



p30konkor.com

زمان آزمون :

نام درس :

نام آموزشگاه :

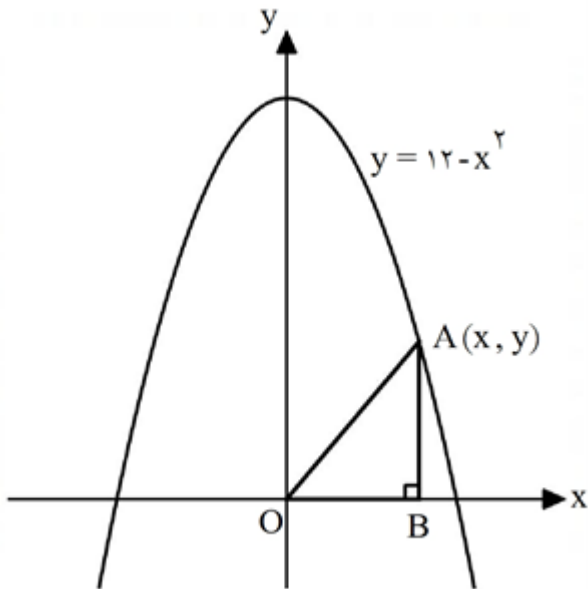
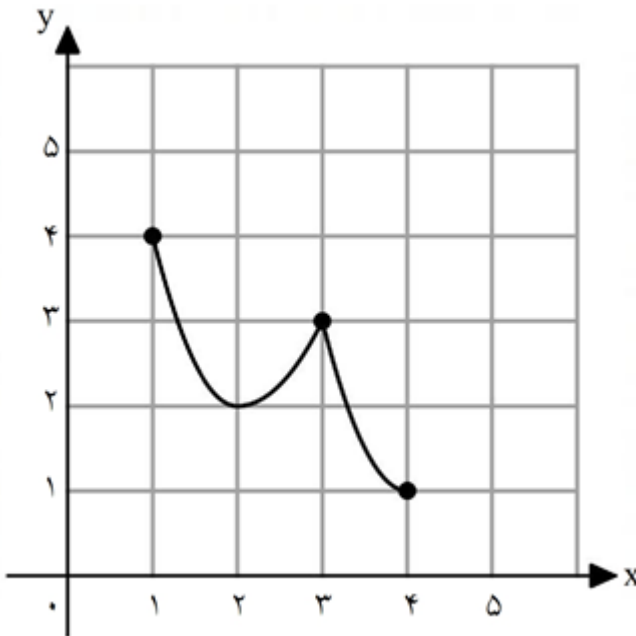
تاریخ برگزاری :

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

عنوان آزمون : ریاضی تجربی ۱۲ - فصل ۵

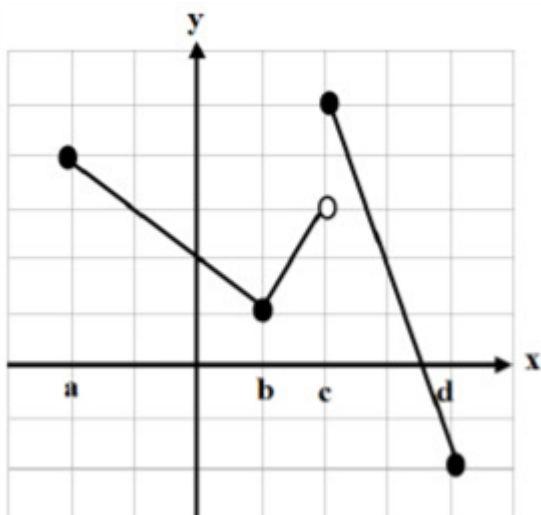
بارم	ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید
	۱	<p>مطابق شکل مقابل، نقطه A در ناحیه اول دستگاه مختصات روی منحنی $y = 12 - x^2$ قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم‌الزاویه OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>
	۲	<p>در نمودار زیر، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>



۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۴	می‌خواهیم یک قوطی فلزی استوانه‌ای شکل و در باز بسازیم که گنجایش آن دقیقاً ۹۰۰ سانتی‌متر مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن مینیمم شود؟ ($\pi \simeq 3$)	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۵	مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 12x$ در بازه $[-1, 3]$ را به دست آورید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۶	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ را روی بازه $[-2, 3]$ بیابید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۷	با رسم جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 27x + 1$ مشخص کنید تابع در کدام بازه‌ها اکیداً صعودی است؟	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۸	نقاط بحرانی تابع زیر را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۹	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۸ باشد و حاصل‌ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۰	پنجره‌ای به شکل یک مستطیل و نیم‌دایره‌ای بر روی آن داریم به طوری که قطر نیم‌دایره برابر با پهنای مستطیل است. اگر محیط این پنجره ۶ متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۱	اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = x^5 - 5x$ را در بازه $[0, 2]$ به دست آورید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن تابع است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۳	بزرگترین بازه از R که تابع $f(x) = -2x^3 + 6x + 11$ در آن صعودی اکید باشد را با استفاده از جدول تغییرات بیابید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. اگر $f'(c) = 0$ باشد، آنگاه $x = c$ یک نقطه اکسترمم نسبی است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲



در شکل زیر نمودار تابع f رسم شده است. طول نقاط اکسترمم‌های نسبی و مطلق را مشخص کنید.



۱۵

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

۱۶

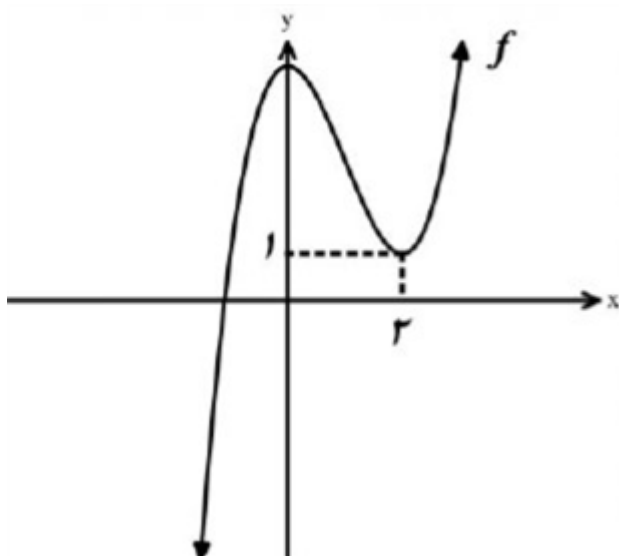
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

یک مستطیل در یک نیم‌دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی‌متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.

۱۷

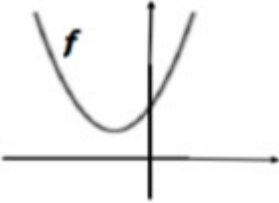
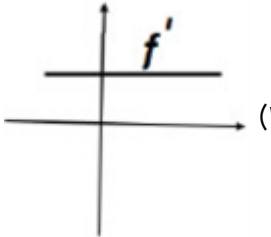
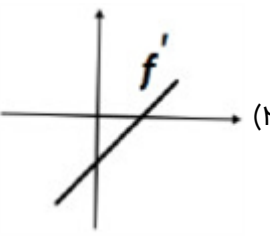
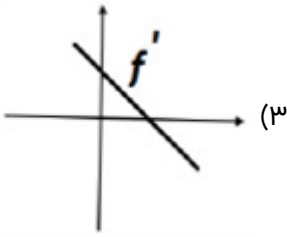
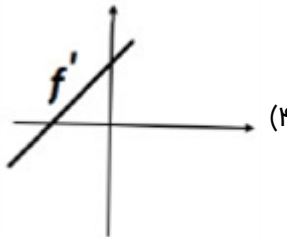
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

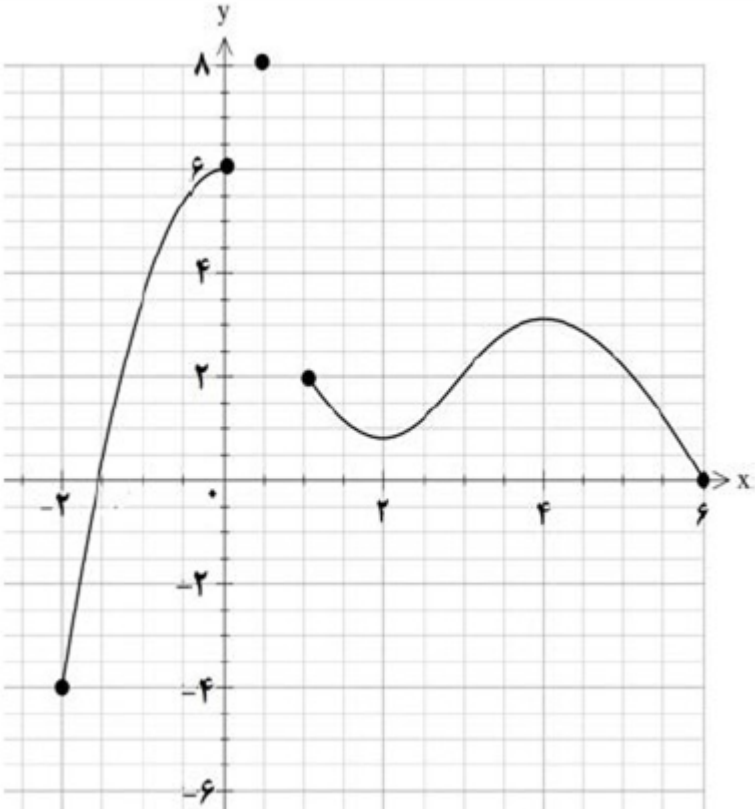
نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ به صورت شکل مقابل رسم شده است. مقادیر b و d را بیابید.

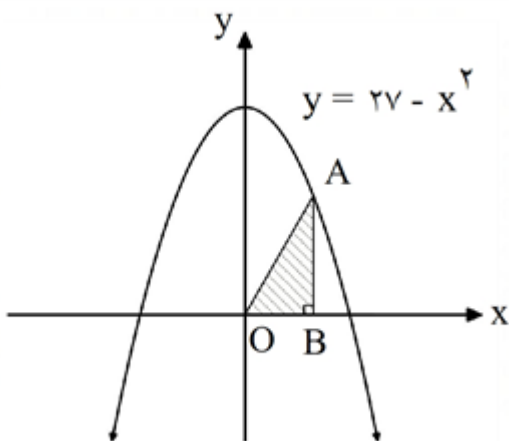


۱۸

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

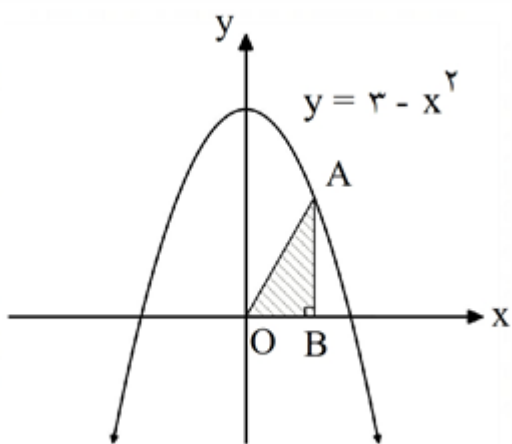
۱۹	<p>با توجه به نمودار تابع f، نمودار f' را با ذکر دلیل مشخص کنید.</p>      <p>(۱) (۲) (۳) (۴)</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱</p>
۲۰	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - هر نقطه دلخواه از دامنه تابع ثابت، یک نقطه بحرانی است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>
۲۱	<p>با تشکیل جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 12x + 4$، مشخص کنید تابع در چه بازه‌هایی صعودی اکید است؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>
۲۲	<p>نشان دهید در بین مستطیل‌هایی با محیط ۱۶ سانتی‌متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم‌اندازه باشند.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>
۲۳	<p>جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. - اگر f یک تابع و $I \subseteq D_f$ یک همسایگی از نقطه c باشد که به ازای هر x متعلق به I داشته باشیم $f(x) \leq f(c)$ در این صورت $f(c)$ را یک تابع f می‌نامیم.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>
۲۴	<p>ضرایب a و b را در تابع $f(x) = x^2 + ax - b$ طوری پیدا کنید که نقطه $(1, 2)$ اکسترمم نسبی تابع باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱</p>
۲۵	<p>اکسترمم نسبی تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{2}{3}$ را در صورت وجود به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>
۲۶	<p>اگر بین دو عدد حقیقی x و y رابطه‌ای $5x - y = 10$ برقرار باشد، مقادیر x و y را طوری به دست آورید که حاصل‌ضرب این دو عدد مینیمم گردد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>

	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - هر نقطه بحرانی تابع $f(x)$، یک نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x)$ است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>	۲۷
	<p>با توجه به نمودار داده شده، به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p>  <p>الف) مقدار ماکزیمم مطلق را بنویسید. ب) مقدار مینیمم مطلق را بنویسید. پ) طول نقطه ماکزیمم نسبی را بنویسید. ت) طول نقطه مینیمم نسبی را بنویسید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱</p>	۲۸
	<p>اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = 2x^2 + 3x^3 - 12x$ را در بازه‌ی $[-1, 3]$ مشخص کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p>	۲۹
	<p>مقادیر اکسترمم مطلق تابع $g(x) = x^3 + 2x - 5$ را در بازه $[-2, 1]$ در صورت وجود تعیین کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰</p>	۳۰
	<p>تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 - 3x$ در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی و در کدام بازه اکیداً نزولی است؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p>	۳۱
	<p>ورق فلزی مستطیل شکلی، به طول ۱۶ سانتی‌متر و عرض ۶ سانتی‌متر در نظر بگیرید. می‌خواهیم از چهار گوشه آن مربع‌های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن‌ها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه x برمی‌گردانیم تا یک جعبه سر باز ساخته شود. مقدار x چه قدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰</p>	۳۲
	<p>اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ را در بازه $[-1, 1]$ تعیین کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>	۳۳

۳۴	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - اگر علامت f' بر بازه‌ای منفی باشد، آن‌گاه تابع f بر آن بازه اکیداً نزولی است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۳۵	<p>در بین تمام مستطیل‌هایی با محیط ثابت ۱۴ سانتی‌متر، طول و عرض مستطیلی با بیش‌ترین مساحت را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۳۶	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - اگر تابع f در هر نقطه اکسترمم نسبی مشتق‌پذیر باشد، آن‌گاه مشتق تابع f در این نقاط صفر می‌شود.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۳۷	<p>اگر نقطه $(۲, ۱)$، نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۳۸	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۳۹	<p>در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. - بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $f(x) = x^3 - ۳x$ در آن اکیداً نزولی است برابر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۴۰	<p>مطابق شکل زیر، نقطه A در ناحیه اول دستگاه مختصات روی منحنی $y = ۲۷ - x^2$ قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم‌الزاویه OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم</p>



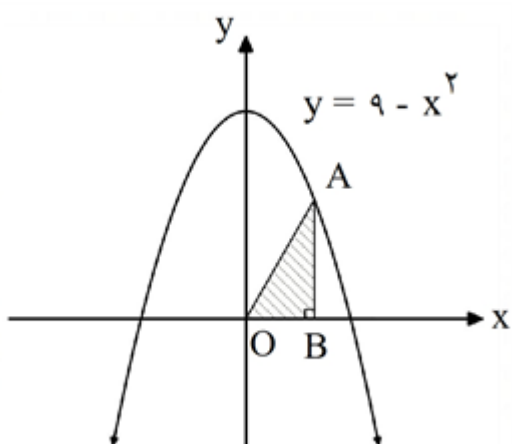
مطابق شکل زیر، نقطه A در ناحیه اول دستگاه مختصات روی منحنی $y = 3 - x^2$ قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم‌الزاویه OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.



۴۱

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

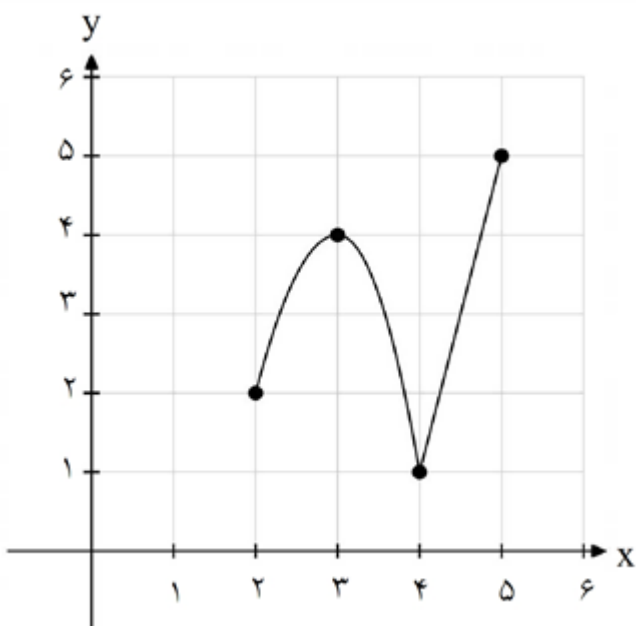
مطابق شکل زیر، نقطه A در ناحیه اول دستگاه مختصات روی منحنی $y = 9 - x^2$ قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم‌الزاویه OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.



۴۲

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

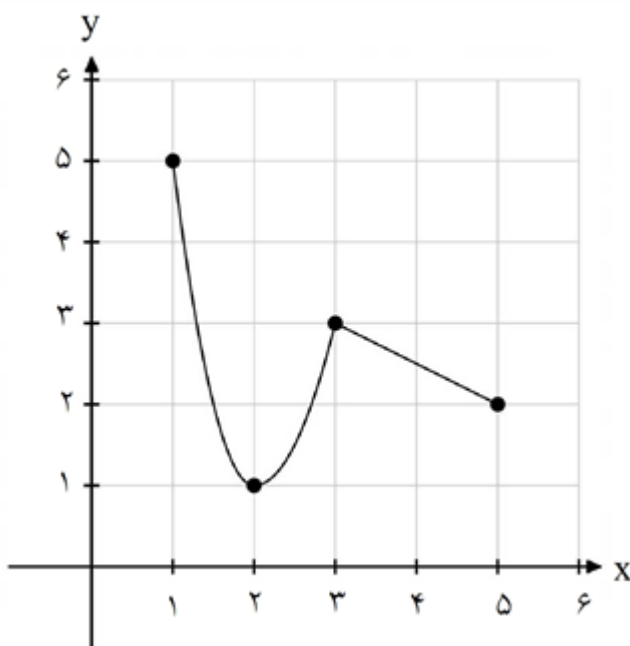
در نمودار تابع مقابل، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید.



۴۳

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

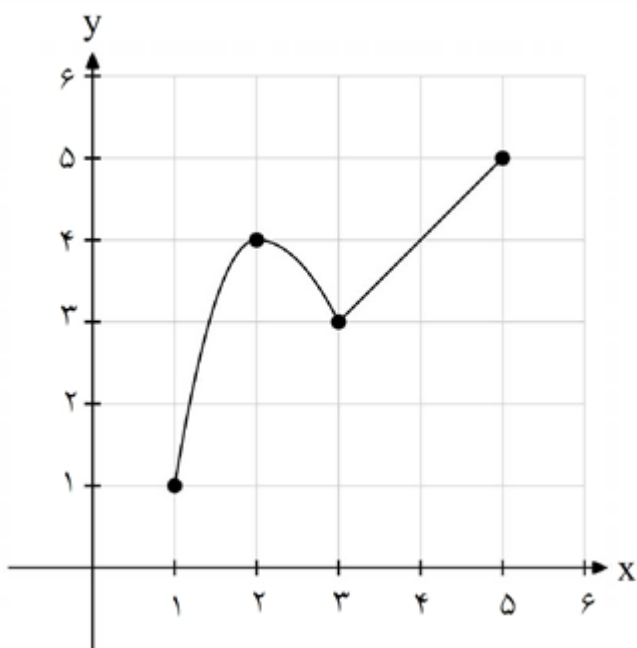
در نمودار تابع مقابل، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید.



۴۴

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

در نمودار تابع مقابل، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید.



۴۵

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

حجم یک قوطی استوانه‌ای شکل، 128π واحد مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن کمترین شود؟

۴۶

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

در یک مثلث متساوی‌الساقین اگر مجموع طول ساق‌ها برابر ۶ باشد، طول قاعده مثلث را چنان بیابید که مساحت مثلث کمترین شود.

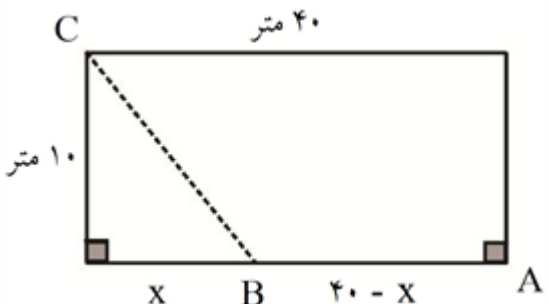
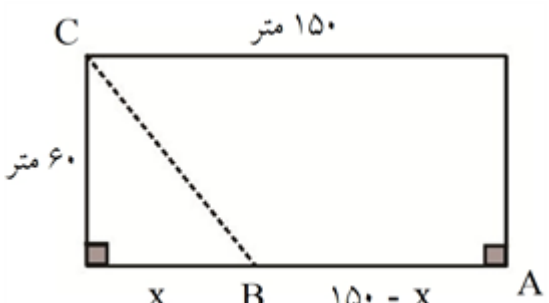
۴۷

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

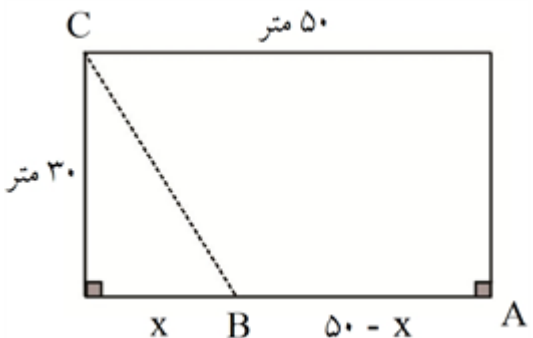
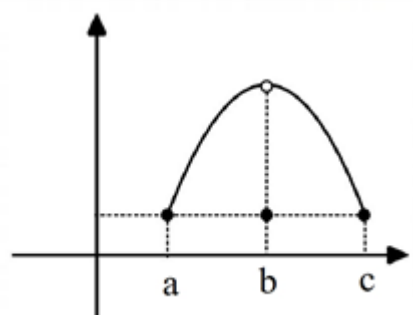
حجم یک قوطی استوانه‌ای شکل، 36π واحد مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن کمترین شود؟

۴۸

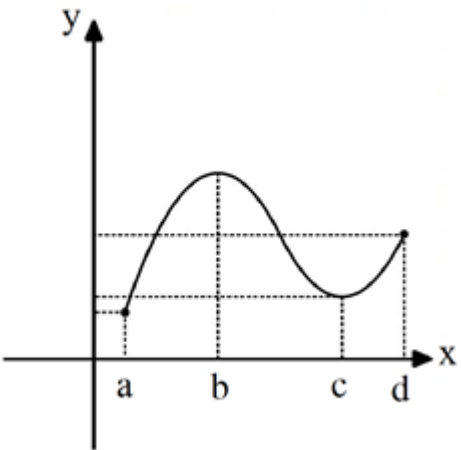
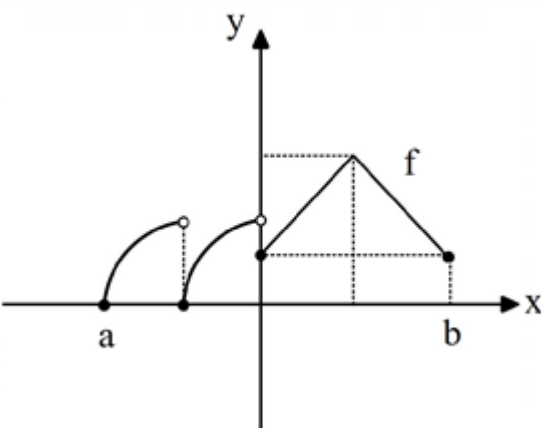
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

	<p>در یک مثلث متساوی الساقین اگر مجموع طول ساق‌ها برابر ۱۲ باشد، طول قاعده مثلث را چنان بیابید که مساحت مثلث کمترین شود.</p> <p>سوال‌ات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p>	۴۹
	<p>غلظت یک داروی شیمیایی در خون، t ساعت پس از تزریق در ماهیچه از رابطه $C(t) = \frac{12t}{4t^3 + 1}$ به دست می‌آید. چند ساعت پس از تزریق این دارو، غلظت آن در خون بیشترین مقدار ممکن خواهد بود؟</p> <p>سوال‌ات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p>	۵۰
	<p>غلظت یک داروی شیمیایی در خون، t ساعت پس از تزریق در ماهیچه از رابطه $C(t) = \frac{t}{t^3 + 432}$ به دست می‌آید. چند ساعت پس از تزریق این دارو، غلظت آن در خون بیشترین مقدار ممکن خواهد بود؟</p> <p>سوال‌ات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p>	۵۱
	<p>متحرکی در نقطه A قرار دارد و قرار است به نقطه C برود. اگر از نقطه A تا B با سرعت ثابت ۶ متر بر ثانیه و از نقطه B به C با سرعت ثابت ۲ متر بر ثانیه حرکت کند، مقدار x را چنان بیابید که این متحرک در کمترین زمان ممکن به نقطه C برسد.</p>  <p>سوال‌ات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p>	۵۲
	<p>متحرکی در نقطه A قرار دارد و قرار است به نقطه C برود. اگر از نقطه A تا B با سرعت ثابت ۸ متر بر ثانیه و از نقطه B به C با سرعت ثابت ۴ متر بر ثانیه حرکت کند، مقدار x را چنان بیابید که این متحرک در کمترین زمان ممکن به نقطه C برسد.</p>  <p>سوال‌ات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p>	۵۳

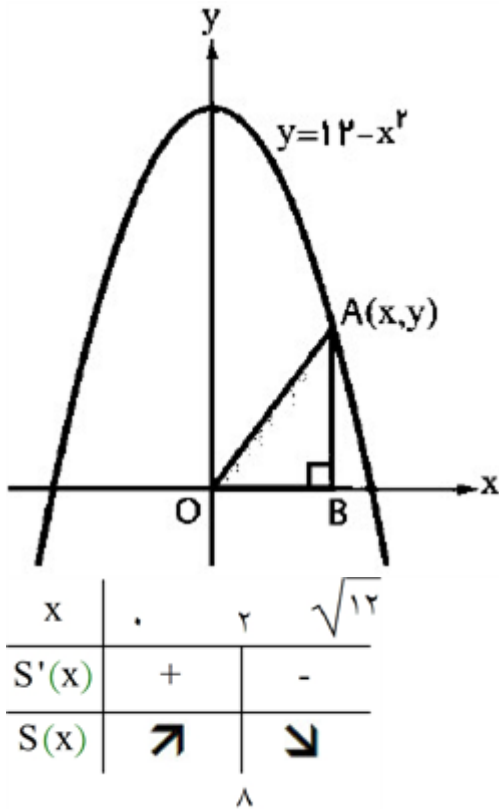


۵۴	<p>متحرکی در نقطه A قرار دارد و قرار است به نقطه C برود. اگر از نقطه A تا B با سرعت ثابت ۶ متر بر ثانیه و از نقطه B به C با سرعت ثابت ۳ متر بر ثانیه حرکت کند، مقدار x را چنان بیابید که این متحرک در کمترین زمان ممکن به نقطه C برسد.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۵۵	<p>حجم یک قوطی استوانه‌ای شکل، ۱۶π واحد مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن کمترین شود؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۵۶	<p>فاصله نقاط بحرانی تابع $f(x) = x^3 - 3x + 5$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۵۷	<p>ضرایب a و b را در تابع $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ طوری تعیین کنید که در نقطه $(-2, 1)$ اکسترمم نسبی داشته باشد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۵۸	<p>ضرایب ثابت a و b را چنان تعیین کنید که تابع با ضابطه $f(x) = 2x^3 + ax + b$ در $(-1, 7)$ یک اکسترمم نسبی داشته باشد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>
۵۹	<p>در شکل زیر همه ماکزیمم یا مینیمم‌های نسبی و مطلق را مشخص کنید.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم</p>



	<p>در شکل زیر همه ماکزیمم یا مینیمم‌ها نسبی و مطلق را مشخص کنید.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p>	۶۰
	<p>شکل مقابل نمودار تابع f در بازه $[a, b]$ است. تعداد نقاط اکسترمم نسبی f و ماکزیمم یا مینیمم نسبی بودن آن را مشخص کنید.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p>	۶۱
	<p>نمودار تابع $y = x - 3$ را رسم کنید و به کمک نمودار اکسترمم‌های نسبی و مطلق تابع را بیابید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p>	۶۲
	<p>الف) تابع $y = (x + 1)^3$ را رسم کنید. ب) مختصات نقطه بحرانی را مشخص کنید. ج) آیا این نقطه بحرانی، اکسترمم نسبی است؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p>	۶۳
	<p>نقاط بحرانی تابع $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 1$ را بیابید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم</p>	۶۴





$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}x(12 - x^2) = 6x - \frac{1}{2}x^3$$

$$\Rightarrow S'(x) = 6 - \frac{3}{2}x^2$$

$$6 - \frac{3}{2}x^2 = 0 \xrightarrow{x > 0} x = 2$$

$$\Rightarrow y = 12 - 4 = 8$$

۱

۳ = طول ماکزیمم نسبی
۱ = طول ماکزیمم مطلق

۲ = طول مینیمم نسبی
۴ = طول مینیمم مطلق

۲

درست

۳

$$h = \frac{300}{r^2}$$

$$S = \frac{1800}{r} + 3r^2$$

$$S' = \frac{-1800}{r^2} + 6r = 0$$

$$r = \sqrt[3]{300} \Rightarrow h = \sqrt[3]{300}$$

۴

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} f(-1) &= 11 \\ f(2) &= -16 \\ f(3) &= -9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{مقدار ماکزیمم} = 11$$

۵

$$y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4 \notin [-2, 3] \quad \text{غ ق ق}$$

$$f(-2) = 32, f(0) = 0, f(3) = -27$$

۰ = ماکزیمم مطلق -۳۲ = مینیمم مطلق

۶

x		-3		3	
f'(x)	+	○	-	○	+

$$f'(x) = 3x^2 - 27 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$$

۷

اكيداً صعودى $(-\infty, -3], [3, +\infty)$

$$f'(x) = -8x^2 + 8x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

۸

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
f'	-	+	-	
f		\swarrow	\searrow	
		-16 Min	11 Max	

$$x - y = 8 \Rightarrow x = 8 + y$$

$$s = xy = (8 + y)y = y^2 + 8y$$

$$s' = 2y + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x = 4 \end{cases}$$

۹

$$2h + 2r + \pi r = 8 \Rightarrow h = \frac{8 - 2r - \pi r}{2}$$

$$S(r) = 8r - 2r^2 - \frac{1}{2}\pi r^2 \Rightarrow S'(r) = 8 - 4r - \pi r \Rightarrow 8 - 4r - \pi r = 0 \Rightarrow r = \frac{8}{4 + \pi}$$

۱۰

r		$\frac{8}{4 + \pi}$	
S'	+	○	-
S	\swarrow		\searrow

$$h = \frac{8 - (2 + \pi) \frac{8}{4 + \pi}}{2} = \frac{8}{4 + \pi}$$

$$f'(x) = 5x^4 - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = +1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ غير قابل قبول}$$

۱۱

$$f(1) = -4 \text{ مينيما مطلق}$$

$$f(0) = 0$$

$$f(2) = 22 \text{ ماكزيما مطلق}$$

درست

۱۲



$$f'(x) = -2x + 2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

۱۳

x		-1		1	
f'	-	○	+	○	-
f	↘		↗		↘

پس تابع در بازه $[-1, 1]$ صعودی اکید است.

۱۴ نادرست

۱۵ d مینیمم مطلق

c ماکزیمم مطلق

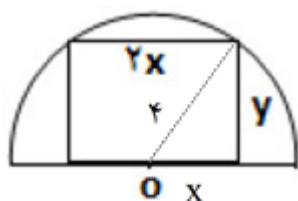
c ماکزیمم نسبی

b مینیمم نسبی

$$x - y = 10$$

$$p = xy = x(x - 10) = x^2 - 10x$$

$$p'(x) = 2x - 10 = 0 \Rightarrow x = 5, y = -5$$



$$y^2 = 16 - x^2 \Rightarrow S(x) = 2x(\sqrt{16 - x^2})$$

$$S'(x) = \frac{32 - 2x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{8}, y = \sqrt{8}$$

۱۶

۱۷

طول $\sqrt{8}$ و عرض $\sqrt{8}$ است.

$$f'(2) = 0 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2bx \Rightarrow b = -3$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow 8 + (-12) + d = 1 \Rightarrow d = 5$$

۱۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مشتق سهمی، تابع خطی (غیرثابت) است. چون طول نقطه مینیمم، منفی است پس f' محور x ها را در ناحیه $x < 0$ قطع می‌کند.



۱۹

x		$x_S < 0$	
f	نزولی		صعودی
f'	-	○	+

۲۰ درست

$$f'(x) = 3x^2 - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} x = 2, x = -2$$

اكيداً صعودي $(2, +\infty), (-\infty, -2)$

x	-2	2
f'	+	-
f		



$$y = 8 - x \Rightarrow S(x) = -x^2 + 8x \Rightarrow S'(x) = -2x + 8 = 0$$

$$x = 4, y = 4$$

$$f(1) = 2 \Rightarrow a - b = 1$$

$$\begin{cases} f'(x) = 3x^2 + a \Rightarrow 3 + a = 0 \Rightarrow a = -3, b = -4 \\ f'(1) = 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = x^2 - 3x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3, x = -1$$

x	-1	3
f'	+	-
f		
	max $\frac{7}{3}$	min $-\frac{25}{3}$

$$p = xy = 5x^2 - 10x \Rightarrow p'(x) = 0 \Rightarrow 10x - 10 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$y = -5$$

ت) ۲

پ) ۴

ب) -۴

نادرست

الف) ۸

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \notin [-1, 3] \end{cases}$$

$$f(-1) = 13$$

$$f(1) = -7 \Rightarrow \min(1, -7)$$

$$f(3) = 45 \Rightarrow \max(3, 45)$$

$$g'(x) = 3x^2 + 2 \neq 0$$

$$g(-2) = -8 - 4 - 5 = -17 \min, g(1) = 1 + 2 - 5 = -2 \max$$

۲۱

۲۲

۲۳ ماکزیمم نسبی

۲۴

۲۵

۲۶

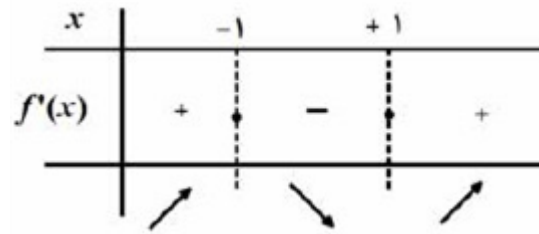
۲۷

۲۸

۲۹

۳۰





۳۱

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

اکیداً صعودی $(-\infty, -1), (1, +\infty)$

اکیداً نزولی $(-1, 1)$

۳۲

$$\text{عرض جعبه} = 6 - 2x, x \in [0, 3] \quad \text{طول جعبه} = 16 - 2x, x \in [0, 8]$$

$$\Rightarrow v(x) = x(16 - 2x)(6 - 2x) = 4x^3 - 44x^2 + 96x, 0 \leq x \leq 3$$

$$v'(x) = 12x^2 - 88x + 96 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \notin [0, 3] \\ x = \frac{4}{3} \in [0, 3] \end{cases}$$

چون $v(0) = v(3) = 0$ ، پس به ازای $x = \frac{4}{3}$ بیشترین مقدار حجم حاصل می‌شود.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \notin [-1, 1] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(1) = -1 \\ f(0) = 1 \quad \text{max} \\ f(-1) = -3 \quad \text{min} \end{cases}$$

۳۳

درست ۳۴

$$2(x + y) = 14 \Rightarrow x + y = 7 \Rightarrow y = 7 - x$$

۳۵

$$y = 7 - x \Rightarrow s = (y)(x) = 7x - x^2 \Rightarrow s'(x) = 7 - 2x = 0 \Rightarrow x = 7/2, y = 7/2$$

درست ۳۶

$$f'(2) = 0 \Rightarrow 12 + 4b = 0 \Rightarrow b = -3$$

۳۷

$$f(2) = 1 \Rightarrow 4b + d = -7$$

$$-12 + d = -7 \Rightarrow d = 5$$

درست ۳۸

$[-1, 1]$ ۳۹



$$S(x) = \frac{OA \times AB}{\sqrt{}} = \frac{x(27 - x^2)}{\sqrt{}} = \frac{27}{\sqrt{}}x - \frac{1}{\sqrt{}}x^3$$

۴۰

$$S'(x) = \frac{27}{\sqrt{}} - \frac{3}{\sqrt{}}x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \xrightarrow{x>0} x = 3 \Rightarrow y = 27 - 9 = 18$$

$$S(3) = \frac{3(27 - 9)}{\sqrt{}} = \frac{3 \times 18}{\sqrt{}} = 27$$

x	.	3	$\sqrt{27}$
$S'(x)$	-	0	+
$S(x)$	\nearrow	27	\searrow

$A(3, 18)$

$$S(x) = \frac{OA \times AB}{\sqrt{}} = \frac{x(3 - x^2)}{\sqrt{}} = \frac{3}{\sqrt{}}x - \frac{1}{\sqrt{}}x^3$$

۴۱

$$S'(x) = \frac{3}{\sqrt{}} - \frac{3}{\sqrt{}}x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \xrightarrow{x>0} x = 1 \Rightarrow y = 3 - 1 = 2$$

$$S(1) = \frac{3}{\sqrt{}} - \frac{1}{\sqrt{}} = 1$$

x	.	1	$\sqrt{3}$
$S'(x)$	-	0	+
$S(x)$	\nearrow	1	\searrow

$A(1, 2)$

$$S(x) = \frac{OA \times AB}{\sqrt{}} = \frac{x(9 - x^2)}{\sqrt{}} = \frac{9}{\sqrt{}}x - \frac{1}{\sqrt{}}x^3$$

۴۲

$$S'(x) = \frac{9}{\sqrt{}} - \frac{3}{\sqrt{}}x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \xrightarrow{x>0} x = \sqrt{3} \Rightarrow y = 9 - (\sqrt{3})^2 = 9 - 3 = 6$$

$$S(\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}(9 - 3)}{\sqrt{}} = \frac{\sqrt{3} \times 6}{\sqrt{}} = 3\sqrt{3}$$

x	.	$\sqrt{3}$	3
$S'(x)$	-	0	+
$S(x)$	\nearrow	$3\sqrt{3}$	\searrow

$A(\sqrt{3}, 6)$

طول ماکزیمم مطلق:

طول مینیمم نسبی: ۴

طول ماکزیمم نسبی: ۳

۴۳

طول مینیمم مطلق: ۴

۵

طول ماکزیمم مطلق:

طول مینیمم نسبی: ۲

طول ماکزیمم نسبی: ۳

۴۴

طول مینیمم مطلق: ۲

۱

طول ماکزیمم مطلق:

طول مینیمم نسبی: ۳

طول ماکزیمم نسبی: ۲

۴۵

طول مینیمم مطلق: ۱

۵

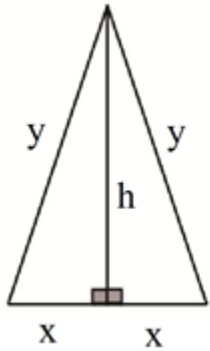


$$\pi R^{\sqrt{}} h = 12\lambda\pi \Rightarrow h = \frac{12\lambda}{R^{\sqrt{}}}$$

$$S = \sqrt{2}\pi R^{\sqrt{}} + \sqrt{2}\pi R h \Rightarrow S = \sqrt{2}\pi R^{\sqrt{}} + \sqrt{2}\pi R \times \frac{12\lambda}{R^{\sqrt{}}} \Rightarrow S = \sqrt{2}\pi R^{\sqrt{}} + \frac{12\sqrt{2}\pi}{R}$$

$$\Rightarrow S' = \sqrt{2}\pi R - \frac{12\sqrt{2}\pi}{R^{\sqrt{}}} = \frac{\sqrt{2}\pi R^{\sqrt{}} - 12\sqrt{2}\pi}{R^{\sqrt{}}} = 0 \Rightarrow \sqrt{2}\pi R^{\sqrt{}} - 12\sqrt{2}\pi = 0$$

$$\Rightarrow R^{\sqrt{}} = 6 \Rightarrow R = 6 \Rightarrow h = \frac{12\lambda}{6} = \lambda$$



$$\sqrt{2}y = 6 \Rightarrow y = 3$$

$$h^{\sqrt{}} + x^{\sqrt{}} = y^{\sqrt{}} \xrightarrow{y=3} h^{\sqrt{}} + x^{\sqrt{}} = 9 \Rightarrow h = \sqrt{9 - x^{\sqrt{}}}$$

$$S = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ}}{2} = \frac{\sqrt{2}x \times h}{2} = x\sqrt{9 - x^{\sqrt{}}}$$

$$S' = \sqrt{9 - x^{\sqrt{}}} + \frac{-\sqrt{2}x}{2\sqrt{9 - x^{\sqrt{}}}} \times x = \frac{9 - x^{\sqrt{}} - x^{\sqrt{}}}{\sqrt{9 - x^{\sqrt{}}}} = 0 \Rightarrow 9 - 2x^{\sqrt{}} = 0 \Rightarrow x^{\sqrt{}} = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

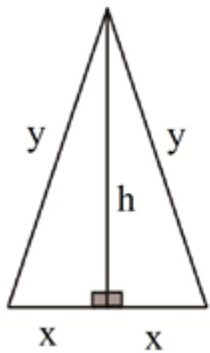
$$\text{طول قاعدہ مثلث} = \sqrt{2}x = \sqrt{2} \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} \right) = 3\sqrt{2}$$

$$\pi R^{\sqrt{}} h = 36\pi \Rightarrow h = \frac{36}{R^{\sqrt{}}}$$

$$S = \sqrt{2}\pi R^{\sqrt{}} + \sqrt{2}\pi R h \Rightarrow S = \sqrt{2}\pi R^{\sqrt{}} + \sqrt{2}\pi R \times \frac{36}{R^{\sqrt{}}} \Rightarrow S = \sqrt{2}\pi R^{\sqrt{}} + \frac{36\sqrt{2}\pi}{R}$$

$$S' = \sqrt{2}\pi R - \frac{36\sqrt{2}\pi}{R^{\sqrt{}}} = \frac{\sqrt{2}\pi R^{\sqrt{}} - 36\sqrt{2}\pi}{R^{\sqrt{}}} = 0 \Rightarrow \sqrt{2}\pi R^{\sqrt{}} - 36\sqrt{2}\pi = 0$$

$$\Rightarrow R^{\sqrt{}} = 18 \Rightarrow R = \sqrt{18} \Rightarrow h = \frac{36}{\sqrt{18}} \times \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{18}} = \frac{36\sqrt{18}}{18} \Rightarrow h = 2\sqrt{18}$$



$$2y = 12 \Rightarrow y = 6$$

$$h^2 + x^2 = y^2 \xrightarrow{y=6} h^2 + x^2 = 36 \Rightarrow h = \sqrt{36 - x^2}$$

٤٩

$$S = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ}}{2} = \frac{2x \times h}{2} = x\sqrt{36 - x^2}$$

$$S' = \sqrt{36 - x^2} + \frac{-2x}{2\sqrt{36 - x^2}} \times x = \frac{36 - x^2 - x^2}{\sqrt{36 - x^2}} = 0 \Rightarrow 36 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 18$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{طول قاعدہ مثلث} = 2x = 2(3\sqrt{2}) = 6\sqrt{2}$$

$$C'(t) = \frac{12(4t^3 + 1) - 12t(12t^2)}{(4t^3 + 1)^2} = 0 \Rightarrow 48t^3 + 12 - 144t^3 = 0 \Rightarrow 96t^3 = 12 \Rightarrow t^3 = \frac{12}{96} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{2}$$

٥٠

$$C'(t) = \frac{t^3 + 432 - 3t^2(t)}{(t^3 + 432)^2} = 0 \Rightarrow t^3 + 432 - 3t^3 = 0 \Rightarrow 2t^3 = 432 \Rightarrow t^3 = 216 \Rightarrow t = 6$$

٥١



$$x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v}$$

t_1 : زمان رسیدن از A به B

t_2 : زمان رسیدن از B به C

$$t_1 = \frac{40 - x}{6}$$

$$BC^2 = x^2 + 100 \Rightarrow BC = \sqrt{x^2 + 100}$$

$$t_2 = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{x^2 + 100}}{2}$$

$$t_{\text{کل}} = t_1 + t_2 \Rightarrow t_{\text{کل}} = \frac{40 - x}{6} + \frac{\sqrt{x^2 + 100}}{2}$$

$$t = \frac{40}{6} - \frac{1}{6}x + \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 100} \Rightarrow t' = -\frac{1}{6} + \frac{1}{2} \left(\frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 100}} \right)$$

$$t' = \frac{-\sqrt{x^2 + 100} + x}{6\sqrt{x^2 + 100}} = 0 \Rightarrow -\sqrt{x^2 + 100} + x = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 100} = x$$

به توان می‌رسانیم ۲

$$\rightarrow x^2 + 100 = x^2 \Rightarrow 100 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{100}{1} \Rightarrow x = \frac{10}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v}$$

t_1 : زمان رسیدن از A به B

t_2 : زمان رسیدن از B به C

$$t_1 = \frac{150 - x}{8}$$

$$BC^2 = x^2 + 400 \Rightarrow BC = \sqrt{x^2 + 400}$$

$$t_2 = \frac{BC}{4} = \frac{\sqrt{x^2 + 400}}{4}$$

$$t_{\text{کل}} = t_1 + t_2 \Rightarrow t_{\text{کل}} = \frac{150 - x}{8} + \frac{\sqrt{x^2 + 400}}{4}$$

$$t = \frac{150}{8} - \frac{1}{8}x + \frac{1}{4}\sqrt{x^2 + 400} \Rightarrow t' = -\frac{1}{8} + \frac{1}{4} \left(\frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 400}} \right)$$

$$t' = \frac{-\sqrt{x^2 + 400} + x}{8\sqrt{x^2 + 400}} = 0 \Rightarrow -\sqrt{x^2 + 400} + x = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 400} = x$$

به توان می‌رسانیم ۲

$$\rightarrow x^2 + 400 = x^2 \Rightarrow 400 = 0 \Rightarrow x^2 = 1200 \Rightarrow x = 20\sqrt{3}$$



$$x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v}$$

t_1 : زمان رسیدن از A به B

t_2 : زمان رسیدن از B به C

$$t_1 = \frac{50 - x}{6}$$

$$BC^2 = x^2 + 30^2 \Rightarrow BC = \sqrt{x^2 + 900}$$

$$t_2 = \frac{BC}{3} = \frac{\sqrt{x^2 + 900}}{3}$$

$$t_{\text{کل}} = t_1 + t_2 \Rightarrow t_{\text{کل}} = \frac{50 - x}{6} + \frac{\sqrt{x^2 + 900}}{3}$$

$$t = \frac{50}{6} - \frac{1}{6}x + \frac{1}{3}\sqrt{x^2 + 900} \Rightarrow t' = -\frac{1}{6} + \frac{1}{3} \left(\frac{2x}{\sqrt{x^2 + 900}} \right)$$

$$t' = \frac{-\sqrt{x^2 + 900} + 2x}{6\sqrt{x^2 + 900}} = 0 \Rightarrow -\sqrt{x^2 + 900} + 2x = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 900} = 2x$$

به توان می‌رسانیم

$$x^2 + 900 = 4x^2 \Rightarrow 3x^2 = 900 \Rightarrow x^2 = 300 \Rightarrow x = \sqrt{300}$$

$$\Rightarrow x = 10\sqrt{3}$$

$$\pi R^2 h = 16\pi \Rightarrow h = \frac{16}{R^2}$$

$$S = 2\pi R^2 + 2\pi R h \Rightarrow S = 2\pi R^2 + 2\pi R \times \frac{16}{R^2} \Rightarrow S = 2\pi R^2 + \frac{32\pi}{R}$$

$$S' = 4\pi R - \frac{32\pi}{R^2} = \frac{4\pi R^3 - 32\pi}{R^2} = 0 \Rightarrow 4\pi R^3 - 32\pi = 0$$

$$\Rightarrow R^3 = 8 \Rightarrow R = 2 \Rightarrow h = \frac{16}{4} = 4$$

$$f(x) = x^2 - 3x + 5 \Rightarrow y' = 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 1 - 3 + 5 = 3 \Rightarrow A(1, 3)$$

$$x = -1 \Rightarrow y = -1 + 3 + 5 = 7 \Rightarrow B(-1, 7)$$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (7 - 3)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20}$$

$$AB = 2\sqrt{5}$$



ابتدا از تابع مشتق می‌گیریم و باید $f'(1) = 0$ باشد:

$$f(x) = x^2 + ax^2 + b \Rightarrow f'(x) = 2x^2 + 2ax \Rightarrow f'(1) = 2 + 2a = 0 \\ \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -1$$

همچنین باید $f(1) = -2$ باشد:

$$f(1) = -2 \Rightarrow 1 + a + b = -2 \xrightarrow{a=-1} 1 - 1 + b = -2 \Rightarrow b = -1$$

$$(-1, 7) \Rightarrow 2(-1)^2 + a(-1) + b = 7 \Rightarrow -2 - a + b = 7 \Rightarrow -a + b = 9$$

$$f'(x) = 2x^2 + a \xrightarrow{x=-1} 2(-1)^2 + a = 0 \Rightarrow a = -2 \\ \Rightarrow -(-2) + b = 9 \Rightarrow 2 + b = 9 \Rightarrow b = 7$$

a : مینیمم مطلق

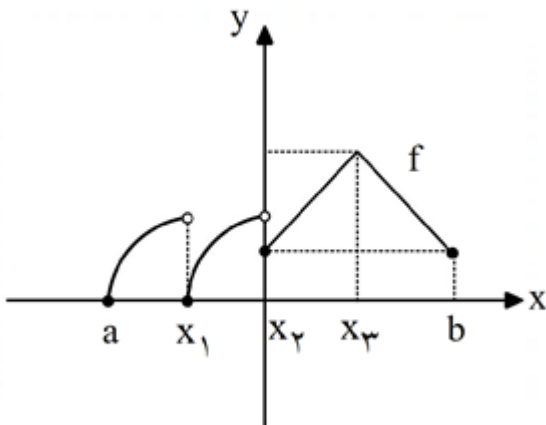
b : مینیمم مطلق و نسبی

c : مینیمم مطلق

a : مینیمم مطلق

b : ماکزیمم نسبی و مطلق

c : مینیمم نسبی

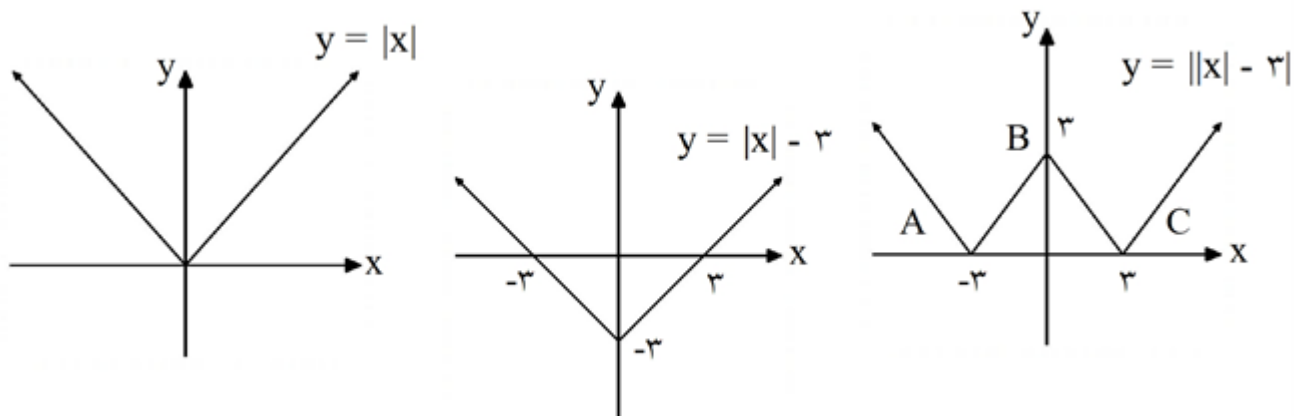


سه نقطه x_1, x_2, x_3 اکسترمم نسبی تابع هستند.

x_1 : مینیمم نسبی

x_2 : مینیمم نسبی

x_3 : ماکزیمم نسبی



۶۲

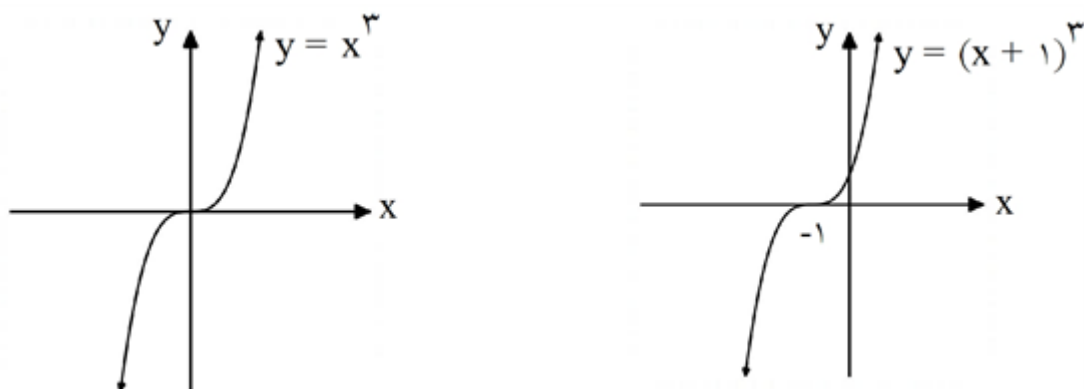
با توجه به نمودار داریم:

$A(-3, 0) \Rightarrow$ مینیمم مطلق و نسبی

$B(0, 3) \Rightarrow$ ماکزیمم نسبی

$C(3, 0) \Rightarrow$ مینیمم مطلق و نسبی

۶۳ الف



ب

$$y' = 3(x + 1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow A(-1, 0)$$

نقطه $A(-1, 0)$ نقطه بحرانی تابع $y = (x + 1)^3$ است.

ج

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+	•	+
y		•	

نقطه $A(-1, 0)$ نقطه اکسترمم نسبی تابع نیست. زیرا علامت مشتق در اطراف نقطه A تغییر نمی‌کند.

$$y' = x^3 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 4 \Rightarrow y = \frac{64}{3} - 32 + 1 = \frac{64}{3} - 31 = \frac{64 - 93}{3} = -\frac{29}{3} \end{cases}$$

۶۴

