



| ردیف | لطفاً پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید  | بارم  |
|------|--|---|
| ۱    | مجموعه جواب نامعادله $\frac{-(x-4)}{2x+1} \geq 0$ را به دست آورید.   | سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳          |
| ۲    | یک عکس به ابعاد ۱۵ در ۱۵ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۳۰۰ سانتی‌متر مربع، قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر $x$ باشد، مقدار $x$ را پیدا کنید.                    | سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳          |
| ۳    | درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.<br>جواب نامعادله قدرمطلقی $ x-3  < 2$ برابر بازه $(-1, 8)$ است.   | سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شیه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳ |
| ۴    | معادله‌های درجه‌ی دوم زیر را از روش‌های خواسته شده، حل کنید.<br>(فرمول کلی یا دلتا) $3x^2 - 5x + 2 = 0$ (الف)<br>(تجزیه) $4x^2 - 12x = 0$ (ب)<br>(ریشه زوج) $(x+3)^2 - 16 = 0$ (ج) | سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم انسانی    |
| ۵    | معادله‌های درجه‌ی دوم زیر را از روش‌های ذکر شده، حل کنید.<br>(دلتا) $3x^2 + 4x + 1 = 0$ (الف)<br>(ریشه زوج) $(x+1)^2 - 36 = 0$ (ب)   | سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم انسانی    |
| ۶    | نامعادله زیر را حل کنید و مجموعه جواب را به صورت بازه نمایش دهید.  | سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی     |

معادله‌های درجه دوم زیر را از روش‌های خواسته شده، حل کنید.

(تجزیه)  $5x = x^2$  (الف)

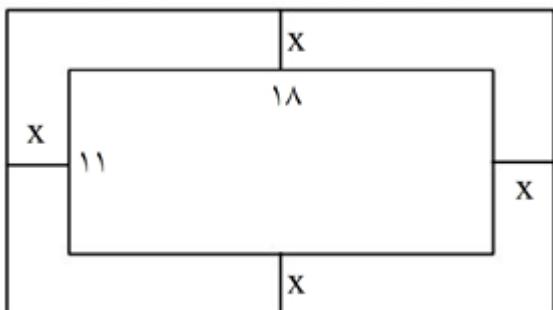
(فرمول کلی یا دلتا:  $\Delta = 9x^2 - 6x + 1 = 0$ ) (ب)

(ریشه زوج)  $x^2 - 81 = 0$  (ج)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم انسانی

۷

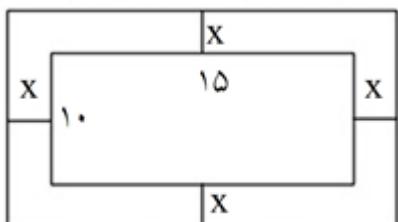
یک عکس به ابعاد ۱۱ در ۱۸ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۲۶۰ سانتی‌متر مربع قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر  $X$  باشد، مقدار  $X$  را پیدا کنید.



۸

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-۵هم

یک عکس به ابعاد ۱۵ در ۱۵ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۲۵۴ سانتی‌متر مربع قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر  $X$  باشد، مقدار  $X$  را پیدا کنید.



۹

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-۵هم

نمودار سهمی زیر رارسم کنید.

$$y = x^2 - 1$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-۵هم

۱۰

جاهاي خالي را پُر کنيد.

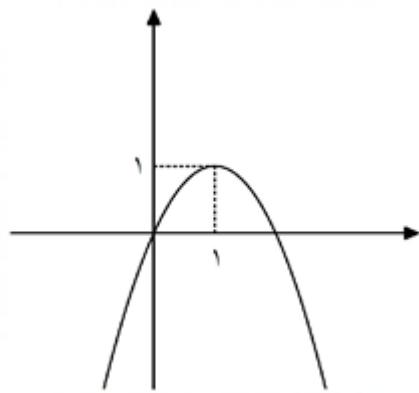
(الف) معادله سهمی  $y = x^2 - 6x + 13$  را به صورت مربع كامل ..... + ..... می‌توان نوشت.

(ب) در سهمی  $y = 2x^2 + 8x + 1$  محور تقارن ..... می‌باشد.

۱۱

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-۵هم

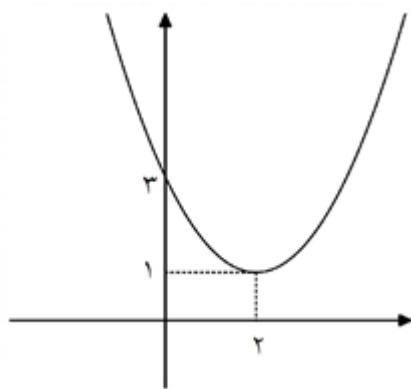
معادله سه‌می زیر را بنویسید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱\_۱۴۰۰\_دهم

۱۲

ضابطه سه‌می زیر را بنویسید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱\_۱۴۰۰\_دهم

۱۳

عبارت زیر را تعیین علامت کنید.

$$P = (x - 7)(x + 2)$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱\_۱۴۰۰\_دهم

۱۴

تعیین علامت کنید.

$$P(x) = \frac{x + 4}{x - 7}$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱\_۱۴۰۰\_دهم

۱۵

اگر معادله  $x^3 + 4x + k - 1 = 0$  دارای دو ریشه متمایز باشد، حدود  $k$  را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱\_۱۴۰۰\_دهم

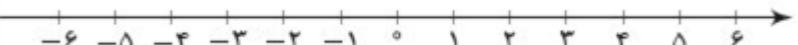
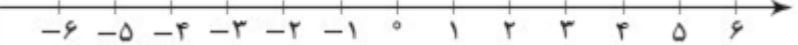
۱۶

نامعادله زیر را حل کنید.

$$\frac{2x + 1}{x + 4} < 1$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱\_۱۴۰۰\_دهم

۱۷

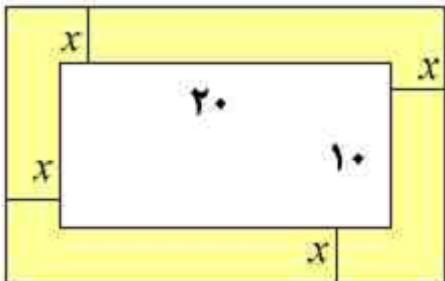
|   |    |
|---|----|
| <p>تعداد ضربان قلب، پس از <math>x</math> دقیقه کار سنگین بدنش، طبق رابطه‌ی <math>y = \frac{1}{8}x^2 - 30x + 200</math> به دست می‌آید.</p> <p>در چه زمان‌هایی پس از یک کار سنگین بدنش، تعداد ضربان قلب از ۱۱۵ بیشتر است؟ آیا تمام جواب‌های به دست آمده قابل قبول‌اند؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p>  | ۱۸ |
| <p>یک نامعادله‌ی قدرمطلقی بنویسید که مجموعه جواب آن بازه‌ی <math>(1, 9)</math> باشد.</p>  <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p>   | ۱۹ |
| <p>۱- نامعادله‌ی <math> x  \leq 3</math> را درنظر بگیرید. مجموعه جواب این نامعادله، شامل اعداد حقیقی <math>x</math> است که فاصله‌ی آن‌ها از مبدأ کوچک‌تر یا مساوی ۳ باشد. این اعداد را روی محور زیر نمایش دهید.</p>  <p>مجموعه‌ی مقادیری را که در نمودار بالا مشخص کرده‌اید، به صورت بازه بنویسید.</p> <p>۲- نامعادله‌ی <math> x  \geq 3</math> را درنظر بگیرید. مجموعه جواب این نامعادله، شامل اعداد حقیقی <math>x</math> است که فاصله‌ی آن‌ها از مبدأ بزرگ‌تر یا مساوی ۳ باشد. این اعداد را روی محور زیر نمایش دهید.</p>  <p>مجموعه‌ی مقادیری را که در نمودار بالا مشخص کرده‌اید، به صورت بازه بنویسید.</p> <p>۳- با استفاده از مراحل بالا، جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پر کنید.</p> $\left\{ \begin{array}{l}  x  \leq 3 \Rightarrow \dots \leq x \leq \dots \Rightarrow \dots \\  x  \geq 3 \Rightarrow x \leq \dots \dots x \leq \dots \Rightarrow \dots \end{array} \right. = \dots$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p> | ۲۰ |
| <p>در سهمی <math>3y + 2x = ax^2</math> خط <math>x = a</math> محور تقارن آن است. مقدار <math>a</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>   | ۲۱ |
| <p>جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>مجموعه جواب نامعادله <math> x ^6 \leq 6</math> بازه ..... است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>  | ۲۲ |
| <p>نمودار سهمی به معادله <math>y = x^6 - x^2</math> را رسم کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شهی نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p>   | ۲۳ |
| <p>نامعادله مقابله را به روش تعیین علامت حل کنید.</p> $\frac{3-x}{4+2x} > 0$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شهی نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p>   | ۲۴ |



۲۵

به کمک تشکیل معادله و حل آن، مسئله زیر را حل کنید.

یک عکس به ابعاد  $10 \times 20$  سانتی‌متر، درون یک قاب با مساحت  $600$  سانتی‌متر مربع قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر باشد، ابعاد این قاب عکس را پیدا کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شیه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳

۲۶

عبارت  $\frac{x^2 - 9}{x + 1}$  را با رسم جدول تعیین علامت کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شیه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳

۲۷

نمودار سهمی به معادله  $y = -2x^3 + 4x$  را با به دست آوردن مختصات رأس سهمی و استفاده از دو نقطه کمکی رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شیه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳

۲۸

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- عبارت  $x^2 + x + 1$  به ازای جمیع مقادیر  $x$  همواره منفی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شیه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳

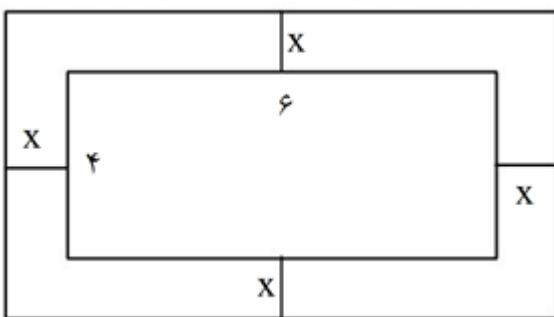
۲۹

اگر  $x = 5$  خط تقارن سهمی  $y = -2x^2 + kx - 1$  باشد، مقدار  $k$  را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

۳۰

یک عکس به ابعاد  $4 \times 6$  سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت  $80$  سانتی‌متر مربع قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر  $x$  باشد، مقدار  $x$  را پیدا کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

۳۱

مجموعه جواب نامعادله  $\frac{-(x+4)^2}{x+5} \geq 0$  را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

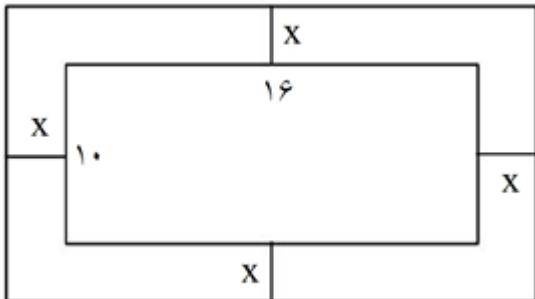
جواب نامعادله زیر را به صورت بازه بنویسید.

$$\frac{(x-1)^2}{x^2 - 9} < 0$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-۵-دهم

۳۲

یک عکس به ابعاد ۱۰ در ۱۶ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۲۸۰ سانتی‌متر مربع قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر  $x$  باشد، مقدار  $x$  را پیدا کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-۵-دهم

۳۳

در سهمی  $1$  در خط  $y = ax^2 + bx + c$  محور تقارن آن است. مقدار  $a$  را به دست آورید.

۳۴

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-۵-دهم

مجموعه جواب نامعادله  $\frac{-(x+1)}{5x-1} \leq 0$  را به دست آورید.

۳۵

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-۵-دهم

اگر  $x = 2$  یکی از ریشه‌های معادله  $(3m+1)x + 5m + 2 = 0$  باشد:  
 (الف) مقدار  $m$  را به دست آورید.  
 (ب) ریشه دیگر آن را بنویسید.

۳۶

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-۵-دهم

به ازای چه مقداری از  $k$ ، عبارت  $A = -x^2 + x + k - 1$  همواره منفی است؟

۳۷

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-۵-دهم

اگر  $x = -3$  یکی از ریشه‌های معادله  $(m-7)x^2 + 2m - 5 = 0$  باشد:  
 (الف) مقدار  $m$  را به دست آورید.  
 (ب) ریشه دیگر آن را بنویسید.

۳۸

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-۵-دهم

به ازای چه مقادیری از  $k$  عبارت  $A = 2x^2 - 7x + k$  همواره مثبت است؟

۳۹

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-۵-دهم

نمودار سهمی زیر رارسم کنید.

۴۰

$$y = 2x + x^2$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-۵-دهم



جاهای خالی را پُر کنید.

الف) در سهمی  $y = 2(x + 1)^2$  محور تقارن برابر ..... است.

ب) در سهمی  $y = x^2 - 2x + 5$  مختصات رأس سهمی ..... می باشد.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-۵-دهم

۴۱

مجموعه جواب نامعادله زیر را به شکل بازه بنویسید.

۴۲

$$\left| \frac{x-1}{5} - 2 \right| > 7$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-۵-دهم

عبارت زیر را تعیین علامت کنید.

۴۳

$$P(x) = \frac{x^2 - 4}{(x - 1)(x + 5)}$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-۵-دهم

اگر جواب نامعادله  $x^3 + ax + b \leq 0$  کدام است؟  $\left\{ \begin{array}{l} \frac{4c}{c-1}, \text{ باشد,} \\ 5 \end{array} \right.$

۴۴

۶۰

-۴۰

۵۰

۱۴۰

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-۵-دهم

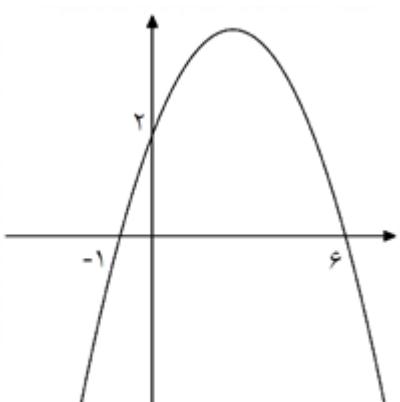
اگر جواب نامعادله  $x^3 - 2x^2 - 2c - 1 \geq 0$  باشد،  $c$  و  $b$  و  $a$  را حساب کنید.

۴۵

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-۵-دهم

معادله سهمی زیر را بنویسید.

۴۶



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-۵-دهم

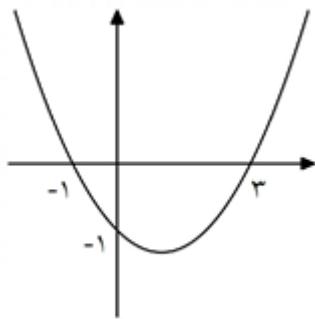
۴۷

عبارت زیر را تعیین علامت کنید.

$$P = 3x - 12$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-۵-دهم

معادله سه‌می زیر را بنویسید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰\_۵-دهم

۴۸

نامعادله‌ی زیر را حل کنید و مجموعه جواب آن را به صورت بازه نمایش دهید.

$$\frac{x-3}{x^2-9x+20} < 0$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰\_۵-دهم

۴۹

تعیین علامت کنید.

$$P(x) = \frac{2x+7}{x-4}$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰\_۵-دهم

۵۰

اگر معادله  $x^3 + 4x + m = 0$  دارای ریشه حقیقی نباشد، حدود  $m$  را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰\_۵-دهم

۵۱

اگر معادله  $x^3 + kx + 4 = 0$  دارای یک ریشه مضاعف باشد، مقدار  $k$  را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰\_۵-دهم

۵۲

اگر جدول تعیین علامت  $p(x) = \frac{(x-1)(x^2+ax+b)}{2x+c}$  به صورت زیر باشد  $a, b, c$  را حساب کنید.

|      |    |    |   |   |    |
|------|----|----|---|---|----|
| x    | -∞ | -2 | 1 | 3 | +∞ |
| p(x) | +  | o  | - | o | -  |

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۱۰۰\_۵-دهم

۵۳

اگر جواب تعیین علامت  $p(x) = \frac{(x-3)(ax^2+bx+10)}{2x+c}$  به صورت زیر باشد  $a, b, c$  را حساب کنید.

|      |    |    |   |   |    |
|------|----|----|---|---|----|
| x    | -∞ | -2 | 3 | 5 | +∞ |
| p(x) | +  | o  | - | o | -  |

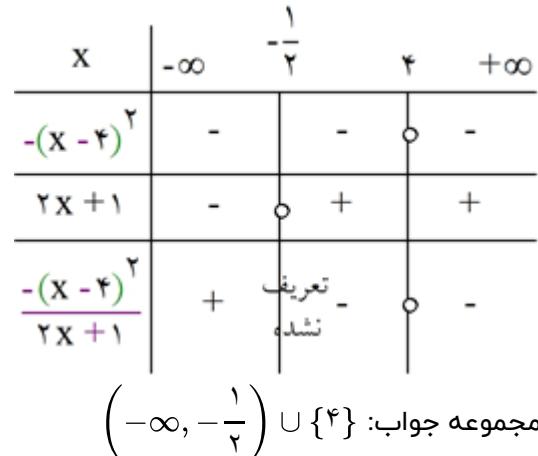
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۱۰۰\_۵-دهم

۵۴



$$-(x - 4)^2 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$



روش اول: استفاده از روش کلی در حل معادله درجه ۲

$$(10 + 2x)(15 + 2x) = 300 \Rightarrow 4x^2 + 50x - 150 = 0$$

$$\begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac \\ x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta = 4900 \\ x_1 = \frac{-50 + \sqrt{4900}}{2} = 0 \\ x_2 = \frac{-50 - \sqrt{4900}}{2} = -15 \end{cases}$$

روش دوم: استفاده از تجزیه در حل معادله درجه ۲

$$(10 + 2x)(15 + 2x) = 300 \Rightarrow 4x^2 + 50x - 150 = 0$$

$$(2x + 10)(2x - 5) = 0 \Rightarrow x = -5 \quad \text{غیر قابل قبول}, \quad x = \frac{5}{2} \quad \text{قابل قبول}$$

نادرست

$$(ا) 3x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 25 - 24 = 1 \quad (0/25)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) \pm 1}{6} \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{6}{6} = 1 \quad (0/25) \quad x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad (0/25)$$

$$(ب) 4x^2 - 12x = 4x(x - 3) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \quad (0/25) \\ x = 3 \quad (0/25) \end{cases}$$

$$(ج) (x + 3)^2 = 16 \Rightarrow x + 3 = \pm 4 \quad (0/25) \Rightarrow x = 1 \quad (0/25) \quad x = -7 \quad (0/25)$$

صفحه ۵۸ و ۶۷ کتاب

$$(ا) \Delta = b^2 - 4ac = 16 - 12 = 4 > 0 \quad (0/5)$$

$$x = \frac{-4 \pm 2}{6} \quad (0/25) = \begin{cases} x = -1 \quad (0/25) \\ x = \frac{2}{3} \quad (0/25) \end{cases}$$

$$(ب) (x + 1)^2 = 36 \quad (0/5) \Rightarrow x + 1 = \pm 6 \quad (0/25)$$

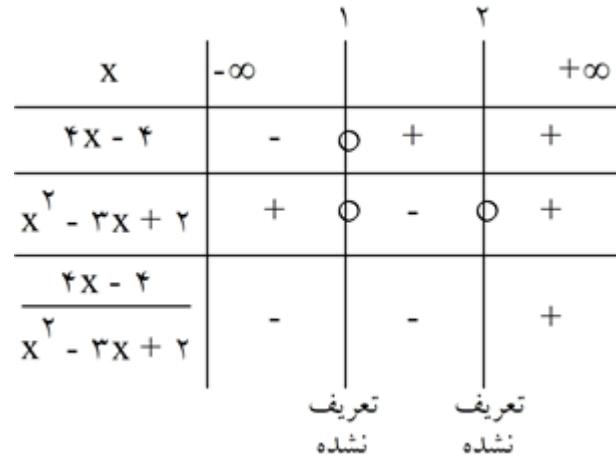
$$x = 5 \quad (0/25) \quad x = -7 \quad (0/25)$$

$$\frac{x^2 + x - 4}{x^2 - 3x + 2} \geq 0 \Rightarrow \frac{4x - 4}{x^2 - 3x + 2} \geq 0 \quad (\cdot / 25)$$

هر سطر جدول تعیین علامت: ( $\cdot / 25$ )

مجموعه جواب =  $(2, +\infty)$  ( $\cdot / 25$ )

(صفحه ٣٠)



صفحه ٥٦ و ٦٧ كتاب

الف)  $5x - x^2 = x(5 - x) = 0 \quad (\cdot / 25) \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & (\cdot / 25) \\ x = 5 & (\cdot / 25) \end{cases}$

ب)  $9x^2 - 9x + 1 = 0 \quad (\cdot / 25)$

$\Delta = b^2 - 4ac = 81 - 36 = 45$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-9) \pm \sqrt{45}}{18} \quad (\cdot / 25) \Rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{45}}{18} = \frac{9 \pm 3\sqrt{5}}{18} \quad (\cdot / 25)$$

$(2x - 1)^2 = 81 \quad (\cdot / 25) \Rightarrow 2x - 1 = \pm 9 \quad (\cdot / 25)$

ج)  $2x = 10 \Rightarrow x = 5 \quad (\cdot / 25)$

$2x = -8 \Rightarrow x = -4 \quad (\cdot / 25)$

$S = (2x + 11)(2x + 18) = 260 \Rightarrow 4x^2 + 38x + 198 - 260 = 0$

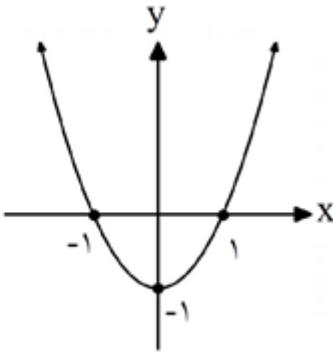
$$\Rightarrow 4x^2 + 58x - 62 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ ق} \\ x = \frac{c}{a} = \frac{-62}{4} = -\frac{31}{2} \text{ ق} \end{cases}$$

$S = (2x + 10)(2x + 15) = 204 \Rightarrow 4x^2 + 30x + 20x + 150 - 204 = 0$

$$\Rightarrow 4x^2 + 50x - 54 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ ق} \\ x = \frac{c}{a} = -\frac{54}{4} = -\frac{27}{2} \text{ ق} \end{cases}$$

$$x_+ = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow y_+ = -1$$

|   |    |   |   |
|---|----|---|---|
| x | -1 | 0 | 1 |
| y | -1 | 0 | 1 |



$$x = -2$$

الف) ۱۱

در سهمی داده شده رأس سهمی معلوم است. بنابراین از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$y = a(x - h)^2 + k \Rightarrow y = a(x - 1)^2 + 1$$

سهمی محور y ها در نقطه  $(0, 0)$  قطع می‌کند. بنابراین داریم:

$$0(0, 0) \Rightarrow 0 = a(0 - 1)^2 + 1 \Rightarrow 0 = a + 1 \Rightarrow a = -1$$

$$y = -(x - 1)^2 + 1 \Rightarrow y = -(x^2 - 2x + 1) + 1 \Rightarrow y = -x^2 + 2x - 1 + 1$$

$$\Rightarrow y = -x^2 + 2x$$

در سهمی داده شده رأس سهمی معلوم است. بنابراین از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$y = a(x - h)^2 + k \Rightarrow y = a(x - 2)^2 + 1$$

سهمی محور y ها در نقطه  $A(0, 3)$  قطع می‌کند. بنابراین داریم:

$$A(0, 3) \Rightarrow 3 = a(0 - 2)^2 + 1 \Rightarrow 3 = 4a + 1 \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) + 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 + 1$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$$

$$P = 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

|         |           |    |   |           |
|---------|-----------|----|---|-----------|
| x       | $-\infty$ | -2 | 1 | $+\infty$ |
| $x - 1$ | -         | -  | + |           |
| $x + 2$ | -         | +  | + |           |
| P       | +         | 0  | - | 0         |

$$\begin{cases} x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

| $x$     | $-\infty$ | $-4$ | $4$ | $+\infty$ |
|---------|-----------|------|-----|-----------|
| $x + 4$ | -         | +    | +   |           |
| $x - 4$ | -         | -    | +   |           |
| $P(x)$  | +         | -    | -   | +         |

باید  $\Delta$  بزرگتر از صفر باشد. ۱۶

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(1)(k-1) > 0 \Rightarrow 16 - 4k + 4 > 0 \Rightarrow -4k > -20 \Rightarrow k < 5$$

$$\frac{2x+1}{x+4} < 1 \Rightarrow \frac{2x+1}{x+4} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{2x+1 - x - 4}{x+4} < 0 \Rightarrow \frac{x-3}{x+4} < 0.$$

$$\begin{cases} x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$$

| $x$                   | $-\infty$ | $-4$ | $3$ | $+\infty$ |
|-----------------------|-----------|------|-----|-----------|
| $x - 3$               | -         | -    | +   |           |
| $x + 4$               | -         | +    | +   |           |
| $\frac{x-3}{x+4}$     | +         | -    | +   |           |
| $\frac{x-3}{x+4} < 0$ |           |      | ج   |           |

مجموعه جواب =  $(-4, 3)$

$$\frac{15}{\lambda}x^2 - 3x + 200 > 110 \Rightarrow \frac{15}{\lambda}x^2 - 3x + 90 > 0 \xrightarrow{\lambda > 0} 15x^2 - 24x + 720 > 0.$$

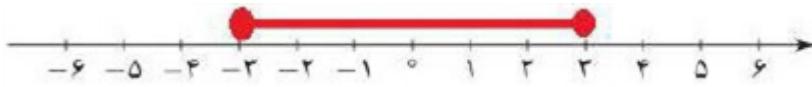
$$15x^2 - 24x + 720 = 0 \xrightarrow{\Delta=14400} x = 12, x = 4 \Rightarrow x < 4 \text{ یا } x > 12$$

|                     |   |   |    |     |
|---------------------|---|---|----|-----|
|                     |   | 4 | 12 |     |
| $15x^2 - 24x + 720$ | + | • | -  | • + |

از بین جوابهای به دست آمده آنها که مثبت هستند قابل قبول‌اند. واضح است که جوابهای صفر و منفی قابل قبول نیستند.

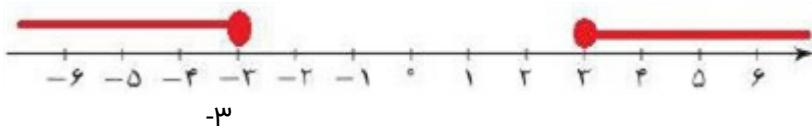
با توجه به اینکه ۵ وسط بازه  $(1, 9)$  است این بازه مجموعه نقاطی است که فاصله‌شان از ۵ کمتر از ۴ می‌باشد بنابراین  $|x - 5| < 4$  جواب است.

توجه: در حالت کلی بازه  $(a, b)$  را می‌توان به صورت  $\left| x - \frac{b+a}{2} \right| < \frac{b-a}{2}$  نوشت.



[-3, 3]

۳



(-∞, -3] ∪ [3, +∞)

-3

$$\begin{cases} |x| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3 \Rightarrow \text{مجموعه جواب (به شکل بازه)} = [-3, 3] \\ |x| \geq 3 \Rightarrow x \leq -3 \text{ یا } x \geq 3 \Rightarrow \text{مجموعه جواب (به شکل بازه)} = (-\infty, -3] \cup [3, +\infty) \end{cases}$$

روش اول: ۲۱

$$x = \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow x = \frac{-2}{2a} = 2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

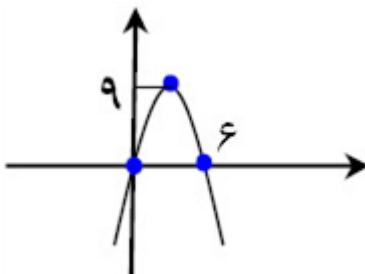
$$f(1) = f(3) \Rightarrow a + 5 = 9a + 9 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

روش دوم:

توجه: به ازای جایگذاری هر دو نقطه متقارن دیگر نسبت به خط  $x = 2$  که روی  $f$  باشد، نمره تعلق بگیرد.

[-6, 6] ۲۲

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{-2} = 3 \Rightarrow y = 6(3) - (3)^2 = 9 \Rightarrow S(3, 9)$$

و با انتخاب نقاط  $(0, 0)$  و  $(0, 6)$  نمودار سهمی به شکل مقابل به دست می‌آید.

$$\frac{3-x}{4+2x} > 0$$

$$3-x=0 \Rightarrow x=3$$

| x                      | $-\infty$ | -2 | 3 | $+\infty$ |
|------------------------|-----------|----|---|-----------|
| $\frac{3-x}{4+2x} > 0$ | -         | +  | - |           |

$$4+2x=0 \Rightarrow x=-2 \quad \text{مجموعه جواب} = (-2, 3)$$

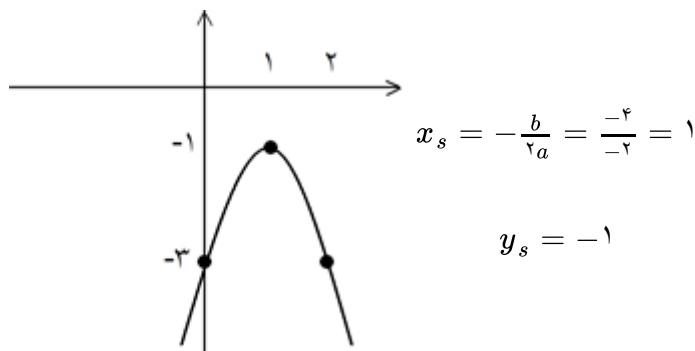
۲۴

$$(20 + 2x)(10 + 2x) = 600 \Rightarrow 4x^2 + 60x - 400 = 0 \rightarrow x^2 + 15x - 100 = 0$$

غير قابل قبول  $x = -20$ , قابل قبول  $x = 5$

$$\begin{cases} \text{أبعاد قاب} \\ \text{طول} = 2x + 20 = 30 \text{ cm} \\ \text{عرض} = 2x + 10 = 20 \text{ cm} \end{cases}$$

| $x$               | $-\infty$ | -٣ | -١ | ٣ | $+\infty$ |   |
|-------------------|-----------|----|----|---|-----------|---|
| $\frac{x-4}{x+1}$ | +         | ○  | -  | - | ○         | + |
| $x+1$             | -         | -  | ○  | + | +         | + |
| $\frac{x-4}{x+1}$ | -         | ○  | +  | - | ○         | + |



نادرست

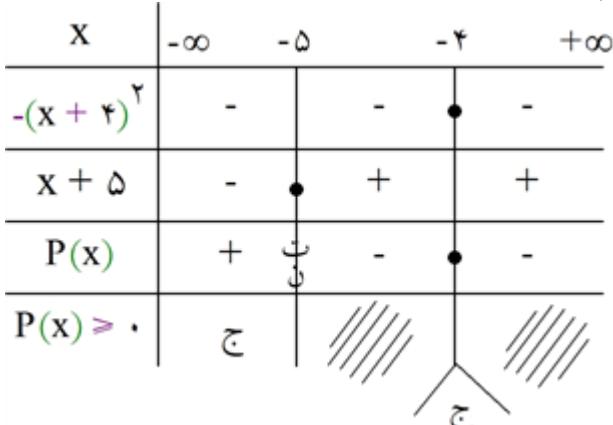
$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{-2} = -2 \Rightarrow k = 20$$

$$S = (2x+2)(2x+4) = 80 \Rightarrow 4x^2 + 12x + 16 - 80 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 12x - 64 = 0 \rightarrow x^2 + 3x - 16 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+4) = 0$$

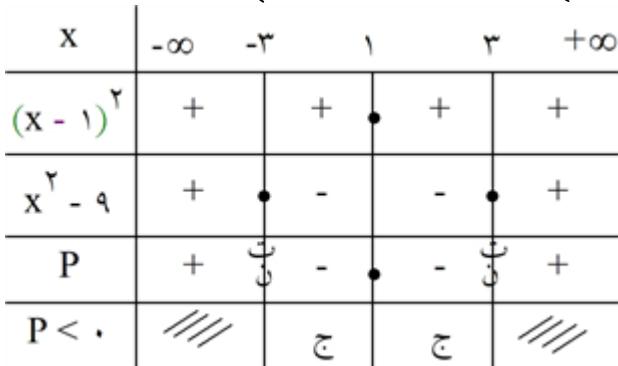
$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 \text{ ق} \\ x = -4 \text{ غ} \end{cases}$$

$$\frac{-(x+4)}{x+5} \geq 0 \Rightarrow P(x) = \frac{-(x+4)}{x+5} \Rightarrow \begin{cases} -(x+4) = 0 \Rightarrow x+4 = 0 \Rightarrow x = -4 \\ x+5 = 0 \Rightarrow x = -5 \end{cases}$$



مجموعه جواب =  $(-\infty, -5) \cup \{-4\}$

$$\frac{(x-1)^2}{x^2-9} < 0 \Rightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x-1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x^2-9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases} \end{cases}$$



مجموعه جواب =  $(-3, 1) \cup (1, 3)$

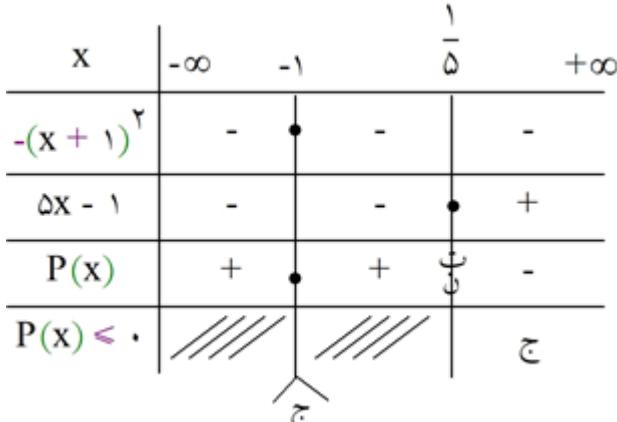
$$S = (2x+10)(2x+16) = 280 \Rightarrow 4x^2 + 32x + 20x + 160 = 280 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 52x - 120 = 0 \rightarrow x^2 + 13x - 30 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+15) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ ق} \\ x = -15 \text{ ق} \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2a} = -2 \Rightarrow -4a = -4 \Rightarrow a = 1$$

$$\frac{-(x+1)}{\delta x - 1} \leq 0 \Rightarrow P(x) = \frac{-(x+1)}{\delta x - 1} \Rightarrow \begin{cases} -(x+1) \geq 0 \Rightarrow x+1 \leq 0 \Rightarrow x = -1 \\ \delta x - 1 < 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\delta} \end{cases}$$



مجموعه جواب  $= \left( \frac{1}{\delta}, +\infty \right) \cup \{-1\}$

(الف) باید به جای  $x$  عدد ۲ قرار دهیم و  $m$  را به دست آوریم:

$$\stackrel{x=2}{\rightarrow} 2^2 - (2m+1)(2) + 5m + 2 = 0 \Rightarrow 4 - 6m - 2 + 5m + 2 = 0$$

$$\Rightarrow -m + 4 = 0 \Rightarrow -m = -4 \Rightarrow m = 4$$

(ب) باید به جای  $m$  عدد ۴ قرار داد و سپس ریشه دیگر آن را به دست آورد.

$$\stackrel{m=4}{\rightarrow} x^2 - (13+1)x + 5(4) + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 13x + 22 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-11) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 11 \end{cases}$$

برای آنکه  $ax^2 + bx + c$  همواره منفی باشد، باید  $a < 0$  و  $\Delta < 0$  باشد.

$$\begin{aligned} -x^2 + x + k - 1 < 0 &\Rightarrow \begin{cases} a < 0 \Rightarrow -1 < 0 \\ \Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (1)^2 - 4(-1)(k-1) < 0 \end{cases} \\ \Rightarrow 1 + 4k - 4 < 0 &\Rightarrow 4k < 3 \Rightarrow k < \frac{3}{4} \end{aligned}$$

(الف) باید به جای  $x$  عدد ۳- قرار دهیم و  $m$  را به دست آوریم:

$$\stackrel{x=-3}{\rightarrow} (-3)^2 + (m-7)(-3) - 2m - 5 = 0 \Rightarrow 9 - 3m + 21 - 2m - 5 = 0$$

$$\Rightarrow -5m + 25 = 0 \Rightarrow -5m = -25 \Rightarrow m = 5$$

(ب) باید به جای  $m$  عدد ۵ قرار داد و سپس ریشه دیگر آن را به دست آورد.

$$\stackrel{m=5}{\rightarrow} x^2 + (5-7)x - 2(5) - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$$

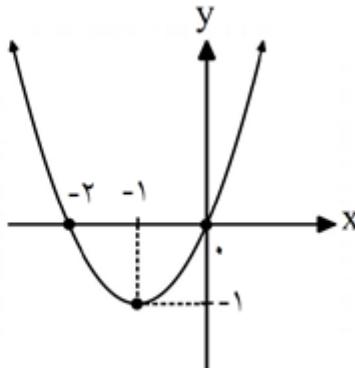
$$\Rightarrow (x+3)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 5 \end{cases}$$

برای آنکه عبارت  $ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) همواره مثبت باشد، باید:

$$\begin{cases} a > 0 \Rightarrow 2 > 0 \\ \Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (-2)^2 - 4(2)(k) < 0 \Rightarrow 4 - 8k < 0 \\ \Rightarrow -8k < -4 \Rightarrow k > \frac{4}{8} \end{cases}$$

$$x_+ = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2} = -1 \Rightarrow y_+ = -2 + 1 = -1$$

۴۰



(ب) (۱، ۴)

الف)  $x = -1$

۴۱

$$\left| \frac{x-1}{5} - 2 \right| > 7 \Rightarrow \frac{x-1}{5} - 2 < -7 \text{ یا } \frac{x-1}{5} - 2 > 7$$

$$\times 5 \rightarrow x - 1 - 10 < -35 \text{ یا } x - 1 - 10 > 35 \Rightarrow x < -24 \text{ یا } x > 46$$

۴۲

مجموعه جواب  $= (-\infty, -24) \cup (46, +\infty)$

| $x$         | $-\infty$ | -۵ | -۲ | ۲ | ۷ | $+\infty$ |
|-------------|-----------|----|----|---|---|-----------|
| $x^2 - 4$   | +         | +  | •  | - | • | +         |
| $(x - 7)^2$ | +         | +  | +  | + | • | +         |
| $(x + 5)^2$ | -         | •  | +  | + | + | +         |
| $P(x)$      | -         | +  | •  | - | + | +         |

۴۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جواب نامعادله درجه دو تنها می‌تواند یک نقطه باشد. بنابراین:

$$\frac{4c}{c-1} = 5 \Rightarrow 4c = 5c - 5 \Rightarrow c = 5$$

$$x = 5 \Rightarrow x - 5 = 0 \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}} x^2 - 10x + 25 = 0 \xrightarrow{\times 3} 3x^2 - 30x + 75 = 0$$

$$\begin{cases} a = -30 \\ b = 75 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = -30 + 75 + 5 = 50$$

۴۴

جواب نامعادله درجه ۲ تنها می‌تواند یک نقطه باشد. بنابراین:

$$2c - 1 = 3 \Rightarrow 2c = 4 \Rightarrow c = 2$$

$$x = 3 \Rightarrow x - 3 = 0 \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}} x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$\xrightarrow{\times(-1)} -2x^2 + 12x - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = -18 \end{cases}$$

در نمودار محل برخورد با محور  $x$  ها معلوم است. بنابراین از ضابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \Rightarrow y = a(x + 1)(x - 6)$$

سهمی محور  $y$  ها را در نقطه  $A(0, 2)$  قطع کرده است. بنابراین:

$$A(0, 2) \Rightarrow 2 = a(0 + 1)(0 - 6) \Rightarrow 2 = -6a \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}(x + 1)(x - 6) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}(x^2 - 5x - 6) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$$

$$P = 0 \Rightarrow 3x - 12 = 0 \Rightarrow x = 4$$

|     |           |   |           |
|-----|-----------|---|-----------|
| $x$ | $-\infty$ | 4 | $+\infty$ |
| P   | -         | • | +         |

در نمودار، محل برخورد با محور  $x$  ها معلوم است. بنابراین از ضابطه زیر استفاده می‌کنیم.

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \Rightarrow y = a(x + 1)(x - 3)$$

سهمی محور  $y$  ها را در نقطه  $A(-1, 0)$  قطع کرده است. بنابراین:

$$A(-1, 0) \Rightarrow 0 = a(-1 + 1)(-1 - 3) \Rightarrow 0 = -4a \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}(x + 1)(x - 3) \Rightarrow y = \frac{1}{3}(x^2 - 2x - 3) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 1$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$x^2 - 2x + 20 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 5 \end{cases}$$

|                                   |           |   |   |   |           |
|-----------------------------------|-----------|---|---|---|-----------|
| $x$                               | $-\infty$ | 3 | 4 | 5 | $+\infty$ |
| $x - 3$                           | -         | • | + | + | +         |
| $x^2 - 2x + 20$                   | +         | + | • | - | •         |
| $\frac{x - 3}{x^2 - 2x + 20}$     | -         | • | + | - | +         |
| $\frac{x - 3}{x^2 - 2x + 20} < 0$ | ج         |   | ج |   |           |

مجموعه جواب =  $(-\infty, 3) \cup (4, 5)$

$$\begin{cases} ۲x + ۴ = ۰ \Rightarrow x = -\frac{۴}{۲} \\ x - ۴ = ۰ \Rightarrow x = ۴ \end{cases}$$

|          |   |                |     |           |
|----------|---|----------------|-----|-----------|
| $x$      | - | $\frac{-۴}{۲}$ | $۴$ | $+\infty$ |
| $۲x + ۴$ | - | +              | +   | +         |
| $x - ۴$  | - | -              | +   | +         |
| $P(x)$   | + | -              | -   | +         |

باید  $\Delta$  کوچکتر از صفر باشد. ۵۱

$$\Delta = b^۲ - ۴ac = (۴)^۲ - ۴(۱)(m) < ۰ \Rightarrow ۱۶ - ۴m < ۰ \Rightarrow -۴m < -۱۶ \Rightarrow m > ۴$$

باید  $\Delta$  برابر صفر باشد. ۵۲

$$\Delta = b^۲ - ۴ac = (k)^۲ - ۴(۱)(۴) = ۰ \Rightarrow k^۲ - ۱۶ = ۰ \Rightarrow k = \pm ۴$$

از آن جا که علامت در دو طرف  $x$  تغییر نکرده بنابراین چندجمله‌ای درجه دو صورت باید  $(۱ - ۲x)$  و  $(x + ۴)$  باشد. ۵۳

$$(x - ۱)(x + ۴) = x^۲ + x - ۴ = x^۲ + ax + b \Rightarrow \begin{cases} a = ۱ \\ b = -۴ \end{cases}$$

$\xrightarrow{x=۴} ۴(۴) + c = ۰ \Rightarrow c = -۶$  ریشه مخرج است: و  $x = ۴$

با توجه به این‌که علامت دو طرف ریشه  $۵$  تغییر کرده بنابراین  $۵x^۰ + bx + ۱۰ = ax^۱ + bx + ۱۰$  باید درجه اول باشد و  $x = -۲$  ریشه مخرج است. ۵۴

$$\xrightarrow{a=۰} bx + ۱۰ = ۰ \xrightarrow{x=۵} ۵b + ۱۰ = ۰ \Rightarrow b = -۲ \xrightarrow{x=-۲}$$

$$-۲(-۲) + c = ۰ \Rightarrow c = ۴$$

نکته: اگر علامت  $p(x)$  برای  $x > ۵$  مثبت نوشته بود در این حالت جواب نداشت.

# پاسخنامه کلیدی

۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴

