



p30konkor.com

نام و نام خانوادگی :

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

نام دبیر :

عنوان آزمون :

ریاضی ۱۰ فصل ۵-متوسط ۱

تاریخ برگزاری

ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	آیا معادله‌ی زیر در اعداد حقیقی می‌تواند ضابطه‌ی یک تابع باشد؟ $y = \begin{cases} 2x + 1 & x > 2 \\ x - 1 & x < 3 \end{cases}$	
۲	مجموع دو عدد مثبت ۵۰۰ است اگر یکی از اعداد x باشد تابعی بنویسید که حاصل ضرب آن دو عدد را به x وابسته کند.	
۳	نمودار تابع زیر را رسم کنید. $f(x) = x^3 $	
۴	اگر $f(x-3) = \frac{x+1}{x+2}$ باشد، تابع $f(x)$ را بیابید و مقدار $f(1)$ را حساب کنید.	
۵	در سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ را چنان بیابید، که سهمی فوق خط $y = x + 1$ را در نقاطی به طول‌های ۲ و ۱ و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض (-۱) قطع کند.	
۶	اگر تابع $f(x-1) = \frac{x+3}{x+1}$ باشد، ضابطه‌ی تابع $f(-1)$ را به دست آورید.	
۷	اگر $y = ax^2 + bx + c$ باشد، مقادیر a و b و c را طوری بیابید که: سهمی، محور x ها را در نقطه‌ای به طول -۱ و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع نماید و از نقطه $A(1, 6)$ نیز بگذرد.	
۸	a و b را طوری محاسبه کنید که نمودارهای دو تابع $y = ax^2 + x + b$ و $y = x + 3a$ همدیگر را روی محور عرض‌ها در نقطه‌ای به عرض -۱ قطع کنند.	
۹	مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۴ سانتی‌متر مربع است. طول وتر این مثلث را به عنوان تابعی از یک ضلع آن (x) به دست آورید.	
۱۰	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 0 \\ -2 & 0 < x < 1 \\ 2x + 1 & x \geq 1 \end{cases}$ را رسم کنید سپس دامنه و برد آن را مشخص کنید.	



۱۱	سهمی به معادله‌ی $f(x) = ax^2 + bx + c$ مفروض است، مقادیر a, b, c را طوری بیابید که این سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۱ و محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱- قطع کند و از نقطه‌ی $M(1, 4)$ نیز بگذرد.
۱۲	اگر $f(x) = x + 2$ و $g(x) = x - 1 $ باشد، مقادیر زیر را محاسبه کنید: الف) $\frac{f(2) + g(1)}{2}$ ب) $g(4) \times f(-3)$ پ) $f(t - 1)$
۱۳	اگر $f(x) = (a - 4)x^2 + (2a + b)x + 2c - 1$ یک تابع همانی باشد، a, b, c را به دست آورید.
۱۴	تابع $f(x) = 2x + x $ را به صورت دو ضابطه بنویسید.
۱۵	اگر تابع خطی از نقاط $A(1, 2)$ و $B(7, 14)$ بگذرد، نمایش جبری تابع f را به دست آورید.



$$y = \begin{cases} 2x+1 & x > 2 : D_1 \\ x-1 & x < 3 : D_2 \end{cases} \Rightarrow D_1 \cap D_2 = (2, 3) \neq \emptyset \Rightarrow \text{تابع نیست}$$

۱

چون مثلاً به ازای $x = 2/5$ دو مقدار $y = 6$ و $y = 1/5$ به دست می‌آید.

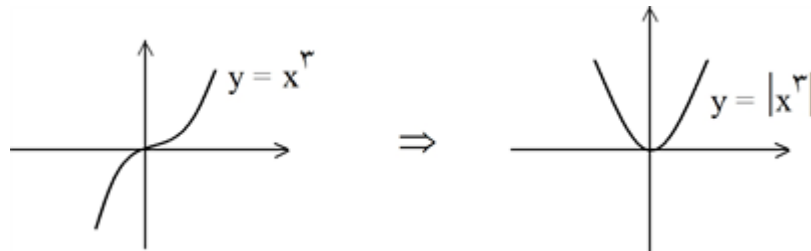
آن دو عدد را x و y می‌گیریم و تابع ضرب را P داریم:

۲

$$\left. \begin{matrix} x+y=500 \\ P=xy \end{matrix} \right\} \Rightarrow p = x(500-x) \rightarrow p(x) = -x^2 + 500x$$

ابتدا نمودار $y = x^2$ را رسم می‌کنیم، سپس قسمت پایین محور x ها را نسبت به محور x ها قرینه کرده، بالا می‌آوریم.

۳



$$x-3=t \Rightarrow x=t+3$$

$$f(t) = \frac{t+3+1}{t+3+2} = \frac{t+4}{t+5} \Rightarrow f(x) = \frac{x+4}{x+5} \Rightarrow f(1) = \frac{5}{6}$$

۴

$$c \Big|_{-\infty}^{\infty} \rightarrow c = -1 \quad x=2 \rightarrow y=x+1 \Rightarrow \Big|_{-\infty}^{\infty} \quad x=1 \rightarrow y=x+1 \Rightarrow \Big|_{-\infty}^{\infty}$$

۵

$$f(x) = ax^2 + bx + c \rightarrow A[2, 2+1], B[1, 1+1] \rightarrow A[2, 3], B[1, 2], C[0, -1]$$

$$\begin{cases} A[2, 3] \rightarrow 4a + 2b + c = 3 \\ B[1, 2] \rightarrow a + b + c = 2 \end{cases} \Rightarrow -4 \begin{cases} 4a + 2b = 4 \\ a + b = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 4 \\ -4a - 4b = -12 \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 4$$

$$f(x-1) = \frac{x+3}{x+1} \Rightarrow x-1=t \Rightarrow x=t+1$$

۶

$$f(t) = \frac{t+1+3}{t+1+1} \Rightarrow f(t) = \frac{t+4}{t+2} \Rightarrow f(x) = \frac{x+4}{x+2} \Rightarrow f(-1) = \frac{3}{1} = 3$$

منحنی محور x ها را در نقطه‌ای به عرض 0 و محور y ها را در نقطه‌ای به طول صفر قطع می‌کند.

۷

$B(-1, 0)$ محل تلاقی با محور x ها

$C(0, 2)$ محل تلاقی با محور y ها

A روی منحنی است. پس مختصات نقطه A در ضابطه سهمی صدق می‌کند.

$$A \in \text{سهمی} \Rightarrow 6 = a \times (1)^2 + b \times (1) + c \Rightarrow a + b + c = 6$$

$$B \in \text{سهمی} \Rightarrow 0 = a \times (-1)^2 + b \times (-1) + c \Rightarrow a - b + c = 0$$

$$C \in \text{سهمی} \Rightarrow 2 = a \times (0)^2 + b \times (0) + c \Rightarrow c = 2$$

$$\begin{cases} a + b + 2 = 6 \\ a - b + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 4 \\ a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \\ b = 3 \end{matrix}$$

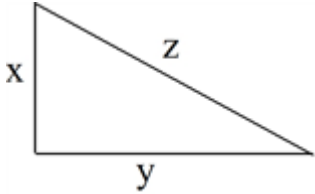
۸ طول هر نقطه روی محور عرض‌ها برابر صفر است.

$$A = (0, -1) \text{ نقطه تقاطع}$$

$$A \in y = ax^2 + x + b \rightarrow -1 = b$$

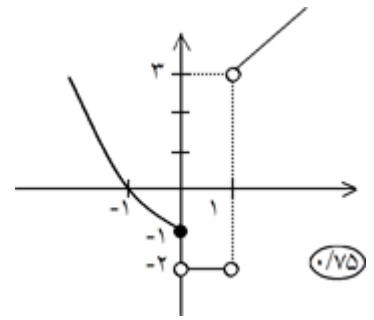
$$A \in y = x + 3a \rightarrow -1 = 3a \rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{25}} \Rightarrow y = \frac{1}{x} \left(\frac{1}{\sqrt{25}} \right) \Rightarrow z^2 = x^2 + y^2 \left(\frac{1}{\sqrt{25}} \right) \Rightarrow z = \sqrt{x^2 + \frac{64}{x^2}} \left(\frac{1}{\sqrt{25}} \right)$$



$$D_f = \mathbb{R} \quad (0/25)$$

$$R_f = (-1, +\infty) \cup \{-2\} \quad (0/25)$$



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$A(0, 1) \Rightarrow 1 = 0 + 0 + c \Rightarrow 1 = c \quad (0/25)$$

$$(0/25)$$

$$\left. \begin{aligned} B(-1, 0) \Rightarrow 0 &= a - b + 1 \Rightarrow \frac{a-b}{(0/25)} = -1 \\ M(1, 4) \Rightarrow 4 &= a + b + 1 \Rightarrow \frac{a+b}{(0/25)} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a-b}{(0/25)}, \frac{a+b}{(0/25)} \Rightarrow \begin{aligned} a &= 1 & b &= 2 \\ \frac{a-b}{(0/25)} &= -1 & \frac{a+b}{(0/25)} &= 3 \end{aligned}$$

$$\text{الف) } f(2) = 4 \quad (0/25), g(1) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \frac{f(2) + g(1)}{2} = \frac{4 + 0}{2} = 2 \quad (0/5)$$

$$\text{ب) } g(4) = |4 - 1| = 3 \quad (0/25), f(-3) = -1 \quad (0/25) \Rightarrow g(4) \times f(-3) = -3 \quad (0/25)$$

$$\text{پ) } f(t-1) = t-1+2 = t+1 \quad (0/25)$$

۱۳ برای آن‌که این تابع همانی باشد، باید ضریب x^2 و عدد ثابت برابر صفر باشد و همچنین ضریب x برابر یک باشد تا به صورت $f(x) = x$ درآید.

$$\begin{cases} a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4 \\ 2a + b = 1 \Rightarrow 8 + b = 1 \Rightarrow b = -7 \\ 2c - 1 = 0 \Rightarrow 2c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{2} \end{cases}$$



$$f(x) = 2x + |x| = \begin{cases} 2x + x & x \geq 0 \\ 2x - x & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 3x & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$$

۱۴

نمایش جبری تابع خطی به صورت $f(x) = ax + b$ است.

۱۵

$$A(1, 2) \Rightarrow a(1) + b = 2$$

$$B(3, 14) \Rightarrow a(3) + b = 14$$

$$\begin{cases} a + b = 2 \\ 3a + b = 14 \end{cases} \Rightarrow 2a = 12 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow 6 + b = 2 \Rightarrow b = -4$$

$$f(x) = 6x - 4$$

