



p30konkor.com

عنوان آزمون : ریاضی تجربی ۱۱ فصل ۶

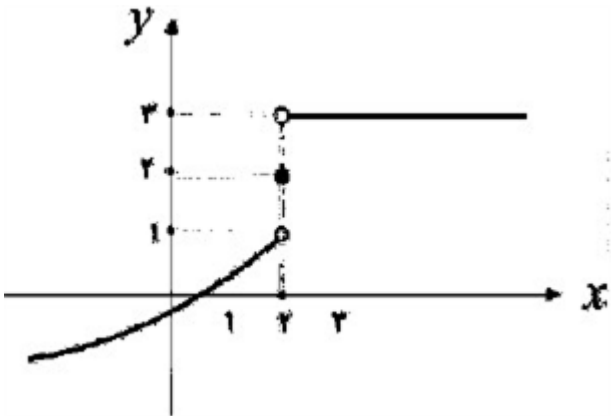
زمان آزمون :

تاریخ برگزاری

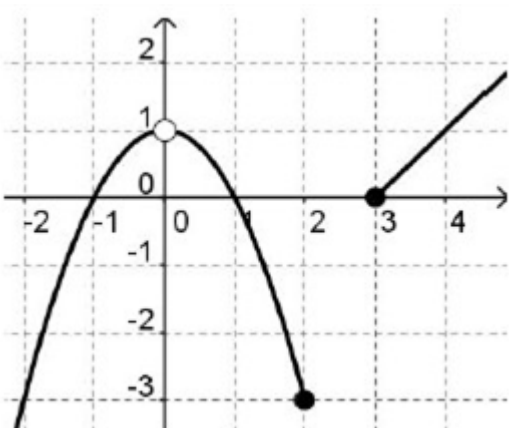
نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

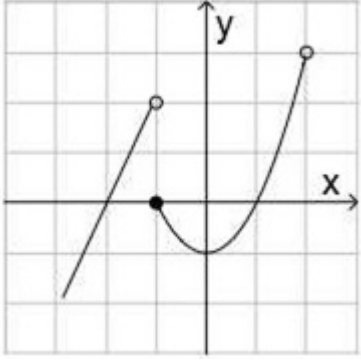
نام دبیر :

ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>مقدار a و b را چنان تعیین کنید که تابع زیر در $x = 1$ پیوسته است.</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & x > 1 \\ b-1 & x = 1 \\ x-2a & x < 1 \end{cases}$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>	
۲	<p>با توجه به نمودار تابع $f(x)$ مقدار عبارت، $\lim_{x \rightarrow 2^-} [f(x)] + f(2) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ را به دست آورید. ([] نماد جزء صحیح است).</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>	
۳	<p>پیوستگی تابع مقابل را در $x = 0$ بررسی کنید.</p> $f(x) = \begin{cases} \sin x + \cos x & x < 0 \\ \sqrt{2} & x = 0 \\ x^2 + 1 & x > 0 \end{cases}$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>	
۴	<p>حدود زیر را در صورت وجود بیابید. ([] نماد جزء صحیح است).</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{8 - x^3}{x^2 + 3x - 10}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{ 2 - x }{[x] + 1}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>	

	<p>نمودار تابع f به صورت مقابل داده شده است. مطلوب است:</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$</p> <p>پ) آیا تابع f در بازه $[-1, 1]$ پیوسته است؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>	۵
	<p>پیوستگی تابع f را در نقطه $x = -1$ بررسی کنید. ([] نشان‌دهنده جزء صحیح است.)</p> $f(x) = \begin{cases} 2[x] + 1 & x < -1 \\ -3 & x = -1 \\ x^2 + 4x & x > -1 \end{cases}$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>	۶
	<p>حاصل حدهای زیر را در صورت وجود بیابید. ([] نشان‌دهنده جزء صحیح است.)</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x - 2 }{x - 2}$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x - 2}{[x] + 1}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>	۷
	<p>با توجه به نمودار تابع f حاصل حدهای زیر را بیابید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -2} (x + f(x))$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>	۸

۹	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>تابع $y = \sqrt{1-x}$ در $x = 1$ پیوستگی دارد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۰	<p>پیوستگی تابع زیر را در نقطه $x = -2$ بررسی کنید. ([] نشان‌دهنده جزء صحیح است.)</p> $f(x) = \begin{cases} [x] - 2 & x < -2 \\ -5 & x = -2 \\ 3 - 2x^2 & x > -2 \end{cases}$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۱	<p>در صورت وجود حاصل‌دهای زیر را به دست آورید. ([] نشان‌دهنده جزء صحیح است.)</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{[x] + 1}{\cos(-\pi x)}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۲	<p>نموداری از یک تابع رسم کنید که در نقطه $x = 2$، حد راست آن تابع برابر ۳ است ولی حد چپ و مقدار تابع در $x = 2$ برابر ۲ باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۳	<p>با توجه به نمودار تابع f، حدهای خواسته شده را در صورت وجود پیدا کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۴	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- حد تابع $f(x) = \sqrt{2-x}$ وقتی x به عدد ۲ میل می‌کند، برابر صفر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۵	<p>پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} x - 5 & x < 2 \\ -3 & x = 2 \\ x^2 - 7 & x > 2 \end{cases}$ را در $x = 2$ بررسی کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>

۱۶	<p>تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{[x] - ۲}{x - ۲}$ را در نظر بگیرید. با کامل کردن جدول زیر، مقدار $\lim_{x \rightarrow ۲^+} f(x)$ را در صورت وجود به دست آورید. ($[]$ نماد جزء صحیح است)</p> <table><tr><td>x</td><td>۲/۱</td><td>۲/۰٫۱</td><td>۲/۰٫۰۱</td><td>$\rightarrow ۲$</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>؟</td></tr></table>	x	۲/۱	۲/۰٫۱	۲/۰٫۰۱	$\rightarrow ۲$	f(x)	؟
x	۲/۱	۲/۰٫۱	۲/۰٫۰۱	$\rightarrow ۲$							
f(x)	؟							
۱۷	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = \sqrt{۱ - x}$ در $x = ۱$ پیوستگی راست دارد.</p>										
۱۸	<p>مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} -۲x + a & x < ۰ \\ b + ۱ & x = ۰ \\ x^۲ + ۲ & x > ۰ \end{cases}$ در $x = ۰$ پیوسته باشد.</p>										
۱۹	<p>اگر تابع $f(x)$ در $x = ۱$ پیوسته باشد، مقدار a و b را به دست آورید.</p> $f(x) = \begin{cases} ax + ۳ & x < ۱ \\ ۲ & x = ۱ \\ x^۲ + b & x > ۱ \end{cases}$										
۲۰	<p>حاصل حدهای زیر را به دست آورید. ($[]$ نماد جزء صحیح است.)</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow ۳} \frac{x^۲ - ۹}{x^۲ - ۳x}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow ۲^-} \frac{x + ۳}{[x]}$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{۴}} (\tan x + \cot x)$</p>										
۲۱	<p>حاصل حدهای زیر را به دست آورید. ($[]$ نماد جزء صحیح است.)</p> $\lim_{x \rightarrow -۱} \frac{x^۲ - ۳x - ۴}{x^۲ + x} =$ $\lim_{x \rightarrow -۲^-} \frac{۲x + ۳}{[x] + ۲} =$										

	<p>حاصل حدهای زیر را به دست آورید. ([] نماد جزء صحیح است.)</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 1}{[x]}$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin x - \cos x)$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>	۲۲
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)</p> <p>مقدار $\lim [x]$ وقتی $x \rightarrow 0$ برابر صفر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>	۲۳
	<p>در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.</p> <p>حاصل حد \sqrt{x} وقتی $x \rightarrow 0^+$ برابر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>	۲۴
	<p>با استفاده از نمودار زیر، مقادیر خواسته شده را در صورت وجود به دست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>	۲۵
	<p>آیا تابع $f(x) = \sqrt{x - x^2}$ در نقطه $x = 1$ حد دارد؟ چرا؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>	۲۶
	<p>پیوستگی تابع f را در $x = 0$، به ازای تمام مقادیر a بررسی کنید.</p> <p>$f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{ x } & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>	۲۷

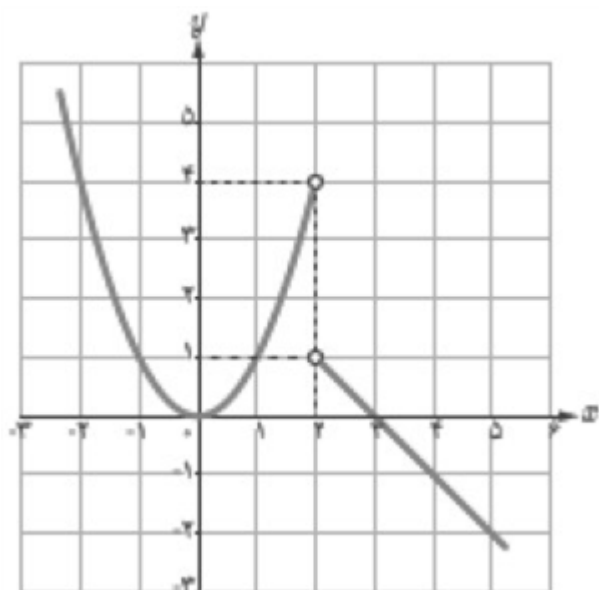
	<p>مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع f در نقطه‌ای به طول $x = 0$ پیوسته باشد. (نماد جزء صحیح است.)</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} & x > 0 \\ x - \frac{a}{4} & x = 0 \\ b + \frac{[x]}{2} & x < 0 \end{cases}$ <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>	۲۸
	<p>با توجه به شکل، حاصل عبارت زیر را در صورت وجود به دست آورید.</p> $2 \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + 3f(1) - \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p>	۲۹
	<p>مقدار a و b را چنان تعیین کنید که تابع زیر در $x = 2$ پیوسته باشد.</p> $f(x) = \begin{cases} 2x + a & x > 2 \\ 3 & x = 2 \\ bx + 1 & x < 2 \end{cases}$ <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>	۳۰
	<p>حد راست تابع $f(x) = \frac{x}{[x] - 3}$ را در نقطه $x = 3$ بررسی کنید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>	۳۱
	<p>نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -2 & x \in \mathbb{Z} \\ 3 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ را در فاصله $[-2, 2]$ رسم نموده و سپس با استفاده از نمودار $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ را به دست آورید.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>	۳۲
	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>حد تابع همانی $f(x) = x$ در هر عدد دلخواه a، برابر است.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>	۳۳
	<p>پیوستگی تابع زیر را در نقطه $x = 2$ بررسی کنید.</p> $f(x) = \begin{cases} 2x - 9 & x > 2 \\ -5 & x = 2 \\ -2x^2 + 3 & x < 2 \end{cases}$ <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>	۳۴

با استفاده از نمودار مقابل، مقادیر خواسته شده را در صورت وجود به دست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$

ج) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$



۳۵

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} =$$

حاصل حد مقابل را به دست آورید.

۳۶

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.

حد تابع $f(x) = \frac{x+4}{[x]+3}$ وقتی $x \rightarrow -1^-$ برابر است. ([] نماد جزء صحیح است.)

۳۷

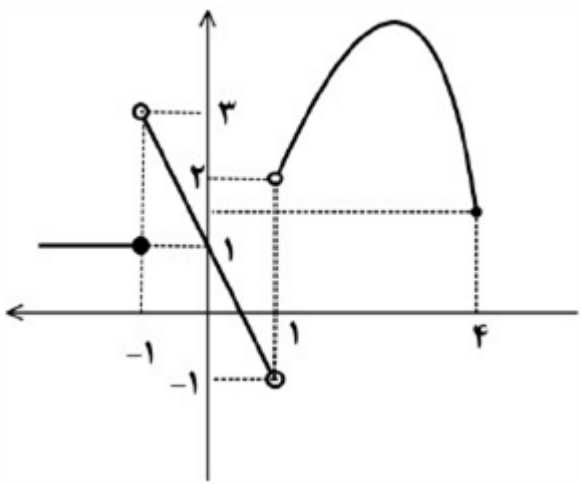
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

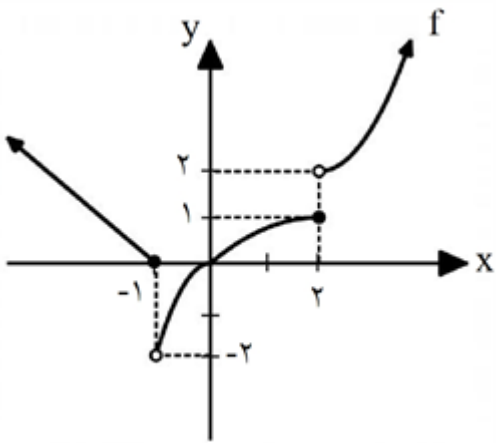
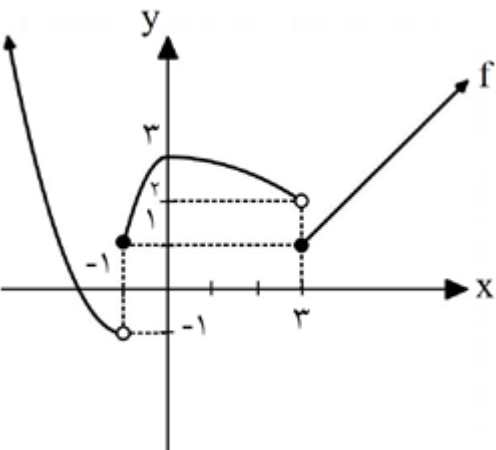
مقادیر a و b را چنان تعیین کنید که تابع زیر در نقطه $x = -1$ پیوسته باشد.

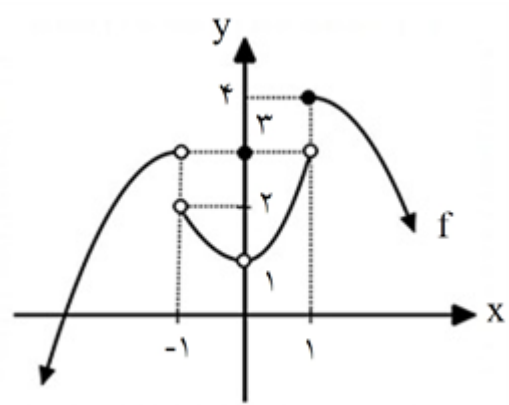
$$f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ ax + b & x = -1 \\ x^2 - b & x > -1 \end{cases}$$

۳۸

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

	<p>مقدار حدهای زیر را در صورت وجود تعیین کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 1402} [x]$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \cos x$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>	۳۹
	<p>با توجه به نمودار حاصل را بیابید.</p>  <p>$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) - 3 \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + 3f(-1) =$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>	۴۰
	<p>نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x + 1 & x > 1 \\ x^2 - 2 & x < 1 \end{cases}$ را رسم نموده و سپس با استفاده از نمودار حد تابع در نقطه $x = 1$ را بررسی کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>	۴۱
	<p>مقدار a و b را چنان تعیین کنید که تابع زیر در $x = 2$ پیوسته باشد.</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{[x]+a}{x-1} & x > 2 \\ b-1 & x = 2 \\ 2bx+4 & x < 2 \end{cases}$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>	۴۲
	<p>مقدار a را طوری بیابید که تابع $g(x) = ([x] - a)[x]$ در نقطه $x = -2$ پیوسته باشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>	۴۳
	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>حد تابع ثابت $f(x) = c$ در هر عدد دلخواه a برابر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>	۴۴

	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - تابع $g(x) = \sqrt{x-3}$ در نقطه $x=3$ حد ندارد.</p>	۴۵
	<p>نمودار تابع g را به گونه‌ای رسم کنید که در نقطه $x=-2$ حد راست داشته باشد ولی در این نقطه پیوستگی راست نداشته باشد.</p>	۴۶
	<p>نمودار f به صورت مقابل داده شده است. مطلوب است:</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ پ) آیا تابع f در بازه $[-1, 2]$ پیوسته است؟</p> 	۴۷
	<p>آیا تابع f در بازه $[-1, 3]$ پیوسته است؟ چرا؟</p> 	۴۸

	<p>حدهای زیر را در صورت وجود بیابید. ([] نماد جزء صحیح است.)</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 5x + 6}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{ 3 - x }{[x] + 1}$</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p>	۴۹
	<p>پیوستگی تابع زیر را در $x = \frac{\pi}{4}$ بررسی کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)</p> $f(x) = \begin{cases} \sin x + \cos x & x > \frac{\pi}{4} \\ \sqrt{2} & x = \frac{\pi}{4} \\ [-x] + \sqrt{2} + 1 & x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p>	۵۰
	<p>اگر نمودار f به صورت زیر باشد، مقدار عبارت $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + f(0) + \lim_{x \rightarrow (-1)^+} [f(x)]$ را به دست آورید. ([] نماد جزء صحیح است.)</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p>	۵۱
	<p>حدود زیر را در صورت وجود بیابید. ([] نماد جزء صحیح است.)</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^3}{x^2 - 7x + 6}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ x - 5 }{[-x] + 3}$</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p>	۵۲
	<p>اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 + x - 1 & x > 2 \\ ax + 4 & x < 3 \end{cases}$ و $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 16$ باشد، مقدار a را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p>	۵۳

	<p>اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = a$ و $\lim_{x \rightarrow 5} g(x) = b$ باشد، مقدار $h(a - b)$ را به دست آورید.</p> $f(x) = \frac{x^2 - 8}{x - 2}$ $g(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 6 & x \neq 5 \\ 7 & x = 5 \end{cases}$ $h(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{4}\right)$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم</p>	۵۴
	<p>اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 12$ باشد، مقدار $f(2) + f(m)$ را به دست آورید.</p> $f(x) = \begin{cases} x^2 + mx & x \neq 2 \\ 2m - 1 & x = 2 \end{cases}$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم</p>	۵۵
	<p>مقدار m را چنان بیابید که تابع f در $x = 2$ دارای حدی برابر ۹ باشد.</p> $f(x) = \begin{cases} 2mx + 7 & x \neq 2 \\ 4m - 1 & x = 2 \end{cases}$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم</p>	۵۶
	<p>با توجه به نمودار تابع f، حاصل حد زیر را حساب کنید.</p> $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - 2}{f(x) + 3}$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم</p>	۵۷

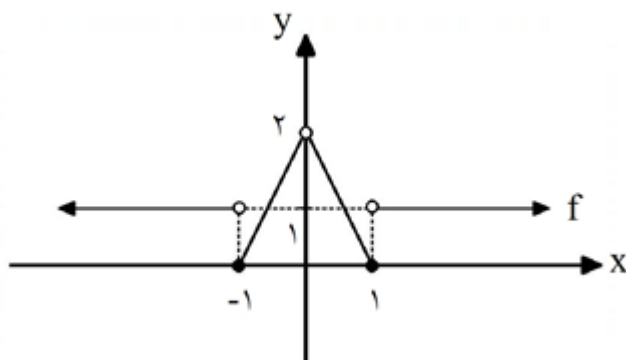
با توجه به نمودار تابع f ، حدهای خواسته شده را بیابید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

ج) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

د) $\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x)$



۵۸

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

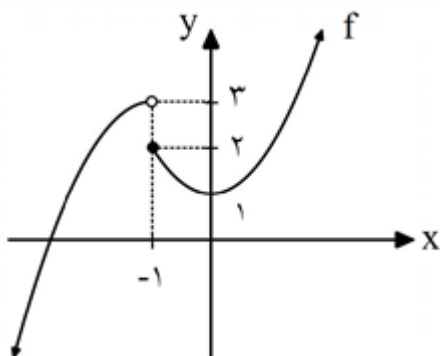
با توجه به نمودار تابع f ، حدهای خواسته شده را بیابید.

الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$

ج) $\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x)$

د) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$



۵۹

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

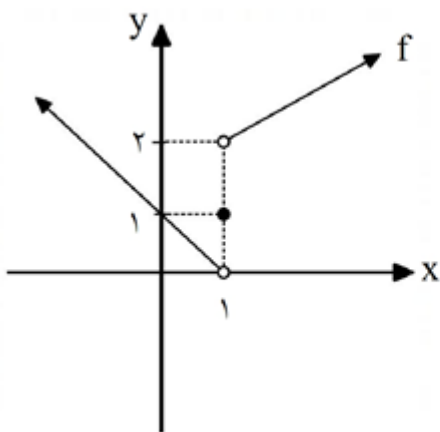
مقدار k را چنان بیابید که تابع f در $x = 3$ دارای حدی برابر ۱۲ باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{kx - 3k} & x \neq 3 \\ 4 + k & x = 3 \end{cases}$$

۶۰

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

با توجه به نمودار تابع f ، حد خواسته شده را بیابید. (نماد جزء صحیح است)



$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) + [x]}{x + 1}$$

۶۱

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-پازدهم

تابع غیرصفر $f(x) = a[x] + b[x + 1]$ در R پیوسته است. مقدار $\frac{f(a)}{a}$ کدام است؟

$-\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

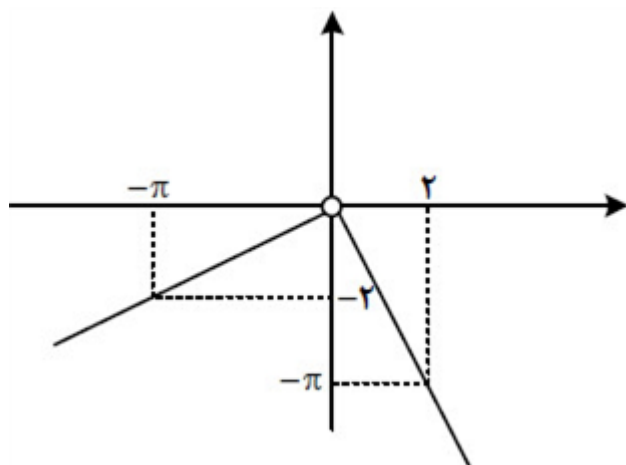
-1 (۲)

1 (۱)

۶۲

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

شکل زیر، نمودار تابع f است. مقدار $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\sin x}{|f(x)|} + \lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^+} \frac{|f(x)|}{\sin x}$ کدام است؟



$4\pi + \frac{1}{\pi^2}$ (۴)

$4\pi - \frac{1}{\pi^2}$ (۳)

$\frac{4}{\pi^2} - 1$ (۲)

$1 - \frac{4}{\pi^2}$ (۱)

۶۳

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

به ازای مقادیر طبیعی c ، تابعی $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} & |x| \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > c \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. کدام می‌تواند مقدار $\left[\frac{a}{b}\right]$ باشد؟

-4 (۴)

-3 (۳)

-2 (۲)

-1 (۱)

۶۴

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

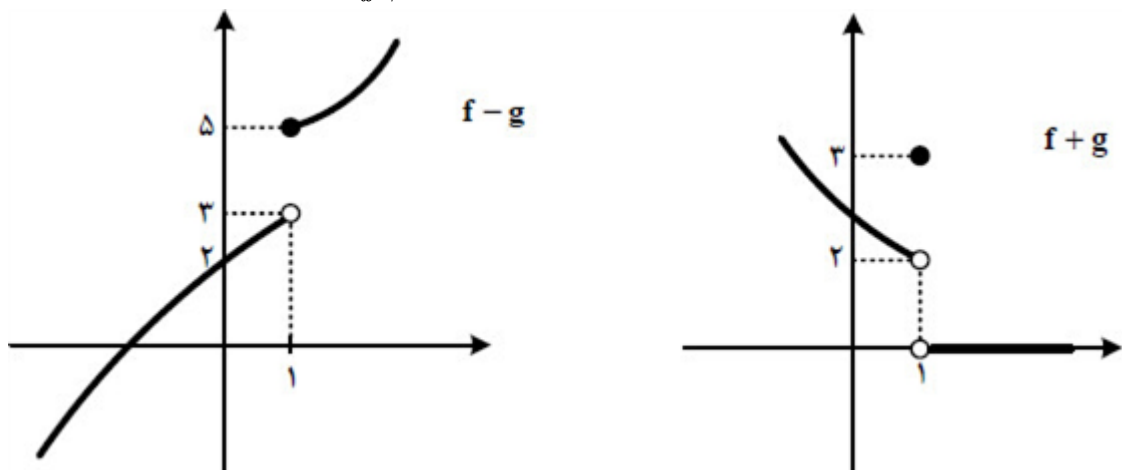
تابع $f(x) = b[x^2 - ax] - a^2$ در R پیوسته است. مقدار $\frac{a}{f(b)}$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{4}$ ۳) ۱ ۴) صفر

۶۵

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

شکل‌های زیر، نمودار توابع $f+g$ و $f-g$ هستند. مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟



- ۱) حد ندارد. ۲) $2/25$ ۳) $2/5$ ۴) $2/75$

۶۶

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x^2 + (m-1)x + (m-4)}}{|x^2 + ((m-7)x + a)^2|} & x \neq a \\ \frac{2 \sin b}{3\sqrt{x+2}} & x = a \end{cases}$ در R پیوسته باشد، مقدار b کدام می‌تواند باشد؟

- ۱) $\frac{\pi}{3}$ ۲) $\frac{\pi}{6}$ ۳) $\frac{5\pi}{3}$ ۴) $\frac{5\pi}{6}$

۶۷

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

تابع $f(x) = \begin{cases} (1-a)[x] + (3a^2 - 1)[-x] & x \notin Z \\ b \sin(\frac{\pi}{a}) & x \in Z \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۶۸

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

به‌ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 - x - 2|}{x-2} & x < 2 \\ a[-x] + 3 + 3a & x \geq 2 \end{cases}$ ، روی بازه‌ی $(-\infty, 2]$ پیوسته است؟

- ۱) -3 ۲) -6 ۳) هر مقدار a ۴) هیچ مقدار a

۶۹

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۷۰	<p>برای مقدار مشخص k، تابع $f(x) = \begin{cases} x - [-x] & \text{زوج } [x] \\ x - [x] + k & \text{فرد } [x] \end{cases}$ در $x = -n$ و $x = n$ پیوسته است. کدام مورد در خصوص n صحیح است؟ ($k, n \in \mathbb{N}$)</p> <p> <input type="radio"/> ۱ n زوج <input type="radio"/> ۲ n فرد <input type="radio"/> ۳ برای جمیع مقادیر n پیوسته است. <input type="radio"/> ۴ برای هیچ مقداری از n پیوسته نیست. </p> <p>سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه</p>
۷۱	<p>تابع $f(x) = \begin{cases} [x] + [-x] & x^2 < x \\ \cos \pi x & x^2 = x \\ x ([x] + 1) & x < x^2 < 2 \end{cases}$ در چند نقطه ناپیوسته است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ <input type="radio"/> ۲ <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> ۴ در همه نقاط پیوسته است. </p> <p>سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱</p>
۷۲	<p>تابع $f(x) = \begin{cases} \tan \frac{(x+1)\pi}{4} & x \leq 1 \\ \frac{ x^2+x-2 }{a(1-x)} & 1 < x < 5 \\ b(x - [-x]) & x \geq 5 \end{cases}$ روی بازه $[1, 5]$ پیوسته است. مقدار ab کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ -0.7 <input type="radio"/> ۲ -0.5 <input type="radio"/> ۳ 0.7 <input type="radio"/> ۴ 0.5 </p> <p>سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱</p>
۷۳	<p>اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x - [x] & \text{زوج } [x] \\ x - [x-a] & \text{فرد } [x] \end{cases}$ در R پیوسته باشد، مجموعه مقادیر $[a]$ شامل چند عضو است؟ ($a < -1$)</p> <p> <input type="radio"/> ۱ صفر <input type="radio"/> ۲ <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> ۴ </p> <p>سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱</p>
۷۴	<p>اگر در ریشه‌ای از معادله $ax^2 - ax + b = 0$، حد تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - 1}$ موجود بوده و تابع f در آن پیوسته نباشد، مقدار $\left[\frac{b - 2a}{3} \right]$ کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ -3 <input type="radio"/> ۲ -2 <input type="radio"/> ۳ 1 <input type="radio"/> ۴ صفر </p> <p>سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱</p>
۷۵	<p>فرض کنید $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ و $f(x) = 1 - x^2$. تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $g \circ f$، کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ صفر <input type="radio"/> ۲ <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> ۴ </p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۰</p>

	<p>تابع $f(x) = \begin{cases} x + [-x] & x^2 < x^2 \\ 1 + \cos \pi x & x^2 = x^2 \\ [x^2] - [x] & x^2 > x^2 \end{cases}$ در چند نقطه ناپیوسته است؟</p> <p>۱ <input type="radio"/> ۲ <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> ۴ <input type="radio"/></p> <p>بیشمار <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> در همه نقاط پیوسته است. <input type="radio"/> ۴ <input type="radio"/></p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱</p>	۷۶
	<p>مقدار $[^2 \sin x - 1]$ ، $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-}$ ، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)</p> <p>۱ <input type="radio"/> -۱ <input type="radio"/> ۲ <input type="radio"/> صفر <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> ۴ <input type="radio"/> وجود ندارد. <input type="radio"/></p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۰</p>	۷۷

$$\text{حد راست } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - 1}{(x - 1)(\sqrt{x} + 1)} \\ = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{حد چپ } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x - 2a) = 1 - 2a$$

$$\text{مقدار } f(1) = b - 1$$

$$\Rightarrow \text{چون تابع } f \text{ در } x = 1 \text{ پیوسته است} \Rightarrow \begin{cases} b - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{3}{2} \\ 1 - 2a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} [f(x)] = 0, \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3, f(2) = 2 \Rightarrow A = 0 + 2 + 3 = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (\sin x + \cos x) = 1, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + 1) = 1$$

$$f(0) = \sqrt{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0) \Rightarrow f \text{ در صفر پیوسته نیست.}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2 - x)(4 + 2x + x^2)}{(x - 2)(x + 5)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 + 2x + x^2}{-(x + 5)} = -\frac{12}{7}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|2 - x|}{[x] + 1} = \frac{1}{3}$$

پ) خیر

ب) ۱

الف) وجود ندارد

$$\left. \begin{aligned} \text{حد چپ } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (2[x] + 1) &= 2(-2) + 1 = -3 \\ \text{حد راست } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x^2 + 4x) &= 1 - 4 = -3 \\ f(-1) &= -3 \end{aligned} \right\} \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1) \Rightarrow \text{تابع پیوسته است}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + 2)(x^2 - 2x + 4)}{x + 2} = 4 + 4 + 4 = 12$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)}{x - 2} = 1$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)}{x - 2} = -1 \Rightarrow \text{حد وجود ندارد}$$

$$\text{پ) } \frac{0 - 2}{[\pi] + 1} = \frac{-2}{3 + 1} = \frac{-1}{2}$$

الف) ۳

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -2} x + \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2 + 4 = 6$$

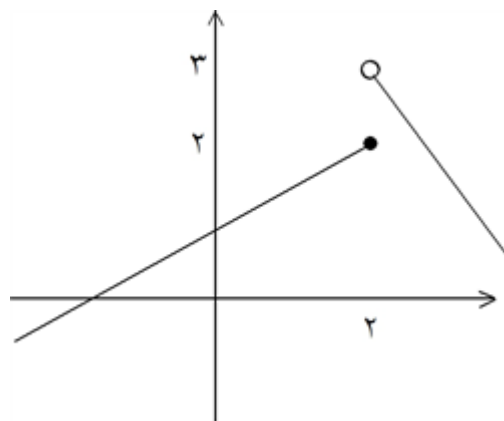
چپ

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} (3 - 2x^2) = -5, \lim_{x \rightarrow -2^-} ([x]) - 2 = -3 - 2 = -5, f(-2) = -5$$

تابع در $x = -2$ پیوسته است.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)}{(x+2)} = \frac{1}{4}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{[x] + 1}{\cos(-\pi x)} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-2 + 1}{-1} = 1$$



ج) ۱

ب) وجود ندارد

الف) ۳-

نادرست

۱۵) چون حد تابع و مقدار تابع برابر است، پس تابع در $x = 2$ پیوسته می‌باشد.

$$2 - 5 = -3 = 2^2 - 7 \Rightarrow -3 = -3 = -3$$

x	2/1	2/0.1	2/0.01	$\rightarrow 2$
f(x)	0	0	0	0

نادرست.

$$-2(\cdot) + a = (\cdot)^2 + 2 = b + 1$$

$$a = 2, b = 1$$

$$f(1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + b) = 1 + b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax + 3) = a + 3 = 2 \Rightarrow a = -1$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{x(x-3)} = 3$$

۲۰

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+3}{[x]} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2+3}{[2^-]} = \frac{5}{1} = 5$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\tan x + \cot x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} 1 + 1 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-4}{x} = \frac{-5}{-1} = 5$$

۲۱

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3x+3}{[x]+2} = \frac{3(-2)+3}{-3+2} = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)} = 2$$

۲۲

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 1}{[x]} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2^2 + 1}{[2^+]} = \frac{5}{2}$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin x - \cos x) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

۲۳ نادرست.

۲۴ صفر

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 0$$

۲۵

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 2$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$$

۲۶ خیر. با توجه به دامنه تابع، همسایگی راست یک، وجود ندارد.

$$x - x^2 \geq 0 \Rightarrow D = [0, 1]$$

$$f(0) = 1, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = a, \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -a$$

۲۷

$$a = 0 \Rightarrow f(0) \neq \lim_{x \rightarrow 0} f(x), a \neq 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$$

تابع در $x = 0$ پیوسته نیست.

$$f(0) = \frac{-a}{4}, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1+x-1}{x(\sqrt{1+x}+1)} = \frac{1}{2}$$

۲۸

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = b - \frac{1}{2} \Rightarrow a = -2, b = 1$$

$$2 \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + 3f(1) - \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2(-1) + 3(2) - 4 = 0$$

۲۹

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$$

برای اینکه تابع در $x = 2$ پیوسته باشد، باید:

۳۰

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4 + a, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2b + 1, \quad f(2) = 2$$

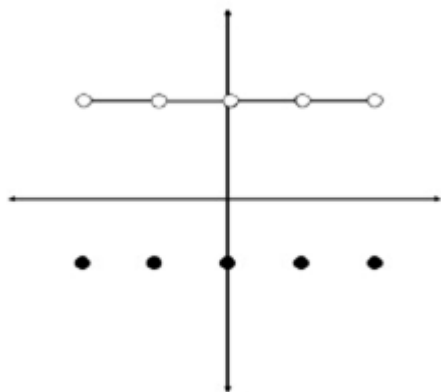
$$4 + a = 2 \Rightarrow a = -2$$

$$2b + 1 = 2 \Rightarrow b = 0.5$$

با توجه به دامنه تابع: $D = (-\infty, +\infty) - [3, 4]$ ، متغیر x نمی‌تواند با مقادیر بیشتر از ۳ به ۳ نزدیک شود. بنابراین حد

راست تابع در نقطه $x = 3$ وجود ندارد.

۳۱



$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2 \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$$

۳۲

a ۳۳

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x - 9) = -5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (-2x^2 + 3) = -5$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -5 = f(2)$$

۳۴

در نتیجه تابع f در $x = 2$ پیوسته است.

ج) صفر

ب) ۴

الف) ۱

۳۵

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{x+3} = \frac{1}{2}$$

۳۶

۳ ۳۷

مقدار تابع = حد چپ = حد راست شرط پیوستگی

$$f(-1) = a(-1) \quad b = -a + b$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (-1) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} x^2 - b = (-1)^2 - b = 1 - b$$

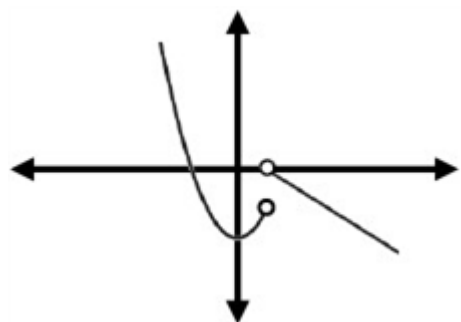
$$\begin{cases} 1 - b = -1 \Rightarrow b = 2 \\ -a + b = -1 \Rightarrow -a + 2 = -1 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{3}{3+3} = \frac{1}{2}$$

ب) ۱۴۰۱

$$\text{ج) } \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$3 - 3(-1) + 3(1) = 9$$



$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \text{ وجود ندارد}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$$

برای اینکه تابع در $x = 2$ پیوسته باشد باید:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{2+a}{1}, \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4b+4, f(2) = b-1$$

$$4b+4 = b-1 \Rightarrow b = \frac{-5}{3}, 2+a = b-1 \Rightarrow a = \frac{-14}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} ([x] - a)[x] = \lim_{x \rightarrow -2^-} [-2] - a[-2] = (-2 - a)(-2) = 4 + 2a$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} ([x] - a)[x] = \lim_{x \rightarrow -2^+} [-2] - a[-2] = (-2 - a)(-2) = 4 + 2a$$

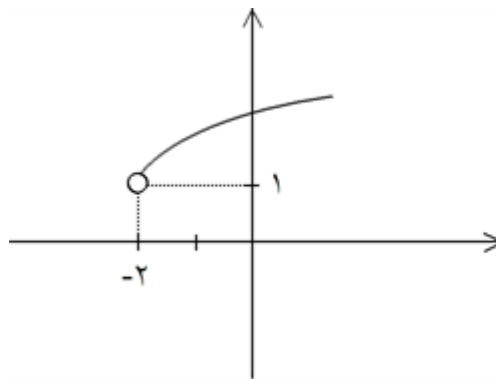
$$f(-2) = ([x] - a)[x] = (-2 - a)(-2) = 4 + 2a$$

$$4 + 2a = 4 + 2a \Rightarrow a = -5$$

برای بررسی پیوستگی باید در نقطه $x = -2$ حد چپ و راست و مقدار تابع برابر باشند.

مقدار ثابت c

درست



۴۶

الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 0$

۴۷

ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = \text{حد ندارد}$

پ) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -2 \\ f(-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{در } x = -1 \text{ پیوستگی راست ندارد}$

تابع f در $x = -1$ پیوستگی راست ندارد، بنابراین تابع در بازه $[-1, 2]$ پیوسته نیست.

$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2 \\ f(3) = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{تابع } f \text{ در } x = 3 \text{ پیوستگی چپ ندارد}$

۴۸

تابع f در $x = 3$ پیوستگی چپ ندارد. بنابراین در بازه $[-1, 3]$ پیوسته نیست.

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 8}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{(x-2)(x-3)} = \frac{4 + 4 + 4}{2 - 3} = -12$

۴۹

ب) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{|3-x|}{[x]+1} = \frac{|3-5|}{[5^-]+1} = \frac{2}{4+1} = \frac{2}{5}$

۵۰

شرط پیوستگی: $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} f(x) = f\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \sin x + \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$

$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} [-x] + \sqrt{2} + 1 = -1 + \sqrt{2} + 1 = \sqrt{2}$

بنابراین تابع در $x = \frac{\pi}{4}$ پیوسته است.

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} [f(x)] + f(0) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = [2^-] + 3 + 3 = 1 + 3 + 3 = 7$

۵۱

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{x^2 - 4x + 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{-2}{-1} = 2$$

۵۲

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x-1|}{[-x] + 2} = \frac{0}{-1+2} = 0$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} ax^2 + x - 1 = 9a + 2 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} ax + 2 = 3a + 2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 9a + 2 - (3a + 2) = 6a$$

$$\Rightarrow 9a + 2 - 3a - 2 = 6a \Rightarrow 6a = 6 \Rightarrow a = 1$$

۵۳

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{x-2} = 4 + 4 + 4 = 12 \Rightarrow a = 12$$

۵۴

$$\lim_{x \rightarrow 5} g(x) = \lim_{x \rightarrow 5} x^2 - 2x - 6 = 25 - 10 - 6 = 9 \Rightarrow b = 9$$

$$a=12, b=9 \rightarrow h(12-9) = h(3) = \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} x^2 + mx = (2)^2 + m(2) = 4 + 2m = 12 \Rightarrow 2m = 8 \Rightarrow m = 4$$

۵۵

$$m=4 \rightarrow f(2) + f(4) = 2(4) - 1 + (4)^2 + 4(4) = 8 + 16 + 16 = 40$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 9 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} 2mx + 4 = 4m + 4 = 9 \Rightarrow 4m = 5 \Rightarrow m = \frac{5}{4} = \frac{1}{2}$$

۵۶

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - 2}{f(x) + 2} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0^-} 2}{\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} 2} = \frac{2 - 2}{2 + 2} = \frac{0}{4} = 0$$

۵۷

$$\text{الف) } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$$

۵۸

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 0$$

$$\text{د) } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 1 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) \text{ حد ندارد}$$

الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = ۲$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = ۳$

ج) $\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = \text{حد ندارد}$

د) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow ۰^+} f(x) = ۱ \\ \lim_{x \rightarrow ۰^-} f(x) = ۱ \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow ۰} f(x) = ۱$

$$\lim_{x \rightarrow ۳} f(x) = ۱۲ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow ۳} \frac{x^۲ - ۹}{kx - ۳k} = \lim_{x \rightarrow ۳} \frac{(x - ۳)(x + ۳)}{k(x - ۳)} = \frac{۶}{k} = ۱۲$$

$$\Rightarrow ۱۲k = ۶ \Rightarrow k = \frac{۶}{۱۲} = \frac{۱}{۲}$$

$$\lim_{x \rightarrow ۱^-} \frac{f(x) + [x]}{x + ۱} = \frac{\lim_{x \rightarrow ۱^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow ۱^-} [x]}{\lim_{x \rightarrow ۱^-} (x) + \lim_{x \rightarrow ۱^-} ۱} = \frac{۰ - ۱}{۱ + ۱} = ۰$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

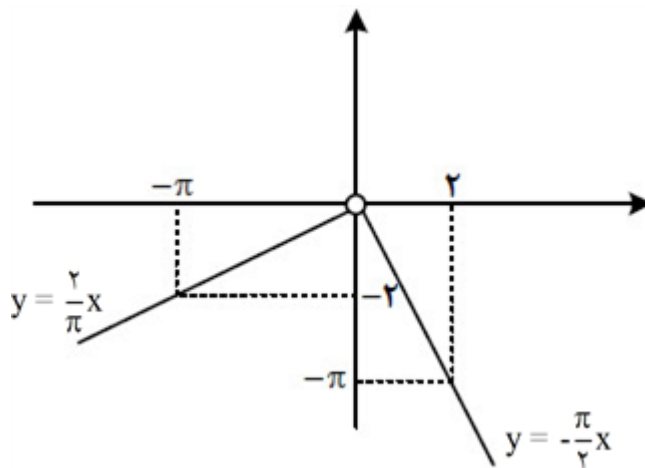
$$f(x) = a[x] + b[x] + b \Rightarrow f(x) = (a + b)[x] + b \Rightarrow a + b = ۰ \Rightarrow a = -b$$

$$\Rightarrow f(x) = b \Rightarrow \frac{f(a)}{a} = \frac{b}{a} = \frac{-a}{a} = -۱$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{۲}} \frac{\sin x}{|f(x)|} = \frac{۱}{-\frac{\pi}{۲} \times \frac{\pi}{۲}} = +\frac{۴}{\pi^۲}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{۲})^+} \frac{|f(x)|}{\sin x} = \frac{|\frac{۲}{\pi} \times -\frac{\pi}{۲}|}{-۱} = -۱$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۴

$$f(x) = \begin{cases} |x-1| & -c \leq x \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & x < -c, x > c \end{cases}$$

$$x = c \xrightarrow{c \in \mathbb{N}} c - 1 = ac^2 + bc + 2$$

$$x = -c \xrightarrow{c \in \mathbb{N}} c + 1 = ac^2 - bc + 2$$

$$\left. \begin{aligned} \Rightarrow -2bc = 2 &\Rightarrow b = -\frac{1}{c} \\ \Rightarrow c - 1 = ac^2 + 1 &\Rightarrow a = \frac{c-2}{c^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2-c}{c} = \frac{2}{c} - 1$$

$$c = 1 \Rightarrow \frac{2}{c} - 1 = 1$$

$$c = 2 \Rightarrow \frac{2}{c} - 1 = 0$$

$$c > 2 \Rightarrow -1 < \frac{2}{c} - 1 < 0 \Rightarrow \left[\frac{a}{b} \right] = -1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۵

$$f(x) = b[x(x-a)] - 2a \xrightarrow{\text{در } R \text{ پیوسته}} b = 0 \Rightarrow \frac{a}{f(b)} = \frac{a}{f(0)} = \frac{a}{-2a} = -\frac{1}{2}$$

$$1) \lim_{x \rightarrow 1^+} (f+g)(x) = 0$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۶

$$2) \lim_{x \rightarrow 1^-} (f+g)(x) = 2$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1^+} (f-g)(x) = 5$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1^-} (f-g)(x) = 3$$

$$1, 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} (f+g)(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} (f-g)(x) = 2 \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 5/2$$

$$2, 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} (f+g)(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} (f-g)(x) = 2 \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 5/2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $x = a$ باید ریشه مضاعف زیر رادیکال باشد: ۶۷

$$\Delta = 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 12(m-4) = 0 \Rightarrow (m-7)^2 = 0 \Rightarrow m = 7$$

$$x = a \Rightarrow a = -1 \text{ ریشه صورت و مخرج}$$

$$\text{صورت: } \frac{\sqrt{3(x+1)^2}}{|x^2+1|} = \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x+1|(x^2-x+1)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \text{صورت} = \lim_{x \rightarrow (-1)} \text{صورت} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{مخرج: } x = a = -1 : \frac{2 \sin b}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin b = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون تابع روی R پیوسته است پس در $x = 0$ نیز پیوسته است، بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= b \sin\left(\frac{\pi}{a}\right) \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= (1-a) \times (0) + (3a^2 - 1)(-1) = -3a^2 + 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= (1-a) \times (-1) + (3a^2 - 1)(0) = a - 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -3a^2 + 1 = a - 1$$

$$\Rightarrow 3a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \Rightarrow \begin{cases} f(0) = b \sin\left(\frac{\pi}{-1}\right) = 0 \\ \text{غ ق ق} \\ \text{حد تابع} = a - 1 = -1 - 1 = -2 \end{cases} \\ a = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} f(0) = b \sin\left(\frac{\pi}{\frac{2}{3}}\right) = b \sin \frac{3\pi}{2} = -b \\ \text{حد تابع} = a - 1 = \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -b = -\frac{1}{3} \Rightarrow b = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حد چپ و راست در ۲ برابر نیستند، پس در ۲ پیوسته نیست و در نتیجه در R پیوسته نیست.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|(x+1)(x-2)|}{x-2} &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x+1)(x-2)}{x-2} = -3 \\ f(2) &= -2a + 3 + 3a = a + 3 \end{aligned} \right\} a + 3 = -3 \Rightarrow a = -6$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌توانیم برای $n = 1$ و $n = 2$ مسئله را بررسی کنیم، پس پیوستگی را در $x = \pm 1$ و $x = \pm 2$

بررسی می‌کنیم:

$$x = 1 : \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = 1 - 1 + k = k$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} |x - [-x]| = 2$$

$$x = -1 : \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = f(-1) = k$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} |x - [-x]| = 2$$

پس اگر $k = 2$ باشد به ازای $x = \pm 1$ پیوستگی داریم، این یعنی مقادیر فرد n قابل قبول‌اند.

$$x = 2 : \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} |x - [-x]| = 5$$

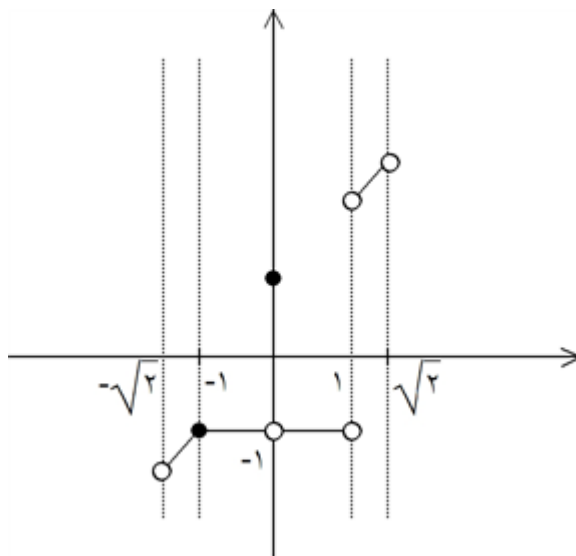
$$f(2) = 2 - (-2) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x - [x] + k) = 1 + k$$

پس به ازای هیچ مقدار زوج n پیوستگی نداریم.

$$f(x) = \begin{cases} -1 & -1 < x < 1 - \{0\} \\ \cos(\pi x) & x = 0, 1, -1 \\ |x|([x] + 1) & 1 < x < \sqrt{2} \text{ یا } -\sqrt{2} < x < -1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} -1 & -1 < x < 1 - \{0\} \\ -1 & x = \pm 1 \\ 1 & x = 0 \\ 2x & 1 < x < \sqrt{2} \\ x & -\sqrt{2} < x < -1 \end{cases}$$

پس این تابع در $x = 1$ و $x = 0$ ناپیوسته است.



$$x = 1 \text{ در پیوستگی راست در } \left\{ \begin{array}{l} f(1) = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+2)}{-a(x-1)} = \frac{2}{-a} \end{array} \right\} \frac{2}{-a} = -1 \Rightarrow a = 2$$

$$x = 5 \text{ در پیوستگی چپ در } \left\{ \begin{array}{l} f(5) = b(5 - [-5]) = 10b \\ \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \frac{|25 + 5 - 2|}{2(1-5)} = \frac{28}{-8} = -\frac{7}{2} \end{array} \right\} 10b = -\frac{7}{2} \Rightarrow b = -\frac{7}{20}$$

$$\Rightarrow ab = -0.35$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تابع در \mathbb{R} پیوسته است پس در $x = 0$ هم پیوسته است. حال برای دو حالت $a \in \mathbb{Z}$ و $a \notin \mathbb{Z}$ داریم:

$$a \notin \mathbb{Z} \left\{ \begin{array}{l} f(0) = 0 \\ f(0^+) = 0 \\ f(0^-) = |0 - [-a]| = [-a] \end{array} \right\} [-a] = 0 \Rightarrow 0 \leq -a < 1 \Rightarrow -1 < a \leq 0$$

غ ق ق

با شرط $a < -1$ اشتراک ندارد.

$$a \in \mathbb{Z} \left\{ \begin{array}{l} f(0) = 0 \\ f(0^+) = 0 \\ f(0^-) = |0 + a - [-a]| = |a + 1| \end{array} \right\} |a + 1| = 0 \Rightarrow a = -1$$

با شرط $a < -1$ اشتراک ندارد.

پس به ازای هیچ مقدار $a < -1$ پیوسته نمی‌شود.

تذکر: تابع فقط به ازای $a = -1$ روی \mathbb{R} پیوسته می‌شود.

$$\begin{aligned} \text{ریشه} = 1 &\Rightarrow 5 - a + b = 0 \Rightarrow a - b = 5 \\ f \text{ ریشه صورت} = 1 &\Rightarrow 1 + a + b = 0 \Rightarrow a + b = -1 \\ \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \\ \left[\frac{b - 2a}{3} \right] &= \left[\frac{-3 - 4}{3} \right] = -3 \end{aligned}$$

تذکر: تنها نقطه‌ای که تابع f در آن ناپیوسته است، $x = 1$ است و چون f در آن حد دارد، پس صورت کسر باید به ازای $x = 1$ صفر شود، در غیر این صورت حد، بی‌نهایت می‌شود.

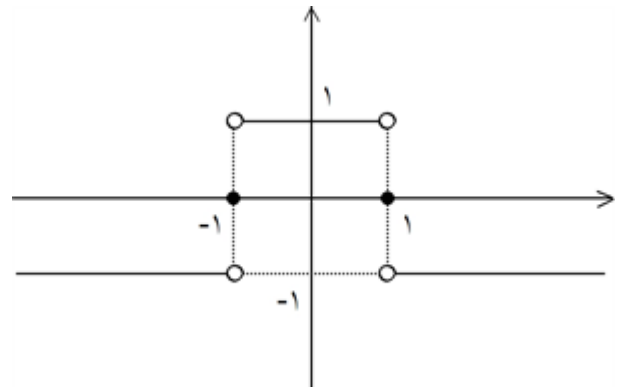
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید ضابطه تابع $(g \circ f)(x)$ را حساب کنیم. بنابراین ضابطه g به شرط $1 - x^2$ مثبت باشد برابر ۱ و اگر $1 - x^2$ منفی باشد، حاصل y برابر -۱ و اگر $1 - x^2 = 0$ برابر صفر باشد، حاصل y برابر صفر است.

$$\begin{cases} 1 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow -1 < x < 1 \Rightarrow g(f(x)) = 1 \\ 1 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow g(f(x)) = 0 \\ 1 - x^2 < 0 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -1 \Rightarrow g(f(x)) = -1 \end{cases}$$

با توجه به حاصل $g(f(x))$ و حدود x ضابطه و $(g \circ f)(x)$ برابر است با:

$$(g \circ f)(x) = \begin{cases} 1 & ; -1 < x < 1 \\ 0 & ; x = \pm 1 \\ -1 & ; x < -1 \text{ یا } x > 1 \end{cases}$$

یا رسم نمودار تابع تعداد نقاط ناپیوسته را حساب می‌کنیم.



در شکل مشخص است که تابع در $x = 1$ و $x = -1$ ناپیوسته است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ضابطه سوم در بیشمار نقطه ناپیوسته است پس نیازی به بررسی بقیه ضابطه‌ها و نقاط مرزی نیست. ۷۶

$$f(x) = \begin{cases} |x| + [-x] & -1 < x < 1, x \neq 0 \\ 1 + \cos \pi x & x = 0, 1, -1 \\ [x^2] - [x] & x > 1 \text{ یا } x < -1 \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در $\sin x$ اگر x در همسایگی چپ $\frac{\pi}{6}$ باشد، حاصل از $\frac{1}{6}$ کمتر است. ۷۷

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^-} [\sin x] - 1 = [1^-] - 1 = -1$$

۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴

