



p30konkor.com

زمان آزمون :

نام درس :

نام آموزشگاه :

تاریخ برگزاری :

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

عنوان آزمون : حسابان ۱۱ فصل ۴

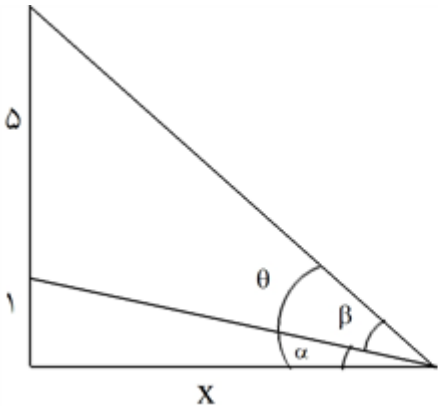
ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	نمودار تابع $f(x) = -\sin x + 1$ را به کمک نمودار $y = \sin x$ در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۲	مقدار عددی هریک از عبارت‌های زیر را به دست آورید. الف) $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos(300^\circ)$ ب) $\cos(15^\circ)$	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۳	نمودار تابع $y = 1 - \sin x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۴	در یک دایره به شعاع ۳ سانتی‌متر، اندازه کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی 20° را تعیین کنید.	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۵	دو نقطه‌ای مطابق شکل، روی مسیر دایره‌ای از نقطه A به نقطه B می‌رسد. اگر شعاع دایره برابر ۹ متر باشد آنگاه طول کمان AB چند متر است؟ $(\widehat{AOB} = 15^\circ)$	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۶	حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $A = \tan\left(\frac{8\pi}{3}\right) \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \sin(660^\circ) \cot(-300^\circ) =$	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳



۷	دوچرخه‌سواری روی یک پیست دایره‌ای شکل به شعاع ۱۰ متر، به اندازه زاویه ۱۲۰° دوران کرده است. مسافت طی شده توسط این دوچرخه‌سوار چند متر است؟	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۸	مقدار عددی عبارت‌های زیر را بیابید. $A = \sin\left(\frac{25\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ $B = \tan(60^\circ) + 2 \cos(240^\circ)$	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۹	نمودار تابع $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$ را در فاصله $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۱۰	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - حاصل $\tan 370^\circ$ ، مقداری منفی است.	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۱۱	در تساوی $\sin x = \cos(20^\circ + x)$ مقدار x چند درجه است؟	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۱۲	دایره‌ای به شعاع ۸ سانتی‌متر مفروض است. اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی برابر 45° درجه می‌باشد. طول این کمان چند سانتی‌متر است؟	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۱۳	مقدار عبارت مقابل را به دست آورید. $2 \sin \frac{5\pi}{4} - \cos \frac{5\pi}{6} + 2 \cos \frac{7\pi}{4} =$	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۱۴	نمودار تابع مقابل را در دستگاه مختصات در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید. $y = 1 + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۱۵	اگر مخرج کسر زیر صفر نباشد، حاصل عبارت را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید. $\frac{\sin(4\pi + \alpha) + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}$	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۱۶	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - انتهای کمان روبه‌رو به زاویه $\frac{6\pi}{5}$ رادیان در ربع سوم دایره مثلثاتی قرار دارد.	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳
۱۷	اگر $\cos \theta = \frac{3}{5}$ و انتهای کمان روبه‌رو به زاویه θ در ناحیه چهارم مثلثاتی باشد، مقدار $\sin 2\theta$ را محاسبه کنید.	سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳

۱۸	<p>نمودار تابع $f(x) = 1 - \cos x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید و برد آن را بنویسید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۹	<p>در تابع $f(x) = -6 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - 1$ مقدار $f\left(\frac{11\pi}{6}\right)$ را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۲۰	<p>اگر $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = \frac{-12}{13}$ و α زاویه‌ای حاده و انتهای کمان روبه‌رو به زاویه β در ربع سوم باشد، حاصل $\sin(\alpha - \beta)$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۲۱	<p>اگر $\sin \alpha = \frac{1}{5}$، حاصل عبارت $\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) + \sin(\alpha - \pi) + 2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۲۲	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- اگر θ یک زاویه دلخواه باشد، $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \sin \theta$ آنگاه $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \sin \theta$.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۲۳	<p>در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.</p> <p>حداکثر مقدار تابع کسینوس برابر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>
۲۴	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- مقدار $\sin 10^\circ$ عددی مثبت است. (زاویه برحسب رادیان است.)</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۲۵	<p>نمودار تابع $f(x) = 1 - \sin x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید و برد آن را تعیین کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۲۶	<p>در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.</p> <p>مکمل زاویه $25^\circ -$ برابر می‌باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>
۲۷	<p>حاصل عبارت $\sin 210^\circ + \tan 120^\circ + \cos \frac{3\pi}{4}$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>
۲۸	<p>الف) نمودار تابع $y = 2 \sin x - 1$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.</p> <p>ب) برد تابع را به صورت بازه بنویسید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>

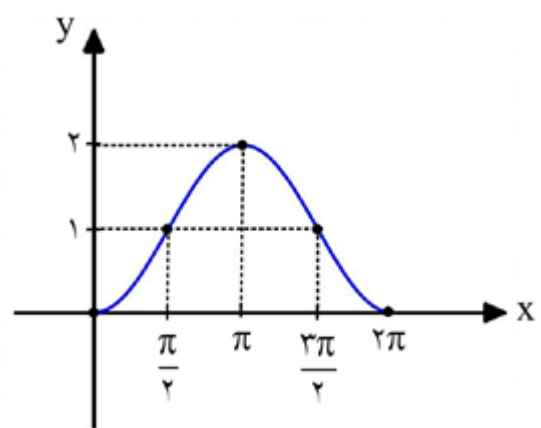


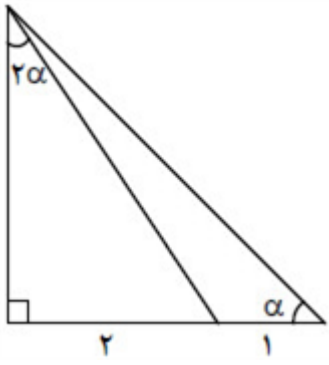
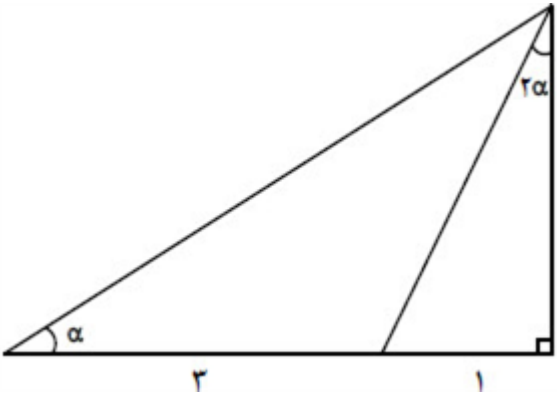
۲۹	<p>حاصل عبارت زیر را به دست آورید. (مراحل محاسبه را بنویسید.)</p> $\cos(-390^\circ) + \tan(600^\circ) - \sin(330^\circ) =$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>
۳۰	<p>حاصل عبارت $\sin 390^\circ + \tan 135^\circ + \cos \frac{23\pi}{4}$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>
۳۱	<p>نمودارهای توابع $f(x) = \sin\left(\frac{9\pi}{2} + x\right)$ و $g(x) = \cos x$ بر هم منطبق هستند. چرا؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p>
۳۲	<p>مقدار A را به دست آورید.</p> $A = \tan\left(\frac{5\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + \sin(75^\circ) \cdot \tan(225^\circ)$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p>
۳۳	<p>اگر θ برابر ۷ رادیان باشد، $\cos \theta \times \sin \theta$ یک عدد است. (منفی - مثبت)</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p>
۳۴	<p>حاصل عبارت زیر را به دست آورید.</p> $\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) + \sin(150^\circ) \cdot \tan(240^\circ)$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p>
۳۵	<p>نشان دهید در شکل زیر رابطه بین زاویه β و x به صورت زیر است:</p>  $\tan \beta = \frac{5x}{x^2 + 6}$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۳۶	<p>انتهای کمان ۴ رادیان در ربع دایره مثلثاتی قرار دارد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p>
۳۷	<p>آیا نمودارهای دو تابع $f(x) = \cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)$ و $g(x) = \sin x$ بر هم منطبق هستند؟ چرا؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p>



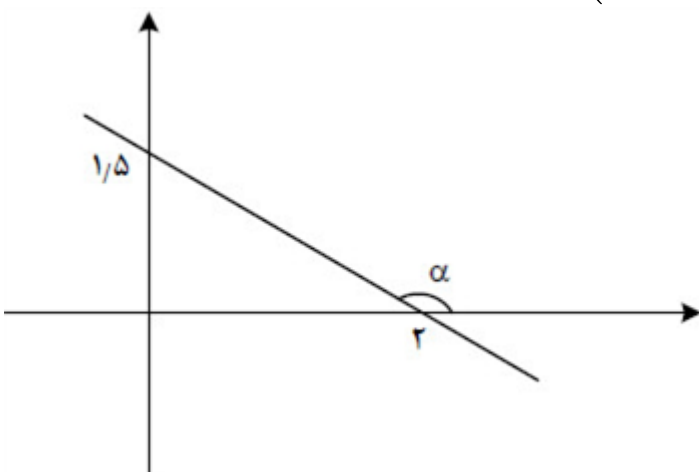
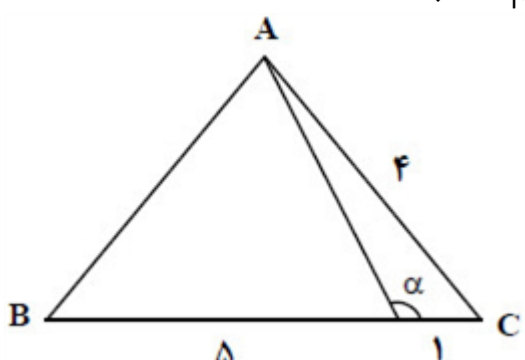
۳۸	اگر $\sin \alpha = a$ باشد و α در ربع اول باشد، $\sin \left(\frac{\pi}{6} + \alpha \right)$ را بر حسب a بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۳۹	اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و α در ربع اول باشد، $\sin \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right)$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۴۰	اگر $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ و α در ربع اول باشد، $\cos \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right)$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۴۱	اگر $\tan \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right) = \frac{3}{4}$ و α در ناحیه سوم باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی α را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۴۲	اگر $\log(\sin \alpha) = -2$ و $\log(\cos \beta) = -3$ ، آنگاه حاصل $\log(\sin(\alpha + \beta) - \sin \beta \cdot \cos \alpha)$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۴۳	اگر $\alpha + \beta = \frac{\pi}{3}$ ، آنگاه حاصل $(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۴۴	نمودار تابع $f(x) = a \cos(x) - b$ از نقطه‌های $\left(\frac{\pi}{3}, 5 \right)$ و $\left(\frac{2\pi}{3}, -1 \right)$ می‌گذرد. الف) مقادیر a, b را به دست آورید. ب) مقدار $f\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۴۵	اگر $\cos 2x = \frac{1}{5}$ باشد، حاصل $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم
۴۶	نمودار تابع $f(x) = a \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + b$ از نقطه‌های $\left(\frac{\pi}{6}, 3 \right)$ و $\left(\frac{7\pi}{6}, -5 \right)$ می‌گذرد. مقادیر a و b را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم



	<p>ابتدا مشخص کنید نمودار زیر متعلق به کدام ضابطه است و سپس نمودار ضابطه دیگر را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.</p> <p>الف) $y = 2 \sin(x) - 1$ ب) $y = 1 - \cos x$</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p>	۴۷
	<p>نمودار $y = 2 - \sin x$ را در بازه $[-\pi, \pi]$ رسم کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p>	۴۸
	<p>اگر $\log(\sin \alpha) = -1$ و $\log(\cos \beta) = -2$، آنگاه حاصل $\log\left(\frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\beta}\right)$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p>	۴۹
	<p>نمودار تابع $f(x) = a \cos(x) + b$ از نقطه‌های $(\pi, 1)$ و $(0, 3)$ می‌گذرد. مقادیر a و b را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p>	۵۰
	<p>اگر $\cos x - \sin x = \frac{1}{3}$ باشد، $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم</p>	۵۱
	<p>در یک مستطیل، جذر مساحت، نصف طول قطر است. اگر B و C دو زاویه ایجاد شده در یک طرف قطر باشد، مقدار تانژانت $(B - C)$ کدام است؟</p> <p>۱) ۳ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ۴) $\sqrt{3}$</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی</p>	۵۲
	<p>در مثلث ABC، اگر $\cotg(B - C) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{2 \cos(B + C) + 1}{4 \sin B \cos C}$ کدام است؟</p> <p>۱) $\tan B$ ۲) $\tan C$ ۳) $\cotg B$ ۴) $\cotg C$</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>	۵۳

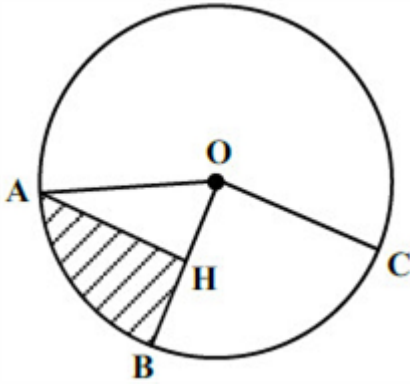
	<p>در شکل مقابل، مقدار $\text{Cotg } \alpha$ کدام است؟</p>  <p>۱ <input type="radio"/> ۱ ۲ <input type="radio"/> ۲ $\sqrt{2}$ <input type="radio"/> ۳ $\sqrt{3}$ <input type="radio"/> ۴</p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>	۵۴
	<p>در مثلث ABC، اگر $\tan(B - C) = \sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1 - 2 \cos(B + C)}{4 \sin B \cos C}$ کدام است؟</p> <p>۱ <input type="radio"/> -۱ ۲ <input type="radio"/> $-\frac{1}{2}$ ۳ <input type="radio"/> $\tan B$ ۴ <input type="radio"/> $\tan C$</p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳</p>	۵۵
	<p>در یک لوزی، اندازه هر ضلع برابر جذر حاصل ضرب طول قطرهای آن است. اگر A و B دو زاویه مجاور لوزی باشند، مقدار مثبت تانژانت $\left(\frac{A - B}{2}\right)$ کدام است؟</p> <p>۱ <input type="radio"/> $\sqrt{3}$ ۲ <input type="radio"/> $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ۳ <input type="radio"/> $\frac{1}{3}$ ۴ <input type="radio"/> ۳</p> <p>سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳</p>	۵۶
	<p>حاصل عبارت $\frac{3 \cos(248^\circ) - 2 \sin(158^\circ)}{\sin(202^\circ) - \cos(292^\circ)}$ کدام است؟</p> <p>۱ <input type="radio"/> $0/5$ ۲ <input type="radio"/> $-0/5$ ۳ <input type="radio"/> $-2/5$ ۴ <input type="radio"/> $2/5$</p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>	۵۷
	<p>در شکل مقابل، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟</p>  <p>۱ <input type="radio"/> $\frac{1}{4}$ ۲ <input type="radio"/> $\frac{2}{4}$ ۳ <input type="radio"/> $\frac{2}{5}$ ۴ <input type="radio"/> $\frac{4}{5}$</p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳</p>	۵۸



	<p>حاصل عبارت $\frac{\sin^4 \alpha + 2 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{\cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$ کدام است؟</p> <p> $\sin^2 \alpha$ (۴) $\cos^2 \alpha$ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱) </p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>	۵۹
	<p>در شکل مقابل، زاویه α مشخص شده است. مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ کدام است؟</p>  <p> $-\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۱) </p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>	۶۰
	<p>حاصل عبارت $(3 \cos^4 x + \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x)$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟</p> <p> $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۱) </p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>	۶۱
	<p>در شکل مقابل، مثلث ABC متساوی الساقین است. مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟</p>  <p> $\frac{\sqrt{7}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۲) $-\frac{2}{5}$ (۱) </p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت</p>	۶۲



مطابق شکل مقابل، در دایره‌ای به محیط 2π و AH عمودمنصف OB است. محیط قسمت هاشورخورده چقدر از محیط مثلث OAH بزرگ‌تر است؟



$$\frac{\pi - 3}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\pi - 1}{6} \quad (3)$$

$$\frac{2\pi - 3}{6} \quad (2)$$

$$\frac{2\pi - 1}{3} \quad (1)$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۳

اگر $\tan x + \cot x = 4$ و $5\pi < x < 6\pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x}$ کدام است؟

$$\frac{1/6}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

$$-\frac{1/6}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

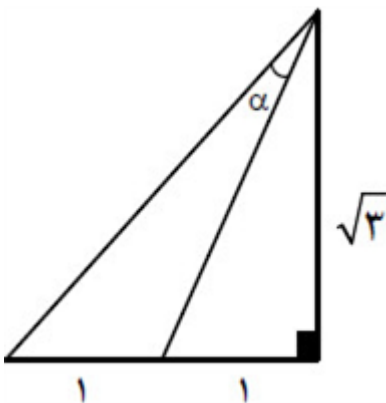
$$0/\sqrt{2} \quad (2)$$

$$-0/\sqrt{2} \quad (1)$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۴

در شکل مقابل، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



$$\frac{\sqrt{3}}{5} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{5\sqrt{3}} \quad (1)$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۶۵

خطوط $ax - y = 3$ و $3y + x = -9$ ، یکدیگر را در نقطه A و خط $y - x = 0$ را به ترتیب در نقاط B و C قطع می‌کنند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیه اول و سوم واقع باشد، در مثلث ABC، مقدار $\tan(B - C)$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

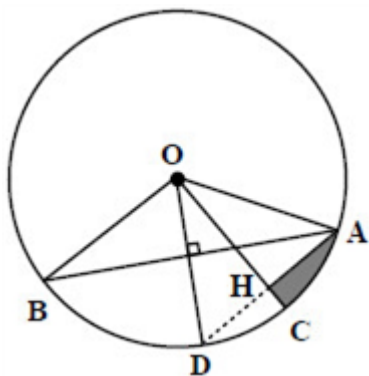
$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۶۶

مطابق شکل مقابل، در دایره‌ای به مساحت π ، $\widehat{AOB} = 120^\circ$ و OH عمود منصف AD است. اختلاف محیط مثلث AOH و محیط قسمت سایه زده شده کدام است؟



$\pi - \sqrt{2}$ (۴)

$\pi - \sqrt{3}$ (۳)

$\sqrt{2} - \frac{\pi}{6}$ (۲)

$\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۶۷

اگر $\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x = -3$ و $3\pi < x < 4\pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\cos^2 x + \sin^2 x}$ کدام است؟

$0.5\sqrt{6}$ (۴)

$-0.75\sqrt{3}$ (۳)

$0.75\sqrt{3}$ (۲)

$-0.5\sqrt{6}$ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۶۸

اگر $\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{Cotg} \alpha = \frac{4}{3}$ باشد، مقدار $\operatorname{tg}^2 \alpha$ کدام است؟

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$-\frac{3}{2}$ (۳)

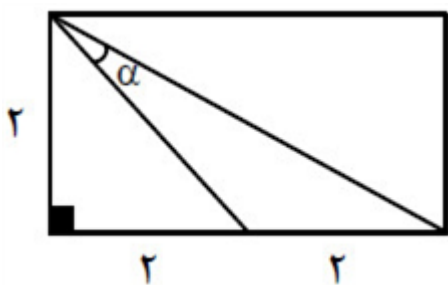
$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۶۹

در شکل مقابل، مقدار $\operatorname{Cotg} \alpha$ کدام است؟



$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۷۰

اندازه زاویه B در مثلث ABC، ۲ برابر اندازه زاویه A است. حاصل $\sin A \cos B - \sin C$ با کدام مورد برابر است؟

$\sin A$ (۴)

$\sin B$ (۳)

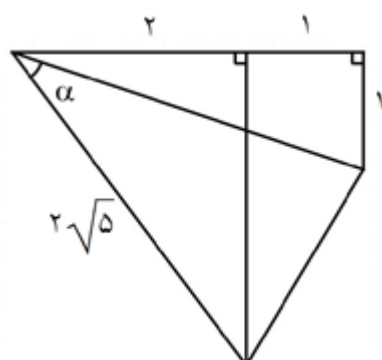
$-\sin B$ (۲)

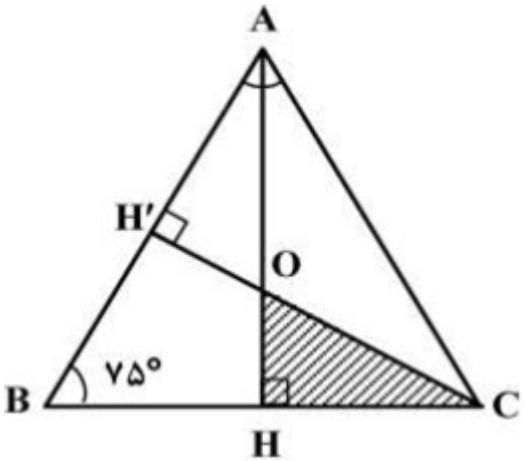
$-\sin A$ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

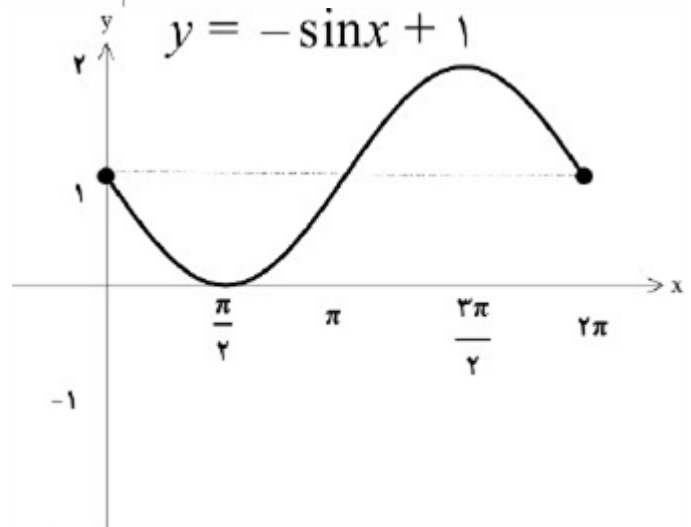
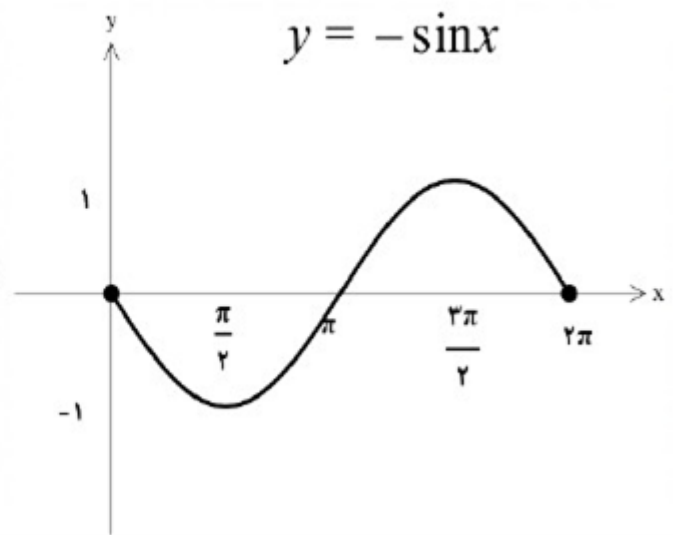
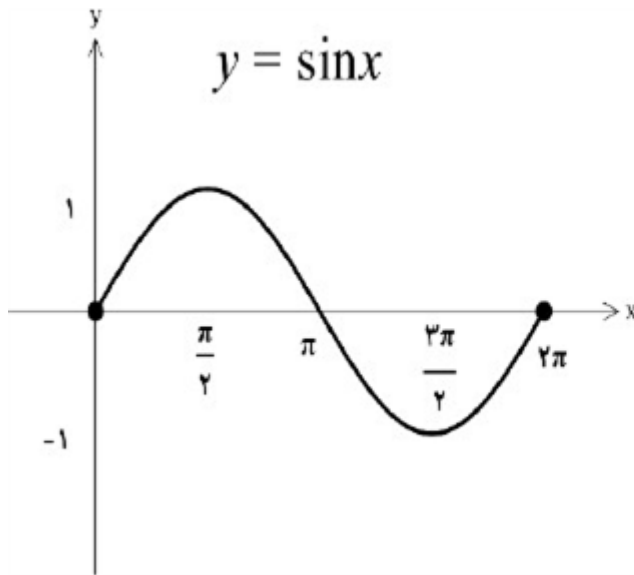
۷۱



	<p>در شکل مقابل، مقدار $\cos \alpha$ چقدر است؟</p>  <p> <input type="radio"/> ۱ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ <input type="radio"/> ۲ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ <input type="radio"/> ۳ $-\frac{\sqrt{3}}{10}$ <input type="radio"/> ۴ $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ </p> <p>سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱</p>	۷۲
	<p>اگر $\sqrt{5} = \sin x + \cos x$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام عدد می‌تواند باشد؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ $-\frac{1}{3}$ <input type="radio"/> ۲ -2 <input type="radio"/> ۳ $\frac{1}{2}$ <input type="radio"/> ۴ 3 </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی</p>	۷۳
	<p>اگر انتهای کمان x در ربع سوم و $\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4$ باشد، مقدار صحیح $\tan \frac{x}{2}$ کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ 2 <input type="radio"/> ۲ -2 <input type="radio"/> ۳ 3 <input type="radio"/> ۴ -3 </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>	۷۴
	<p>اگر $-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$ و $\sin^2 x = \frac{m-1}{4}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ $(-1, 5)$ <input type="radio"/> ۲ $(-1, 5]$ <input type="radio"/> ۳ $(-1, 1)$ <input type="radio"/> ۴ $(-1, 1]$ </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی</p>	۷۵
	<p>فرض کنید زاویه α در ناحیه‌ی چهارم مثلثاتی و $\cos(\alpha) = \frac{2}{3}$ باشد.</p> <p>حاصل عبارت $\frac{\sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) - \sin(\alpha - \pi)}{ \tan^2(\alpha) - 1 }$ ، کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ $\frac{4(2 + \sqrt{5})}{3}$ <input type="radio"/> ۲ $\frac{4(-2 + \sqrt{5})}{3}$ <input type="radio"/> ۳ $\frac{4(2 - \sqrt{5})}{3}$ <input type="radio"/> ۴ $-\frac{4(2 + \sqrt{5})}{3}$ </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی</p>	۷۶
	<p>اندازه زاویه A در مثلث ABC، 45° درجه بیشتر از اندازه زاویه B است. حاصل $\cos A \sin B - \sin C$ کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ <input type="radio"/> ۲ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ <input type="radio"/> ۳ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ <input type="radio"/> ۴ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ </p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱</p>	۷۷

	<p>ساده شده‌ی عبارت $\frac{\sin(\theta)}{1 - \cos(\theta)} + \frac{1 + \cos(\theta)}{\sin(\theta)}$ ، کدام است؟</p> <p> $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ (۱) $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ (۲) $2 \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right)$ (۳) $2 \tg\left(\frac{\theta}{2}\right)$ (۴) </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>	۷۸
	<p>در شکل زیر مثلث ABC متساوی‌الساقین و طول ساق AC برابر ۶ است. مساحت مثلث OHC، کدام است؟</p>  <p> $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{18}{7 + 4\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{9}{2(7 + 4\sqrt{3})}$ (۴) </p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۰</p>	۷۹
	<p>اگر زاویه‌ی α در ناحیه‌ی سوم مثلثاتی و $\tg(\alpha) = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار $\frac{\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right) + \cos(\alpha + \pi)}{\cotg(2\alpha)}$ ، کدام است؟</p> <p> $-\frac{96}{175}$ (۱) $\frac{1056}{175}$ (۲) $\frac{96}{175}$ (۳) $-\frac{1056}{175}$ (۴) </p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۰</p>	۸۰





الف) $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos(30^\circ) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) + \cos(36^\circ - 6^\circ) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos(6^\circ)$
 $= -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$

ب) روش اول:

$$\cos(15^\circ) = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos(45^\circ)\cos(30^\circ) + \sin(45^\circ)\sin(30^\circ)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

روش دوم:

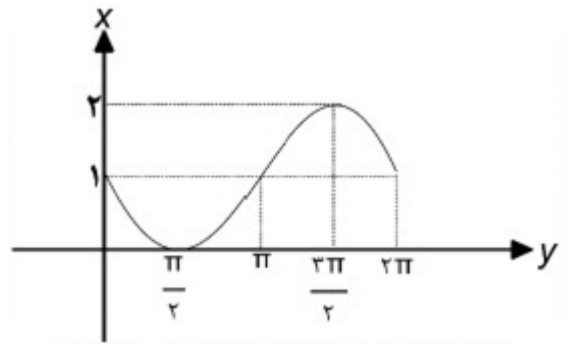
$$\cos(15^\circ) = \sin(75^\circ) = \sin(30^\circ + 45^\circ) = \sin(30^\circ)\cos(45^\circ) + \cos(30^\circ)\sin(45^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

روش سوم:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \cos^2(15^\circ) = \frac{1 + \cos(30^\circ)}{2} \Rightarrow \cos^2(15^\circ) = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$\xrightarrow{\cos(15^\circ) > 0} \cos(15^\circ) = \frac{1}{2} \sqrt{\sqrt{3} + 2}$$



3

$$\theta = r \cdot \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$l = r\theta = r \times \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \text{ cm}$$

$$15^\circ = \frac{\pi}{12}$$

$$L = 4 \times \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$$

$$\tan\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}, \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

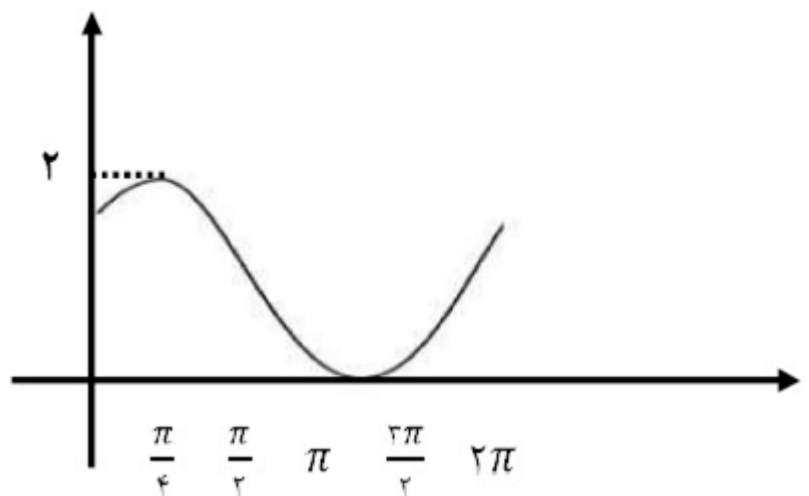
$$\sin(77^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \cotg(-30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$A = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$$

$$\theta = 120^\circ = \frac{2\pi}{3} \quad \theta = \frac{L}{r} \Rightarrow \frac{2\pi}{3} \Rightarrow L = \frac{2 \cdot \pi}{3}$$

$$A = \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$B = \tan(3 \times 150^\circ + 77^\circ) + 2 \cos(150^\circ + 77^\circ) = \tan 527^\circ - 2 \cos 227^\circ = \sqrt{3} - 2\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} - 1$$



9



$$x = 35^\circ$$

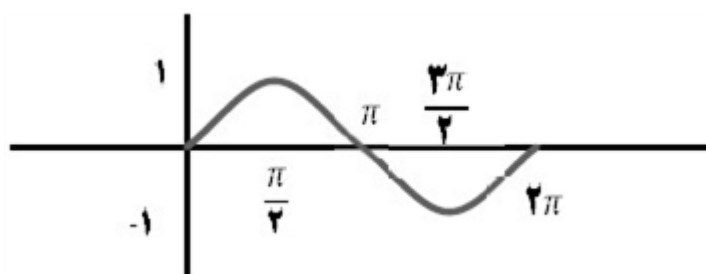
$$45^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ رادیان} \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \frac{L}{r} = \frac{L}{\lambda} \Rightarrow L = 2\pi$$

$$\sin \frac{5\pi}{4} = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

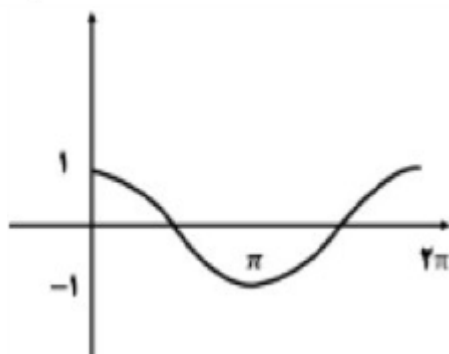
$$\cos \frac{5\pi}{4} = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \frac{3\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

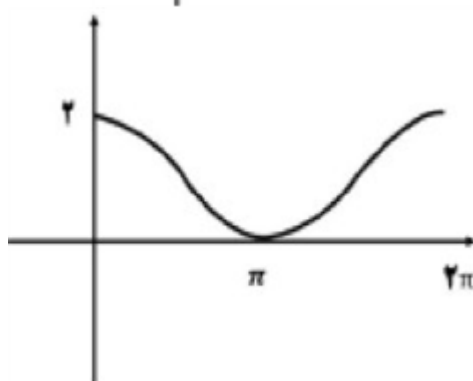
$$2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



مرحله اول $y = \sin(x)$ ۱۴



مرحله دوم $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$



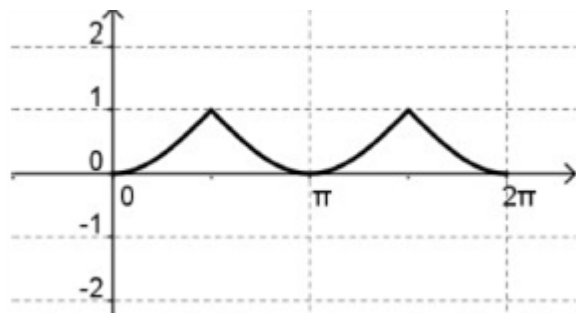
مرحله سوم $y = 1 + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

$$\frac{\sin(4\pi + \alpha) + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right)} = \frac{\sin(\alpha) + \sin(\alpha)}{-\sin(\alpha)} = \frac{2\sin(\alpha)}{-\sin(\alpha)} = -2$$



$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \frac{9}{25} \xrightarrow{\frac{\pi}{2} < \theta < \pi} \sin \theta = \frac{-4}{5}$$

$$\sin^2 \theta = 2 \sin \theta \cos \theta = 2 \left(\frac{-4}{5} \right) \left(\frac{3}{5} \right) = \frac{-24}{25}$$



برد = [0, 1]

$$\begin{aligned} f\left(\frac{11\pi}{6}\right) &= -\frac{1}{2} \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{11\pi}{6}\right) - 1 = -\frac{1}{2} \cos\left(\frac{10\pi}{3}\right) - 1 = -\frac{1}{2} \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) - 1 \\ &= \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - 1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right) - 1 = -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \xrightarrow{\alpha \text{ حاده}} \cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}$$

$$\cos \beta = -\frac{12}{13} \xrightarrow{\beta \text{ در ربع سوم}} \sin \beta = -\sqrt{1 - \left(-\frac{12}{13}\right)^2} = -\frac{5}{13}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = \left(\frac{4}{5}\right) \left(-\frac{12}{13}\right) - \left(\frac{3}{5}\right) \left(-\frac{5}{13}\right) = \frac{-48 + 15}{65} = \frac{-33}{65}$$

$$\sin(\alpha - \pi) = -\sin(\pi - \alpha) = -\sin \alpha$$

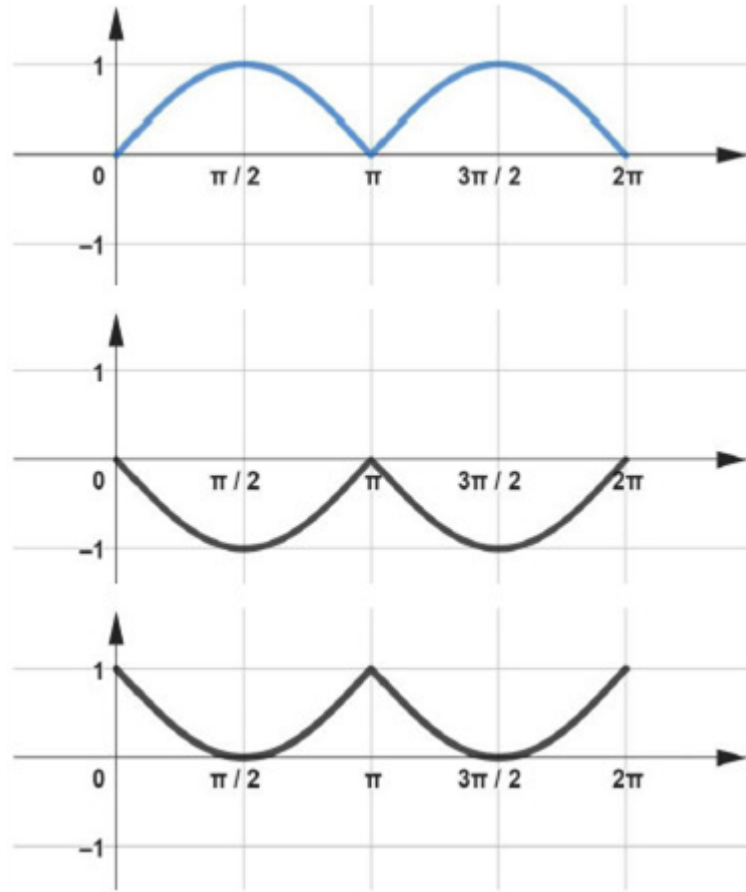
$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin(3\pi + \alpha) + \sin(\alpha - \pi) + 2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha - \sin \alpha + 2 \sin \alpha = 2 \sin \alpha = \frac{2}{5}$$

نادرست

یک

نادرست



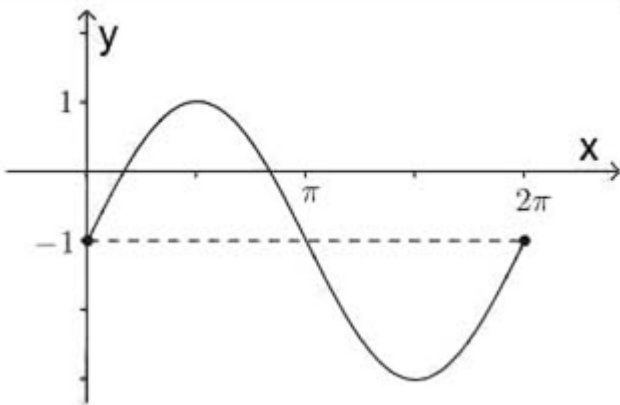
$R = [0, 1]$ ٢٥

20.5° ٢٦

$$\begin{aligned} \sin 210^\circ + \tan 120^\circ + \cos \frac{\pi}{4} &= \sin (180^\circ + 30^\circ) + \tan (180^\circ - 60^\circ) + \cos \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) \\ &= -\frac{1}{2} + (-\sqrt{3}) + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{-1 - 2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

٢٧

(الف) ٢٨



$R = [-2, 1]$

(ب)

$$\begin{aligned} \cos (2 \times 180^\circ + 30^\circ) + \tan (3 \times 180^\circ + 60^\circ) - \sin (2 \times 180^\circ - 30^\circ) \\ = \cos (30^\circ) + \tan (60^\circ) + \sin (30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} + \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{3} + 1}{2} \end{aligned}$$

٢٩



$$\sin 390^\circ + \tan 135^\circ + \cos \frac{23\pi}{4} = \sin (360^\circ + 30^\circ) + \tan (180^\circ - 45^\circ) + \cos \left(6\pi - \frac{\pi}{4} \right)$$

۳۰

$$\sin 30^\circ - \tan 45^\circ + \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \sin \left(\frac{9\pi}{4} + x \right) = \sin \left(2\pi + \frac{\pi}{4} + x \right) = \sin \left(\frac{\pi}{4} + x \right) = \cos x$$

۳۱

$$g(x) = \cos x$$

$\Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow$ بنابراین دو تابع بر هم منطبق هستند.

$$\tan \left(\frac{5\pi}{3} \right) = \tan \left(2\pi - \frac{\pi}{3} \right) = -\tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

۳۲

$$\cos \left(-\frac{5\pi}{6} \right) = \cos \left(-\pi + \frac{\pi}{6} \right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin (750^\circ) = \sin (4 \times 180^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan (225^\circ) = \tan (180^\circ + 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$$

$$A = (-\sqrt{3}) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \right) (1) = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

مثبت ۳۳

$$\sin \left(\frac{5\pi}{3} \right) = \sin \left(2\pi - \frac{\pi}{3} \right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

۳۴

$$\cos \left(\frac{11\pi}{6} \right) = \cos \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin (150^\circ) = \sin (180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan (240^\circ) = \tan (180^\circ + 60^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\sin \left(\frac{5\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(\frac{11\pi}{6} \right) + \sin (150^\circ) \cdot \tan (240^\circ)$$

$$= \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \right) (\sqrt{3}) = -\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{x}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{x}$$

۳۵

$$\tan \beta = \tan (\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \cdot \tan \alpha} = \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x} \times \frac{1}{x}} = \frac{\frac{0}{x}}{\frac{x^2 + 1}{x^2}} \Rightarrow \tan \beta = \frac{0x}{x^2 + 1}$$

سوم ۳۶



$$f(x) = \cos\left(\frac{\sqrt{3}\pi}{2} + x\right) = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -(-\sin x) = \sin x$$

$$g(x) = \sin x$$

$\Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow$ بنابراین دو تابع بر هم منطبق هستند.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow a^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - a^2$$

$$\begin{cases} \cos \alpha = \sqrt{1 - a^2} \text{ ق ق} \\ \cos \alpha = -\sqrt{1 - a^2} \text{ ق ق غ} \end{cases}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \times \sqrt{1 - a^2} + a \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = \frac{\sqrt{1 - a^2} + a\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{4}{5} \text{ ق ق} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \text{ ق ق غ} \end{cases}$$

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{4}{5} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{10} + \frac{4\sqrt{3}}{10} = \frac{3 + 4\sqrt{3}}{10}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$$

$$\begin{cases} \sin \alpha = \frac{5}{13} \text{ ق ق} \\ \sin \alpha = -\frac{5}{13} \text{ ق ق غ} \end{cases}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{12}{13} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{5}{13}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{12\sqrt{2} + 5\sqrt{2}}{26} = \frac{17\sqrt{2}}{26}$$

۳۷

۳۸

۳۹

۴۰



$$\tan\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{3}{4} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{4}{3}$$

۴۱

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{9}{16} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \frac{25}{16} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{4}{5} \text{ ق ق غ} \\ \sin \alpha = -\frac{4}{5} \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(-\frac{4}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{16}{25} + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{3}{5} \text{ ق ق غ} \\ \cos \alpha = -\frac{3}{5} \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\log(\sin(\alpha + \beta) - \sin \beta \cdot \cos \alpha) = \log(\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha - \sin \beta \cos \alpha)$$

۴۲

$$\log(\sin \alpha \cos \beta) = \log(\sin \alpha) + \log(\cos \beta) = -2 - 3 = -5$$

$$(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$$

۴۳

$$= \cos^2 \alpha + 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta$$

$$\underbrace{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}_1 + \underbrace{\cos^2 \beta + \sin^2 \beta}_1 + 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$$

$$1 + 1 + 2(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) = 2 + 2 \cos(\alpha + \beta) = 2 + 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 2 + 2\left(\frac{1}{2}\right) = 3$$

الف) ابتدا باید نقاط داده شده را درون تابع قرار دهیم و a و b را به دست آوریم.

۴۴

$$\left(\frac{\pi}{3}, 5\right) \Rightarrow 5 = 2a \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - b \Rightarrow 2a \times \frac{1}{2} - b = 5 \Rightarrow a - b = 5$$

$$\left(\frac{2\pi}{3}, -1\right) \Rightarrow -1 = 2a \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - b \Rightarrow 2a \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) - b = -1$$

$$\Rightarrow -2a \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - b = -1 \Rightarrow -2a\left(\frac{1}{2}\right) - b = -1 \Rightarrow -a - b = -1$$

$$\begin{cases} a - b = 5 \\ -a - b = -1 \end{cases} \Rightarrow -2b = 4 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow a = 3$$

$$f(x) = 3 \cos(x) + 2$$

ب)

$$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 3 \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + 2 = 3 \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + 2 = -3 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + 2$$

$$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + 2$$



۴۵

$$\begin{cases} \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) &= \left(\cos x \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \sin \frac{\pi}{4}\right) \left(\cos x \cos \frac{\pi}{4} + \sin x \sin \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x\right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x\right) = \left(\frac{1}{2} \cos^2 x - \frac{1}{2} \sin^2 x\right) \\ &= \frac{1}{2} (\cos^2 x - \sin^2 x) = \frac{1}{2} \cos^2 x = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

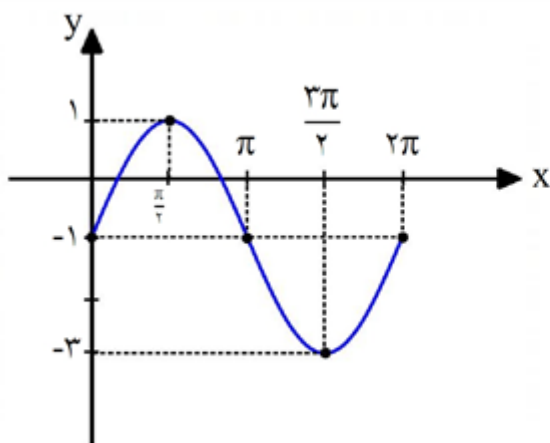
۴۶

باید مختصات نقاط داده شده را درون تابع قرار دهیم.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\pi}{4}, 3\right) &\Rightarrow 3 = a \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + b \Rightarrow a \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + b = 3 \Rightarrow a + b = 3 \\ \left(\frac{3\pi}{4}, -5\right) &\Rightarrow -5 = a \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + b \Rightarrow a \sin\left(\pi\right) + b = -5 \Rightarrow -a + b = -5 \\ \begin{cases} a + b = 3 \\ -a + b = -5 \end{cases} &\Rightarrow a = 4, b = -1 \end{aligned}$$

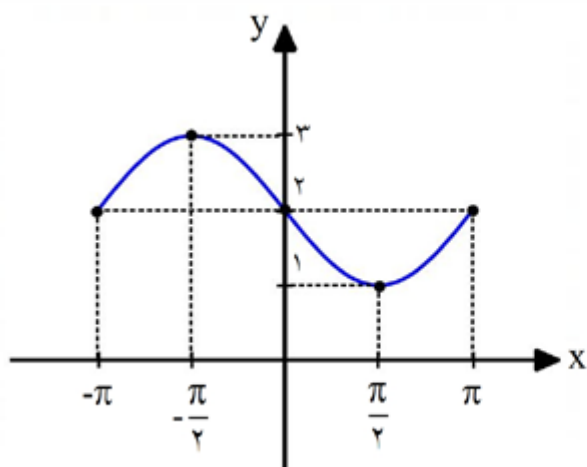
۴۷

نمودار صورت سؤال متعلق به قسمت «ب» است. بنابراین قسمت «الف» را رسم می‌کنیم.



x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	-1	1	-1	-3	-1

$$y = 3 - \sin x$$



x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
y	2	3	2	1	2

۴۸

$$\begin{cases} 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha \\ 1 + \cos^2 \beta = 2 \cos^2 \beta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \log \left(\frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \beta} \right) &= \log \left(\frac{\sin^2 \alpha}{2 \cos^2 \beta} \right) = \log \left(\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \beta} \right) \\ &= \log (\sin^2 \alpha) - \log (\cos^2 \beta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log (\sin^2 \alpha) - \log (\cos^2 \beta) &= 2 \log (\sin \alpha) - 2 \log (\cos \beta) \\ &= 2(-1) - 2(-2) = -2 + 4 = 2 \end{aligned}$$

۵۰ باید مختصات نقاط داده شده را درون تابع قرار دهیم.

$$(\pi, 1) \Rightarrow 1 = a \cos(\pi) + b \Rightarrow -a + b = 1$$

$$(0, 3) \Rightarrow 3 = a \cos(0) + b \Rightarrow a + b = 3$$

$$\begin{cases} -a + b = 1 \\ a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow b = 2, a = 1$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

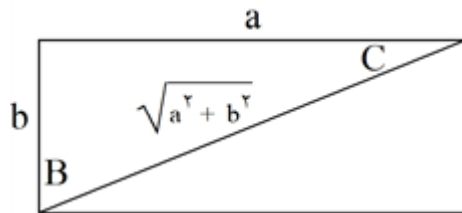
$$\cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos x \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x - \sin x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۵۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\tan B = \frac{a}{b}$$

$$\tan C = \frac{b}{a}$$



$$\sqrt{ab} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow a^2 + b^2 = 2ab \Rightarrow \begin{cases} (a+b)^2 = 2ab \Rightarrow a+b = \sqrt{2ab} \\ (a-b)^2 = 2ab \Rightarrow a-b = \sqrt{2ab} \end{cases}$$

$$\sqrt{2ab} \times \sqrt{2ab} = 2\sqrt{2ab}$$

$$\begin{aligned} \tan(B - C) &= \frac{\tan B - \tan C}{1 + \tan B \tan C} = \frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{1 + \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{\frac{a^2 - b^2}{ab}}{1 + 1} = \frac{(a-b)(a+b)}{2ab} \\ &= \frac{\cancel{2} \sqrt{2ab} \times \cancel{2} \sqrt{2ab}}{\cancel{2} \sqrt{2ab}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

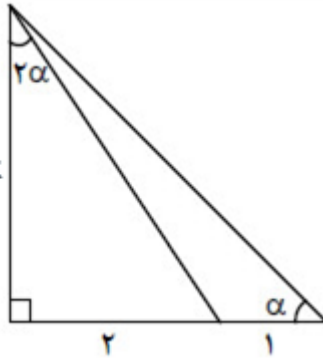
$$\cot(B - C) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow B - C = 60^\circ \Rightarrow \cos(B - C) = \frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۳

$$\frac{2 \cos(B + C) + 1}{\sin B \cos C} = \frac{2 \left(\cos(B + C) + \frac{1}{2} \right)}{\sin B \cos C} = \frac{2 \cos(B + C) + \cos(B - C)}{\sin B \cos C}$$

$$= \frac{2(\cos B \cos C - \sin B \sin C + \cos B \cos C + \sin B \sin C)}{\sin B \cos C} = \frac{4 \cos B \cos C}{\sin B \cos C} = \cot B$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۴



$$\tan 2\alpha = \frac{2}{x} \quad \tan \alpha = \frac{x}{1} \quad \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{2 \cdot \frac{x}{1}}{1 - \frac{x^2}{1}} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{2x}{1 - x^2} \Rightarrow 1 - x^2 = x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

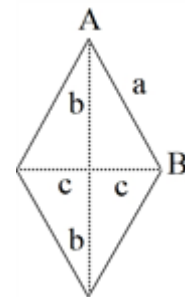
$$\cot \alpha = \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 2\sqrt{2}$$

$$\tan(B - C) = \sqrt{3} \Rightarrow B - C = 60^\circ \Rightarrow \cos(B - C) = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۵

$$\frac{1 - 2 \cos(B + C)}{\sin B \cos C} = \frac{2 \left(\frac{1}{2} - \cos(B + C) \right)}{\sin B \cos C} = \frac{2(\cos B \cos C + \sin B \sin C - \cos B \cos C + \sin B \sin C)}{\sin B \cos C} = \frac{4 \sin B \sin C}{\sin B \cos C} = \tan C$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵۶



$$a = \sqrt{b^2 + c^2} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 + c^2 - 2bc = 0 \Rightarrow \left(\frac{b}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{b}{c}\right) + 1 = 0 \Rightarrow \frac{b}{c} = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$\tan\left(\frac{A}{2} - \frac{B}{2}\right) = \frac{\tan \frac{A}{2} - \tan \frac{B}{2}}{1 + \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2}}$$

$$\tan \frac{A}{2} = \frac{c}{b} = 1 + \sqrt{3} \quad \tan \frac{B}{2} = \frac{b}{c} = 1 - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{A}{2} - \frac{B}{2}\right) = \frac{(1 + \sqrt{3}) - (1 - \sqrt{3})}{1 + 1} = \sqrt{3}$$

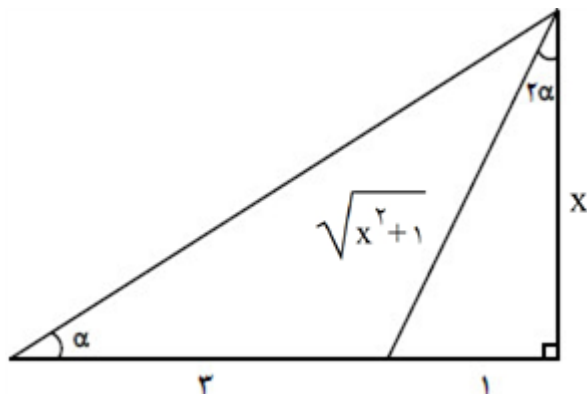
۵۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3 \cos(180^\circ + 68^\circ) - 2 \sin(90^\circ + 68^\circ)}{\sin(270^\circ - 68^\circ) - \cos(360^\circ - 68^\circ)} = \frac{-3 \cos 68^\circ - 2 \cos 68^\circ}{-\cos 68^\circ - \cos 68^\circ} = \frac{5}{2} = 2.5$$

۵۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\tan \alpha = \frac{x}{1}, \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{x}{1}}{1 - \frac{x^2}{1}} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{x}{1-x^2} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{x^2}{1-x^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{1-x^2} = 1 \Rightarrow x^2 = 1-x^2 \Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{\frac{1}{2} + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

۵۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

روش اول: به ازای $\alpha = 0$ حاصل عبارت برابر ۱ و به ازای $\alpha = \frac{\pi}{2}$ برابر ۰ است که این تساویها فقط در گزینه ۳ دیده

می‌شود.

$$\sin^2 \alpha = (1 - \cos^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha + 1$$

روش دوم:

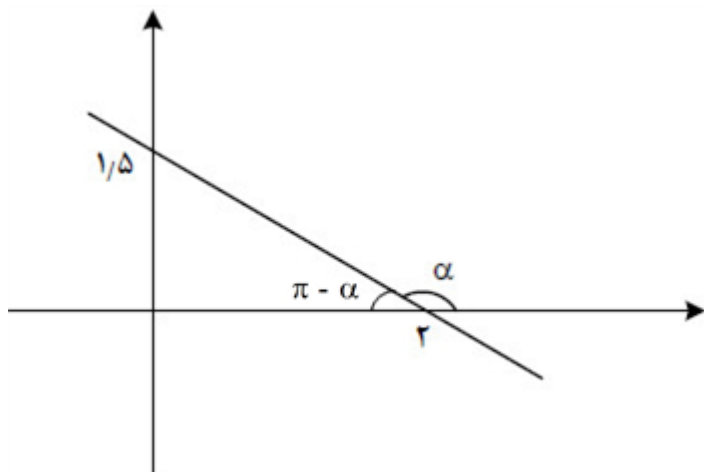
$$\cos^2 \alpha = (1 - \sin^2 \alpha) = \sin^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha + 1$$

$$\Rightarrow T = \frac{\cos^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha + 1}{\cos^2 \alpha + 1} - \frac{\sin^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha + 1}{\sin^2 \alpha + 1} = \frac{(\cos^2 \alpha + 1)}{\cos^2 \alpha + 1} - \frac{(\sin^2 \alpha + 1)}{\sin^2 \alpha + 1}$$

$$= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$$

۶۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha = \frac{1/5}{1} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\frac{1}{5}$$

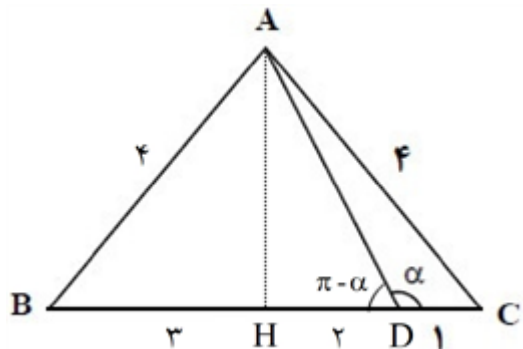
$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha = -\frac{1}{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۱

$$T = 3 \cos 4x + \sqrt{2} (\sin x - \cos x) = 3 \cos 4x + 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\xrightarrow{x = \frac{\pi}{12}} T = 3 \cos \frac{\pi}{3} + 2 \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ارتفاع وارد بر قاعده را رسم می‌کنیم، داریم: ۶۲



$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{7}$$

$$\tan(\pi - \alpha) = \frac{AH}{HD} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۳ محیط = $2\pi \Rightarrow R = 1$

مثلث OAB متساوی‌الاضلاع است. $AB = OA = 1 = OB \Rightarrow$

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{هاشور}} &= \cancel{AH} + \cancel{BH} + \widehat{AB} \\ P_{\triangle OAH} &= \cancel{AH} + \cancel{OH} + OA \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_{\text{هاشور}} - P_{\triangle OAH} = \widehat{AB} - OA = \frac{\pi}{3} - 1 = \frac{\pi - 3}{3}$$

$$\widehat{AB} = R\alpha = 1 \times \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$$

$$OA = R = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۴

$$5\pi < 4x < 6\pi \Rightarrow \frac{5\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin x < \cos x \Rightarrow \sin^2 x < \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x} < 0$$

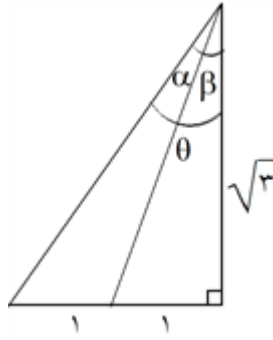
پس یکی از گزینه‌های ۱ یا ۳ صحیح است. حال فارغ از علامت، اندازه را به دست می‌آوریم.

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x = 4 \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = 4 \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{4}$$

$$A = \sin x - \cos x \xrightarrow{A^2} A^2 = 1 - 2 \sin x \cos x = 1 - 2 \left(\frac{1}{4} \right) = \frac{1}{2} \Rightarrow A = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x} = \frac{1}{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)} = \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{1}{4} \right)} = -\frac{4}{5} \sqrt{2}$$

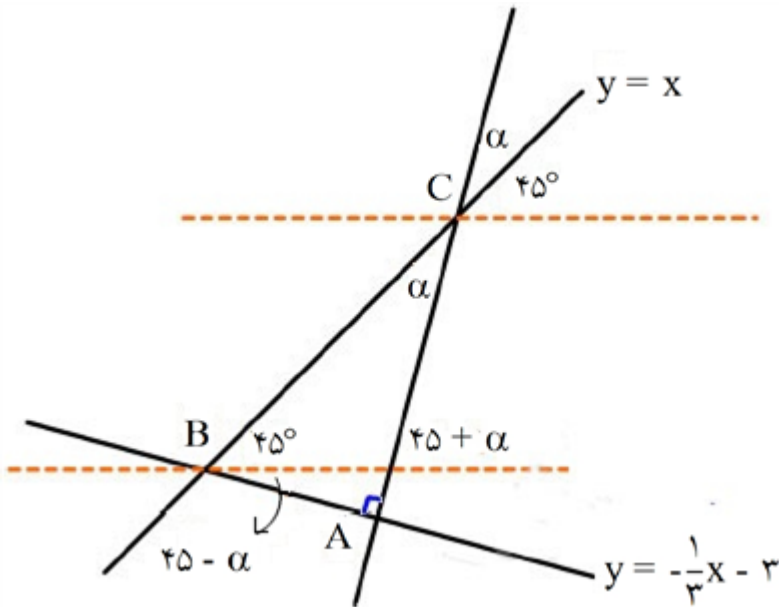
$$\begin{aligned}\theta = \alpha + \beta &\Rightarrow \alpha = \theta - \beta \\ \tan \alpha &= \tan (\theta - \beta) = \frac{\tan \theta - \tan \beta}{1 + \tan \theta \cdot \tan \beta} \\ &= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}\end{aligned}$$



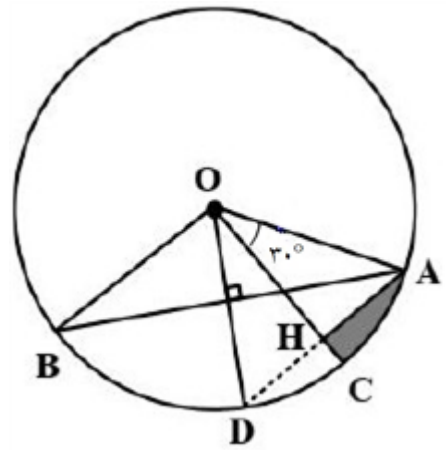
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون مرکز روی BC قرار دارد، پس $\widehat{A} = 90^\circ$ ۶۶

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}(45^\circ + \alpha) &= 3 \Rightarrow \operatorname{tg}(90^\circ + 2\alpha) \\ \frac{3 \times 3}{1 - 3^2} &= -\frac{3}{4} \Rightarrow -\operatorname{Cotg} 2\alpha = -\frac{3}{4} \\ \Rightarrow \operatorname{Cotg} 2\alpha &= \frac{3}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widehat{B} - \widehat{C} &= 90^\circ - \alpha - \alpha = 90^\circ - 2\alpha \\ \Rightarrow \operatorname{tg}(\widehat{B} - \widehat{C}) &= \operatorname{Cotg} 2\alpha = \frac{3}{4}\end{aligned}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۷



$$\left. \begin{aligned} |OA| = 1, |OH| = \frac{\sqrt{3}}{2}, |AH| = \frac{1}{2} \\ |\widehat{AC}| = \frac{\pi}{6}, |HC| = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}, |AH| = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$$

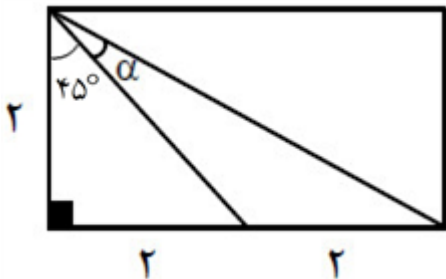
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۸

$$\begin{aligned} \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = -3 &\Rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{-1}{3} \Rightarrow 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{-2}{3} \\ \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{3} &\xrightarrow{\frac{\pi}{2} < x < \pi} \sin x + \cos x = \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{1}{(\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x)} &= \frac{-\sqrt{3}}{\frac{1}{3}} = -0.75\sqrt{3} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۹

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{Cotg} \alpha = \frac{4}{3} &\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{-\cos^2 \alpha}{\frac{1}{2} \sin^2 \alpha} = \frac{4}{3} \\ \Rightarrow \operatorname{Cotg}^2 \alpha = -\frac{2}{3} &\Rightarrow \operatorname{tg}^2 \alpha = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۰



$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\alpha + 45^\circ) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha + 1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{4}{3} = 2 \\ \Rightarrow 2 - 2 \operatorname{tg} \alpha &= \operatorname{tg} \alpha + 1 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

و در نتیجه $\operatorname{Cotg} \alpha = 3$ است.

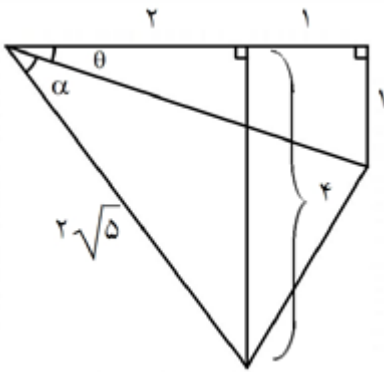
$$B = 2A, A + B + C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - (A + B) \Rightarrow \sin C = \sin(A + B)$$

$$2 \sin A \cos B - \sin C = 2 \sin A \cos B - \sin(A + B)$$

$$= 2 \sin A \cos B - \sin A \cos B - \cos A \sin B = \sin A \cos B - \cos A \sin B = \sin(A - B)$$

$$\xrightarrow{B=2A} \sin(A - 2A) = \sin(-A) = -\sin A$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. راه اول: نسبت‌های مثلثاتی $\sin(\alpha + \theta)$ و $\cos(\alpha + \theta)$ را می‌نویسیم: ۷۲



$$\sin(\alpha + \theta) = \sin \alpha \cos \theta + \cos \alpha \sin \theta$$

$$\Rightarrow \frac{4}{2\sqrt{5}} = \sin \alpha \times \frac{3}{\sqrt{10}} + \cos \alpha \times \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \alpha + \cos \alpha = 2\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\cos(\alpha + \theta) = \cos \alpha \cos \theta - \sin \alpha \sin \theta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} = \cos \alpha \times \frac{3}{\sqrt{10}} - \sin \alpha \times \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow 2 \cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

راه دوم: از $\tan(\alpha + \theta)$ استفاده کنیم:

$$\tan \alpha = \tan((\alpha + \theta) - \theta) = \frac{\tan(\alpha + \theta) - \tan \theta}{1 + \tan(\alpha + \theta) \cdot \tan \theta} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + 2\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{2}} = 1$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۳

$$\sin x + \cos x = \frac{6\sqrt{5}}{10} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 1 + \sin 2x = 1/8 \Rightarrow \sin 2x = -7/8$$

$$\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \Rightarrow \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{8}{10} \Rightarrow 5 \tan x = 2 + \tan^2 x$$

$$\Rightarrow \tan^2 x - 5 \tan x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan x = 2 \\ \tan x = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{فقط } \frac{1}{2} \text{ در گزینه‌ها موجود است.}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۴

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4 \Rightarrow 1 - \sin x = 4 + 4 \sin x \Rightarrow \sin x = -\frac{3}{5} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \cos x = -\frac{4}{5}$$

$$\left. \begin{aligned} \tan^2\left(\frac{x}{2}\right) &= \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)}{1 - \frac{3}{5}} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{2}{5}} = 9 \\ \pi < x < \frac{3\pi}{2} &\Rightarrow \frac{\pi}{2} < \frac{x}{2} < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \tan \frac{x}{2} < -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = -3$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۵

$$\frac{-\pi}{6} < 2x < \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{-1}{2} < \sin 2x \leq 1 \Rightarrow \frac{-1}{2} < \frac{m-1}{4} \leq 1 \Rightarrow -2 < m-1 \leq 4$$

$$\Rightarrow -1 < m \leq 5 \Rightarrow m \in (-1, 5]$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۶

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - (-\sin(\pi - \alpha))}{|\operatorname{tg} \alpha - 1|} = \frac{\cos \alpha + \sin(\pi - \alpha)}{|\operatorname{tg} \alpha - 1|} = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{|\operatorname{tg} \alpha - 1|}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin \alpha = 1 - \left(\frac{4}{9}\right) \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3} \text{ (ربع ۴م)}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{-\sqrt{5}}{2} = \frac{\frac{-\sqrt{5}}{2} + \frac{2}{3}}{\left|\frac{5}{6} - 1\right|} = \frac{\frac{2-\sqrt{5}}{6}}{\frac{1}{6}} = \frac{2-\sqrt{5}}{1}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۷

$$\hat{A} = 45^\circ + \hat{B} \Rightarrow \hat{A} - \hat{B} = 45^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B})$$

$$2 \cos A \sin B - \sin C = \sin(\hat{A} + \hat{B}) - \sin(\hat{A} - \hat{B}) - \sin(180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}))$$

$$= \cancel{\sin(\hat{A} + \hat{B})} - \sin(\hat{A} - \hat{B}) - \cancel{\sin(\hat{A} + \hat{B})} = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۸

$$\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + 1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)} = \frac{2 \sin^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)}$$

$$= \frac{2 \sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)} = 2 \cotg \frac{\theta}{2}$$

راه حل دوم:

$$\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)} + \frac{2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} = \cot \frac{\theta}{2} + \cot \frac{\theta}{2} = 2 \cot \frac{\theta}{2}$$



در صورت سؤال مطرح شده رأس مثلث متساوی الساقین کدام است.

فرض کنیم در این جا $\hat{A} = \hat{C} = 15^\circ$ باشد. در این صورت ارتفاع AH میانه هم هست پس $BH = CH$.

در مثلث‌های قائم‌الزاویه ABH و BCH چون $\hat{B} = \hat{C} = 15^\circ$ پس $\hat{A} = \hat{C} = 15^\circ$ بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{C} = 15^\circ \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز)} \triangle ABH \sim \triangle OCH \Rightarrow \frac{OH}{BH} = \frac{OC}{AB} \quad (1)$$

$$\sin 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$\cos 15^\circ = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \cos 15^\circ = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$$

$$\tan 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}}{\frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}} = 2 - \sqrt{3}$$

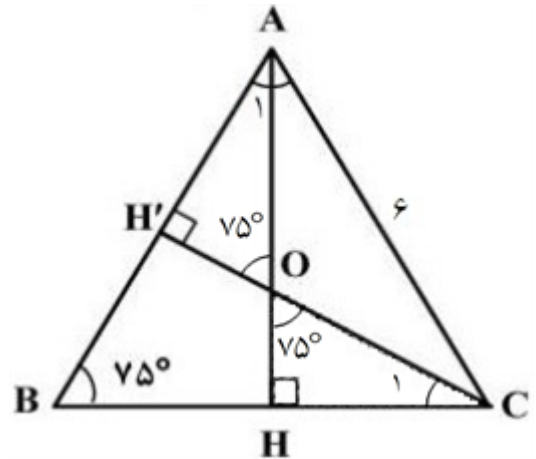
$$\triangle OHC : \tan \hat{C} = \frac{OH}{CH} \xrightarrow{\hat{C} = 15^\circ} \tan 15^\circ = \frac{OH}{CH} \xrightarrow{CH=BH} \tan 15^\circ = \frac{OH}{BH} \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow \frac{OC}{AB} = \tan 15^\circ \xrightarrow{AB=6} OC = 6 \tan 15^\circ \Rightarrow OC = 6(2 - \sqrt{3})$$

در مثلث قائم‌الزاویه OHC چون یک زاویه‌ی حاده 15° است پس ارتفاع وارد بر OC مساوی $\frac{1}{6}$ آن است.

$$S_{OHC} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} OC \right) (OC) = \frac{1}{12} OC^2 = \frac{1}{12} (6(2 - \sqrt{3}))^2 = \frac{9}{2} (7 - 4\sqrt{3})$$

$$= \frac{9(7 - 4\sqrt{3})(7 + 4\sqrt{3})}{2(7 + 4\sqrt{3})} = \frac{9}{2(7 + 4\sqrt{3})}$$



$$\frac{\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha + \pi)}{\cotg(\alpha)} = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\cotg \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{\alpha \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{\frac{2}{3}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{25}{16}} = \frac{24}{25}$$

$$\frac{1}{\cotg \alpha} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{7}{16}} = \frac{24}{7}$$

$$\cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{-1}{\sqrt{\frac{25}{16}}} = \frac{-4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\cotg \alpha} = \frac{\frac{24}{25} - \left(-\frac{4}{5}\right)}{\frac{7}{24}} = \frac{\frac{24+20}{25}}{\frac{7}{24}} = \frac{104}{175}$$



پاسخنامه کلیدی

۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴

