



p30konkor.com

عنوان آزمون : حسابان ۱۲ فصل ۴

زمان آزمون :

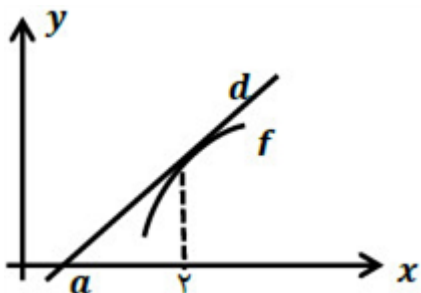
تاریخ برگزاری

نام و نام خانوادگی :

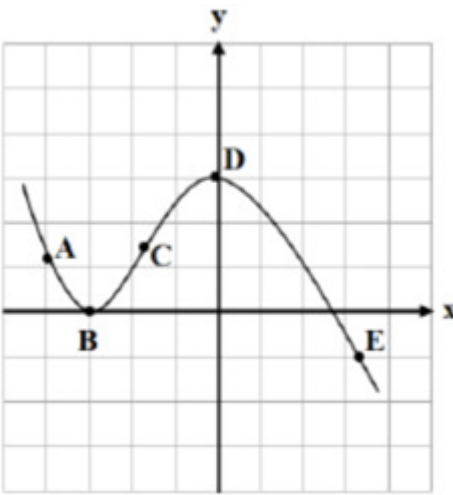
پایه تحصیلی :

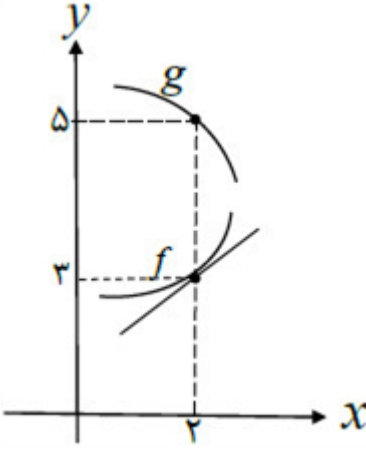
نام دبیر :

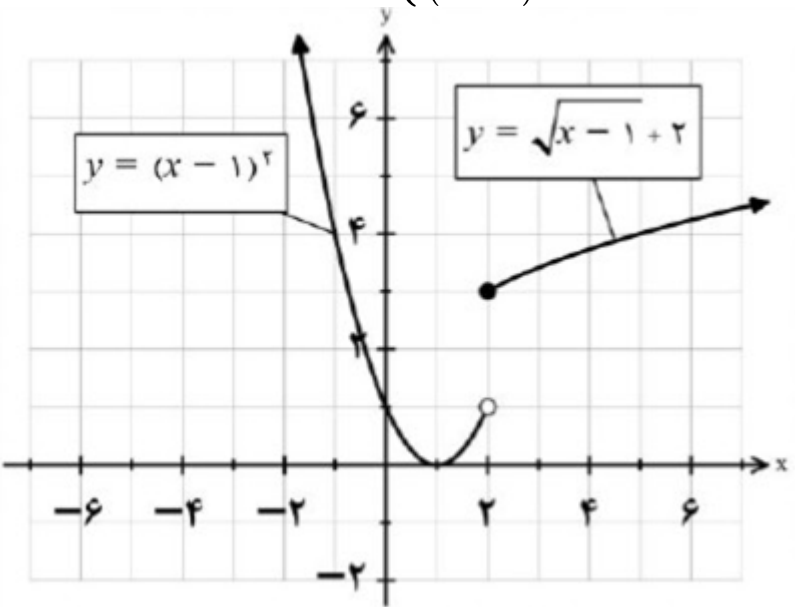
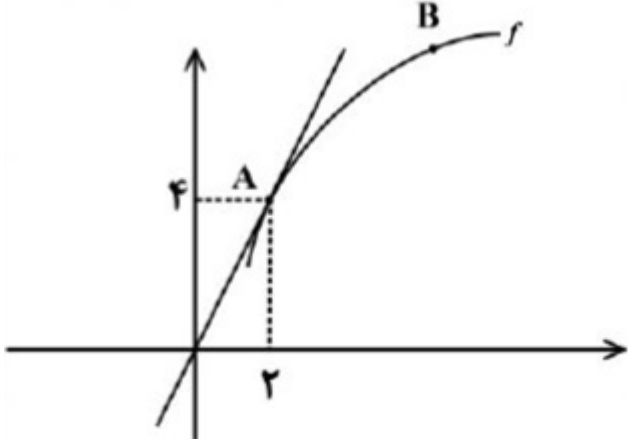
ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	تابع $f(x) = x^2 - x$ را در نظر بگیرید. الف) آهنگ تغییر متوسط تابع f را در بازه $[0, 2]$ به دست آورید. ب) حدود x را چنان بیابید که آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f از آهنگ تغییر متوسط آن، در بازه $[0, 2]$ بزرگتر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	
۲	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). $f(x) = (x - 6)^3 + \frac{5x + 3}{\sqrt{2x - 1}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	
۳	با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم‌مماس چپ تابع $f(x) = x^2 - 4 $ را در $x = 2$ بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	
۴	اگر نمودار تابع f از نقطه $A(2, 4)$ بگذرد و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$ باشد، معادله خط مماس بر نمودار f را در نقطه A به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	
۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در $x = 0$ مشتق‌پذیر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	
۶	جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. فرض کنیم ارتفاع این جسم (برحسب متر) از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می‌آید. (t برحسب ثانویه) الف) سرعت متوسط جسم در بازه زمانی $[3, 4]$ را به دست آورید. ب) لحظه‌ای را معلوم کنید که سرعت جسم برابر $20 \frac{m}{s}$ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	
۷	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = (x^3 + 1)^2 (\sqrt{3x + 2})$ ب) $g(x) = \sin^3 x + \tan(x^2)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	
۸	اگر $f'(1) = 3$ ، $g'(1) = 5$ و $f(1) = 1$ ، مقدار مشتق $(f + g)$ of در $x = 1$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳	

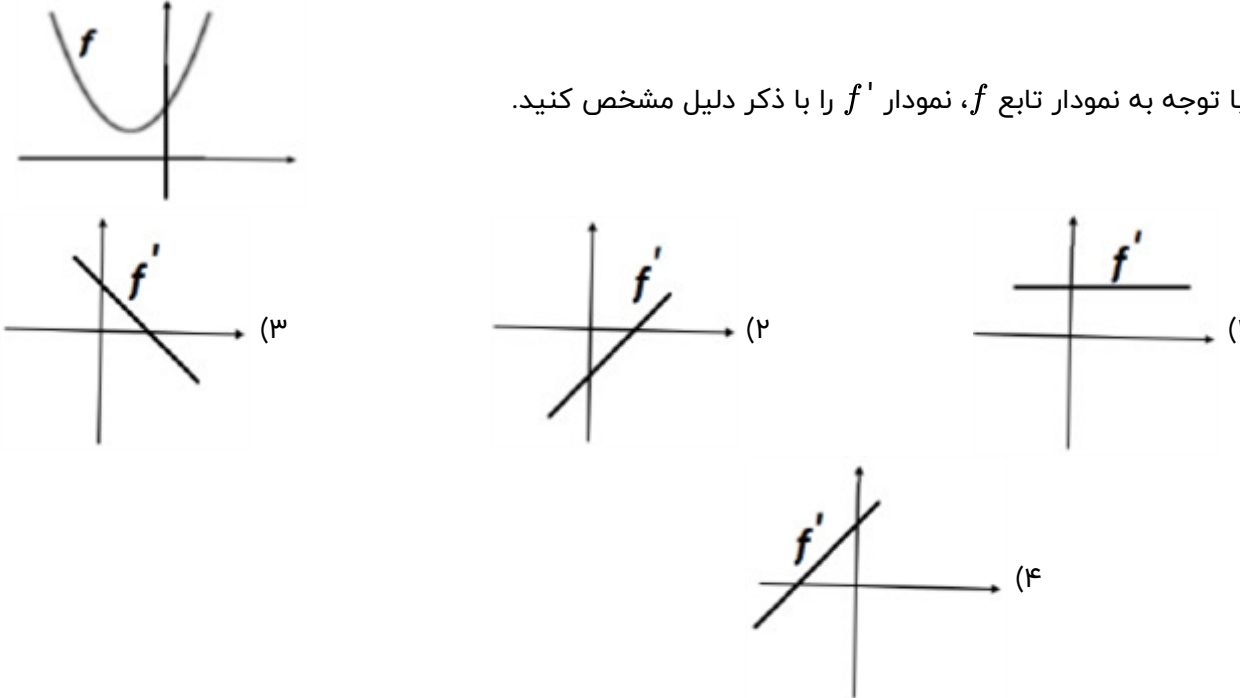
۹	<p>مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases}$ را در نقطه $x = 0$ به کمک تعریف مشتق بررسی کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>
۱۰	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>اگر $f'(4) = 2$ و $f(4) = -1$، خط مماس بر نمودار f در $x = 4$، محور yها را در نقطه‌ای به عرض قطع می‌کند.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>
۱۱	<p>معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^3 + t - 1$ است:</p> <p>الف) سرعت متوسط متحرک در بازه $[1, 2]$ را محاسبه کنید.</p> <p>ب) سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظه $t = 2$ چقدر است؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p>
۱۲	<p>مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)</p> <p>الف) $f(x) = (2\sqrt{x} + 1)(x^4 - 2x)$</p> <p>ب) $g(x) = \frac{3x + 1}{x^5 - x + 1}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p>
۱۳	<p>خط d در نقطه با طول $x = 2$ بر نمودار تابع $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ مماس است. با توجه به شکل مقدار a (نقطه برخورد خط d با محور xها) را بیابید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p>
۱۴	<p>آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x+5}$ را وقتی متغیر از $x = -1$ به $x = 4$ تغییر می‌کند، به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p>
۱۵	<p>اگر $f(x) = 2x^3 + 1$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشند. حاصل $(f+g)'(4) + (f \times g)'(1)$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p>
۱۶	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)</p> <p>الف) $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{1 - \sin x}$</p> <p>ب) $g(x) = \cos^3(x^2)$</p> <p>پ) $h(x) = (3x + 5)^6$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲</p>

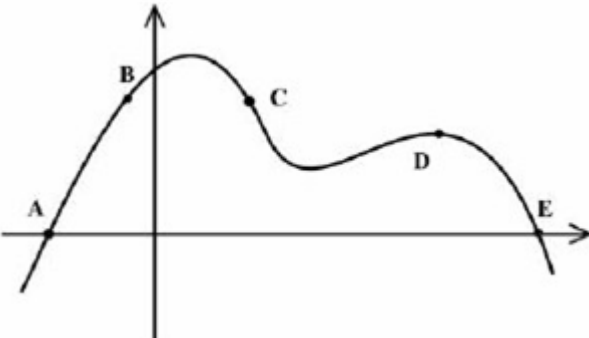
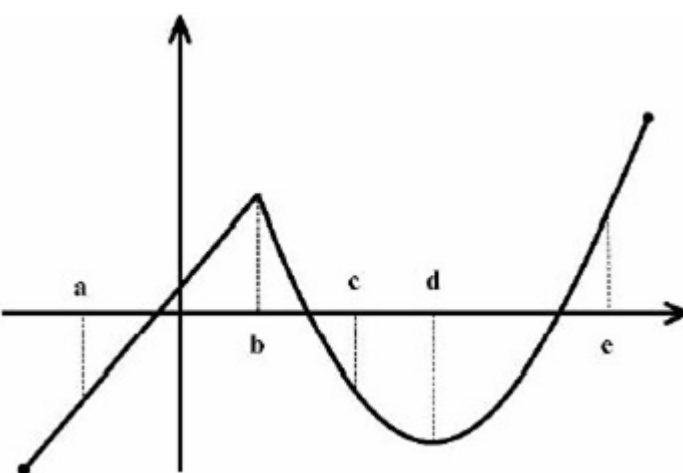
۱۷	تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \leq 1 \\ x + 1 & x > 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. مشتق‌پذیری تابع را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۱۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - تابعی وجود ندارد که برای آن شرایط $f(a) = 0$ و $f'(a) = 0$ برقرار باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۱۹	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 + 2t + 3$ برحسب متر در بازه زمانی $[0, 2]$ (ت برحسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 2]$ با هم برابرند؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۲۰	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $g(x) = \frac{(2x - 1)^4}{x^3 + 8}$ ب) $f(x) = \sqrt{2x + 1}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۲۱	اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ آن‌گاه به کمک تعریف مشتق نشان دهید: $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۲۲	جمله‌ی زیر را کامل کنید. اگر $f(x) = -x^3$ آن‌گاه $f''(1)$ برابر است با سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۲۳	تابعی با ضابطه $f(x) = \frac{3x - 6}{x^2 + 2}$ را در نظر بگیرید: الف) آهنگ تغییر متوسط در بازه $[-2, 0]$ را به دست آورید. ب) آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = -1$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۲۴	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = (x^4 + 2x)(\sqrt{x})$ ب) $g(x) = 3 \operatorname{tg} x - \operatorname{Sin}^2(2x)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۲۵	با استفاده از تعریف مشتق تابع، مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x - 2}$ را در نقطه $x = 2$ بررسی نمایید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

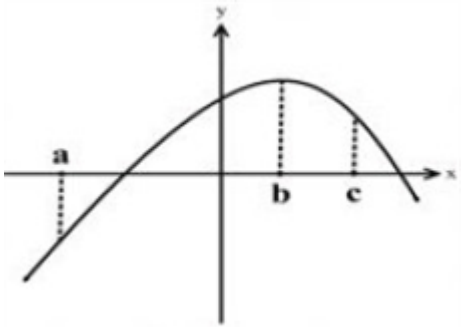
	<p>با توجه به نمودار تابع مقابل:</p> <p>الف) در کدام نقطه مقدار تابع و مقدار مشتق تابع منفی است؟</p> <p>ب) در کدام نقطه مقدار تابع و مقدار مشتق تابع برابر صفر است؟</p> <p>پ) در بین نقاط داده شده کدام نقطه بیشترین شیب را دارد؟</p> <p>ت) شیب نقاط D و A را با هم مقایسه نمایید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p>	۲۶
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.</p> <p>- اگر تابعی صعودی باشد، آهنگ تغییر متوسط آن همواره صعودی است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p>	۲۷
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.</p> <p>- تابع f روی بازه (a, b) مشتق‌پذیر است هرگاه، در هر نقطه این بازه مشتق‌پذیر باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲</p>	۲۸
	<p>آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = ۲x^۲ + ۵x + ۱$ در نقطه‌ای به طول $x = ۲$ چند برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[-۲, ۰]$ است؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>	۲۹
	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)</p> <p>الف) $f(x) = (\sqrt{۳x + ۲})(x^۳ + ۴)$</p> <p>ب) $g(x) = \frac{-۷x^۲ + ۱}{x - ۶}$</p> <p>پ) $h(x) = (۲x^۵ - ۱)^۴$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>	۳۰

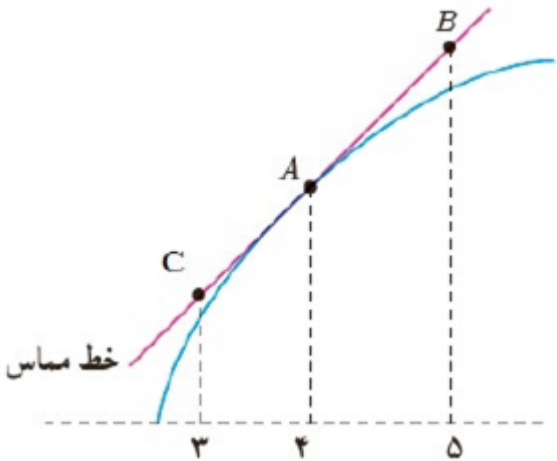
	<p>با توجه به نمودارهای توابع f و g حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2}$ چند برابر $f'(2)$ است؟</p> 	۳۱
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - نقطه $(1, 1)$ یک نقطه گوشه‌ای برای تابع $f(x) = 2 - x^2$ است.</p>	۳۲
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲	<p>در تابعی با ضابطه $f(t) = \frac{120}{t} + 5$ مجموع آهنگ لحظه‌ای تغییر در لحظه $t = 2$ و آهنگ متوسط تغییر تابع $f(t)$ در بازه $[4, 6]$ را بیابید.</p>	۳۳
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)</p> <p>الف) $f(x) = (5x^3 - x)^9 (\sqrt{2x + 1})$ ب) $g(x) = \frac{4 \tan x}{3x^2 - 1}$</p>	۳۴
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲	<p>اگر $f(x) = \cos 2x$ باشد، مقدار $f''\left(\frac{\pi}{8}\right)$ را به دست آورید.</p>	۳۵
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲	<p>با استفاده از تعریف مشتق نشان دهید اگر $f(x) = \sqrt{x}$، $x > 0$، آنگاه $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.</p>	۳۶
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲	<p>مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & x < 1 \\ 2x^2 - 3 & x \geq 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.</p>	۳۷
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	<p>جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم، جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می‌گیریم. فرض کنیم ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -4t^2 + 40t$ به دست می‌آید. الف) سرعت متوسط در بازه $[2, 4]$ را بیابید. ب) در چه زمانی سرعت لحظه‌ای آن برابر ۱۶ متر بر ثانیه است؟</p>	۳۸

	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف) $f(x) = x(x-1)(x+1)$ ب) $g(x) = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3$ ۳۹</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p>
	<p>نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1}+2 & x \geq 2 \\ (x-1)^2 & x < 2 \end{cases}$ به صورت مقابل است:</p>  <p>الف) آیا تابع f در نقطه $x = 2$ مشتق‌پذیر است؟ ب) آیا تابع در بازه $(-\infty, 2)$ مشتق‌پذیر است؟ چرا؟ پ) مشتق راست تابع f در نقطه $x = 2$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p>
	<p>نمودار تابع f به صورت مقابل رسم شده است. اگر خط d در نقطه A بر نمودار تابع f مماس باشد:</p> <p>الف) حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ را بیابید. ب) شیب خط‌های مماس در نقاط A و B را مقایسه کنید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p>
	<p>یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t$ گرم است. در چه لحظه‌ای، آهنگ رشد جرم توده باکتری برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه زمانی $0 \leq t \leq 4$ می‌شود؟ ۴۲</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p>

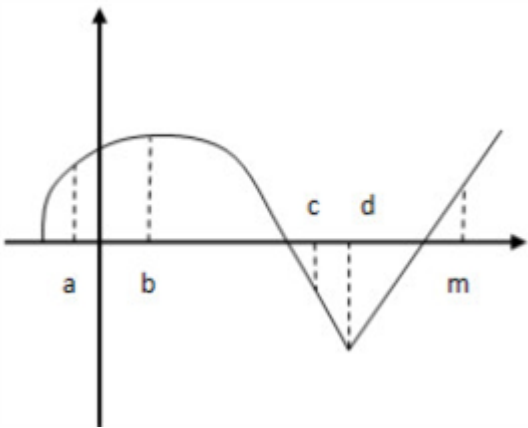
۴۳	<p>با توجه به نمودار تابع f، نمودار f' را با ذکر دلیل مشخص کنید.</p>  <p>(۱) (۲) (۳) (۴)</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p>
۴۴	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)</p> <p>الف) $f(x) = \sqrt[3]{x}(3x^2 + 2)$ ب) $g(x) = \cos^2(2x) - \frac{1}{x}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p>
۴۵	<p>معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ را در نقطه‌ای به طول $x = 0$ واقع بر نمودار تابع بنویسید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p>
۴۶	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)</p> <p>الف) $f(x) = \frac{-2x + 3}{x + 4}$ ب) $g(x) = (\sqrt{3x + 1})(x^2 + 2x)$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>
۴۷	<p>معادله نیم مماس راست تابع $f(x) = x^2 - 1$ را در نقطه‌ای به طول $x = 1$ واقع بر منحنی بنویسید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>

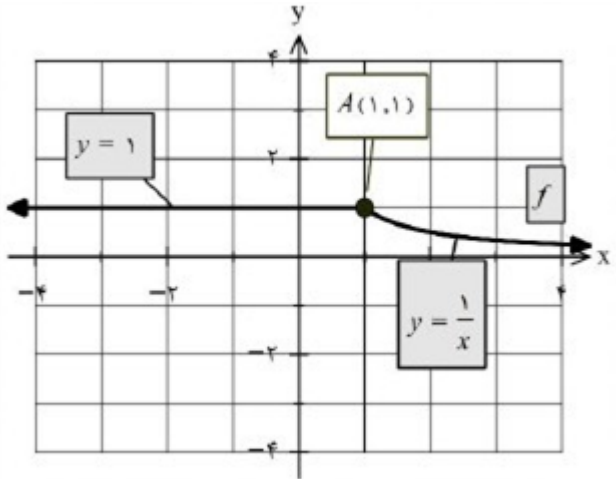
<p>۴۸</p>	<p>از بین نقاط مشخص شده A و B و C و D و E روی نمودار مقابل، در کدام نقطه: الف) مقدار تابع صفر ولی مقدار مشتق آن مثبت است؟ ب) مقدار تابع مثبت ولی مقدار مشتق آن منفی است؟</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>
<p>۴۹</p>	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - تابع $y = (x^2 - 1)[x]$ در $x = 1$ مشتق پذیر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>
<p>۵۰</p>	<p>معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 - t + 3$ برحسب متر است. (t برحسب ثانیه است). الف) سرعت متوسط تابع در بازه $[0, 3]$ را به دست آورید. ب) سرعت لحظه‌ای تابع را در $t = 4$ به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>
<p>۵۱</p>	<p>با در نظر گرفتن نمودار تابع f در شکل مقابل از بین نقاط مشخص شده مطلوب است طول نقطه‌ای که: الف) تابع در آن مشتق پذیر نیست. ب) مماس در آن موازی محور طول‌هاست پ) مشتق و مقدار تابع در آن مثبت است.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>
<p>۵۲</p>	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>الف) $f(x) = (4x^2 - 5x)^3(\sqrt{x} + 1)$ ب) $g(x) = \frac{9x + 1}{x - x^2}$ پ) $h(x) = \sin(3x^2)$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>

۵۳	<p>مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$ را در $x = 1$ بررسی کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>
۵۴	<p>معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ برحسب متر در بازه $[0, 5]$ (ت برحسب ثانیه) داده شده است. <u>سرعت متوسط</u> را در بازه زمانی $[0, 5]$ و <u>سرعت لحظه‌ای</u> را در لحظه $t = 2$ به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>
۵۵	<p>مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> $f(x) = \sqrt{\frac{9x - 2}{x + 1}}$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>
۵۶	<p>اگر $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x < 0 \\ x^2 + 3x + 1 & x \geq 0 \end{cases}$ در $x = 0$ مشتق‌پذیر باشد، مقدار a را محاسبه کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>
۵۷	<p>اگر توابع f, g مشتق‌پذیر باشند و $f(2) = 3, f'(2) = 5, g(2) = 8, g'(2) = -6$ حاصل $(fg)'(2)$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>
۵۸	<p>با توجه به نمودار تابع f، اگر شیب خط مماس در نقاط a, b, c به ترتیب با m_a, m_b, m_c نمایش داده شود. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟</p>  <p> $m_c = m_b = m_a$ (۴) $m_a > m_b > m_c$ (۳) $m_b > m_a > m_c$ (۲) $m_c > m_b > m_a$ (۱) </p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>
۵۹	<p>اگر سرعت متوسط یک متحرک در یک بازه برابر ۲ متر بر ثانیه باشد و معادله حرکت متحرک به صورت $f(t) = t^2 - t$ برحسب متر باشد. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای متحرک برابر سرعت متوسط آن است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>
۶۰	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>الف) $f(x) = (-3x^2 + x)^5 (2x)$</p> <p>ب) $g(x) = 5 \operatorname{tg} x + \sin x^2$</p> <p>پ) $h(x) = \frac{2}{x}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>

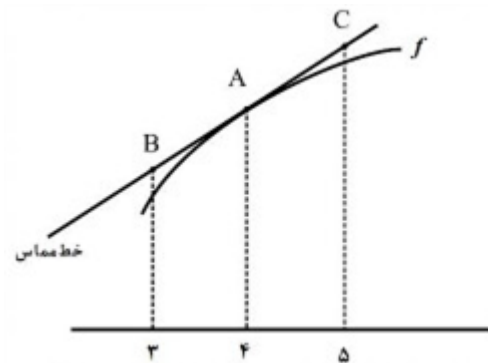
۶۱	<p>برای تابع f در شکل مقابل داریم: $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 25$. با توجه به شکل مختصات نقاط B و C را بیابید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p>
۶۲	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)</p> <p>الف) $f(x) = (x^2 - 6)^2 \left(\frac{1}{6}x + 1 \right)$</p> <p>ب) $g(x) = \sin^2(5x)$</p> <p>پ) $h(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^3 - 2x + 1}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p>
۶۳	<p>دوچرخه‌سواری طبق معادله $d(t) = \frac{1}{3}t^3 + 10t$ حرکت می‌کند که در آن $0 \leq t \leq 6$ برحسب ثانیه است. سرعت لحظه‌ای در $t = 2$ چه قدر است؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p>
۶۴	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.</p> <p>- اگر تابع f در $x = a$ پیوسته باشد و در این نقطه، مشتق چپ و راست نامتناهی باشد آنگاه $f'(a)$ وجود ندارد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>
۶۵	<p>مشتق‌پذیری تابع $f(x) = 2x - 4$ را در $x = 2$ بررسی کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>
۶۶	<p>برای تابع $f(x) = x^3 - 8$ در نقطه تقاطع آن با محور xها معادله خط مماس را بنویسید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>
۶۷	<p>معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ برحسب متر در بازه $[0, 5]$ (t برحسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p>

۶۸	<p>جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.</p> <p>- اگر $f'(5) = 2$ و $g'(5) = -1$ در این صورت $(f - g)'(5)$ برابر با است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p>										
۶۹	<p>در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < -1 \\ x + 2 & x \geq -1 \end{cases}$ نشان دهید $f'_+(-1)$ و $f'_-(-1)$ موجودند، ولی $f'(-1)$ موجود نیست.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p>										
۷۰	<p>مشتق‌پذیری تابع مقابل را در نقطه $x = -1$ بررسی کنید.</p> $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq -1 \\ 2x + 6 & x < -1 \end{cases}$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p>										
۷۱	<p>مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>الف) $f(x) = (x^2 + 2x - 1)^5$ ب) $g(x) = (\sqrt{3x + 2})(x^2 + 1)$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p>										
۷۲	<p>اگر توابع f, g مشتق‌پذیر باشند و $f'(1) = 3$ و $g'(1) = 5$ مقادیر $(3f + 2g)'(1)$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p>										
۷۳	<p>اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$ نشان دهید $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ موجودند ولی $f'(0)$ موجود نیست.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p>										
۷۴	<p>مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف) $f(x) = (x^2 + 2x + 1)^5$ ب) $g(x) = \frac{x}{\sqrt{3x + 2}}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p>										
۷۵	<p>تابع با ضابطه $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ متوسط قد کودکان تا شصت ماهگی را نشان می‌دهد که در آن x مدت زمان پس از تولد (برحسب ماه) است.</p> <p>الف) آهنگ تغییر متوسط رشد در بازه‌ی زمانی $[0, 25]$ چه قدر است؟</p> <p>ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر قد در ۴۹ ماهگی چه قدر است؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p>										
۷۶	<p>با در نظر گرفتن نمودار تابع f در شکل زیر، نقاط به طول‌های a, b, c, d را با مشتق‌های داده در جدول نظیر کنید.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$f'(x)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۰/۵</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-۰/۵</td> </tr> </tbody> </table> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p>	x	$f'(x)$		۰		۰/۵		۲		-۰/۵
x	$f'(x)$										
	۰										
	۰/۵										
	۲										
	-۰/۵										

۷۷	<p>تابعی با ضابطه $f(t) = \frac{240}{t}$ مفروض است. آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در لحظه $t = 4$ از آهنگ متوسط تغییر تابع f از لحظه $t = 3$ تا $t = 5$ چه مقدار بیش‌تر است؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p>
۷۸	<p>جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.</p> <p>- شیب خط مماس بر منحنی $y = 1 - 5x^2 - 2x$ در نقطه‌ای به طول ۲- واقع بر آن برابر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p>
۷۹	<p>مشتق‌پذیری تابع $f(x) = 4x(1 - x)$ را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p>
۸۰	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)</p> <p>الف) $f(x) = \frac{4 \sin \frac{x}{4}}{x^2 + \sqrt{x}}$</p> <p>ب) $g(x) = 3x(x^2 - 6x)^2 + \cos 2x$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p>
۸۱	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)</p> <p>الف) $f(x) = (\sqrt{3x} + 1)(2x^3 - 1)$</p> <p>ب) $g(x) = 3 \operatorname{tg}^2 x + \cos x^2$</p> <p>پ) $h(x) = \frac{x^2 - 3x}{5x}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۸۲	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.</p> <p>- تابع $f(x) = [x]$ در نقطه $x = 0$ مشتق‌پذیر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p>
۸۳	<p>با توجه به نمودار f به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) طول نقطه‌ای که مشتق در آن صفر است را بنویسید.</p> <p>ب) طول نقطه «گوشه‌ای» را بنویسید.</p> <p>پ) طول نقطه‌ای که در آن مقدار تابع و شیب خط هر دو منفی است، را بنویسید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>

۸۴	<p>جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می‌گیریم. فرض کنید ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می‌آید. مطلوب است:</p> <p>الف) سرعت متوسط در بازه $[1, 2]$ ب) سرعت لحظه‌ای در زمان $t = 3$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۸۵	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>- اگر تابع f در $x = a$ مشتق‌پذیر باشد، آن‌گاه f در a است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۸۶	<p>معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^3 - 2x$ را در نقطه $A(1, f(1))$ به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۸۷	<p>مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف) $f(x) = \frac{x^9 - 2}{\sqrt{x}}$ ب) $g(x) = (3x^2 - 4)(2x - 5)^3$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۸۸	<p>جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. جهت حرکت را به طرف بالا مثبت در نظر می‌گیریم. ارتفاع از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می‌آید:</p> <p>الف) سرعت متوسط جسم را در بازه $[5, 8]$ به دست آورید.</p> <p>ب) مشخص کنید در چه لحظه‌ای سرعت جسم $35 \frac{m}{s}$ است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۸۹	<p>با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ تابع f در نقطه‌ی A، نشان دهید که تابع f در نقطه A مشتق‌پذیر نیست.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>

برای تابع f در شکل روبه‌رو داریم $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 24$ با توجه به شکل، مختصات نقاط B و C را بیابید.



$$\text{الف) } \left. \begin{aligned} \text{آهنگ متوسط در بازه } [0, 2] &= \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{2 - 0}{2} = 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{ب) } \text{آهنگ لحظه ای} = f'(x) = 2x - 1 \Rightarrow 2x - 1 > 1 \Rightarrow x > 1$$

$$f'(x) = 3(x-1)^2 + \frac{5(\sqrt{2x-1}) - \frac{2}{\sqrt{2x-1}}(5x+3)}{(\sqrt{2x-1})^2}$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - 4| - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -4$$

۴ فرض کنیم $y = ax + b$ ، خط مماس بر منحنی f در نقطه $(2, 4)$ واقع بر آن باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3 \Rightarrow f'(2) = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$y = 3x + b \xrightarrow{(2,4)} b = -2 \Rightarrow y = 3x - 2$$

۵ نادرست

$$\text{الف) } \frac{h(4) - h(3)}{4 - 3} = \frac{80 - 75}{1} = 5$$

$$\text{دوم} \text{ روش} : \text{سرعت متوسط} = h'(3/5) = -10(3/5) + 40 = 5$$

$$\text{ب) } h'(t) = -10t + 40 \Rightarrow -10t + 40 = 20 \Rightarrow t = 2$$

$$\text{الف) } f'(x) = 2 \times 3x^2(x^2 + 1)(\sqrt{3x+2}) + \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^2 + 1)^2$$

$$\text{ب) } g'(x) = 2 \times 3 \times \cos 3x \sin 3x + 2x(1 + \tan^2(x^2))$$

(اگر دانش‌آموزی به صورت $3 \sin^2 x$ بنویسد، نمره بارم این قسمت تعلق گیرد.)

$$((f+g) \circ f)'(1) = f'(1) \times (f+g)'(f(1)) = f'(1) \times (f'(1) + g'(1)) = 3 \times (3 + 5) = 24$$

۹ f پیوسته است.

$$\left. \begin{aligned} f'_-(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x| - 0}{x} = -1 \\ f'_+(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 0}{x} = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f'_-(0) \neq f'_+(0) \text{ مشتق ناپذیر}$$

۱۰ -۹

$$\text{الف)} \frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = 15$$

$$\text{ب)} f'(t) = 6t^5 + 1 \Rightarrow f'(2) = 25$$

$$\text{الف)} f'(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right) (x^5 - 2x) + (5x^4 - 2)(\frac{1}{2}\sqrt{x} + 1)$$

$$\text{ب)} g'(x) = \frac{3(x^5 - x + 1) - (5x^4 - 1)(3x + 1)}{(x^5 - x + 1)^2}$$

$$f'(x) = -2x + 6 \Rightarrow f'(2) = 2$$

$$d: (2, 3), (a, 4) : 2 = \frac{4 - 3}{a - 2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{f(4) - f(-1)}{4 - (-1)} = \frac{3 - 2}{5} = \frac{1}{5}$$

$$(f + g)'(4) = f'(4) + g'(4) = (6(4)^5) + \frac{1}{2\sqrt{4}} = 96 + \frac{1}{4}$$

$$f'(1)g(1) + g'(1)f(1) = (6)(1) + \left(\frac{1}{2} \right) (3) = 6 + \frac{3}{2}$$

$$(f + g)'(4) + (f \times g)'(1) = 96 + \frac{1}{4} + 6 + \frac{3}{2} = \frac{415}{4}$$

$$\text{الف)} f'(x) = \frac{5(1 + \tan^2 x)(1 - \sin x) - (-\cos x)(5 \tan x)}{(1 - \sin x)^2}$$

$$\text{ب)} g'(x) = -5 \cos^5(x^5) \times 5x \times \sin(x^5)$$

$$\text{پ)} h'(x) = 6 \times 3 \times (3x + 5)^5$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + 1 - 2}{x - 1} = 1$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = 3$$

$f'_+(1) \neq f'_-(1)$ در نتیجه تابع در $x = 1$ مشتق پذیر نیست.

۱۸ نادرست

$$f'(t) = 2t + 2$$

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{11 - 3}{2} = 4$$

$$2t + 2 = 4 \Rightarrow t = 1$$

$$\text{الف)} \quad g'(x) = \frac{4 \times 2 \times (2x - 1)^2 (x^2 + 8) - 2x^2 (2x - 1)^2}{(x^2 + 8)^2}$$

۲۰

$$\text{ب)} \quad f'(x) = \frac{2}{2\sqrt[2]{(2x+1)^2}}$$

$$f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{x(x+h)} = -\frac{1}{x^2}$$

۲۱

-۶

۲۲

$$\text{الف)} \quad \frac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)} = \frac{-3 + 2}{2} = -\frac{1}{2}$$

۲۳

$$\text{ب)} \quad f'(x) = \frac{-2x^2 + 12x + 6}{(x^2 + 2)^2} \Rightarrow f'(-1) = -1$$

$$\text{الف)} \quad f(x) = (x^2 + 2x)(\sqrt{x}) \Rightarrow f'(x) = (2x + 2)(\sqrt{x}) + \frac{1}{2\sqrt{x}}(x^2 + 2x)$$

۲۴

$$\text{ب)} \quad g(x) = 2 \operatorname{tg} x - \sin^2(2x) \Rightarrow g'(x) = 2(1 + \operatorname{tg}^2 x) - 2 \sin 2x \cos 2x$$

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{(x-2)^2}} = +\infty$$

۲۵

تابع در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر نیست.

ت) $m_D > m_A$

پ) C

ب) B

الف) E

۲۶

نادرست

۲۷

درست

۲۸

$$f'(x) = 4x + 5 \Rightarrow f'(2) = 13$$

$$\frac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)} = \frac{1 - (-1)}{2} = 1$$

۲۹

پس آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه $x = 2$ ، برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[-2, 0]$ است.

$$\text{الف)} \quad f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^2 + 2) + 3x^2(\sqrt{3x+2})$$

۳۰

$$\text{ب)} \quad g'(x) = \frac{(-14x)(x-6) - (1)(-2x^2+1)}{(x-6)^2}$$

$$\text{پ)} \quad h'(x) = 2(2x^5 - 1)^2(10x^4)$$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - f(2)g(x)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 5f'(2)\end{aligned}$$

۳۱

۳۲ نادرست

$$f'(t) = \frac{-120}{t^2} \Rightarrow f'(2) = \frac{-120}{4} = -30$$

۳۳

$$\begin{aligned}\text{آهنگ متوسط} &= \frac{f(6) - f(4)}{6 - 4} = \frac{\left(\frac{120}{6} + 5\right) - \left(\frac{120}{4} + 5\right)}{6 - 4} = \frac{20 - 30}{2} = -5 \\ &\Rightarrow -30 - 5 = -35\end{aligned}$$

$$\text{الف)} \quad f'(x) = (15x^2 - 1)(2x^2 - x)^{\frac{1}{2}} (\sqrt{2x+1}) + \left(\frac{2}{\sqrt{2x+1}}\right)(2x^2 - x) \quad (\text{ص } 94)$$

۳۴

$$\text{ب)} \quad g'(x) = \frac{4(1 + \tan^2 x)(3x^2 - 1) - (6x) \times (4 \tan x)}{(3x^2 - 1)^2} \quad (\text{ص } 96)$$

$$f'(x) = -2 \sin 2x \Rightarrow f''(x) = -4 \cos 2x$$

۳۵

$$f''\left(\frac{\pi}{4}\right) = -4 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = -4\sqrt{2} \quad (\text{ص } 101)$$

$$\begin{aligned}f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+h} - \sqrt{x})(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (\text{ص } 93)\end{aligned}$$

۳۶

(در صورت استفاده از فرمول‌های دیگر مشتق، بارم به تناسب تقسیم شود.)

۳۷ تابع پیوسته است.

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 - 3 + 1}{x - 1} = 4$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x - 4 + 1}{x - 1} = 3$$

در نقطه $x = 1$ مشتق ناپذیر است. $f'_+(1) \neq f'_-(1)$

(در صورت استفاده از فرمول‌های دیگر مشتق، برای محاسبه مشتق چپ و راست، بارم به تناسب تقسیم شود.)

$$\text{الف)} \quad \text{سرعت متوسط} = \frac{h(4) - h(2)}{4 - 2} = \frac{96 - 64}{2} = 16$$

۳۸

$$\text{ب)} \quad h'(t) = -8t + 40 = 16 \Rightarrow t = 3$$

الف) $f(x) = x^3 - x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 1$

ب) $g'(x) = 3 \left(\frac{3x-1}{x+1} \right)^2 \left(\frac{3(x+1) - 1(3x-1)}{(x+1)^3} \right)$

۴۰ الف) خیر - چون ناپیوسته است.

ب) بله، در تمام نقاط بازه $(-\infty, 2)$ مشتق پذیر است.

پ) $x \geq 2 : f(x) = \sqrt{x-1} + 2 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \Rightarrow f'_+(2) = \frac{1}{2}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) = \frac{4}{2} = 2$

ب) $m_A > m_B$

$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 \Rightarrow \text{آهنگ متوسط} = \frac{10 - 0}{4 - 0} = \frac{5}{2}$

$\frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 = \frac{5}{2} \Rightarrow \sqrt{t} = 1 \Rightarrow t = 1$

۴۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مشتق سهمی، تابع خطی (غیرثابت) است. چون طول نقطه مینیمم، منفی است پس f'

محور x ها را در ناحیه $x < 0$ قطع می کند.

x	$x_S < 0$	
f	نزولی	صعودی
f'	-	+

الف) $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x}}(3x^2 + 2) + \sqrt{3x}(3x)$

ب) $g'(x) = 3(-2 \sin 2x)(\cos 2x) - \left(-\frac{1}{x^2}\right)$

$f'(\cdot) = m = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt[3]{x} - \cdot}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = +\infty, A(\cdot, \cdot)$

معادله مماس قائم: $x = 0$

الف) $f'(x) = \frac{-2(x+4) - 1(-2x+3)}{(x+4)^2}$

ب) $g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}}(x^2 + 2x) + (2x+2)(\sqrt{3x+1})$

$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x^2 - 1| - \cdot}{x - 1} = 2 \Rightarrow y - \cdot = 2(x - 1)$

ب) C

الف) A

الف) $\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{18 - 3}{3} = 5$

۵۰

ب) $f'(t) = 4t - 1 \Rightarrow f'(4) = 15$

پ) e

د) b

الف) ۵۱

الف) $f'(x) = 3(4x^2 - 5x)^2(8x - 5)(\sqrt{x} + 1) + \frac{1}{2\sqrt{x}}(4x^2 - 5x)^3$

۵۲

ب) $g'(x) = \frac{9(x - x^2) - (1 - 2x)(9x + 1)}{(x - x^2)^2}$

پ) $h'(x) = 8x \cos(3x^2)$

۵۳ تابع در $x = 1$ پیوسته است.

$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = 2, f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x - 1 - 2}{x - 1} = 3$

$f'_+(1) \neq f'_-(1)$ پس تابع در $x = 1$ مشتق پذیر نمی باشد.

$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{30 - 10}{5} = 4$

۵۴

$f'(t) = 2t - 1 \Rightarrow f'(2) = 2(2) - 1 = 3$

$f'(x) = \frac{9(x+1) - 1(9x-2)}{(x+1)^2} = \frac{2}{\sqrt{\frac{9x-2}{x+1}}}$

۵۵

۵۶ تابع f در نقطه $x = 0$ پیوسته است.

$f'_+(0) = 3, f'_-(0) = a \Rightarrow a = 3$

$(fg)'(2) = f'(2)g(2) + f(2)g'(2) = 5 \times 8 + 3(-6) = 22$

۵۷

۵۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$f'(t) = 3t^2 - 1 = 2 \Rightarrow 3t^2 = 3 \Rightarrow t = \pm 1 \Rightarrow t = 1$

۵۹

الف) $f'(x) = 5(-6x + 1)(-3x^2 + x)^4(2x) + (2)(-3x^2 + x)^5$

۶۰

ب) $g'(x) = 5(1 + \tan^2 x) + 2x \cos x$

پ) $h'(x) = \frac{-2}{x^2}$

$$A(۴, ۲۵) \Rightarrow ۱/۵ = \frac{y_B - ۲۵}{۵ - ۴}$$

$$B(۵, ۲۶/۵), C(۳, ۲۳/۵)$$

$$\text{الف) } f'(x) = ۳(۲x)(x^۲ - ۶)^۲ \left(\frac{۱}{۴}x + ۱ \right) + \frac{۱}{۴}(x^۲ - ۶)^۲$$

$$\text{ب) } g'(x) = ۱۵ \sin^۲(۵x) \cos(۵x)$$

$$\text{پ) } h'(x) = \frac{\left(\frac{۱}{\sqrt{x}} \right) (x^۳ - ۲x + ۱) - (۳x^۲ - ۲)(\sqrt{x})}{(x^۳ - ۲x + ۱)^۲}$$

$$d'(t) = t^۲ + ۱۰ \Rightarrow d'(۲) = ۱۴$$

۶۱

۶۲

۶۳

۶۴ درست

۶۵

تابع در این نقطه مشتق پذیر نمی باشد.

$$f'_{+}(۲) = \lim_{x \rightarrow ۲^{+}} \frac{|۲x - ۴|}{x - ۲} = \lim_{x \rightarrow ۲^{+}} \frac{۲(x - ۲)}{x - ۲} = ۲$$

$$f'_{-}(۲) = \lim_{x \rightarrow ۲^{-}} \frac{|۲x - ۴|}{x - ۲} = \lim_{x \rightarrow ۲^{-}} \frac{-۲(x - ۲)}{x - ۲} = -۲$$

$$\Rightarrow f'_{+}(۲) \neq f'_{-}(۲)$$

$$x^۲ - ۸ = ۰ \Rightarrow x = ۲ \Rightarrow (۲, ۰)$$

$$f'(x) = ۳x^۲ \Rightarrow m = f'(۲) = ۱۲, y - ۰ = ۱۲(x - ۲) \Rightarrow y = ۱۲x - ۲۴$$

$$\text{سرعت متوسط} \Rightarrow \frac{f(۵) - f(۰)}{۵ - ۰} = ۴$$

$$\text{سرعت لحظه ای} \Rightarrow f'(t) = ۲t - ۱ = ۴ \Rightarrow t = \frac{۵}{۲}$$

۶۶

۶۷

۵ ۶۸

۶۹ $f'(-۱)$ موجود نیست.

$$f'_{+}(-۱) = \lim_{x \rightarrow (-۱)^{+}} \frac{x + ۲ - ۱}{x + ۱} = ۱$$

$$f'_{-}(-۱) = \lim_{x \rightarrow (-۱)^{-}} \frac{x^۲ - ۱}{x + ۱} = -۲$$

$$\Rightarrow f'_{+}(-۱) \neq f'_{-}(-۱)$$

$$f'_{+}(-۱) = \lim_{x \rightarrow -۱^{+}} \frac{x^۲ + ۳ - ۴}{x - (-۱)} = -۲$$

$$f'_{-}(-۱) = \lim_{x \rightarrow -۱^{-}} \frac{۲x + ۶ - ۴}{x - (-۱)} = ۲$$

$$\Rightarrow f'_{+}(-۱) \neq f'_{-}(-۱)$$

۷۰ تابع در $x = ۱$ پیوسته است.

$f'(-۱)$ موجود نیست.

الف) $f'(x) = 5(x^2 + 2x - 1)^4 (2x + 2)$

ب) $g'(x) = \left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}} \right) (x^2 + 1) + (\sqrt{3x+2})(2x)$

$3f'(1) + 2g'(1) = 9 + 10 = 19$

$f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x - \cdot}{x - \cdot} = 1$

تابع در $x = \cdot$ پیوسته است.

$f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{x^2 - \cdot}{x - \cdot} = \cdot$

$f'_+(\cdot) \neq f'_-(\cdot)$ پس مشتق تابع در $x = \cdot$ موجود نیست.

الف) $f'(x) = 5(x^2 + 2x + 1)^4 (2x + 2)$

ب) $g'(x) = \frac{(1)(\sqrt{3x+2}) - \frac{3x}{2\sqrt{3x+2}}}{(\sqrt{3x+2})^2}$

الف) $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{85 - 50}{25} = \frac{7}{5}$

ب) $f'(49) = \frac{7}{2\sqrt{x}} = \frac{7}{2\sqrt{49}} = \frac{1}{2}$

x	a	b	c	d
$f'(x)$	-0.5	0.5	2	0

$f'(t) = \frac{-240}{t^2} \Rightarrow f'(4) = \frac{-240}{16} = -15$

$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} = \frac{48 - 80}{2} = -16$

$-15 - (-16) = 1$

$f(x) = \begin{cases} 4x - 4x^2 & x \geq 0 \\ 4x + 4x^2 & x < 0 \end{cases}$

$f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{4x - 4x^2}{x} = 4$

$f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{4x + 4x^2}{x} = 4 \Rightarrow f'_+(\cdot) = f'_-(\cdot)$ تابع مشتق پذیر است

$$\text{الف)} \quad f'(x) = \frac{\left(2 \cos \frac{x}{2}\right)(x^2 + \sqrt{x}) - \left(2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\left(2 \sin \frac{x}{2}\right)}{(x^2 + \sqrt{x})^2}$$

۸۰

$$\text{ب)} \quad g'(x) = 2 \times (x^2 - 2x)^2 + (2 \times (2x - 2)(x^2 - 2x)^2) \times 2x - 2 \sin 2x$$

$$\text{الف)} \quad f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x}}(2x^2 - 1) + (\sqrt{2x} + 1)(2x^2)$$

۸۱

$$\text{ب)} \quad g'(x) = 2 \operatorname{tg} x(1 + \operatorname{tg}^2 x) + 2x(-\sin x^2)$$

$$\text{پ)} \quad h'(x) = \frac{(2x - 2)(5x) - (5)(x^2 - 2x)}{(5x)^2}$$

۸۲ نادرست

$$\text{الف)} \quad x = b$$

$$\text{ب)} \quad x = d$$

$$\text{پ)} \quad x = c$$

۸۳

$$\text{الف)} \quad \frac{h(2) - h(1)}{2 - 1} = 25 \text{ سرعت متوسط}$$

۸۴

$$\text{ب)} \quad h'(t) = -10t + 40 \Rightarrow h'(3) = 10 \text{ سرعت لحظه ای}$$

۸۵ پیوسته

$$f(1) = -1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 2 \Rightarrow f'(1) = 1 \Rightarrow y = x - 2$$

۸۶

$$\text{الف)} \quad f'(x) = \frac{9\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(9x - 2)}{(\sqrt{x})^2}$$

۸۷

$$\text{ب)} \quad g'(x) = (2x)(2x - 5)^2 + (2)(2)(2x - 5)^2(3x^2 - 4)$$

$$\text{الف)} \quad \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h(8) - h(5)}{8 - 5} = \frac{0 - (75)}{8 - 5} = -25$$

۸۸

$$\text{ب)} \quad h'(t) = -10t + 40 = 35 \Rightarrow t = 0.5$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x - 1} = -1$$

$$\Rightarrow f'_+(1) \neq f'_-(1)$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x - 1} = 0$$

۸۹

$f'(1)$ موجود نیست.



$$\frac{f(4) - f(3)}{4 - 3} = 1/5 \Rightarrow B(3, 22/5)$$

$$\frac{f(5) - f(4)}{5 - 4} = 1/5 \Rightarrow C(5, 25/5)$$



