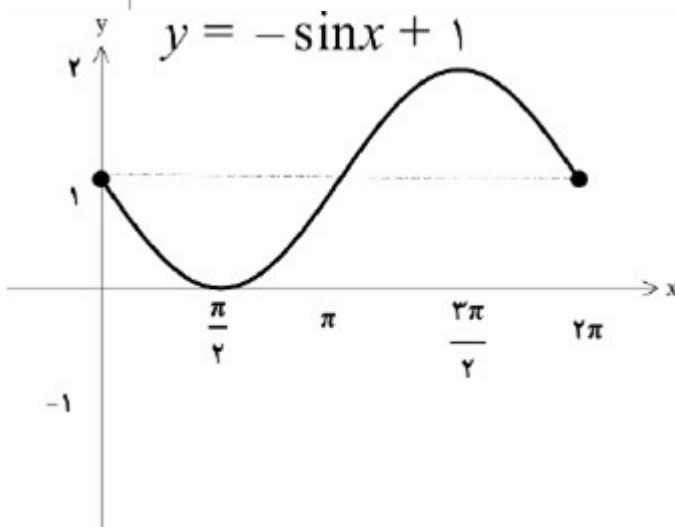
عنوان آزمون : حسابان ۱۱ فصل ۴

نمودار تابع  $f(x) = -\sin x + 1$  را به کمک نمودار  $y = \sin x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  رسم کنید.

۱



پاسخ: ۱



۲ مقدار عددی هریک از عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos(300^\circ)$       ب)  $\cos(15^\circ)$

پاسخ: ۱  $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos(300^\circ) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) + \cos(360^\circ - 60^\circ) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos(60^\circ)$   
 $= -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$

ب) روش اول:

$$\cos(15^\circ) = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos(45^\circ)\cos(30^\circ) + \sin(45^\circ)\sin(30^\circ)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

روش دوم:

$$\cos(15^\circ) = \sin(75^\circ) = \sin(30^\circ + 45^\circ) = \sin(30^\circ)\cos(45^\circ) + \cos(30^\circ)\sin(45^\circ)$$

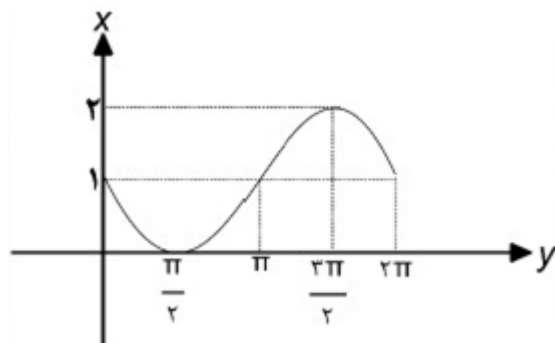
$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

روش سوم:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \cos^2(15^\circ) = \frac{1 + \cos(30^\circ)}{2} \Rightarrow \cos^2(15^\circ) = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$\xrightarrow{\cos(15^\circ) > 0} \cos(15^\circ) = \frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

۳ نمودار تابع  $y = 1 - \sin x$  را در بازه  $[0, 2\pi]$  رسم کنید.



پاسخ: ۱

۴ در یک دایره به شعاع ۳ سانتی‌متر، اندازه کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی  $20^\circ$  را تعیین کنید.

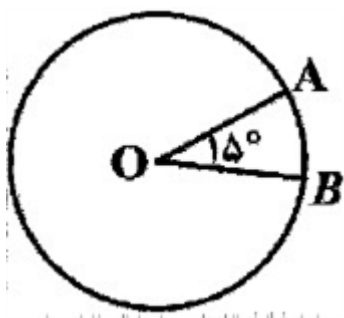
$$\theta = 20^\circ \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{9}$$

$$l = r\theta = 3 \times \frac{\pi}{9} = \frac{\pi}{3} \text{ cm}$$

پاسخ: ۱



۵ دوندهای مطابق شکل، روی مسیر دایره‌ای از نقطه A به نقطه B می‌رسد. اگر شعاع دایره برابر ۹ متر باشد آنگاه طول کمان AB چند متر است؟ ( $\widehat{AOB} = 15^\circ$ )



$$15^\circ = \frac{\pi}{12}$$

$$L = 9 \times \frac{\pi}{12} = \frac{3\pi}{4}$$

۱ پاسخ:

۶ حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$A = \tan\left(\frac{8\pi}{3}\right) \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \sin(660^\circ) \cotg(-300^\circ) =$$

$$\tan\left(\frac{8\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}, \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin(660^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \cotg(-300^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$A = \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - 1}{2}$$

۱ پاسخ:

۷ دوچرخه‌سواری روی یک پیست دایره‌ای شکل به شعاع ۱۰ متر، به اندازه زاویه  $120^\circ$  دوران کرده است. مسافت طی شده توسط این دوچرخه‌سوار چند متر است؟

$$\theta = 120^\circ = \frac{2\pi}{3} \quad \theta = \frac{L}{r} \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{L}{10} \Rightarrow L = \frac{20\pi}{3}$$

۱ پاسخ:

$$A = \sin\left(\frac{25\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$$

$$B = \tan(600^\circ) + 2 \cos(240^\circ)$$

۸ مقدار عددی عبارت‌های زیر را بیابید.

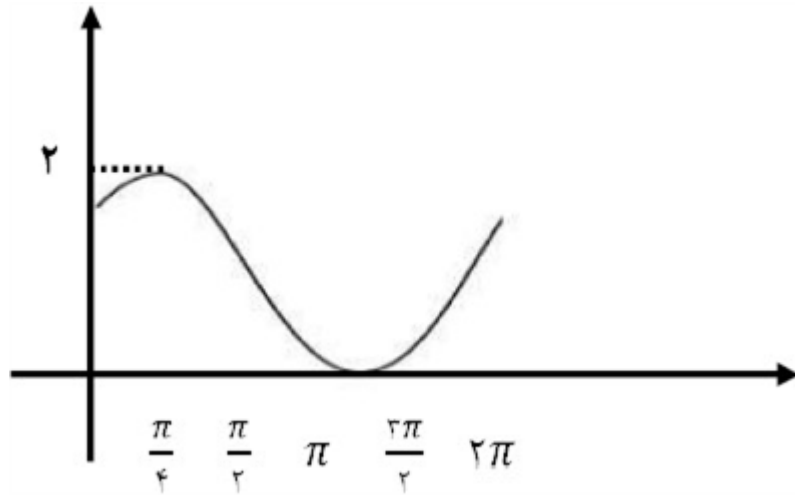
$$A = \sin\left(8\pi + \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱ پاسخ:

$$B = \tan(3 \times 180^\circ + 60^\circ) + 2 \cos(180^\circ + 60^\circ) = \tan 60^\circ - 2 \cos 60^\circ = \sqrt{3} - 2\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} - 1$$



۹ نمودار تابع  $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$  را در فاصله  $[0, 2\pi]$  رسم کنید.



پاسخ: ۱

۱۰ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- حاصل  $\tan 370^\circ$ ، مقداری منفی است.

پاسخ: ۱ نادرست

۱۱ در تساوی  $\sin x = \cos(20^\circ + x)$  مقدار  $x$  چند درجه است؟

پاسخ: ۱  $x = 35^\circ$

۱۲ دایره‌ای به شعاع ۸ سانتی‌متر مفروض است. اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی برابر ۴۵ درجه می‌باشد. طول این کمان چند سانتی‌متر است؟

پاسخ: ۱  $45^\circ = \frac{\pi}{4}$  رادیان  $\Rightarrow \frac{\pi}{4} = \frac{L}{r} = \frac{L}{8} \Rightarrow L = 2\pi$

۱۳ مقدار عبارت مقابل را به دست آورید.  
 $2 \sin \frac{5\pi}{6} - \cos \frac{5\pi}{6} + 2 \cos \frac{7\pi}{6} =$

پاسخ: ۱  $\sin \frac{5\pi}{6} = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos \frac{5\pi}{6} = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

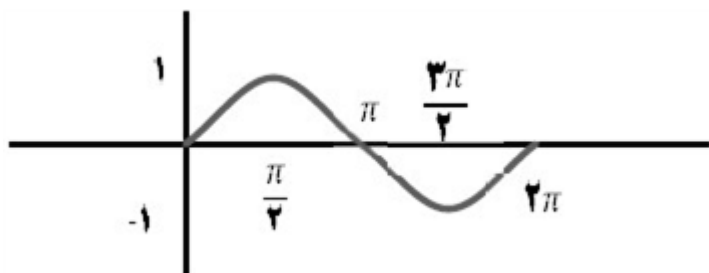
$\cos \frac{7\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

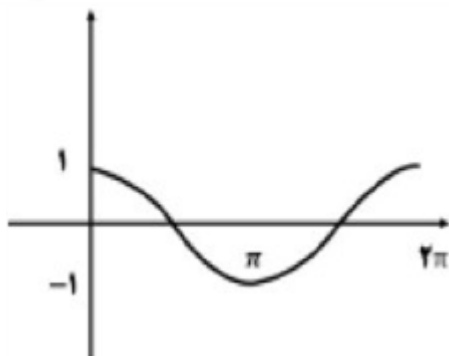


نمودار تابع مقابل را در دستگاه مختصات در بازه  $[0, 2\pi]$  رسم کنید.

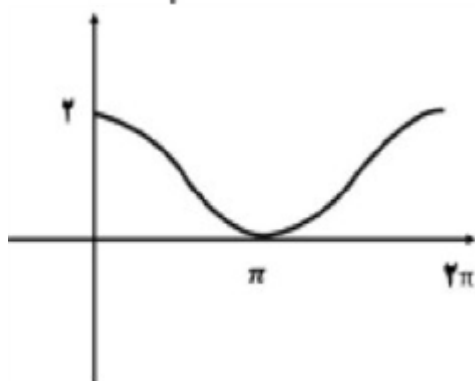
$$y = 1 + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$



پاسخ: ۱ مرحله اول  $y = \sin(x)$



مرحله دوم  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$



مرحله سوم  $y = 1 + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

اگر مخرج کسر زیر صفر نباشد، حاصل عبارت را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$\frac{\sin(2\pi + \alpha) + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}$$

$$\frac{\sin(2\pi + \alpha) + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)} = \frac{\sin(\alpha) + \sin(\alpha)}{-\sin(\alpha)} = \frac{2\sin(\alpha)}{-\sin(\alpha)} = -2$$

پاسخ: ۱

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- انتهای کمان روبه‌رو به زاویه  $\frac{6\pi}{5}$  رادیان در ربع سوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

پاسخ: ۱ درست

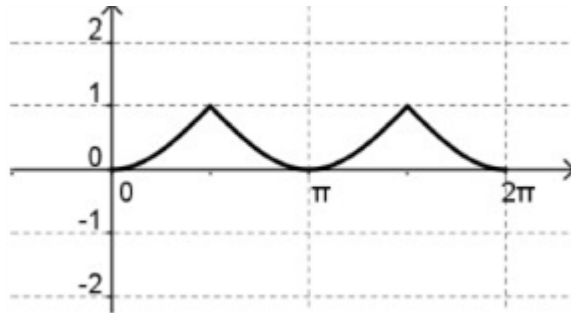
۱۷ اگر  $\cos \theta = \frac{3}{5}$  و انتهای کمان روبه‌رو به زاویه  $\theta$  در ناحیه چهارم مثلثاتی باشد، مقدار  $\sin^2 \theta$  را محاسبه کنید.

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \frac{9}{25} \xrightarrow{\frac{\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi}{\frac{3}{5}}} \sin \theta = \frac{-4}{5}$$

پاسخ: ۱

$$\sin^2 \theta = 2 \sin \theta \cos \theta = 2 \left( \frac{-4}{5} \right) \left( \frac{3}{5} \right) = \frac{-24}{25}$$

۱۸ نمودار تابع  $f(x) = 1 - |\cos x|$  را در بازه  $[0, 2\pi]$  رسم کنید و برد آن را بنویسید.



پاسخ: ۱  $\text{برد} = [0, 1]$

۱۹ در تابع  $f(x) = -6 \cos \left( \frac{3\pi}{2} + x \right) - 1$  مقدار  $f \left( \frac{11\pi}{6} \right)$  را بیابید.

$$\begin{aligned} f \left( \frac{11\pi}{6} \right) &= -6 \cos \left( \frac{3\pi}{2} + \frac{11\pi}{6} \right) - 1 = -6 \cos \left( \frac{10\pi}{3} \right) - 1 = -6 \cos \left( \pi + \frac{\pi}{3} \right) - 1 \\ &= 6 \cos \left( \frac{\pi}{3} \right) - 1 = 6 \left( \frac{1}{2} \right) - 1 = 2 \end{aligned}$$

پاسخ: ۱

۲۰ اگر  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$  و  $\cos \beta = \frac{-12}{13}$  و  $\alpha$  زاویه‌ای حاده و انتهای کمان روبه‌رو به زاویه  $\beta$  در ربع سوم باشد، حاصل

$\sin(\alpha - \beta)$  را به دست آورید.

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \xrightarrow{\alpha \text{ حاده}} \cos \alpha = \sqrt{1 - \left( \frac{4}{5} \right)^2} = \frac{3}{5}$$

پاسخ: ۱

$$\cos \beta = \frac{-12}{13} \xrightarrow{\beta \text{ در ربع سوم}} \sin \beta = \sqrt{1 - \left( \frac{-12}{13} \right)^2} = \frac{5}{13}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = \left( \frac{4}{5} \right) \left( -\frac{12}{13} \right) - \left( \frac{3}{5} \right) \left( \frac{5}{13} \right) = \frac{-48 + 15}{65} = \frac{-33}{65}$$



۲۱ اگر  $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ ، حاصل عبارت  $\sin(\frac{3}{2}\pi + \alpha) + \sin(\alpha - \pi) + 2 \cos(\frac{3}{2}\pi + \alpha)$  را به دست آورید.

$$\sin(\alpha - \pi) = -\sin(\pi - \alpha) = -\sin \alpha$$

پاسخ: ۱

$$\cos\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin(\frac{3}{2}\pi + \alpha) + \sin(\alpha - \pi) + 2 \cos\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right) = \sin \alpha - \sin \alpha + 2 \sin \alpha = 2 \sin \alpha = \frac{2}{5}$$

۲۲ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- اگر  $\theta$  یک زاویه دلخواه باشد، آنگاه  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \sin \theta$ .

پاسخ: ۱ نادرست

۲۳ در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.

حداکثر مقدار تابع کسینوس برابر ..... است.

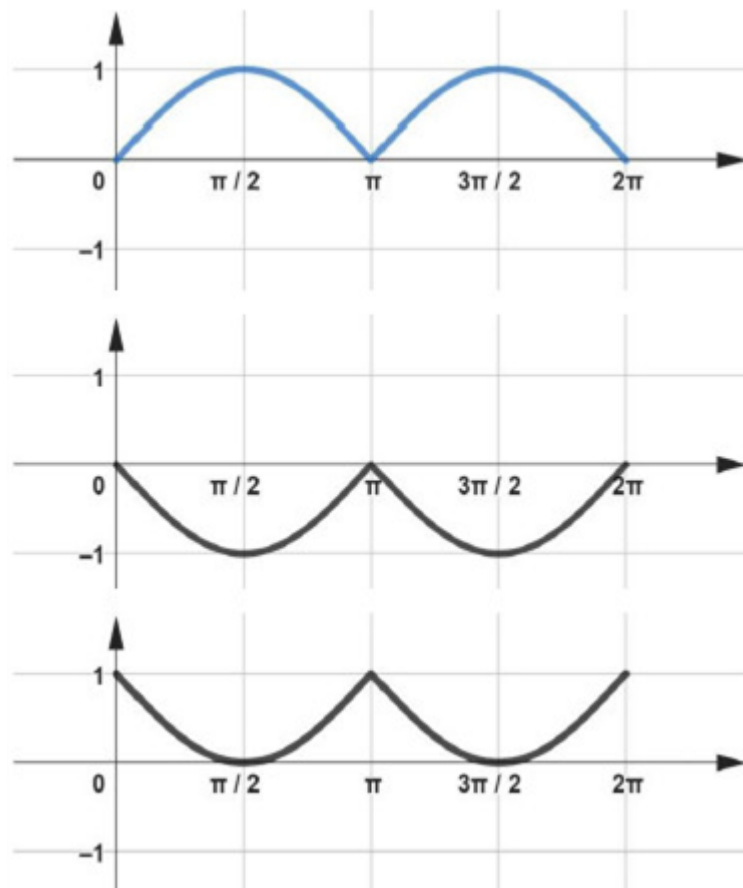
پاسخ: ۱ یک

۲۴ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- مقدار  $\sin 10^\circ$  عددی مثبت است. (زاویه برحسب رادیان است).

پاسخ: ۱ نادرست

۲۵ نمودار تابع  $f(x) = 1 - |\sin x|$  را در بازه  $[0, 2\pi]$  رسم کنید و برد آن را تعیین کنید.



پاسخ: ۱  $R = [0, 1]$



۲۶ در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.  
مکمل زاویه  $25^\circ$  برابر ..... می‌باشد.

پاسخ: ۱  $205^\circ$

۲۷ حاصل عبارت  $\sin 210^\circ + \tan 120^\circ + \cos \frac{3\pi}{4}$  را به دست آورید.

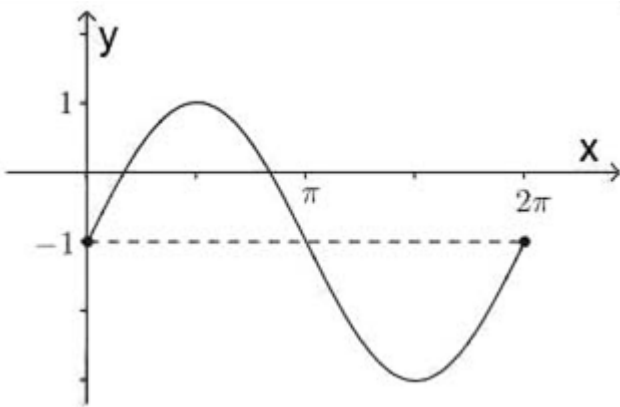
پاسخ: ۱

$$\sin 210^\circ + \tan 120^\circ + \cos \frac{3\pi}{4} = \sin (180^\circ + 30^\circ) + \tan (180^\circ - 60^\circ) + \cos \left( \pi - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= -\frac{1}{2} + (-\sqrt{3}) + \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{-1 - 2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$$

۲۸ الف) نمودار تابع  $y = 2 \sin x - 1$  را در بازه  $[0, 2\pi]$  رسم کنید.  
ب) برد تابع را به صورت بازه بنویسید.

پاسخ: ۱ الف)



ب)  $R = [-3, 1]$

۲۹ حاصل عبارت زیر را به دست آورید. (مراحل محاسبه را بنویسید.)

پاسخ: ۱

$$\cos(-390^\circ) + \tan(60^\circ) - \sin(330^\circ) =$$

$$\cos(2 \times 180^\circ + 30^\circ) + \tan(3 \times 180^\circ + 60^\circ) - \sin(2 \times 180^\circ - 30^\circ)$$

$$= \cos(30^\circ) + \tan(60^\circ) + \sin(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} + \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{3} + 1}{2}$$

۳۰ حاصل عبارت  $\sin 390^\circ + \tan 135^\circ + \cos \frac{23\pi}{4}$  را به دست آورید.

پاسخ: ۱

$$\sin 390^\circ + \tan 135^\circ + \cos \frac{23\pi}{4} = \sin (360^\circ + 30^\circ) + \tan (180^\circ - 45^\circ) + \cos \left( 6\pi - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\sin 30^\circ - \tan 45^\circ + \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 + \frac{1}{2}$$





۳۱ نمودارهای توابع  $f(x) = \sin\left(\frac{9\pi}{2} + x\right)$  و  $g(x) = \cos x$  بر هم منطبق هستند. چرا؟

پاسخ: ۱  $f(x) = \sin\left(\frac{9\pi}{2} + x\right) = \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$

$g(x) = \cos x$

$\Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow$  بنابراین دو تابع بر هم منطبق هستند.

۳۲ مقدار A را به دست آورید.

$$A = \tan\left(\frac{5\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + \sin(75^\circ) \cdot \tan(225^\circ)$$

پاسخ: ۱  $\tan\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\tan\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$

$$\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = \cos\left(-\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\cos\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin(75^\circ) = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan(225^\circ) = \tan(180^\circ + 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$$

$$A = (-\sqrt{3})\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)(1) = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

۳۳ اگر  $\theta$  برابر ۷ رادیان باشد،  $\cos \theta \times \sin \theta$  یک عدد ..... است. (منفی - مثبت)

پاسخ: ۱ مثبت

۳۴ حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) + \sin(150^\circ) \cdot \tan(240^\circ)$$

پاسخ: ۱  $\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

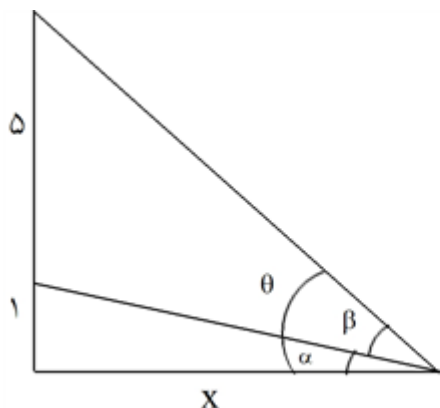
$$\sin(150^\circ) = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan(240^\circ) = \tan(180^\circ + 60^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} & \sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) + \sin(150^\circ) \cdot \tan(240^\circ) \\ &= \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)(\sqrt{3}) = -\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$



۳۵ نشان دهید در شکل زیر رابطه بین زاویه  $\beta$  و  $x$  به صورت زیر است:



$$\tan \beta = \frac{5x}{x^2 + 6}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{x}$$

$$\tan \theta = \frac{6}{x}$$

$$\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \cdot \tan \alpha} = \frac{\frac{6}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{6}{x} \times \frac{1}{x}} = \frac{\frac{5}{x}}{\frac{x^2 + 6}{x^2}} \Rightarrow \tan \beta = \frac{5x}{x^2 + 6}$$

۱ پاسخ:

۳۶ انتهای کمان ۴ رادیان در ربع ..... دایره مثلثاتی قرار دارد.

۱ پاسخ: سوم

۳۷ آیا نمودارهای دو تابع  $f(x) = \cos\left(\frac{\sqrt{3}\pi}{2} + x\right)$  و  $g(x) = \sin x$  بر هم منطبق هستند؟ چرا؟

$$f(x) = \cos\left(\frac{\sqrt{3}\pi}{2} + x\right) = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -(-\sin x) = \sin x$$

$$g(x) = \sin x$$

$\Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow$  بنابراین دو تابع بر هم منطبق هستند.

۱ پاسخ:

۳۸ اگر  $\sin \alpha = a$  باشد و  $\alpha$  در ربع اول باشد،  $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)$  را بر حسب  $a$  بنویسید.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow a^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - a^2$$

$$\begin{cases} \cos \alpha = \sqrt{1 - a^2} & \text{ق ق} \\ \cos \alpha = -\sqrt{1 - a^2} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \times \sqrt{1 - a^2} + a \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = \frac{\sqrt{1 - a^2} + a\sqrt{3}}{2}$$

۱ پاسخ:



۳۹ اگر  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  و  $\alpha$  در ربع اول باشد،  $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$  را به دست آورید.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

پاسخ: ۱

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{4}{5} \text{ ق ق} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{4}{5} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{10} + \frac{4\sqrt{3}}{10} = \frac{3 + 4\sqrt{3}}{10}$$

۴۰ اگر  $\cos \alpha = \frac{12}{13}$  و  $\alpha$  در ربع اول باشد،  $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$  را به دست آورید.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$$

پاسخ: ۱

$$\begin{cases} \sin \alpha = \frac{5}{13} \text{ ق ق} \\ \sin \alpha = -\frac{5}{13} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{12}{13} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{5}{13}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{12\sqrt{2} + 5\sqrt{2}}{26} = \frac{17\sqrt{2}}{26}$$

۴۱ اگر  $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{3}{4}$  و  $\alpha$  در ناحیه سوم باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی  $\alpha$  را به دست آورید.

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{3}{4} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{4}{3}$$

پاسخ: ۱

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{9}{16} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \frac{25}{16} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{4}{5} \text{ ق ق} \\ \sin \alpha = -\frac{4}{5} \text{ ق غ} \end{cases}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(-\frac{4}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{16}{25} + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{3}{5} \text{ ق ق} \\ \cos \alpha = -\frac{3}{5} \text{ ق غ} \end{cases}$$



۴۲ اگر  $\text{Log}(\sin \alpha) = -2$  و  $\text{Log}(\cos \beta) = -3$ ، آن‌گاه حاصل  $\text{Log}(\sin(\alpha + \beta) - \sin \beta \cdot \cos \alpha)$  را به دست آورید.

پاسخ: ۱  $\text{Log}(\sin(\alpha + \beta) - \sin \beta \cdot \cos \alpha) = \text{Log}(\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha - \sin \beta \cos \alpha)$

$\text{Log}(\sin \alpha \cos \beta) = \text{Log}(\sin \alpha) + \text{Log}(\cos \beta) = -2 - 3 = -5$

۴۳ اگر  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{3}$ ، آن‌گاه حاصل  $(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$  را به دست آورید.

پاسخ: ۱  $(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$

$= \cos^2 \alpha + 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta$

$\underbrace{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}_{=1} + \underbrace{\cos^2 \beta + \sin^2 \beta}_{=1} + 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$

$1 + 1 + 2(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) = 2 + 2 \cos(\alpha + \beta) = 2 + 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$= 2 + 2\left(\frac{1}{2}\right) = 3$

۴۴ نمودار تابع  $f(x) = a \cos(x) - b$  از نقطه‌های  $\left(\frac{\pi}{3}, 5\right)$  و  $\left(\frac{2\pi}{3}, -1\right)$  می‌گذرد.

الف) مقادیر  $a, b$  را به دست آورید.

ب) مقدار  $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$  را حساب کنید.

پاسخ: ۱ الف) ابتدا باید نقاط داده شده را درون تابع قرار دهیم و  $a$  و  $b$  را به دست آوریم.

$\left(\frac{\pi}{3}, 5\right) \Rightarrow 5 = a \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - b \Rightarrow a \times \frac{1}{2} - b = 5 \Rightarrow a - b = 10$

$\left(\frac{2\pi}{3}, -1\right) \Rightarrow -1 = a \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - b \Rightarrow a \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) - b = -1$

$\Rightarrow -a \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - b = -1 \Rightarrow -a\left(\frac{1}{2}\right) - b = -1 \Rightarrow -a - b = -2$

$\begin{cases} a - b = 10 \\ -a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow -2b = 8 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow a = 6$

$f(x) = 6 \cos(x) - 4$

ب)

$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 6 \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) - 4 = 6 \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) - 4 = -6 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - 4$

$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -6\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 4 = -3\sqrt{3} - 4$

۴۵ اگر  $\cos^2 x = \frac{1}{5}$  باشد، حاصل  $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  را به دست آورید.

پاسخ: ۱

$$\begin{cases} \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) &= \left(\cos x \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \sin \frac{\pi}{4}\right) \left(\cos x \cos \frac{\pi}{4} + \sin x \sin \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x\right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x\right) = \left(\frac{1}{2} \cos^2 x - \frac{1}{2} \sin^2 x\right) \\ &= \frac{1}{2} (\cos^2 x - \sin^2 x) = \frac{1}{2} \cos^2 x = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10} \end{aligned}$$

۴۶ نمودار تابع  $f(x) = a \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + b$  از نقطه‌های  $\left(\frac{\pi}{6}, 3\right)$  و  $\left(\frac{5\pi}{6}, -5\right)$  می‌گذرد. مقادیر  $a$  و  $b$  را به دست آورید.

پاسخ: ۱

باید مختصات نقاط داده شده را درون تابع قرار دهیم.

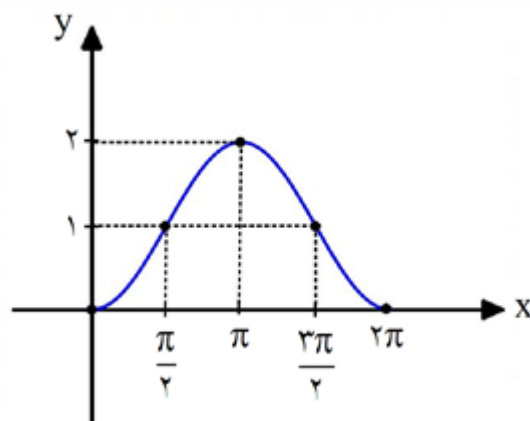
$$\begin{aligned} \left(\frac{\pi}{6}, 3\right) &\Rightarrow 3 = a \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + b \Rightarrow a \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + b = 3 \Rightarrow a + b = 3 \\ \left(\frac{5\pi}{6}, -5\right) &\Rightarrow -5 = a \sin\left(\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + b \Rightarrow a \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) + b = -5 \Rightarrow -a + b = -5 \\ \begin{cases} a + b = 3 \\ -a + b = -5 \end{cases} &\Rightarrow a = 4, b = -1 \end{aligned}$$



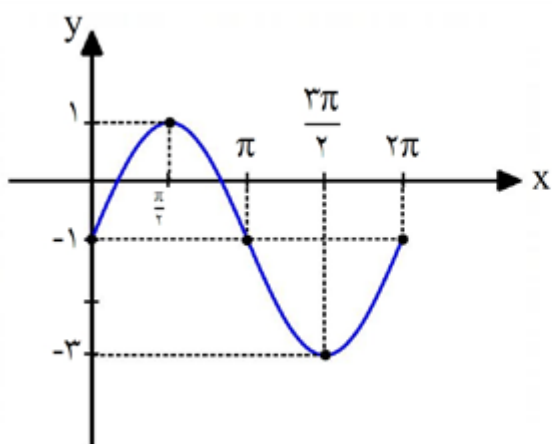
ابتدا مشخص کنید نمودار زیر متعلق به کدام ضابطه است و سپس نمودار ضابطه دیگر را در بازه  $[0, 2\pi]$  رسم کنید.

الف)  $y = 2 \sin(x) - 1$

ب)  $y = 1 - \cos x$



پاسخ: ۱ نمودار صورت سؤال متعلق به قسمت «ب» است. بنابراین قسمت «الف» را رسم می‌کنیم.

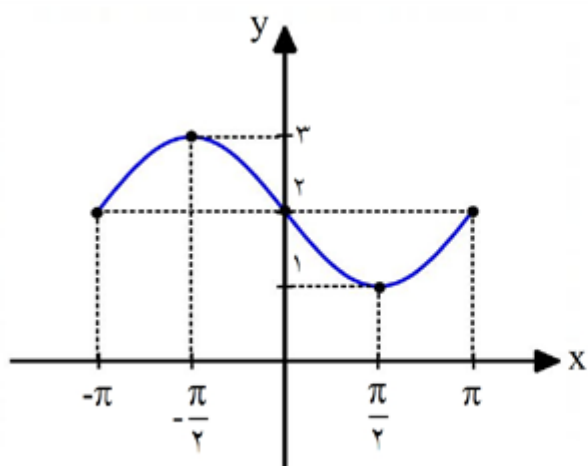


x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
y	-1	1	-1	-3	-1

نمودار  $y = 2 - \sin x$  را در بازه  $[-\pi, \pi]$  رسم کنید.

$y = 2 - \sin x$

پاسخ: ۱



x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
y	1	3	2	1	2

۴۹

اگر  $\text{Log}(\sin \alpha) = -1$  و  $\text{Log}(\cos \beta) = -2$ ، آنگاه حاصل  $\text{Log}\left(\frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \beta}\right)$  را به دست آورید.

پاسخ: ۱

$$\begin{cases} 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha \\ 1 + \cos^2 \beta = 2 \cos^2 \beta \end{cases}$$

$$\text{Log}\left(\frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \beta}\right) = \text{Log}\left(\frac{\sin^2 \alpha}{2 \cos^2 \beta}\right) = \text{Log}\left(\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \beta}\right)$$

$$= \text{Log}(\sin^2 \alpha) - \text{Log}(\cos^2 \beta)$$

$$\text{Log}(\sin \alpha)^2 - \text{Log}(\cos \beta)^2 = 2 \text{Log}(\sin \alpha) - 2 \text{Log}(\cos \beta)$$

$$= 2(-1) - 2(-2) = -2 + 4 = 2$$

۵۰

نمودار تابع  $f(x) = a \cos(x) + b$  از نقطه‌های  $(\pi, 1)$  و  $(0, 3)$  می‌گذرد. مقادیر  $a$  و  $b$  را به دست آورید.

پاسخ: ۱ باید مختصات نقاط داده شده را درون تابع قرار دهیم.

$$(\pi, 1) \Rightarrow 1 = a \cos(\pi) + b \Rightarrow -a + b = 1$$

$$(0, 3) \Rightarrow 3 = a \cos(0) + b \Rightarrow a + b = 3$$

$$\begin{cases} -a + b = 1 \\ a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow b = 2, a = 1$$

۵۱

اگر  $\cos x - \sin x = \frac{1}{3}$  باشد،  $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  را حساب کنید.

پاسخ: ۱

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos x \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x - \sin x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

۵۲ در یک مستطیل، جذر مساحت، نصف طول قطر است. اگر B و C دو زاویه ایجاد شده در یک طرف قطر باشد، مقدار تانژانت (B - C) کدام است؟

$$\sqrt{3} \quad \text{۴}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{۳}$$

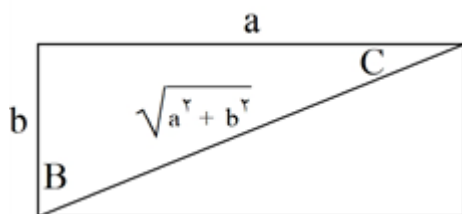
$$\frac{1}{3} \quad \text{۲}$$

$$3 \quad \text{۱}$$

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\tan B = \frac{a}{b}$$

$$\tan C = \frac{b}{a}$$



$$\sqrt{ab} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow a^2 + b^2 = 2ab \Rightarrow \begin{cases} (a+b)^2 = 2ab \Rightarrow a+b = \sqrt{2ab} \\ (a-b)^2 = 2ab \Rightarrow a-b = \sqrt{2ab} \end{cases}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{2ab}}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{2ab}}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2ab} \times \sqrt{2ab} = 2\sqrt{2ab}$$

$$\tan(B - C) = \frac{\tan B - \tan C}{1 + \tan B \tan C} = \frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{1 + \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{\frac{a^2 - b^2}{ab}}{1 + 1} = \frac{(a-b)(a+b)}{2ab}$$

۵۳ در مثلث ABC، اگر  $\cot(B - C) = \frac{1}{\sqrt{3}}$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{2 \cos(B + C) + 1}{2 \sin B \cos C}$  کدام است؟

$$\cot C \quad \text{۴}$$

$$\cot B \quad \text{۳}$$

$$\tan C \quad \text{۲}$$

$$\tan B \quad \text{۱}$$

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

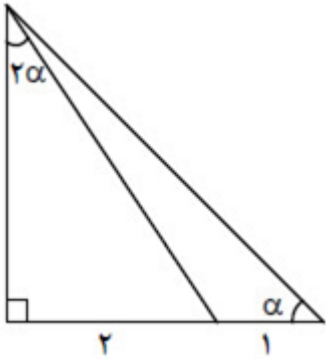
$$\cot(B - C) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow B - C = 60^\circ \Rightarrow \cos(B - C) = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{2 \cos(B + C) + 1}{2 \sin B \cos C} &= \frac{2 \left( \cos(B + C) + \frac{1}{2} \right)}{2 \sin B \cos C} = \frac{2 \cos(B + C) + \cos(B - C)}{2 \sin B \cos C} \\ &= \frac{2(\cos B \cos C - \sin B \sin C) + \cos B \cos C + \sin B \sin C}{2 \sin B \cos C} = \frac{\cos B \cos C}{2 \sin B \cos C} = \cot B \end{aligned}$$





در شکل مقابل، مقدار  $\text{Cotg } \alpha$  کدام است؟ ۵۴



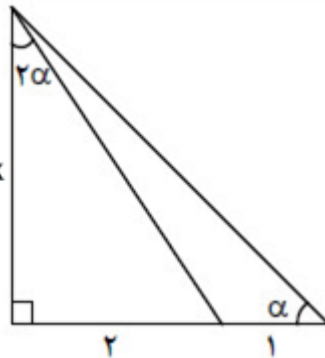
$\sqrt{3}$  ۴

$\sqrt{2}$  ۳

۲ ۲

۱ ۱

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\begin{aligned} \tan 2\alpha &= \frac{2}{x} \quad \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \rightarrow \frac{2}{x} = \frac{2 \left( \frac{x}{2} \right)}{1 - \frac{x^2}{4}} \\ \tan \alpha &= \frac{x}{2} \\ \Rightarrow 1 - \frac{x^2}{4} &= \frac{x^2}{2} \Rightarrow 1 = \frac{3}{2} x^2 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Cotg } \alpha = \frac{2}{\frac{2}{3}} = 3$$

در مثلث ABC، اگر  $\tan(B - C) = \sqrt{3}$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{1 - 2 \cos(B + C)}{4 \sin B \cos C}$  کدام است؟ ۵۵

$\tan C$  ۴

$\tan B$  ۳

$-\frac{1}{2}$  ۲

-۱ ۱

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\tan(B - C) = \sqrt{3} \Rightarrow B - C = 60^\circ \Rightarrow \cos(B - C) = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{1 - 2 \cos(B + C)}{4 \sin B \cos C} &= \frac{\cos(B - C)}{4 \sin B \cos C} \\ &= \frac{2 \left( \frac{1}{2} - \cos(B + C) \right)}{4 \sin B \cos C} \\ &= \frac{2 (\cancel{\cos B \cos C} + \sin B \sin C - \cancel{\cos B \cos C} + \sin B \sin C)}{4 \sin B \cos C} = \frac{4 \sin B \sin C}{4 \sin B \cos C} = \tan C \end{aligned}$$



۵۶ در یک لوزی، اندازه هر ضلع برابر جذر حاصل ضرب طول قطرهای است. اگر A و B دو زاویه مجاور لوزی باشند، مقدار مثبت تانژانت  $\left(\frac{A-B}{2}\right)$  کدام است؟

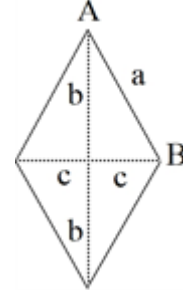
۳ (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

$\frac{1}{\sqrt{3}}$  (۲)

$\sqrt{3}$  (۱)

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$a = \sqrt{b \times c} \Rightarrow a^2 = bc$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 + c^2 - bc = 0 \Rightarrow \left(\frac{b}{c}\right)^2 - \left(\frac{b}{c}\right) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\tan\left(\frac{A}{2} - \frac{B}{2}\right) = \frac{\tan \frac{A}{2} - \tan \frac{B}{2}}{1 + \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2}}$$

$$\tan \frac{A}{2} = \frac{c}{b} = 2 + \sqrt{3} \quad \tan \frac{B}{2} = \frac{b}{c} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{A}{2} - \frac{B}{2}\right) = \frac{(2 + \sqrt{3}) - (2 - \sqrt{3})}{1 + 1} = \sqrt{3}$$

۵۷ حاصل عبارت  $\frac{3 \cos(248^\circ) - 2 \sin(158^\circ)}{\sin(202^\circ) - \cos(292^\circ)}$  کدام است؟

$2/5$  (۴)

$-2/5$  (۳)

$-0/5$  (۲)

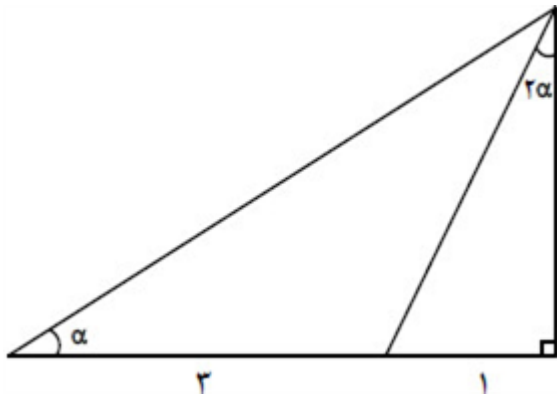
$0/5$  (۱)

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3 \cos(180^\circ + 68^\circ) - 2 \sin(90^\circ + 68^\circ)}{\sin(270^\circ - 68^\circ) - \cos(360^\circ - 68^\circ)} = \frac{-3 \cos 68^\circ - 2 \cos 68^\circ}{-\cos 68^\circ - \cos 68^\circ} = \frac{5}{2} = 2/5$$



۵۸ در شکل مقابل، مقدار  $\cos^2 \alpha$  کدام است؟



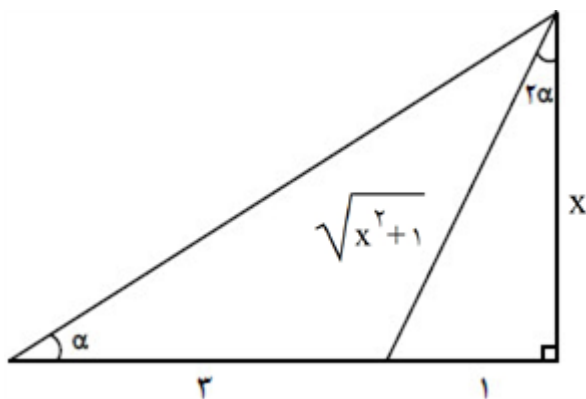
$\frac{4}{5}$  (۴)

$\frac{3}{5}$  (۳)

$\frac{3}{4}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\tan \alpha = \frac{x}{3}, \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{x}{3}}{1 - \frac{x^2}{9}} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{x^2}{3} = 1 - \frac{x^2}{9} \Rightarrow \frac{4x^2}{9} = 1 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{\frac{9}{4} + 1}} = \frac{3}{5}$$

۵۹ حاصل عبارت  $\frac{\sin^4 \alpha + 4 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{\cos^4 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$  کدام است؟

$\sin^2 \alpha$  (۴)

$\cos^2 \alpha$  (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

روش اول: به ازای  $\alpha = 0$  حاصل عبارت برابر ۱ و به ازای  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  برابر -۱ است که این تساویها فقط در گزینه ۳

دید می شود.

$$\sin^4 \alpha = (1 - \cos^2 \alpha)^2 = \cos^4 \alpha - 2 \cos^2 \alpha + 1$$

روش دوم:

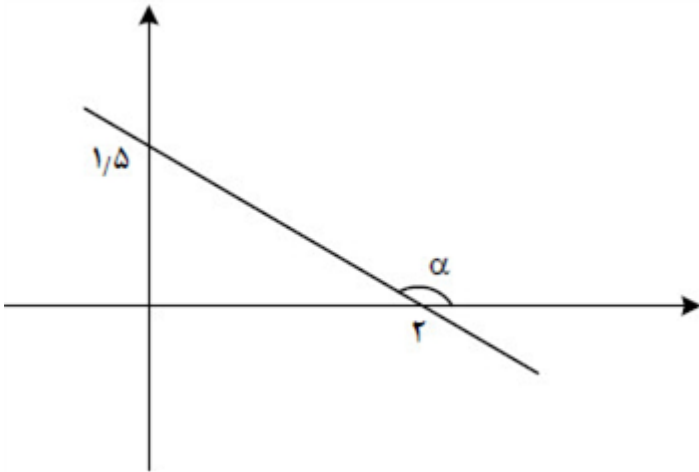
$$\cos^4 \alpha = (1 - \sin^2 \alpha)^2 = \sin^4 \alpha - 2 \sin^2 \alpha + 1$$

$$\Rightarrow T = \frac{\cos^4 \alpha + 2 \cos^2 \alpha + 1}{\cos^2 \alpha + 1} - \frac{\sin^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha + 1}{\sin^2 \alpha + 1} = \frac{(\cos^2 \alpha + 1)^2}{\cos^2 \alpha + 1} - \frac{(\sin^2 \alpha + 1)^2}{\sin^2 \alpha + 1}$$

$$= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$$



۶۰ در شکل مقابل، زاویه  $\alpha$  مشخص شده است. مقدار  $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$  کدام است؟



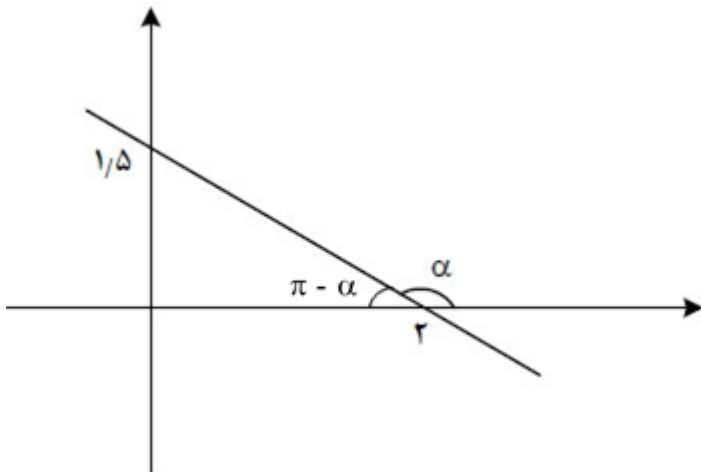
$-\frac{4}{3}$  (۴)

$-\frac{3}{4}$  (۳)

$\frac{4}{3}$  (۲)

$\frac{3}{4}$  (۱)

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha = \frac{1/5}{2} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\frac{1}{10}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha = -\frac{1}{10}$$

۶۱ حاصل عبارت  $(\sqrt{2} \cos x + \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x)$  به ازای  $x = \frac{\pi}{12}$  کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)

$\sqrt{2}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

۱ (۱)

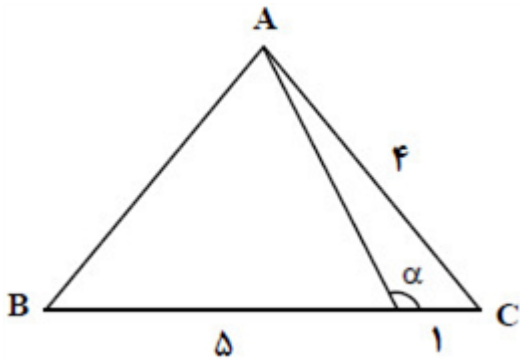
پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$T = \sqrt{2} \cos x + \sqrt{2} (\sin x - \cos x) = \sqrt{2} \cos x + \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \frac{\pi}{12} \rightarrow T = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{12} + \sqrt{2} \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2} - 1 = \frac{1}{2}$$



۶۲ در شکل مقابل، مثلث ABC متساوی الساقین است. مقدار  $\tan \alpha$  کدام است؟



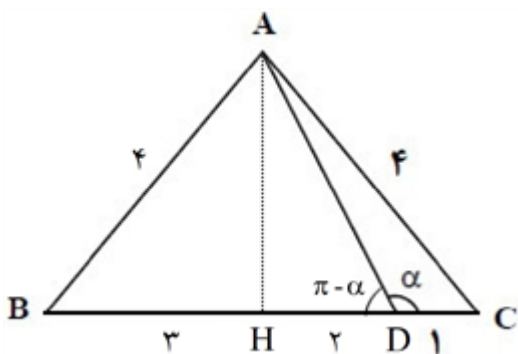
۴  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

۳  $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

۲  $\frac{2}{5}$

۱  $-\frac{2}{5}$

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ارتفاع وارد بر قاعده را رسم می‌کنیم، داریم:

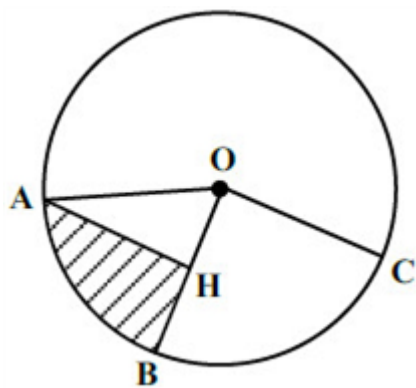


$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{5}$$

$$\tan(\pi - \alpha) = \frac{AH}{HD} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

۶۳ مطابق شکل مقابل، در دایره‌ای به محیط  $2\pi$  و AH عمود منصف OB است. محیط قسمت هاشورخورده چقدر از محیط مثلث OAH بزرگ‌تر است؟



۴  $\frac{\pi - 3}{3}$

۳  $\frac{\pi - 1}{6}$

۲  $\frac{2\pi - 3}{6}$

۱  $\frac{2\pi - 1}{3}$

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $R = 1 \Rightarrow 2\pi = \text{محیط}$

مثلث OAB متساوی الاضلاع است.  $\triangle OAB \Rightarrow AB = OA = 1 = OB$

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{هاشور}} &= \cancel{AH} + \cancel{BH} + \widehat{AB} \\ P_{\triangle OAH} &= \cancel{AH} + \cancel{OH} + OA \\ \widehat{AB} &= R\alpha = 1 \times \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \\ OA &= R = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_{\text{هاشور}} - P_{\triangle OAH} = \widehat{AB} - OA = \frac{\pi}{3} - 1 = \frac{\pi - 3}{3}$$

۶۴ اگر  $\text{tg } x + \text{Cotg } x = ۴$  و  $۵\pi < x < ۶\pi$  باشد، حاصل  $\frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x}$  کدام است؟

۱/۶  
√۳ (۴)

- ۱/۶  
√۳ (۳)

۰/۸√۲ (۲)

- ۰/۸√۲ (۱)

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$۵\pi < x < ۶\pi \Rightarrow \frac{۵\pi}{۴} < x < \frac{۶\pi}{۴} \Rightarrow \sin x < \cos x \Rightarrow \sin^2 x < \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x} < ۰$$

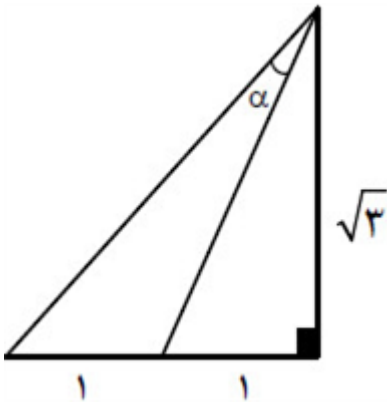
پس یکی از گزینه‌های ۱ یا ۳ صحیح است. حال فارغ از علامت، اندازه را به دست می‌آوریم.

$$\text{tg } x + \text{Cotg } x = ۴ \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = ۴ \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{۴}$$

$$A = \sin x - \cos x \xrightarrow{A^2} A^2 = ۱ - ۲ \sin x \cos x = ۱ - ۲ \left( \frac{1}{۴} \right) = \frac{1}{۲} \Rightarrow A = -\frac{1}{\sqrt{۲}}$$

$$\frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x} = \frac{1}{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)} = \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{۲}} \left( 1 + \frac{1}{۴} \right)} = -۰/۸\sqrt{۲}$$

۶۵ در شکل مقابل، مقدار  $\tan \alpha$  کدام است؟



√۳  
۵ (۴)

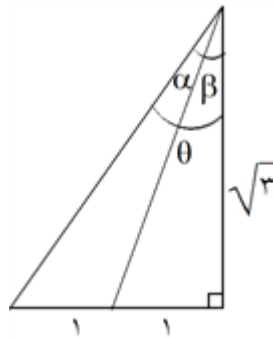
√۳  
۲ (۳)

۱  
√۳ (۲)

۱  
۵√۳ (۱)

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \theta &= \alpha + \beta \Rightarrow \alpha = \theta - \beta \\ \tan \alpha &= \tan(\theta - \beta) = \frac{\tan \theta - \tan \beta}{1 + \tan \theta \cdot \tan \beta} \\ &= \frac{\frac{1}{\sqrt{۲}} - \frac{1}{\sqrt{۳}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{۲}} \cdot \frac{1}{\sqrt{۳}}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{۲}}}{\frac{5}{\sqrt{۶}}} = \frac{\sqrt{۳}}{۵} \end{aligned}$$



۶۶ خطوط  $ax - y = 3$  و  $3y + x = -9$  یکدیگر را در نقطه A و خط  $y - x = 0$  را به ترتیب در نقاط B و C قطع می‌کنند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیه اول و سوم واقع باشد، در مثلث ABC، مقدار  $\text{tg}(B - C)$  کدام است؟

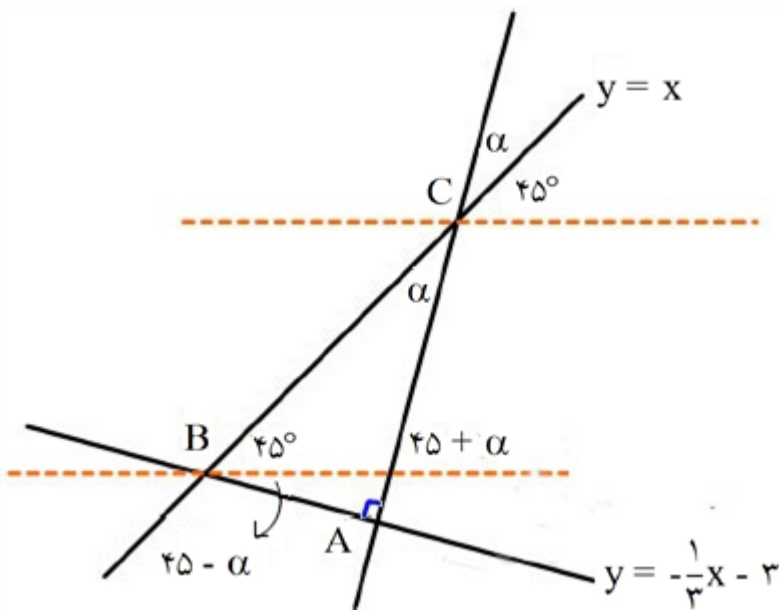
$$\frac{2}{3} \quad \text{۴}$$

$$\frac{1}{3} \quad \text{۳}$$

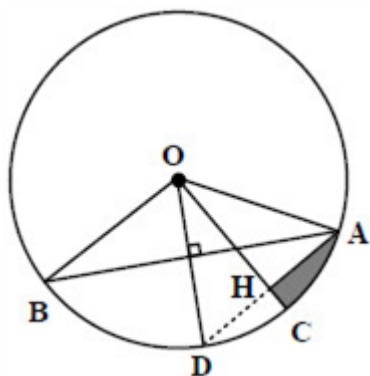
$$\frac{3}{4} \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{4} \quad \text{۱}$$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون مرکز روی BC قرار دارد، پس  $\hat{A} = 90^\circ$ .  
 $\text{tg}(45^\circ + \alpha) = 3 \Rightarrow \text{tg}(90^\circ + 2\alpha)$   
 $\frac{2 \times 3}{1 - 3^2} = -\frac{2}{4} \Rightarrow -\text{Cotg } 2\alpha = -\frac{2}{4}$   
 $\Rightarrow \text{Cotg } 2\alpha = \frac{2}{4}$   
 $\hat{B} - \hat{C} = 90^\circ - \alpha - \alpha = 90^\circ - 2\alpha$   
 $\Rightarrow \text{tg}(\hat{B} - \hat{C}) = \text{Cotg } 2\alpha = \frac{2}{4}$



مطابق شکل مقابل، در دایره‌ای به مساحت  $\pi$ ،  $\widehat{AOB} = 120^\circ$  و OH عمود منصف AD است. اختلاف محیط مثلث AOH و محیط قسمت سایه زده شده کدام است؟



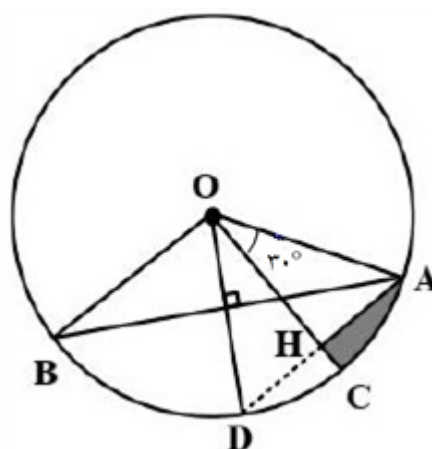
$$\pi - \sqrt{2} \quad \text{ف}$$

$$\pi - \sqrt{3} \quad \text{۳}$$

$$\sqrt{2} - \frac{\pi}{6} \quad \text{۲}$$

$$\sqrt{3} - \frac{\pi}{6} \quad \text{۱}$$

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\left. \begin{aligned} |OA| = 1, |OH| = \frac{\sqrt{3}}{2}, |AH| = \frac{1}{2} \\ |\widehat{AC}| = \frac{\pi}{3}, |HC| = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}, |AH| = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow P = \sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$$

۶۸ اگر  $\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x = -3$  و  $2\pi < x < 4\pi$  باشد، حاصل  $\frac{1}{\cos^2 x + \sin^2 x}$  کدام است؟

$$0.5\sqrt{6} \quad \text{ف}$$

$$-0.75\sqrt{3} \quad \text{۳}$$

$$0.75\sqrt{3} \quad \text{۲}$$

$$-0.5\sqrt{6} \quad \text{۱}$$

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = -3 \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{-1}{3} \Rightarrow 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{-2}{3}$$

$$\Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{3} \xrightarrow{\frac{\pi}{2} < x < \pi} \sin x + \cos x = \frac{-1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{1}{(\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x)} = \frac{-\sqrt{3}}{\frac{1}{3}} = -0.75\sqrt{3}$$



۶۹ اگر  $\frac{4}{3} = \text{tg } \alpha - \text{Cotg } \alpha$  باشد، مقدار  $\text{tg } \alpha$  کدام است؟

$-\frac{2}{3}$  (۴)

$-\frac{3}{2}$  (۳)

$\frac{3}{2}$  (۲)

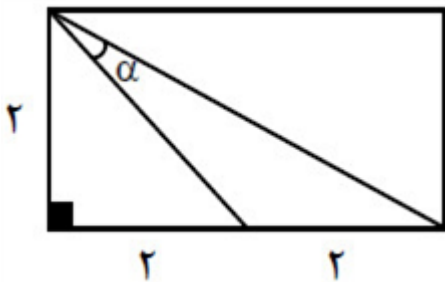
$\frac{2}{3}$  (۱)

پاسخ: ۳ گزینه صحیح است.

$$\text{tg } \alpha - \text{Cotg } \alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{-\cos^2 \alpha}{\frac{1}{2} \sin^2 \alpha} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \text{Cotg } \alpha = -\frac{2}{3} \Rightarrow \text{tg } \alpha = -\frac{3}{2}$$

۷۰ در شکل مقابل، مقدار  $\text{Cotg } \alpha$  کدام است؟



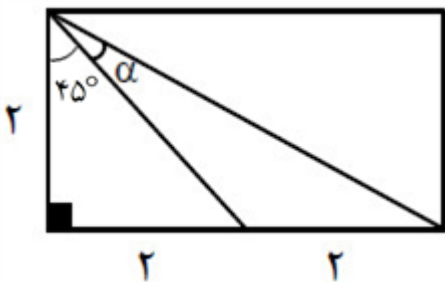
$\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ۲ گزینه صحیح است.



$$\text{tg}(\alpha + 45^\circ) = \frac{\text{tg } \alpha + 1}{1 - \text{tg } \alpha} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\Rightarrow 2 - 2 \text{tg } \alpha = \text{tg } \alpha + 1 \Rightarrow \text{tg } \alpha = \frac{1}{3}$$

و در نتیجه  $\text{Cotg } \alpha = 3$  است.

۷۱ اندازه زاویه B در مثلث ABC، ۲ برابر اندازه زاویه A است. حاصل  $\sin A \cos B - \sin C$  با کدام مورد برابر است؟

$\sin A$  (۴)

$\sin B$  (۳)

$-\sin B$  (۲)

$-\sin A$  (۱)

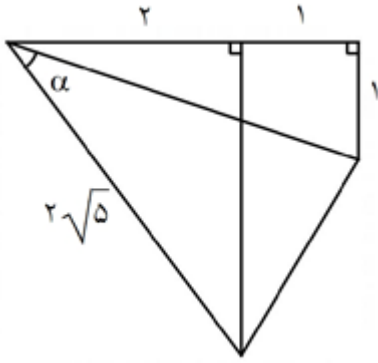
پاسخ: ۱ گزینه صحیح است.

$$B = 2A, A + B + C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - (A + B) \Rightarrow \sin C = \sin(A + B)$$

$$2 \sin A \cos B - \sin C = 2 \sin A \cos B - \sin(A + B)$$

$$= 2 \sin A \cos B - \sin A \cos B - \cos A \sin B = \sin A \cos B - \cos A \sin B = \sin(A - B)$$

$$\xrightarrow{B=2A} \sin(A - 2A) = \sin(-A) = -\sin A$$



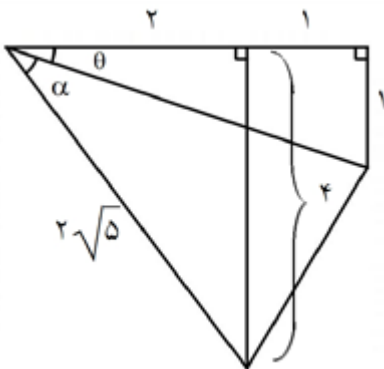
$-\frac{\sqrt{2}}{10}$  **۴**

$-\frac{\sqrt{3}}{10}$  **۳**

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  **۲**

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  **۱**

**پاسخ: ۲** گزینه ۲ پاسخ صحیح است. راه اول: نسبت‌های مثلثاتی  $\sin(\alpha + \theta)$  و  $\cos(\alpha + \theta)$  را می‌نویسیم:



$$\sin(\alpha + \theta) = \sin \alpha \cos \theta + \cos \alpha \sin \theta$$

$$\Rightarrow \frac{4}{2\sqrt{5}} = \sin \alpha \times \frac{2}{\sqrt{10}} + \cos \alpha \times \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \alpha + \cos \alpha = 2\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\cos(\alpha + \theta) = \cos \alpha \cos \theta - \sin \alpha \sin \theta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} = \cos \alpha \times \frac{2}{\sqrt{10}} - \sin \alpha \times \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow 2 \cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

راه دوم: از  $\tan(\alpha + \theta)$  استفاده کنیم:

$$\tan \alpha = \tan((\alpha + \theta) - \theta) = \frac{\tan(\alpha + \theta) - \tan \theta}{1 + \tan(\alpha + \theta) \cdot \tan \theta} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + 2 \left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**۷۳** اگر  $\sqrt{5} = 6(\sin x + \cos x)$  باشد، مقدار  $\tan x$  کدام عدد می‌تواند باشد؟

$3$  **۴**

$\frac{1}{2}$  **۳**

$-2$  **۲**

$-\frac{1}{3}$  **۱**

**پاسخ: ۳** گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sin x + \cos x = \frac{6\sqrt{5}}{10} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 1 + \sin^2 x = 1/8 \Rightarrow \sin^2 x = 0/8$$

$$\sin^2 x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \Rightarrow \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{0}{8} \Rightarrow 0 \tan x = 2 + 2 \tan^2 x$$

$$\Rightarrow 2 \tan^2 x - 0 \tan x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan x = 2 \\ \tan x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

فقط  $\frac{1}{2}$  در گزینه‌ها موجود است.



۷۴ اگر انتهای کمان  $x$  در ربع سوم و  $\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4$  باشد، مقدار صحیح  $\tan \frac{x}{2}$  کدام است؟

۴ -۳

۳ ۳

۲ -۲

۱ ۲

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4 \Rightarrow 1 - \sin x = 4 + 4 \sin x \Rightarrow \sin x = -\frac{5}{5} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \cos x = -\frac{4}{5}$$

$$\left. \begin{aligned} \tan^2 \left( \frac{x}{2} \right) &= \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \left( -\frac{4}{5} \right)}{1 - \frac{4}{5}} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{1}{5}} = 9 \\ \pi < x < \frac{3\pi}{2} &\Rightarrow \frac{\pi}{2} < \frac{x}{2} < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \tan \frac{x}{2} < -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = -3$$

۷۵ اگر  $\sin^2 x = \frac{m-1}{4}$  و  $-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$  باشد، مجموعه مقادیر  $m$  کدام است؟

۴  $(-1, 1]$

۳  $(-1, 1)$

۲  $(-1, 5]$

۱  $(-1, 5)$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6} \Rightarrow -\frac{1}{2} < \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} < \frac{m-1}{4} \leq 1 \Rightarrow -2 < m-1 \leq 4$$

$$\Rightarrow -1 < m \leq 5 \Rightarrow m \in (-1, 5]$$

۷۶ فرض کنید زاویه  $\alpha$  در ناحیه‌ی چهارم مثلثاتی و  $\cos(\alpha) = \frac{2}{3}$  باشد.

حاصل عبارت  $\frac{\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) - \sin(\alpha - \pi)}{|\operatorname{tg}^2(\alpha) - 1|}$  ، کدام است؟

۴  $-\frac{4(2 + \sqrt{5})}{3}$

۳  $\frac{4(2 - \sqrt{5})}{3}$

۲  $\frac{4(-2 + \sqrt{5})}{3}$

۱  $\frac{4(2 + \sqrt{5})}{3}$

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - (-\sin(\pi - \alpha))}{|\operatorname{tg}^2 \alpha - 1|} = \frac{\cos \alpha + \sin(\pi - \alpha)}{|\operatorname{tg}^2 \alpha - 1|} = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{|\operatorname{tg}^2 \alpha - 1|}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{9}\right) \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3} \text{ (ربع ام)}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{-\sqrt{5}}{4} = \frac{\frac{-\sqrt{5}}{2} + \frac{2}{3}}{\left|\frac{5}{4} - 1\right|} = \frac{\frac{2-\sqrt{5}}{6}}{\frac{1}{4}} = \frac{4(2 - \sqrt{5})}{3}$$



۷۷

اندازه زاویه A در مثلث ABC، ۴۵ درجه بیشتر از اندازه زاویه B است. حاصل  $\cos A \sin B - \sin C$  کدام است؟

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\hat{A} = 45 + \hat{B} \Rightarrow \hat{A} - \hat{B} = 45 \Rightarrow \hat{C} = 180 - (\hat{A} + \hat{B})$$

$$\cos A \sin B - \sin C = \sin(\hat{A} + \hat{B}) - \sin(\hat{A} - \hat{B}) - \sin(180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}))$$

$$= \cancel{\sin(\hat{A} + \hat{B})} - \sin(\hat{A} - \hat{B}) - \cancel{\sin(\hat{A} + \hat{B})} = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

۷۸

ساده شده عبارت  $\frac{\sin(\theta)}{1 - \cos(\theta)} + \frac{1 + \cos(\theta)}{\sin(\theta)}$  کدام است؟

$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$  (۴)

$\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$  (۳)

$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$  (۲)

$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$  (۱)

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

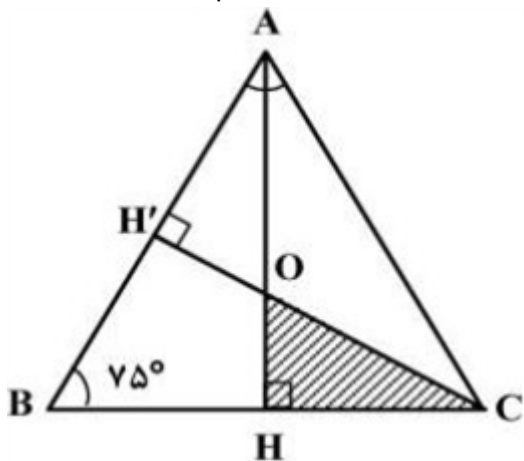
$$\begin{aligned} \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} &= \frac{\sin^2 \theta + 1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)} = \frac{2 \sin^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)} \\ &= \frac{2 \sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)} = 2 \cot \frac{\theta}{2} \end{aligned}$$

راه حل دوم:

$$\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)} + \frac{2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} = \cot \frac{\theta}{2} + \cot \frac{\theta}{2} = 2 \cot \frac{\theta}{2}$$



در شکل زیر مثلث ABC متساوی الساقین و طول ساق AC برابر ۶ است. مساحت مثلث OHC، کدام است؟



$$\frac{9}{2(7 + 4\sqrt{3})} \quad \text{ف}$$

$$\frac{18}{7 + 4\sqrt{3}} \quad \text{۳}$$

$$\frac{4}{3} \quad \text{۲}$$

$$\frac{2}{3} \quad \text{۱}$$

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

در صورت سؤال مطرح شده رأس مثلث متساوی الساقین کدام است.

فرض کنیم در این جا  $AB = AC = 6$  باشد. در این صورت ارتفاع AH میانه هم هست پس  $BH = CH$ .

در مثلث های قائم الزاویه ی ABH و BCH ' چون  $\widehat{B} = 75^\circ$  پس  $\widehat{A} = \widehat{C} = 15^\circ$  بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A} = \widehat{C} = 15^\circ \\ \widehat{H} = \widehat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(ج)} \triangle ABH \sim \triangle OCH \Rightarrow \frac{OH}{BH} = \frac{OC}{AB} \quad (۱)$$

$$\sin \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \cos 15^\circ = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$$

$$\tan 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}}{\frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}} = 2 - \sqrt{3}$$

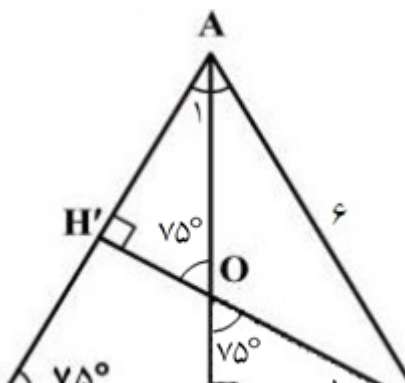
$$\triangle OHC : \operatorname{tg} \widehat{C} = \frac{OH}{CH} \xrightarrow{\widehat{C} = 15^\circ} \operatorname{tg} 15^\circ = \frac{OH}{CH} \xrightarrow{CH=BH} \operatorname{tg} 15^\circ = \frac{OH}{BH} \quad (۲)$$

$$۱, ۲ \Rightarrow \frac{OC}{AB} = \operatorname{tg} 15^\circ \xrightarrow{AB=6} OC = 6 \operatorname{tg} 15^\circ \Rightarrow OC = 6(2 - \sqrt{3})$$

در مثلث قائم الزاویه OHC چون یک زاویه ی حاده  $15^\circ$  است پس ارتفاع وارد بر OC مساوی  $\frac{1}{6}$  آن است.

$$S_{OHC} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{6} OC \right) (OC) = \frac{1}{12} OC^2 = \frac{1}{12} (36(2 - \sqrt{3})^2) = \frac{9}{2} (7 - 4\sqrt{3})$$

$$= \frac{9(7 - 4\sqrt{3})(7 + 4\sqrt{3})}{2(7 + 4\sqrt{3})} = \frac{9}{2(7 + 4\sqrt{3})}$$



۸۰ اگر زاویه  $\alpha$  در ناحیه سوم مثلثاتی و  $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{3}{4}$  باشد، مقدار  $\frac{\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha + \pi)}{\operatorname{Cotg}(2\alpha)}$  کدام است؟

$$-\frac{1056}{175} \quad \text{۴}$$

$$\frac{96}{175} \quad \text{۳}$$

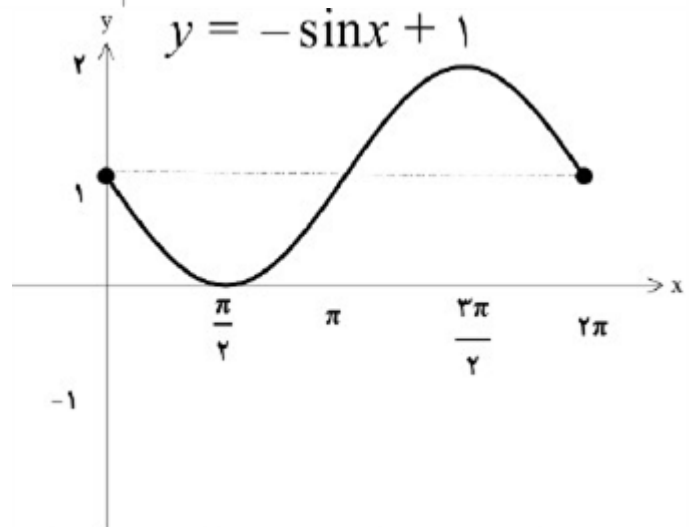
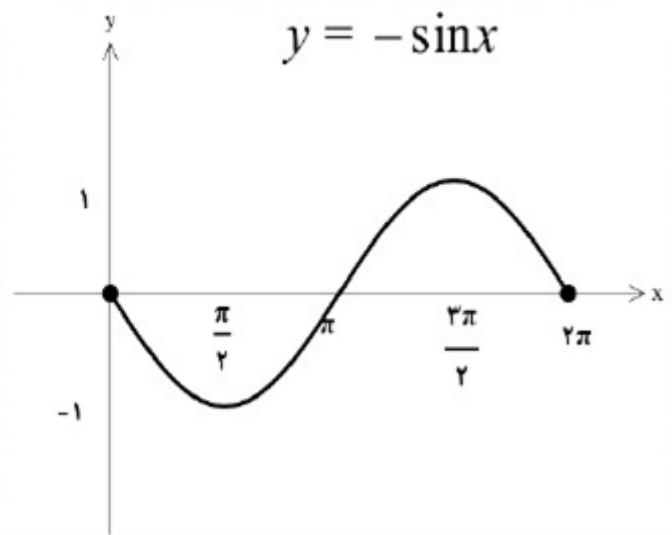
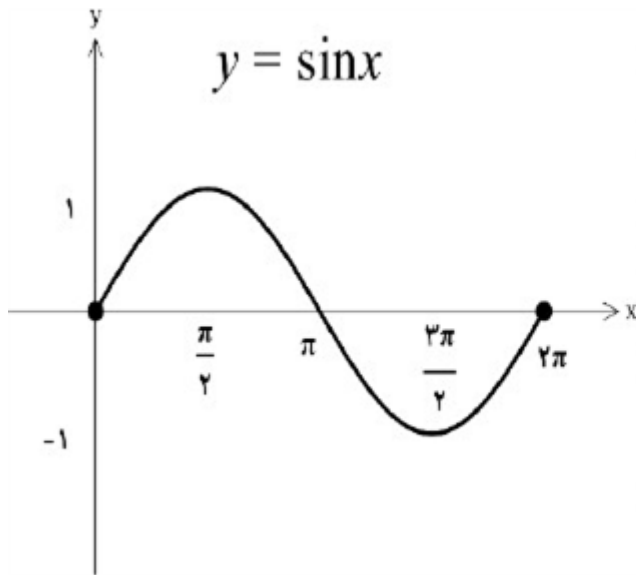
$$\frac{1056}{175} \quad \text{۲}$$

$$-\frac{96}{175} \quad \text{۱}$$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \frac{\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha + \pi)}{\operatorname{Cotg}(2\alpha)} &= \frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{\operatorname{Cotg} 2\alpha} \\ \sin 2\alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{\frac{3}{2}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{25}{16}} = \frac{24}{25} \\ \frac{1}{\operatorname{Cotg} 2\alpha} &= \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\frac{3}{2}}{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{16}} = \frac{24}{7} \\ \cos \alpha &= \frac{-1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{-1}{\sqrt{\frac{25}{16}}} = \frac{-4}{5} \\ \Rightarrow \frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{\operatorname{Cotg} 2\alpha} &= \frac{\frac{24}{25} - \left(-\frac{4}{5}\right)}{\frac{7}{24}} = \frac{\frac{24+20}{25}}{\frac{7}{24}} = \frac{1056}{175} \end{aligned}$$





الف)  $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos(30^\circ) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) + \cos(36^\circ - 6^\circ) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos(6^\circ)$   
 $= -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$

ب) روش اول:

$$\cos(15^\circ) = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos(45^\circ)\cos(30^\circ) + \sin(45^\circ)\sin(30^\circ)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

روش دوم:

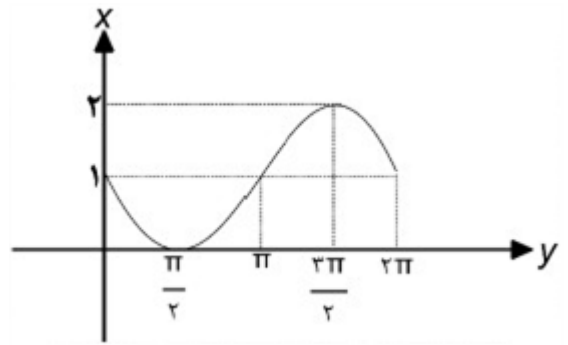
$$\cos(15^\circ) = \sin(75^\circ) = \sin(30^\circ + 45^\circ) = \sin(30^\circ)\cos(45^\circ) + \cos(30^\circ)\sin(45^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

روش سوم:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \cos^2(15^\circ) = \frac{1 + \cos(30^\circ)}{2} \Rightarrow \cos^2(15^\circ) = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$\xrightarrow{\cos(15^\circ) > 0} \cos(15^\circ) = \frac{1}{2} \sqrt{\sqrt{3} + 2}$$



3

$$\theta = r \cdot \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$l = r\theta = r \times \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \text{ cm}$$

$$15^\circ = \frac{\pi}{12}$$

$$L = 4 \times \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$$

$$\tan\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}, \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

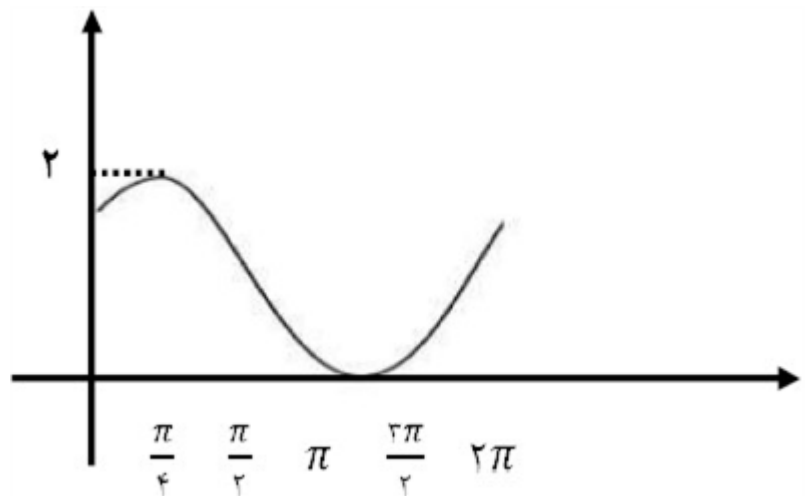
$$\sin(77^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \cotg(-30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$A = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$$

$$\theta = 120^\circ = \frac{2\pi}{3} \quad \theta = \frac{L}{r} \Rightarrow \frac{2\pi}{3} \Rightarrow L = \frac{2 \cdot \pi}{3}$$

$$A = \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$B = \tan(3 \times 150^\circ + 77^\circ) + 2 \cos(150^\circ + 77^\circ) = \tan 527^\circ - 2 \cos 227^\circ = \sqrt{3} - 2\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} - 1$$



9





$$x = 35^\circ$$

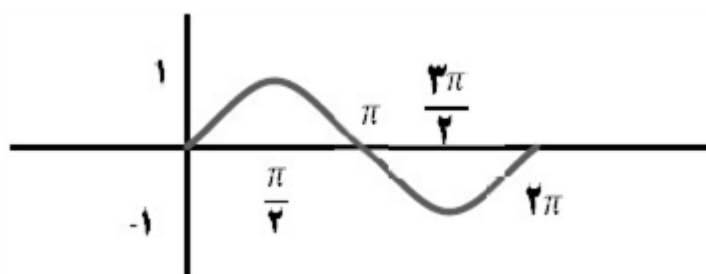
$$45^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ رادیان} \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \frac{L}{r} = \frac{L}{\lambda} \Rightarrow L = 2\pi$$

$$\sin \frac{5\pi}{4} = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

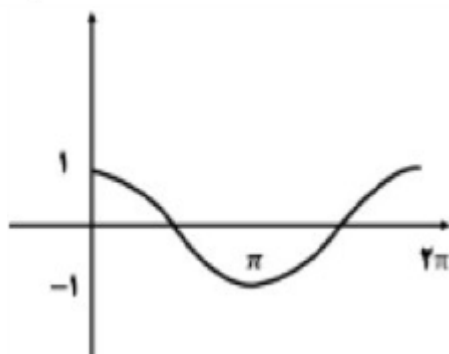
$$\cos \frac{5\pi}{4} = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \frac{3\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

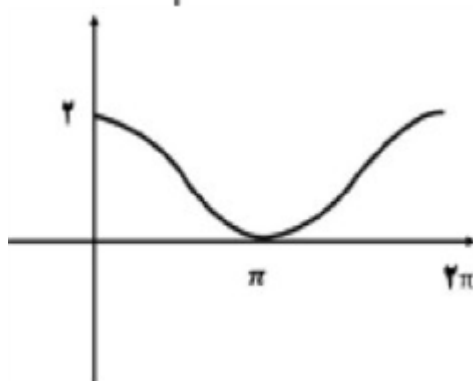
$$2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



مرحله اول  $y = \sin(x)$  ۱۴



مرحله دوم  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$



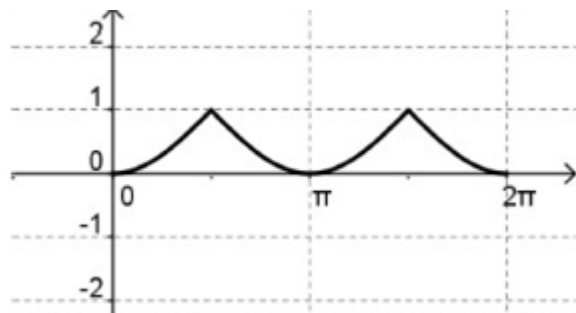
مرحله سوم  $y = 1 + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

$$\frac{\sin(4\pi + \alpha) + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right)} = \frac{\sin(\alpha) + \sin(\alpha)}{-\sin(\alpha)} = \frac{2\sin(\alpha)}{-\sin(\alpha)} = -2$$



$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \frac{9}{25} \xrightarrow{\frac{\pi}{2} < \theta < \pi} \sin \theta = \frac{-4}{5}$$

$$\sin^2 \theta = 2 \sin \theta \cos \theta = 2 \left( \frac{-4}{5} \right) \left( \frac{3}{5} \right) = \frac{-24}{25}$$



برد = [0, 1]

$$\begin{aligned} f\left(\frac{11\pi}{6}\right) &= -\frac{4}{5} \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{11\pi}{6}\right) - 1 = -\frac{4}{5} \cos\left(\frac{10\pi}{3}\right) - 1 = -\frac{4}{5} \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) - 1 \\ &= \frac{4}{5} \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - 1 = \frac{4}{5} \left(\frac{1}{2}\right) - 1 = -\frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \xrightarrow{\alpha \text{ حاده}} \cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}$$

$$\cos \beta = -\frac{12}{13} \xrightarrow{\beta \text{ در ربع سوم}} \sin \beta = -\sqrt{1 - \left(-\frac{12}{13}\right)^2} = -\frac{5}{13}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = \left(\frac{4}{5}\right) \left(-\frac{12}{13}\right) - \left(\frac{3}{5}\right) \left(-\frac{5}{13}\right) = \frac{-48 + 15}{65} = \frac{-33}{65}$$

$$\sin(\alpha - \pi) = -\sin(\pi - \alpha) = -\sin \alpha$$

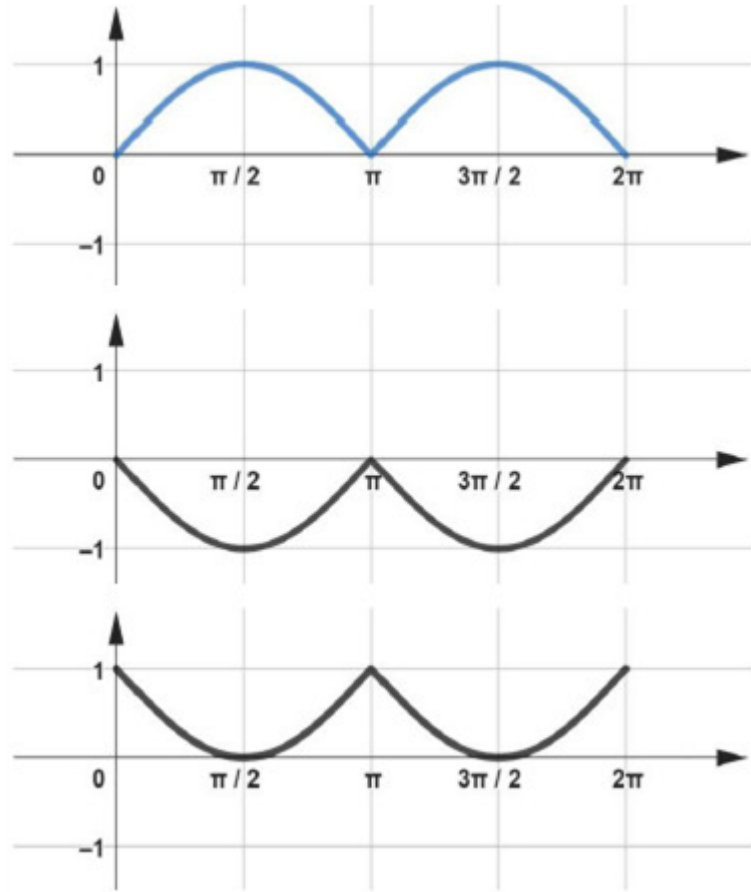
$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin(3\pi + \alpha) + \sin(\alpha - \pi) + 2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha - \sin \alpha + 2 \sin \alpha = 2 \sin \alpha = \frac{2}{5}$$

نادرست

یک

نادرست



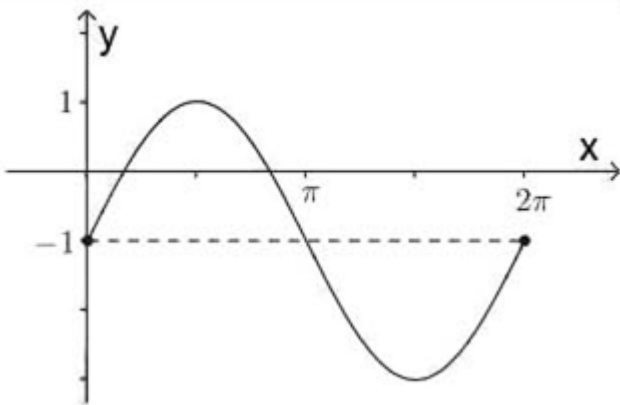
$R = [0, 1]$  ٢٥

$20.5^\circ$  ٢٦

$$\begin{aligned} \sin 110^\circ + \tan 120^\circ + \cos \frac{\pi}{4} &= \sin (110^\circ + 30^\circ) + \tan (110^\circ - 20^\circ) + \cos \left( \pi - \frac{\pi}{4} \right) \\ &= -\frac{1}{2} + (-\sqrt{3}) + \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{-1 - 2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

٢٧

(الف) ٢٨



$$R = [-2, 1]$$

(ب)

$$\begin{aligned} \cos (2 \times 110^\circ + 30^\circ) + \tan (2 \times 110^\circ + 20^\circ) - \sin (2 \times 110^\circ - 30^\circ) \\ = \cos (250^\circ) + \tan (240^\circ) + \sin (250^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} + \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3} + 1}{2} \end{aligned}$$

٢٩



$$\sin 390^\circ + \tan 135^\circ + \cos \frac{23\pi}{4} = \sin (360^\circ + 30^\circ) + \tan (180^\circ - 45^\circ) + \cos \left( 6\pi - \frac{\pi}{4} \right)$$

۳۰

$$\sin 30^\circ - \tan 45^\circ + \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \sin \left( \frac{9\pi}{4} + x \right) = \sin \left( 2\pi + \frac{\pi}{4} + x \right) = \sin \left( \frac{\pi}{4} + x \right) = \cos x$$

۳۱

$$g(x) = \cos x$$

$\Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow$  بنابراین دو تابع بر هم منطبق هستند.

$$\tan \left( \frac{5\pi}{3} \right) = \tan \left( 2\pi - \frac{\pi}{3} \right) = -\tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

۳۲

$$\cos \left( -\frac{5\pi}{6} \right) = \cos \left( -\pi + \frac{\pi}{6} \right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin (750^\circ) = \sin (4 \times 180^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan (225^\circ) = \tan (180^\circ + 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$$

$$A = (-\sqrt{3}) \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} \right) (1) = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

مثبت ۳۳

$$\sin \left( \frac{5\pi}{3} \right) = \sin \left( 2\pi - \frac{\pi}{3} \right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

۳۴

$$\cos \left( \frac{11\pi}{6} \right) = \cos \left( 2\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin (150^\circ) = \sin (180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan (240^\circ) = \tan (180^\circ + 60^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\sin \left( \frac{5\pi}{3} \right) \cdot \cos \left( \frac{11\pi}{6} \right) + \sin (150^\circ) \cdot \tan (240^\circ)$$

$$= \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} \right) (\sqrt{3}) = -\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{x}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{x}$$

۳۵

$$\tan \beta = \tan (\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \cdot \tan \alpha} = \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x} \times \frac{1}{x}} = \frac{\frac{0}{x}}{\frac{x^2 + 1}{x^2}} \Rightarrow \tan \beta = \frac{0}{x^2 + 1}$$

سوم ۳۶



$$f(x) = \cos\left(\frac{\sqrt{3}\pi}{2} + x\right) = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -(-\sin x) = \sin x$$

$$g(x) = \sin x$$

$\Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow$  بنابراین دو تابع بر هم منطبق هستند.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow a^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - a^2$$

$$\begin{cases} \cos \alpha = \sqrt{1 - a^2} & \text{ق ق} \\ \cos \alpha = -\sqrt{1 - a^2} & \text{ق ق غ} \end{cases}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \times \sqrt{1 - a^2} + a \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = \frac{\sqrt{1 - a^2} + a\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{4}{5} & \text{ق ق} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} & \text{ق ق غ} \end{cases}$$

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{4}{5} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{10} + \frac{4\sqrt{3}}{10} = \frac{3 + 4\sqrt{3}}{10}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$$

$$\begin{cases} \sin \alpha = \frac{5}{13} & \text{ق ق} \\ \sin \alpha = -\frac{5}{13} & \text{ق ق غ} \end{cases}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{12}{13} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{5}{13}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{12\sqrt{2} + 5\sqrt{2}}{26} = \frac{17\sqrt{2}}{26}$$

۳۷

۳۸

۳۹

۴۰



$$\tan\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{3}{4} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{4}{3}$$

۴۱

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{9}{16} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \frac{25}{16} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{4}{5} \text{ ق ق غ} \\ \sin \alpha = -\frac{4}{5} \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(-\frac{4}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{16}{25} + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{3}{5} \text{ ق ق غ} \\ \cos \alpha = -\frac{3}{5} \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\log(\sin(\alpha + \beta) - \sin \beta \cdot \cos \alpha) = \log(\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha - \sin \beta \cos \alpha)$$

۴۲

$$\log(\sin \alpha \cos \beta) = \log(\sin \alpha) + \log(\cos \beta) = -2 - 3 = -5$$

$$(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$$

۴۳

$$= \cos^2 \alpha + 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta$$

$$\underbrace{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}_1 + \underbrace{\cos^2 \beta + \sin^2 \beta}_1 + 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$$

$$1 + 1 + 2(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) = 2 + 2 \cos(\alpha + \beta) = 2 + 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 2 + 2\left(\frac{1}{2}\right) = 3$$

الف) ابتدا باید نقاط داده شده را درون تابع قرار دهیم و a و b را به دست آوریم.

۴۴

$$\left(\frac{\pi}{3}, 5\right) \Rightarrow 5 = 2a \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - b \Rightarrow 2a \times \frac{1}{2} - b = 5 \Rightarrow a - b = 5$$

$$\left(\frac{2\pi}{3}, -1\right) \Rightarrow -1 = 2a \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - b \Rightarrow 2a \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) - b = -1$$

$$\Rightarrow -2a \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - b = -1 \Rightarrow -2a\left(\frac{1}{2}\right) - b = -1 \Rightarrow -a - b = -1$$

$$\begin{cases} a - b = 5 \\ -a - b = -1 \end{cases} \Rightarrow -2b = 4 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow a = 3$$

$$f(x) = 3 \cos(x) + 2$$

ب)

$$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 3 \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + 2 = 3 \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + 2 = -3 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + 2$$

$$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + 2$$



۴۵

$$\begin{cases} \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) &= \left(\cos x \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \sin \frac{\pi}{4}\right) \left(\cos x \cos \frac{\pi}{4} + \sin x \sin \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x\right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x\right) = \left(\frac{1}{2} \cos^2 x - \frac{1}{2} \sin^2 x\right) \\ &= \frac{1}{2} (\cos^2 x - \sin^2 x) = \frac{1}{2} \cos 2x = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{1} \end{aligned}$$

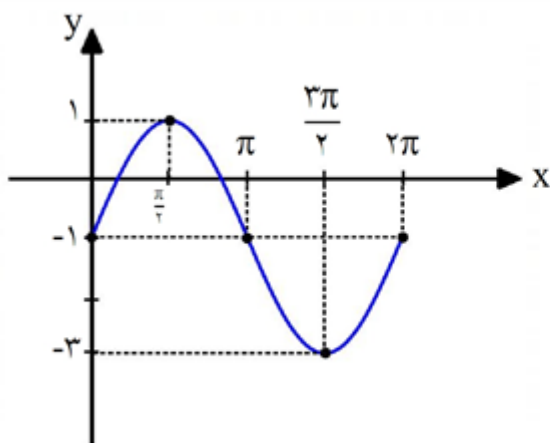
باید مختصات نقاط داده شده را درون تابع قرار دهیم.

۴۶

$$\begin{aligned} \left(\frac{\pi}{4}, 3\right) &\Rightarrow 3 = a \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + b \Rightarrow a \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + b = 3 \Rightarrow a + b = 3 \\ \left(\frac{3\pi}{4}, -5\right) &\Rightarrow -5 = a \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + b \Rightarrow a \sin\left(\pi\right) + b = -5 \Rightarrow -a + b = -5 \\ \begin{cases} a + b = 3 \\ -a + b = -5 \end{cases} &\Rightarrow a = 4, b = -1 \end{aligned}$$

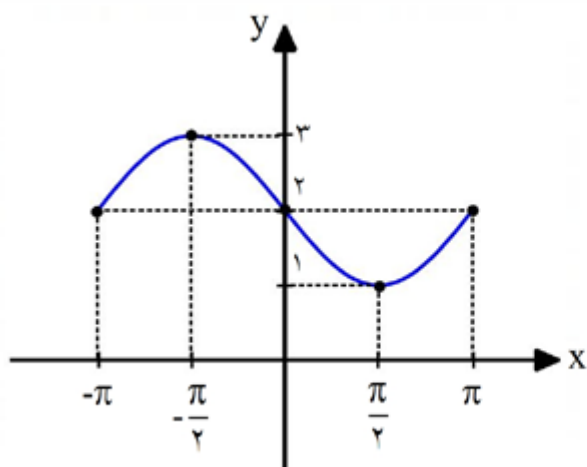
نمودار صورت سؤال متعلق به قسمت «ب» است. بنابراین قسمت «الف» را رسم می‌کنیم.

۴۷



x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
y	-1	1	-1	-3	-1

$$y = 3 - \sin x$$



x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
y	2	3	2	1	2

۴۸

$$\begin{cases} 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha \\ 1 + \cos^2 \beta = 2 \cos^2 \beta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \log \left( \frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \beta} \right) &= \log \left( \frac{\sin^2 \alpha}{2 \cos^2 \beta} \right) = \log \left( \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \beta} \right) \\ &= \log (\sin^2 \alpha) - \log (\cos^2 \beta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log (\sin^2 \alpha) - \log (\cos^2 \beta) &= 2 \log (\sin \alpha) - 2 \log (\cos \beta) \\ &= 2(-1) - 2(-2) = -2 + 4 = 2 \end{aligned}$$

۵۰ باید مختصات نقاط داده شده را درون تابع قرار دهیم.

$$(\pi, 1) \Rightarrow 1 = a \cos(\pi) + b \Rightarrow -a + b = 1$$

$$(0, 3) \Rightarrow 3 = a \cos(0) + b \Rightarrow a + b = 3$$

$$\begin{cases} -a + b = 1 \\ a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow b = 2, a = 1$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

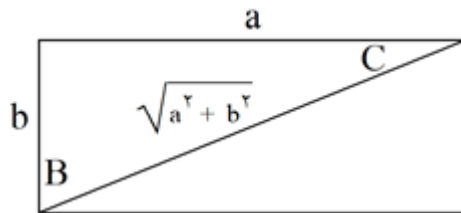
$$\cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos x \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x - \sin x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۵۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\tan B = \frac{a}{b}$$

$$\tan C = \frac{b}{a}$$



$$\sqrt{ab} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow a^2 + b^2 = 2ab \Rightarrow \begin{cases} (a+b)^2 = 2ab \Rightarrow a+b = \sqrt{2ab} \\ (a-b)^2 = 2ab \Rightarrow a-b = \sqrt{2ab} \end{cases}$$

$$\sqrt{2ab} \times \sqrt{2ab} = 2\sqrt{2ab}$$

$$\begin{aligned} \tan(B - C) &= \frac{\tan B - \tan C}{1 + \tan B \tan C} = \frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{1 + \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{\frac{a^2 - b^2}{ab}}{1 + 1} = \frac{(a-b)(a+b)}{2ab} \\ &= \frac{\cancel{2} \sqrt{2ab} \times \cancel{2} \sqrt{2ab}}{\cancel{2} \sqrt{2ab}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$



$$\cot(B - C) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow B - C = 60^\circ \Rightarrow \cos(B - C) = \frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۳

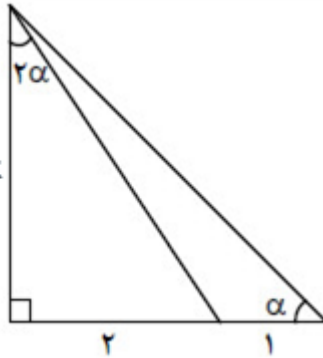
$$\frac{2 \cos(B + C) + 1}{\sin B \cos C} = \frac{2 \left( \cos(B + C) + \frac{1}{2} \right)}{\sin B \cos C} = \frac{2 \cos(B + C) + \cos(B - C)}{\sin B \cos C}$$

$$= \frac{2(\cos B \cos C - \sin B \sin C + \cos B \cos C + \sin B \sin C)}{\sin B \cos C} = \frac{4 \cos B \cos C}{\sin B \cos C} = \cot B$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۴

$$\tan 2\alpha = \frac{2}{x} \quad \tan \alpha = \frac{x}{1} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{2 \cdot \frac{x}{1}}{1 - \frac{x^2}{1}} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{2x}{1 - x^2}$$

$$\Rightarrow 1 - x^2 = x^2 \Rightarrow 1 = 2x^2 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$\cot \alpha = \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 2\sqrt{2}$$

$$\tan(B - C) = \sqrt{3} \Rightarrow B - C = 60^\circ \Rightarrow \cos(B - C) = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۵

$$\frac{1 - 2 \cos(B + C)}{\sin B \cos C} = \frac{2 \left( \frac{1}{2} - \cos(B + C) \right)}{\sin B \cos C}$$

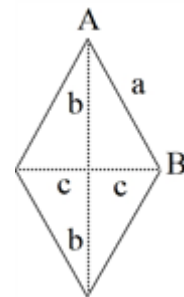
$$= \frac{2(\cos B \cos C + \sin B \sin C - \cos B \cos C + \sin B \sin C)}{\sin B \cos C} = \frac{4 \sin B \sin C}{\sin B \cos C} = \tan C$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵۶

$$a = \sqrt{2bc} \Rightarrow a^2 = 2bc$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 + c^2 - 2bc = 0 \Rightarrow \left(\frac{b}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{b}{c}\right) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{b}{c} = 1 \pm \sqrt{0} = 1$$



$$\tan\left(\frac{A}{2} - \frac{B}{2}\right) = \frac{\tan \frac{A}{2} - \tan \frac{B}{2}}{1 + \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2}}$$

$$\tan \frac{A}{2} = \frac{c}{b} = 1 + \sqrt{3} \quad \tan \frac{B}{2} = \frac{b}{c} = 1 - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{A}{2} - \frac{B}{2}\right) = \frac{(1 + \sqrt{3}) - (1 - \sqrt{3})}{1 + 1} = \sqrt{3}$$

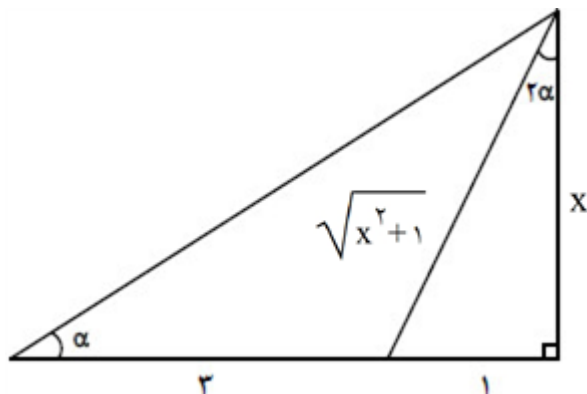
۵۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3 \cos (180^{\circ} + 68^{\circ}) - 2 \sin (90^{\circ} + 68^{\circ})}{\sin (270^{\circ} - 68^{\circ}) - \cos (360^{\circ} - 68^{\circ})} = \frac{-3 \cos 68^{\circ} - 2 \cos 68^{\circ}}{-\cos 68^{\circ} - \cos 68^{\circ}} = \frac{5}{2} = 2.5$$

۵۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\tan \alpha = \frac{x}{1}, \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{x}{1}}{1 - \frac{x^2}{1}} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{x}{1 - x^2} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{x^2}{1 - x^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{1 - x^2} = 1 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{\frac{4}{3}}{\sqrt{\frac{16}{9} + 1}} = \frac{4}{5}$$

۵۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

روش اول: به ازای  $\alpha = 0$  حاصل عبارت برابر ۱ و به ازای  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  برابر ۰ است که این تساویها فقط در گزینه ۳ دیده

می‌شود.

$$\sin^2 \alpha = (1 - \cos^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha + 1$$

روش دوم:

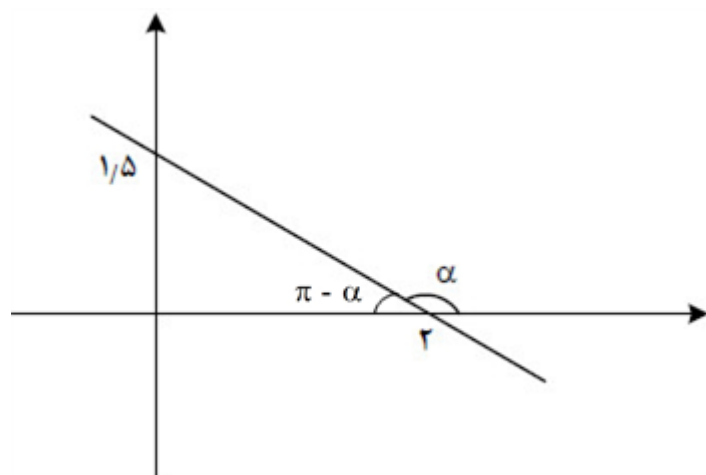
$$\cos^2 \alpha = (1 - \sin^2 \alpha) = \sin^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha + 1$$

$$\Rightarrow T = \frac{\cos^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha + 1}{\cos^2 \alpha + 1} - \frac{\sin^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha + 1}{\sin^2 \alpha + 1} = \frac{(\cos^2 \alpha + 1)}{\cos^2 \alpha + 1} - \frac{(\sin^2 \alpha + 1)}{\sin^2 \alpha + 1}$$

$$= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$$

۶۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\tan (\pi - \alpha) = -\tan \alpha = \frac{1/5}{2} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\frac{1}{10}$$

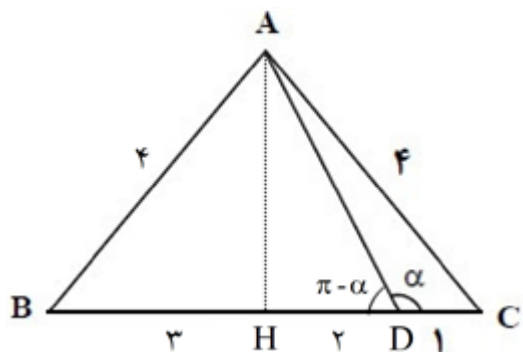
$$\tan \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \cot \alpha = -\frac{1}{10}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۱

$$T = 3 \cos 4x + \sqrt{2} (\sin x - \cos x) = 3 \cos 4x + 2 \sin \left( x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\xrightarrow{x = \frac{\pi}{12}} T = 3 \cos \frac{\pi}{3} + 2 \sin \left( -\frac{\pi}{4} \right) = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ارتفاع وارد بر قاعده را رسم می‌کنیم، داریم: ۶۲



$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{7}$$

$$\tan(\pi - \alpha) = \frac{AH}{HD} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۳ محیط =  $2\pi \Rightarrow R = 1$

مثلث  $OAB$  متساوی‌الاضلاع است.  $AB = OA = 1 = OB \Rightarrow$

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{هاشور}} &= \cancel{AH} + \cancel{BH} + \widehat{AB} \\ P_{OAH} &= \cancel{AH} + \cancel{OH} + OA \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_{\text{هاشور}} - P_{OAH} = \widehat{AB} - OA = \frac{\pi}{3} - 1 = \frac{\pi - 3}{3}$$

$$\widehat{AB} = R\alpha = 1 \times \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$$

$$OA = R = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۴

$$5\pi < 4x < 6\pi \Rightarrow \frac{5\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin x < \cos x \Rightarrow \sin^2 x < \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x} < 0$$

پس یکی از گزینه‌های ۱ یا ۳ صحیح است. حال فارغ از علامت، اندازه را به دست می‌آوریم.

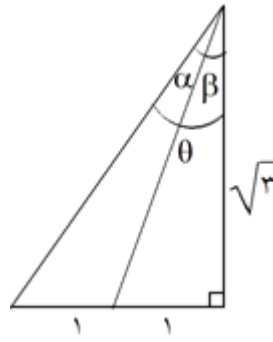
$$\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x = 4 \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = 4 \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{4}$$

$$A = \sin x - \cos x \xrightarrow{A^2} A^2 = 1 - 2 \sin x \cos x = 1 - 2 \left( \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{2} \Rightarrow A = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x} = \frac{1}{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)} = \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{2}} \left( 1 + \frac{1}{4} \right)} = -\frac{4}{5} \sqrt{2}$$



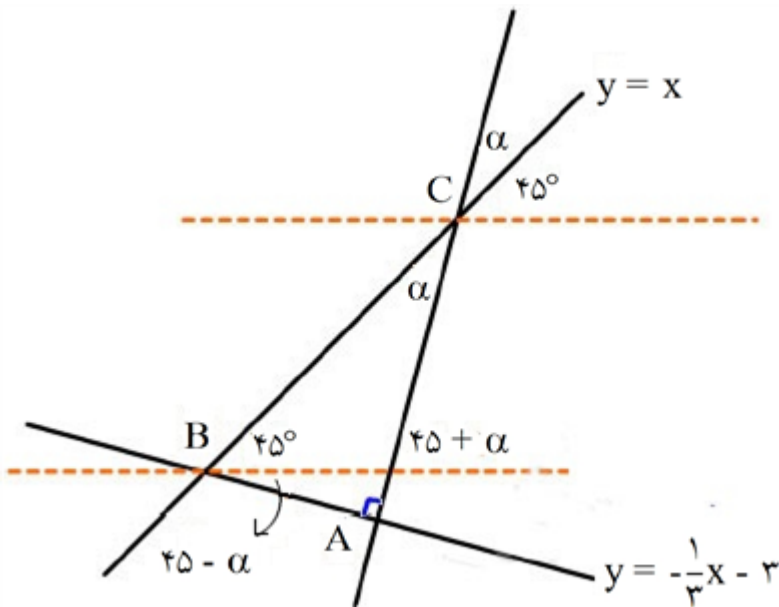
$$\begin{aligned}\theta = \alpha + \beta &\Rightarrow \alpha = \theta - \beta \\ \tan \alpha &= \tan (\theta - \beta) = \frac{\tan \theta - \tan \beta}{1 + \tan \theta \cdot \tan \beta} \\ &= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{5}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{5}\end{aligned}$$



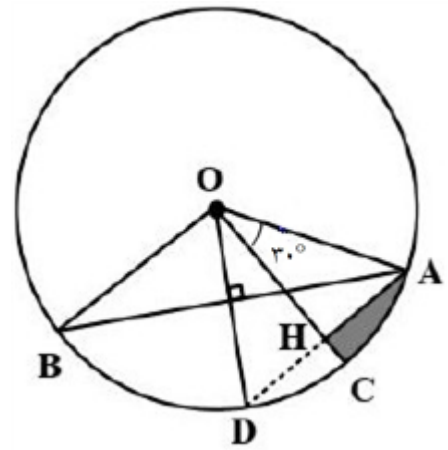
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون مرکز روی BC قرار دارد، پس  $\widehat{A} = 90^\circ$  ۶۶

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}(45^\circ + \alpha) &= 3 \Rightarrow \operatorname{tg}(90^\circ + 2\alpha) \\ \frac{2 \times 3}{1 - 3^2} &= -\frac{3}{4} \Rightarrow -\operatorname{Cotg} 2\alpha = -\frac{3}{4} \\ \Rightarrow \operatorname{Cotg} 2\alpha &= \frac{3}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widehat{B} - \widehat{C} &= 90^\circ - \alpha - \alpha = 90^\circ - 2\alpha \\ \Rightarrow \operatorname{tg}(\widehat{B} - \widehat{C}) &= \operatorname{Cotg} 2\alpha = \frac{3}{4}\end{aligned}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۷



$$\left. \begin{aligned} |OA| = 1, |OH| = \frac{\sqrt{3}}{2}, |AH| = \frac{1}{2} \\ |\widehat{AC}| = \frac{\pi}{6}, |HC| = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}, |AH| = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$$

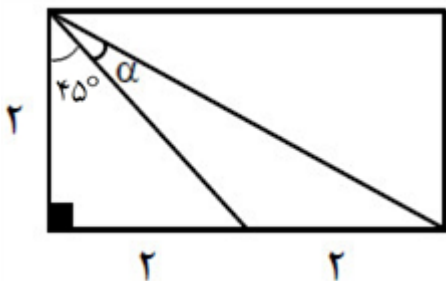
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۸

$$\begin{aligned} \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = -3 &\Rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{-1}{3} \Rightarrow 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{-2}{3} \\ \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{3} &\xrightarrow{\frac{\pi}{2} < x < \pi} \sin x + \cos x = \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{1}{(\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x)} &= \frac{-\sqrt{3}}{\frac{4}{3}} = -\frac{3\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۹

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{Cotg} \alpha = \frac{4}{3} &\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{-\cos^2 \alpha}{\frac{1}{2} \sin^2 \alpha} = \frac{4}{3} \\ \Rightarrow \operatorname{Cotg}^2 \alpha = -\frac{2}{3} &\Rightarrow \operatorname{tg}^2 \alpha = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۰



$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\alpha + 45^\circ) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha + 1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{4}{3} = 2 \\ \Rightarrow 2 - 2 \operatorname{tg} \alpha &= \operatorname{tg} \alpha + 1 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

و در نتیجه  $\operatorname{Cotg} \alpha = 3$  است.

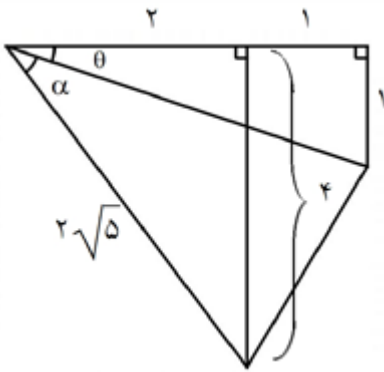
$$B = 2A, A + B + C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - (A + B) \Rightarrow \sin C = \sin(A + B)$$

$$2 \sin A \cos B - \sin C = 2 \sin A \cos B - \sin(A + B)$$

$$= 2 \sin A \cos B - \sin A \cos B - \cos A \sin B = \sin A \cos B - \cos A \sin B = \sin(A - B)$$

$$\xrightarrow{B=2A} \sin(A - 2A) = \sin(-A) = -\sin A$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. راه اول: نسبت‌های مثلثاتی  $\sin(\alpha + \theta)$  و  $\cos(\alpha + \theta)$  را می‌نویسیم: ۷۲



$$\sin(\alpha + \theta) = \sin \alpha \cos \theta + \cos \alpha \sin \theta$$

$$\Rightarrow \frac{4}{2\sqrt{5}} = \sin \alpha \times \frac{3}{\sqrt{10}} + \cos \alpha \times \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \quad (1)$$

$$\cos(\alpha + \theta) = \cos \alpha \cos \theta - \sin \alpha \sin \theta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} = \cos \alpha \times \frac{3}{\sqrt{10}} - \sin \alpha \times \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow 2 \cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

راه دوم: از  $\tan(\alpha + \theta)$  استفاده کنیم:

$$\tan \alpha = \tan((\alpha + \theta) - \theta) = \frac{\tan(\alpha + \theta) - \tan \theta}{1 + \tan(\alpha + \theta) \cdot \tan \theta} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + 2\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{2}} = 1$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۳

$$\sin x + \cos x = \frac{6\sqrt{5}}{10} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 1 + \sin 2x = 1/8 \Rightarrow \sin 2x = -7/8$$

$$\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \Rightarrow \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1}{10} \Rightarrow 20 \tan x = 1 + \tan^2 x$$

$$\Rightarrow \tan^2 x - 20 \tan x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan x = 2 \\ \tan x = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{فقط } \frac{1}{2} \text{ در گزینه‌ها موجود است.}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۴

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4 \Rightarrow 1 - \sin x = 4 + 4 \sin x \Rightarrow \sin x = -\frac{3}{5} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \cos x = -\frac{4}{5}$$

$$\left. \begin{aligned} \tan^2\left(\frac{x}{2}\right) &= \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)}{1 - \frac{3}{5}} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{2}{5}} = 9 \\ \pi < x < \frac{3\pi}{2} &\Rightarrow \frac{\pi}{2} < \frac{x}{2} < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \tan \frac{x}{2} < -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = -3$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۵

$$\frac{-\pi}{6} < 2x < \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{-1}{2} < \sin 2x \leq 1 \Rightarrow \frac{-1}{2} < \frac{m-1}{4} \leq 1 \Rightarrow -2 < m-1 \leq 4$$

$$\Rightarrow -1 < m \leq 5 \Rightarrow m \in (-1, 5]$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۶

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - (-\sin(\pi - \alpha))}{|\operatorname{tg} \alpha - 1|} = \frac{\cos \alpha + \sin(\pi - \alpha)}{|\operatorname{tg} \alpha - 1|} = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{|\operatorname{tg} \alpha - 1|}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin \alpha = 1 - \left(\frac{4}{9}\right) \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3} \text{ (ربع ۴م)}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{-\sqrt{5}}{2} = \frac{\frac{-\sqrt{5}}{3} + \frac{2}{3}}{\left|\frac{5}{4} - 1\right|} = \frac{\frac{2-\sqrt{5}}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{4(2-\sqrt{5})}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۷

$$\hat{A} = 45^\circ + \hat{B} \Rightarrow \hat{A} - \hat{B} = 45^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B})$$

$$2 \cos A \sin B - \sin C = \sin(\hat{A} + \hat{B}) - \sin(\hat{A} - \hat{B}) - \sin(180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}))$$

$$= \cancel{\sin(\hat{A} + \hat{B})} - \sin(\hat{A} - \hat{B}) - \cancel{\sin(\hat{A} + \hat{B})} = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۸

$$\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + 1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)} = \frac{2 \sin^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)}$$

$$= \frac{2 \sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)} = 2 \cotg \frac{\theta}{2}$$

راه حل دوم:

$$\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)} + \frac{2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} = \cot \frac{\theta}{2} + \cot \frac{\theta}{2} = 2 \cot \frac{\theta}{2}$$



در صورت سؤال مطرح شده رأس مثلث متساوی الساقین کدام است.

فرض کنیم در این جا  $\hat{A} = \hat{C} = 15^\circ$  باشد. در این صورت ارتفاع  $AH$  میانه هم هست پس  $BH = CH$ .

در مثلث‌های قائم‌الزاویه  $ABH$  و  $BCH$  چون  $\hat{B} = \hat{C} = 15^\circ$  پس  $\hat{A} = \hat{C} = 15^\circ$  بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{C} = 15^\circ \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز)} \triangle ABH \sim \triangle OCH \Rightarrow \frac{OH}{BH} = \frac{OC}{AB} \quad (1)$$

$$\sin 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$\cos 15^\circ = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \cos 15^\circ = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$$

$$\tan 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}}{\frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}} = 2 - \sqrt{3}$$

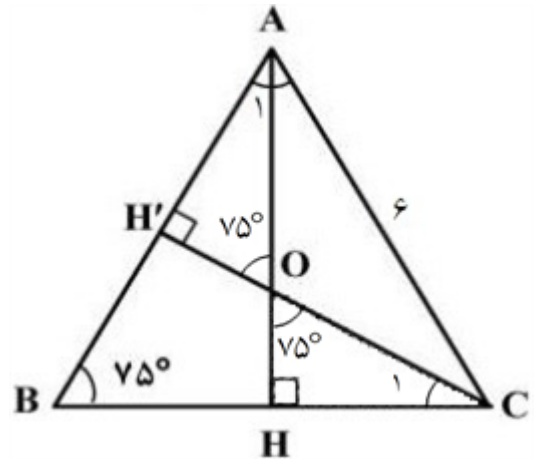
$$\triangle OHC : \tan \hat{C} = \frac{OH}{CH} \xrightarrow{\hat{C} = 15^\circ} \tan 15^\circ = \frac{OH}{CH} \xrightarrow{CH=BH} \tan 15^\circ = \frac{OH}{BH} \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow \frac{OC}{AB} = \tan 15^\circ \xrightarrow{AB=6} OC = 6 \tan 15^\circ \Rightarrow OC = 6(2 - \sqrt{3})$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $OHC$  چون یک زاویه‌ی حاده  $15^\circ$  است پس ارتفاع وارد بر  $OC$  مساوی  $\frac{1}{6}$  آن است.

$$S_{OHC} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{6} OC \right) (OC) = \frac{1}{12} OC^2 = \frac{1}{12} (6(2 - \sqrt{3}))^2 = \frac{9}{2} (7 - 4\sqrt{3})$$

$$= \frac{9(7 - 4\sqrt{3})(7 + 4\sqrt{3})}{2(7 + 4\sqrt{3})} = \frac{9}{2(7 + 4\sqrt{3})}$$





$$\frac{\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha + \pi)}{\cotg(\alpha)} = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\cotg \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{\alpha \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{\frac{2}{3}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{25}{16}} = \frac{24}{25}$$

$$\frac{1}{\cotg \alpha} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{7}{16}} = \frac{24}{7}$$

$$\cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{-1}{\sqrt{\frac{25}{16}}} = \frac{-4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\cotg \alpha} = \frac{\frac{24}{25} - \left(-\frac{4}{5}\right)}{\frac{7}{24}} = \frac{\frac{24+20}{25}}{\frac{7}{24}} = \frac{104}{175}$$



# پاسخنامه کلیدی

۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴

