



p30konkor.com

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

عنوان آزمون : ریاضی ۱۰ فصل ۶-متوسط ۱ تاریخ برگزاری :

ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	مجموعه $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}\}$ چند زیرمجموعه پنج عضوی دارد که در همه آن‌ها a_1 و a_2 باشد و a_7 نباشد؟	
۲	از میان ۴ دانش‌آموز رشته ریاضی و ۳ دانش‌آموز رشته تجربی می‌خواهیم یک کمیته علمی ۳ نفره را انتخاب کنیم. به چند طریق می‌توان این کمیته را انتخاب کرد، هرگاه: (الف) همگی از رشته ریاضی باشند: (ب) تعداد دانش‌آموزان رشته ریاضی بیشتر از دانش‌آموزان رشته تجربی باشند:	
۳	جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید. (الف) پیشامد A' زمانی رخ می‌دهد که پیشامد رخ ندهد. (ب) هر حالت از کنار هم قرار گرفتن ۵ شیء متمایز را یک از آن ۵ شیء می‌نامیم. (پ) در انتخاب ۲ شیء از بین n شیء، جابه‌جایی اشیاء اهمیت ندارد. (ت) بیان یا مفهوم مسئله، گام چرخه آماری در حل مسائل است. (ث) مقدار $\frac{n!}{1!}$ برابر است.	
۴	با حروف کلمه «جهرمی» چند کلمه پنج رقمی بدون تکرار می‌توان ساخت، به طوری که: (الف) با حرف نقطه‌دار شروع شود. (ب) «ج» و «ر» کنار هم باشند. (ج) با «ج» شروع شود و با «ر» پایان یابد.	
۵	اگر $56 = P(n, 2) + 2n$ باشد، مقدار n را به دست آورید.	
۶	اگر $25 = \binom{n}{2} + 3n$ باشد، مقدار n را به دست آورید.	
۷	مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$: (الف) چند زیرمجموعه چهار عضوی دارد؟ (ب) چند زیرمجموعه چهار عضوی دارد که در همه آن‌ها ۲ باشد و ۶ نباشد؟	
۸	در یک جعبه ۷ مهره قرمز و ۵ مهره آبی موجود است. سه مهره به تصادف و هم‌زمان از درون جعبه خارج می‌کنیم. تعداد حالت‌های زیر را حساب کنید. (مهره‌ها همگی متمایز هستند). (الف) همگی قرمز باشند: (ب) حداقل یک مهره آبی باشد:	



۹	مجموعه $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}\}$ چند زیرمجموعه دارد که در همه آن‌ها a_1 و a_2 باشد و a_7 نباشد؟
۱۰	مسئله‌ای طرح کنید که جواب آن برابر $\binom{6}{2} + \binom{5}{3}$ است.
۱۱	برای برگزاری یک دوره مسابقات ریاضی از بین ۵ دبیر، ۲ دانشجو و ۴ دانش‌آموز قرار است یک گروه علمی تشکیل شود. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد، اگر: الف) گروه، سه نفره باشد. ب) گروه، چهار نفره باشد و حداقل دو دبیر در آن باشد.
۱۲	در یک کیسه ۵ مهره سفید متمایز، ۴ مهره آبی متمایز و ۳ مهره سیاه متمایز موجود است. می‌خواهیم تعدادی مهره را با هم به صورت تصادفی از کیسه خارج کنیم. به چند طریق ممکن است، اگر: الف) تعداد مهره‌های خارج شده ۴ مهره باشد. ب) تعداد مهره‌های خارج شده ۵ مهره باشد و حداقل ۴ مهره سفید باشد.
۱۳	با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ چند عدد ۴ رقمی زوج با ارقام غیرتکراری می‌توان نوشت؟
۱۴	برای برگزاری یک دوره مسابقات ریاضی، از بین ۴ دبیر، ۳ دانشجو و ۲ دانش‌آموز قرار است گروهی تشکیل شود. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد اگر: الف) گروه ۴ نفره باشد؟ ب) گروه ۵ نفره باشد و حداقل یک دبیر در آن باشد؟
۱۵	در یک کیسه n مهره متمایز موجود است و دو مهره همزمان و به طور تصادفی از درون کیسه خارج می‌کنیم. تعداد حالت‌های به دست آمده برابر ۲۸ است. n را حساب کنید.



پاسخنامه تشریحی

$$\{a_1, a_2, -, -, -\} \Rightarrow \binom{7}{3} = \frac{7!}{(7-3)! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3 \times 2 \times 1} = 35$$

۱

$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{(4-3)! \times 3!} = \frac{4 \times 3!}{1 \times 3!} = 4$$

$$\binom{4}{2} \binom{3}{1} + \binom{4}{3} = 6 \times 3 + 4 = 22$$

الف) ۲

ب)

ب) جایگشت (ص ۶)

ت) اولین (ص ۹)

الف) A (ص ۱۷)

پ) ترکیب (ص ۳۰)

ث) ۱ (ص ۵)

۳

الف) برای آنکه با حرف نقطه‌دار شروع شود باید با «ج» یا «ی» آغاز شود.

۴

$$\underline{1} \times \underline{2} \times \underline{3} \times \underline{4} \times \underline{2} = 48$$

ج

ی

ب)

$$\boxed{2!} \Rightarrow 2! \times 2! = 48$$

ج)

$$\underline{1} \times \underline{1} \times \underline{2} \times \underline{3} \times \underline{1} = 6$$

ر

ج

$$P(n, 2) = \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = n(n-1)$$

$$\Rightarrow n(n-1) + 2n - 56 = 0 \Rightarrow n^2 - n + 2n - 56 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + n - 56 = 0 \Rightarrow (n+8)(n-7) = 0$$

$$\begin{cases} n = -8 \text{ ق ق} \\ n = 7 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\binom{n}{2} = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} + 2n = 25 \xrightarrow{\times 2} n(n-1) + 4n - 50 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - n + 4n - 50 = 0 \Rightarrow n^2 + 3n - 50 = 0 \Rightarrow (n+10)(n-5) = 0$$

$$\begin{cases} n = -10 \text{ ق ق} \\ n = 5 \text{ ق ق} \end{cases}$$

۵

۶

$$\text{تعداد زیرمجموعه عضوی ۴} = \binom{6}{4} = \frac{6!}{(6-4)! \times 4!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{2 \times 4!} = 15$$

الف) ۷

$$\{2, -, -, -\} \Rightarrow \binom{4}{3} = \frac{4!}{(4-3)! \times 3!} = \frac{4 \times 3!}{1 \times 3!} = 4$$

ب)

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{(7-3)! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3 \times 2 \times 1} = 35$$

(الف) ۸

سه آبی یا یک قرمز و دو آبی یا دو قرمز و یک آبی = حداقل یکی آبی باشد

(ب)

$$\text{حداقل یکی آبی باشد} = \binom{5}{1} \times \binom{7}{2} + \binom{5}{2} \times \binom{7}{1} + \binom{5}{3}$$

$$= 5 \times 21 + 10 \times 7 + 10 = 105 + 70 + 10 = 185$$

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8 \quad a_9 \quad a_{10}$$

$$\frac{1}{a_1} \times \frac{1}{a_2} \times \frac{2}{a_3} \times \frac{2}{a_4} \times \frac{2}{a_5} \times \frac{2}{a_6} \times \frac{1}{a_7} \times \frac{2}{a_8} \times \frac{2}{a_9} \times \frac{2}{a_{10}} = 2^7 = 128$$

باشد باشد باشد باشد باشد باشد نباشد باشد باشد نباشد
نباشد نباشد نباشد نباشد نباشد نباشد نباشد نباشد نباشد نباشد

۹

$$\binom{5}{3} + \binom{6}{2} = \binom{5}{2} + \binom{6}{3}$$

۱۰

درون کیسه‌ای ۵ مهره قرمز و ۶ مهره آبی وجود دارد، دو مهره به تصادف و همزمان از این کیسه بیرون می‌آوریم. تعداد حالت‌هایی را تعیین کنید که این دو مهره هم‌رنگ باشند.

نمونه‌ای دیگر: یک آزمون شامل ۶ سؤال تستی و ۵ سؤال تشریحی است. به چند حالت می‌توان به سه سؤال تشریحی یا دو سؤال تستی پاسخ داد.

(الف) ۱۱

$$\binom{11}{3} = \frac{11!}{(11-3)! \times 3!} = \frac{11!}{8! \times 3!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8! \times 3 \times 2 \times 1} = 165$$

(ب)

$$\binom{5}{2} \binom{6}{2} + \binom{5}{3} \binom{6}{1} + \binom{5}{4} = 10 \times 15 + 10 \times 6 + 5 = 215$$

(الف) ۱۲

$$\binom{12}{4} = \frac{12!}{(12-4)! \times 4!} = \frac{12!}{8! \times 4!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 495$$

(ب)

$$\binom{5}{4} \binom{7}{1} + \binom{5}{5} = 5 \times 7 + 1 = 36$$

$$24 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 : \text{حالت اول که رقم سمت راست صفر باشد}$$

$$36 = 3 \times 3 \times 2 \times 2 : \text{حالت دوم که رقم سمت راست ۲ یا ۴ باشد}$$

$$24 + 36 = 60 \text{ تعداد کلی اعداد}$$

۱۳



$$\text{الف)} \binom{9}{4} = \frac{9!}{4! \times 5!} = 126$$

توجه: در صورتی که دانش آموز پس از اشاره به $\binom{9}{4}$ و بدون محاسبه آن، پاسخ نهایی ۱۲۶ را بنویسد نمره کامل تعلق گیرد.

$$\binom{9}{5} - \binom{5}{5} = 125$$

ب) روش اول: استفاده از روش متمم

روش دوم: به روش مستقیم

$$\binom{4}{1} \binom{5}{4} + \binom{4}{2} \binom{5}{3} + \binom{4}{3} \binom{5}{2} + \binom{4}{4} \binom{5}{1} = 125$$

$$\binom{n}{2} = 28 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = 28 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2 \times 1} = 28$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 28 \Rightarrow n^2 - n = 56 \Rightarrow n^2 - n - 56 = 0 \Rightarrow (n-8)(n+7) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 8 & \text{ق ق} \\ n = -7 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

