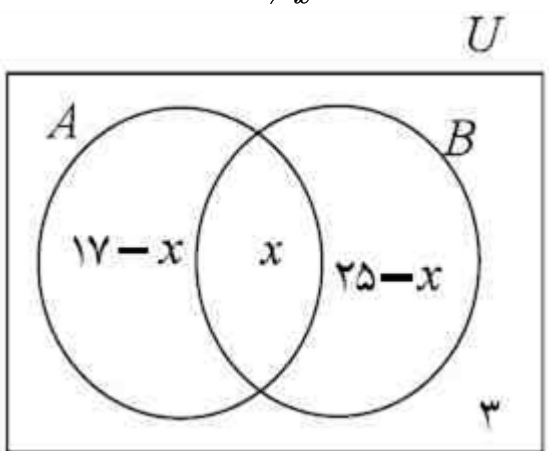
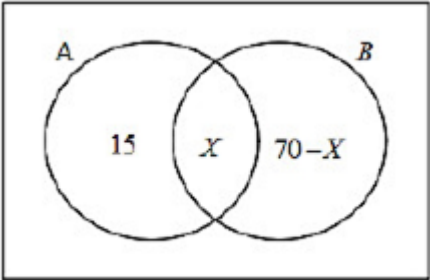
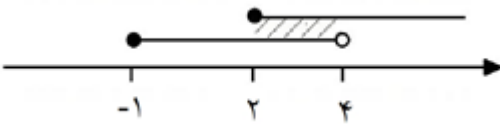
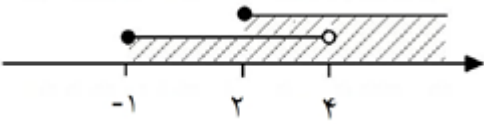


ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>در یک کلاس ۳۲ نفره، ۱۸ نفر عضو گروه سرود، ۱۵ نفر عضو گروه تئاتر و ۵ نفر عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند. تعداد نفراتی را که فقط عضو یکی از این دو گروه هستند، به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $n(A \cup B) = n(U) - n(A' \cap B') = 32 - 5 = 27$ $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 18 + 15 - 27 = 6$ $n[(A - B) \cup (B - A)] = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 27 - 6 = 21$	
۲	<p>در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول ۲۱ و مجموع سه جمله بعدی آن ۵۷ است. قدرنسبت دنباله را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 21 \\ a_4 + a_5 + a_6 = 57 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + 3d = 21 \\ 3a + 12d = 57 \end{cases} \Rightarrow d = 4$	
۳	<p>پاسخ صحیح را از بین پاسخ‌های داخل پرانتز انتخاب کنید و بنویسید. مجموعه تهی، یک مجموعه است. (نامتناهی - متناهی)</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ متناهی</p>	
۴	<p>پاسخ صحیح را از بین پاسخ‌های داخل پرانتز انتخاب کنید و بنویسید. جمله ششم الگوی ۰، ۲۰، ۱۳، ۸، ۵ برابر است. (۳۶ - ۴۰)</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ ۴۰</p>	
۵	<p>پاسخ صحیح را از بین پاسخ‌های داخل پرانتز انتخاب کنید و بنویسید. واسطه هندسی بین دو عدد ۸ و ۱۸ برابر است. (۱۳ - ۱۲)</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ ۱۲</p>	
۶	<p>جای خالی را با یک کلمه یا عدد مناسب، کامل کنید. طول بازه $(-3, 7)$ برابر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ ۱۰</p>	

	<p>دنباله حسابی روبه‌رو را در نظر بگیرید. $۸, ۵, ۲, \dots$</p> <p>جمله پانزدهم این دنباله را به کمک جمله عمومی، به دست آورید.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $a_1 = ۸ \quad d = ۵ - ۸ = -۳$ $a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_{15} = ۸ + (15 - 1)(-۳) = ۸ - ۴۲ = -۳۴$	۷
	<p>در یک کلاس ۳۷ نفری ۱۷ نفر عضو گروه آموزشی و ۲۵ نفر عضو گروه فرهنگی هستند. اگر ۳ نفر عضو هیچ‌یک از این دو گروه نباشند، تعیین کنید چند نفر هم عضو گروه آموزشی و هم عضو گروه فرهنگی هستند؟</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $n(A \cup B) = ۳۷ - ۳ = ۳۴$ $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow ۳۴ = ۱۷ + ۲۵ - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = ۸$ <p>روش دوم: حل به کمک رسم نمودار ون</p> $(17 - x) + x + (25 - x) = ۳۴ \Rightarrow ۴۲ - x = ۳۴$ $\Rightarrow x = ۸$ 	۸
	<p>اگر $n(A) = ۱۲$، $n(B) = ۱۳$ و $n(A - B) = ۳$، آن‌گاه $n(A \cup B)$ را به دست آورید.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \Rightarrow ۳ = ۱۲ - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = ۹$ $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = ۱۲ + ۱۳ - ۹ = ۱۶$	۹
	<p>در یک دنباله حسابی جمله دهم برابر ۱۲ و جمله هفدهم برابر ۴۰ است. قدر نسبت دنباله را به دست آورید.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $a_{10} = ۱۲ \Rightarrow a_1 + 9d = ۱۲$ $a_{17} = ۴۰ \Rightarrow a_1 + 16d = ۴۰$ $\Rightarrow 7d = ۲۸ \Rightarrow d = ۴$	۱۰
	<p>در یک دنباله هندسی جمله پنجم برابر ۷ و جمله هشتم برابر ۱۸۹ است. قدرنسبت دنباله را به دست آورید.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $a_8 = ۱۸۹ \Rightarrow a_1 r^7 = ۱۸۹$ $a_5 = ۷ \Rightarrow a_1 r^4 = ۷$ $\Rightarrow \frac{a_1 r^7}{a_1 r^4} = \frac{۱۸۹}{۷} \Rightarrow r^3 = ۲۷ \Rightarrow r = ۳$	۱۱

۱۲	<p>اگر $n(A) = ۲۰$، $n(B) = ۱۳$ و $n(B - A) = ۱۰$ باشد، آنگاه $n(A \cup B)$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow ۱۰ = ۱۳ - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = ۳$ $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = ۲۰ + ۱۳ - ۳ = ۳۰$
۱۳	<p>اگر $n(A) = ۶۰$، $n(B) = ۷۰$ و $n(A - B) = ۱۵$ آنگاه $n(A \cup B)$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ روش اول:</p> $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \Rightarrow ۱۵ = ۶۰ - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = ۴۵$ $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cup B) = ۶۰ + ۷۰ - ۴۵ = ۸۵$ <p>روش دوم:</p>  $۶۰ = ۱۵ + x \Rightarrow x = ۴۵$ $n(A \cup B) = ۱۵ + ۴۵ + (۷۰ - ۴۵) = ۸۵$
۱۴	<p>جمله‌های چهارم و هفتم یک دنباله هندسی به ترتیب ۲۴ و ۱۹۲ است. قدرنسبت دنباله را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\frac{t_۷}{t_۴} = \frac{t_۱ r^۶}{t_۱ r^۳} = r^۳ \Rightarrow r^۳ = \frac{۱۹۲}{۲۴} = ۸ \Rightarrow r = ۲$
۱۵	<p>در یک دنباله هندسی جمله هفتم برابر ۱۱ و جمله دهم برابر ۸۸ است. قدرنسبت دنباله را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $a_۷ = ۱۱ \Rightarrow a_۱ r^۶ = ۱۱$ $a_{۱۰} = ۸۸ \Rightarrow a_۱ r^۹ = ۸۸ \Rightarrow \frac{a_۱ r^۹}{a_۱ r^۶} = \frac{۸۸}{۱۱} \Rightarrow r^۳ = ۸ \Rightarrow r = ۲$
۱۶	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه‌ای متناهی باشد، آنگاه A نیز متناهی خواهد بود.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p>
۱۷	<p>اگر $A \subseteq B$ باشد، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟</p> <p>۱ $A' = B'$ ۲ $B' \subseteq A'$ ۳ $A' - B' = \phi$ ۴ $A' \cup B' = U$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.</p>

	<p>در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. قدرنسبت دنباله هندسی که جملات دوم و پنجم آن به ترتیب برابر با ۶ و ۱۶۲ باشند، برابر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ ۳</p>	۱۸
	<p>در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. در یک الگوی خطی با جمله عمومی $t_n = -2n - 3$ هر جمله نسبت به جمله قبل از خودش واحد کاهش می‌یابد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ ۲ واحد</p>	۱۹
	<p>جمله عمومی الگوی درجه دو زیر را بنویسید.</p> <p>۳, ۱۱, ۲۵, ...</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p>$3, 11, 25, \dots \Rightarrow a = \frac{6}{2} = 3$</p> <p>$3a + b = a_2 - a_1 \Rightarrow 9 + b = 11 - 3 \Rightarrow b = -1$</p> <p>$a + b + c = a_1 \Rightarrow 3 - 1 + c = 3 \Rightarrow c = 1$</p> <p>$a_n = 3n^2 - n + 1$</p>	۲۰
	<p>جمله عمومی الگوی درجه دو زیر را بنویسید.</p> <p>۴, ۹, ۱۸, ...</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p>$4, 9, 18, \dots \Rightarrow a = \frac{4}{2} = 2$</p> <p>$3a + b = a_2 - a_1 \Rightarrow 6 + b = 9 - 4 \Rightarrow b = -1$</p> <p>$a + b + c = a_1 \Rightarrow 2 - 1 + c = 4 \Rightarrow c = 3$</p> <p>$a_n = 2n^2 - n + 3$</p>	۲۱

	<p>اگر $A = [-1, 4)$ و $B = [2, +\infty)$ باشد، $A \cap B$ و $A \cup B$ را به صورت بازه بنویسید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دهم</p>  <p>پاسخ: ۱</p> $A \cap B = [-1, 4) \cap [2, +\infty) = [2, 4)$  $A \cup B = [-1, 4) \cup [2, +\infty) = [-1, +\infty)$	۲۲
	<p>اگر $M = [-2, 4]$ مجموعه مرجع باشد و $A = \{x \mid 2x \in M\}$ و $B = \{x \mid 3x + 1 \in M\}$ آن گاه $A \cap B$ و $A - B$ را به صورت بازه بنویسید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دهم</p> $2x \in [-2, 4] \Rightarrow -2 \leq 2x \leq 4 \xrightarrow{\div 2} -1 \leq x \leq 2 \Rightarrow A = [-1, 2]$ $3x + 1 \in [-2, 4] \Rightarrow -2 \leq 3x + 1 \leq 4 \xrightarrow{-1} -3 \leq 3x \leq 3 \xrightarrow{\div 3} -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow B = [-1, 1]$ $A \cap B = [-1, 2] \cap [-1, 1] = [-1, 1]$ $A - B = [-1, 2] - [-1, 1] = (1, 2]$	۲۳
	<p>اگر $A = \{3x \mid x \in \mathbb{R}, -1 \leq x < 4\}$ و $B = \{x \mid 5x - 3 \in A\}$ آن گاه $A - B$ را به صورت بازه بنویسید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دهم</p> $-1 \leq x < 4 \xrightarrow{\times 3} -3 \leq 3x < 12 \Rightarrow A = [-3, 12)$ $5x - 3 \in A \Rightarrow -3 \leq 5x - 3 < 12 \xrightarrow{+3} 0 \leq 5x < 15 \xrightarrow{\div 5} 0 \leq x < 3 \Rightarrow B = [0, 3)$ $A - B = [-3, 12) - [0, 3) = [-3, 0) \cup [3, 12)$	۲۴
	<p>در الگوی خطی $a_n = a(n+1)^2 - 3n^2 + abn - 2b + a$ اگر $a_5 = 49$ باشد:</p> <p>الف) a, b را به دست آورید.</p> <p>ب) جمله عمومی دنباله را بنویسید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) در الگوی خطی باید n^2 حذف شود. بنابراین ضریب آن را صفر قرار می دهیم.</p> $a_n = a(n^2 + 2n + 1) - 3n^2 + abn - 2b + a \Rightarrow a_n = an^2 + 2an + a - 3n^2 + abn - 2b + a$ $\Rightarrow a_n = (a - 3)n^2 + (2a + ab)n - 2b + 2a \Rightarrow a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3$ $\xrightarrow{a=3} a_n = (6 + 3b)n - 2b + 6 \Rightarrow a_5 = 49 \Rightarrow (6 + 3b) \times 5 - 2b + 6 = 49$ $\Rightarrow 30 + 15b - 2b + 6 = 49 \Rightarrow 13b + 36 = 49 \Rightarrow 13b = 13 \Rightarrow b = 1$ <p>ب) با جاگذاری $a = 3$ و $b = 1$ جمله عمومی دنباله به صورت زیر است.</p> $\begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a_n = 9n + 4$	۲۵

	<p>در الگوی خطی $a_n = (a - 2)n^2 + abn - a - b$ اگر $a_3 = 13$ باشد:</p> <p>الف) a, b را به دست آورید.</p> <p>ب) جمله عمومی دنباله را بنویسید.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) در الگوی خطی باید n^2 حذف شود. بنابراین ضریب آن را صفر قرار می‌دهیم.</p> $a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow a_n = 2bn - 2 - b$ $a_3 = 13 \Rightarrow 2b(3) - 2 - b = 13 \Rightarrow 6b - b = 15 \Rightarrow 5b = 15 \Rightarrow b = 3$ <p>ب) با جاگذاری $a = 2$ و $b = 3$ جمله عمومی دنباله به صورت زیر است.</p> $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a_n = 6n - 5$	۲۶
	<p>جمله‌های سوم و دهم یک دنباله حسابی به ترتیب جمله چهارم و بیستم یک الگوی خطی هستند. اگر صفر، جمله پنجم الگوی خطی باشد، جمله بیستم و یکم الگوی خطی چند برابر قدرنسبت دنباله حسابی است؟</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم</p> <p>پاسخ: ۱ دنباله حسابی را با t_n و الگوی خطی را با a_n نشان می‌دهیم.</p> $\begin{cases} t_3 = a_4 \\ t_{10} = a_{20} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 2d = 4a + b \\ t_1 + 9d = 20a + b \end{cases} \Rightarrow 7d = 16a \Rightarrow d = \frac{16}{7}a$ $a_5 = 0 \Rightarrow 5a + b = 0 \Rightarrow b = -5a$ $\frac{a_{21}}{d} = \frac{21a + b}{d} = \frac{21a - 5a}{\frac{16}{7}a} = \frac{16a}{\frac{16}{7}a} = 7$	۲۷
	<p>اگر $m + 4, 2n - 1, 7m + 2, 5 - 3k, 20m - 7, \dots$ پنج جمله اول یک دنباله حسابی باشد، m, n, k را به دست آورید.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\underbrace{m + 4}_{a_1}, \underbrace{2n - 1}_{a_3}, \underbrace{7m + 2}_{a_5}, 5 - 3k, 20m - 7, \dots \Rightarrow 2a_3 = a_1 + a_5$ $\Rightarrow 2(7m + 2) = m + 4 + 20m - 7$ $\Rightarrow 14m + 4 = 21m - 3 \Rightarrow -7m = -7 \Rightarrow m = 1$ $\xrightarrow{m=1} 5, 2n - 1, 9, 5 - 3k, 13, \dots \Rightarrow d = \frac{a_3 - a_1}{3 - 1} = \frac{9 - 5}{2} = \frac{4}{2} = 2$ $\xrightarrow{d=2} 5, 7, 9, 11, 13, \dots$ $\begin{cases} 2n - 1 = 7 \Rightarrow 2n = 8 \Rightarrow n = 4 \\ 5 - 3k = 11 \Rightarrow -3k = 6 \Rightarrow k = -2 \end{cases}$	۲۸

در دنباله حسابی $1, y, 2x, z, 2x + 12, \dots$ اگر $x - 1$ جمله اول دنباله باشد.
 الف) x را به دست آورید.
 ب) y, z را بیابید.
 ج) جمله عمومی آن را بنویسید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

پاسخ: ۱ الف)

$$\underbrace{x-1}_{a_1}, \underbrace{y}_{a_2}, \underbrace{2x}_{a_3}, \underbrace{z}_{a_4}, \underbrace{2x+12}_{a_5}, \dots \Rightarrow 2a_3 = a_1 + a_5 \Rightarrow 2(2x) = x-1 + 2x+12$$

$$\Rightarrow 4x = 2x + 11 \Rightarrow x = 11$$

ب)

$$\xrightarrow{x=11} 10, y, 22, z, 34, \dots \Rightarrow d = \frac{a_3 - a_1}{3 - 1} = \frac{22 - 10}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\xrightarrow{d=6} 10, 16, 22, 28, 34, \dots$$

$$\begin{cases} y = 16 \\ z = 28 \end{cases}$$

ج)

$$a_n = a_1 + (n-1)d \xrightarrow{a_1=10 \text{ و } d=6} a_n = 10 + (n-1)(6) \Rightarrow a_n = 10 + 6n - 6$$

$$\Rightarrow a_n = 6n + 4$$

۲۹

جمله‌های سوم و نهم یک دنباله حسابی به ترتیب جمله پنجم و پانزدهم یک الگوی خطی هستند. اگر صفر، جمله دهم الگوی خطی باشد، جمله بیستم خطی چند برابر قدرنسبت دنباله حسابی است؟

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

پاسخ: ۱ دنباله حسابی را با t_n و الگوی خطی را با a_n نشان می‌دهیم.

$$\begin{cases} t_3 = a_5 \\ t_9 = a_{15} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 2d = 5a + b \\ t_1 + 8d = 15a + b \end{cases} \Rightarrow 6d = 10a \Rightarrow d = \frac{10}{6}a \Rightarrow d = \frac{5}{3}a$$

$$a_{10} = 0 \Rightarrow 10a + b = 0 \Rightarrow b = -10a$$

$$\frac{a_{20}}{d} = \frac{20a + b}{d} = \frac{20a - 10a}{\frac{5}{3}a} = \frac{10a}{\frac{5}{3}a} = 6$$

۳۰

اگر $\frac{3n(A) + 10}{7} = \frac{n(B) - 2}{2} = \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B) + 6}{5}$ ، آن گاه $n(A)$ و $n(B)$ را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم

$$\frac{3n(A) + 10}{7} = \frac{n(B) - 2}{2} = \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B) + 6}{5} = t$$

پاسخ: ۱

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{3n(A) + 10}{7} = t \Rightarrow n(A) = \frac{7t - 10}{3} \\ \frac{n(B) - 2}{2} = t \Rightarrow n(B) = 2t + 2 \\ \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B) + 6}{5} = t \Rightarrow n(A \cup B) + n(A \cap B) = 5t - 6 \end{cases}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cup B) + n(A \cap B) = n(A) + n(B)$$

$$\Rightarrow 5t - 6 = 2t + 2 + \frac{7t - 10}{3} \xrightarrow{\times 3} 15t - 18 = 6t + 6 + 7t - 10$$

$$\Rightarrow 15t - 18 = 13t - 4 \Rightarrow 2t = 14 \Rightarrow t = 7$$

$$n(A) = \frac{7t - 10}{3} \xrightarrow{t=7} n(A) = \frac{7(7) - 10}{3} = \frac{39}{3} = 13$$

$$n(B) = 2t + 2 \xrightarrow{t=7} n(B) = 14 + 2 = 16$$

۳۱

اگر $\frac{3n(A) - 4}{5} = \frac{n(B) + 7}{4} = \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B) + 8}{6}$ ، آن گاه $n(A)$ و $n(B)$ را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم

$$\frac{3n(A) - 4}{5} = \frac{n(B) + 7}{4} = \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B) + 8}{6} = t$$

پاسخ: ۱

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{3n(A) - 4}{5} = t \Rightarrow n(A) = \frac{5t + 4}{3} \\ \frac{n(B) + 7}{4} = t \Rightarrow n(B) = 4t - 7 \\ \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B) + 8}{6} = t \Rightarrow n(A \cup B) + n(A \cap B) = 6t - 8 \end{cases}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cup B) + n(A \cap B) = n(A) + n(B)$$

$$\Rightarrow 6t - 8 = \frac{5t + 4}{3} + 4t - 7 \xrightarrow{\times 3} 18t - 24 = 5t + 4 + 12t - 21$$

$$\Rightarrow 18t - 24 = 17t - 17 \Rightarrow t = 7$$

$$n(A) = \frac{5t + 4}{3} \xrightarrow{t=7} n(A) = \frac{5(7) + 4}{3} = \frac{35 + 4}{3} = 13$$

$$n(B) = 4t - 7 \xrightarrow{t=7} n(B) = 4(7) - 7 = 21$$

۳۲

	<p>اگر $n(A \cup B) = 95$ و $12n(A - B) = 2n(A \cap B) = n(B - A)$ باشد، تعداد اعضای مجموعه B را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $12n(A - B) = 2n(A \cap B) = n(B - A) = t \Rightarrow \begin{cases} n(A - B) = \frac{t}{12} \\ n(A \cap B) = \frac{t}{2} \\ n(B - A) = t \end{cases}$ $n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) = n(A \cup B) \Rightarrow \frac{t}{12} + \frac{t}{2} + t = 95$ $\Rightarrow \frac{t + 6t + 12t}{12} = 95 \Rightarrow \frac{19t}{12} = 95 \Rightarrow \frac{t}{12} = 5 \Rightarrow t = 60$ $n(B) = n(B - A) + n(A \cap B) = t + \frac{t}{2} = 60 + \frac{60}{2} = 60 + 30 = 90$	۳۳
	<p>اگر $n(A \cup B) = 78$ و $3n(A - B) = \frac{2}{3}n(A \cap B) = n(B - A)$ باشد، تعداد اعضای مجموعه A را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $3n(A - B) = \frac{2}{3}n(A \cap B) = n(B - A) = t \Rightarrow \begin{cases} n(A - B) = \frac{t}{3} \\ n(A \cap B) = \frac{2t}{3} \\ n(B - A) = t \end{cases}$ $n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) = n(A \cup B) \Rightarrow \frac{t}{3} + \frac{2t}{3} + t = 78$ $\Rightarrow 2t = 78 \Rightarrow t = 39$ $n(A) = n(A - B) + n(A \cap B) = \frac{t}{3} + \frac{2t}{3} = t = 39$	۳۴
	<p>در یک دنباله حسابی با جمله عمومی t_n، حاصل $\frac{t_7 + t_{19}}{t_{13}}$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>با استفاده از جمله عمومی دنباله حسابی (عددی) داریم:</p> $t_n = t_1 + (n - 1)d$ $\frac{t_7 + t_{19}}{t_{13}} = \frac{t_1 + 6d + t_1 + 18d}{t_1 + 12d} = \frac{2t_1 + 24d}{t_1 + 12d} = \frac{2(t_1 + 12d)}{t_1 + 12d} = 2$	۳۵

در یک دنباله حسابی با جمله عمومی t_n ، حاصل $\frac{5t_8 - t_5 - 2t_6 + t_1}{t_5 + t_{11}}$ را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

پاسخ: ۱ با استفاده از جمله عمومی دنباله حسابی (عددی) داریم:

$$\begin{aligned} t_n &= t_1 + (n-1)d \\ \frac{5t_8 - t_5 - 2t_6 + t_1}{t_5 + t_{11}} &= \frac{5(t_1 + 7d) - (t_1 + 4d) - 2(t_1 + 5d) + t_1}{t_1 + 4d + t_1 + 10d} \\ &= \frac{5t_1 + 35d - t_1 - 4d - 2t_1 - 10d + t_1}{2t_1 + 14d} = \frac{3t_1 + 21d}{2t_1 + 14d} = \frac{3(t_1 + 7d)}{2(t_1 + 7d)} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

۳۶

در یک دنباله حسابی، $t_{11} = 5$ و $t_{13}^2 - t_9^2 = 20$ است. جمله اول و قدرنسبت دنباله را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

پاسخ: ۱

$$\begin{aligned} t_{11} = 5 &\Rightarrow t_1 + 10d = 5 \\ t_{13}^2 - t_9^2 = 20 &\Rightarrow (t_{13} - t_9)(t_{13} + t_9) = 20 \\ \Rightarrow (t_1 + 12d - t_1 - 8d)(t_1 + 12d + t_1 + 8d) &= 20 \Rightarrow 4d(2t_1 + 20d) = 20 \\ \Rightarrow d(2(t_1 + 10d)) &= 5 \Rightarrow d \times 2 \times 5 = 5 \Rightarrow d = \frac{1}{2} \\ t_1 + 10d = 5 &\xrightarrow{d=\frac{1}{2}} t_1 + 5 = 5 \Rightarrow t_1 = 0 \end{aligned}$$

۳۷

در یک دنباله حسابی، $t_6 = 3$ و $t_{10}^2 - t_2^2 = 96$ است. جمله عمومی دنباله را بنویسید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

پاسخ: ۱

$$\begin{aligned} t_6 = 3 &\Rightarrow t_1 + 5d = 3 \\ t_{10}^2 - t_2^2 = 96 &\Rightarrow (t_{10} - t_2)(t_{10} + t_2) = 96 \\ \Rightarrow (t_1 + 9d - t_1 - d)(t_1 + 9d + t_1 + d) &= 96 \Rightarrow 8d(2t_1 + 10d) = 96 \\ \Rightarrow d(2(t_1 + 5d)) &= 12 \Rightarrow d \times 2 \times 3 = 12 \Rightarrow d = 2 \\ t_1 + 5d = 3 &\xrightarrow{d=2} t_1 + 10 = 3 \Rightarrow t_1 = -7 \\ t_n = t_1 + (n-1)d &\Rightarrow t_n = -7 + (n-1)(2) \\ \Rightarrow t_n &= -7 + 2n - 2 \Rightarrow t_n = 2n - 9 \end{aligned}$$

۳۸

	<p>در دنباله حسابی $a_n = (k - 3)n^2 + (k + 1)n + 1$ مقادیر خواسته شده را حساب کنید.</p> <p>الف) مقدار k را حساب کنید.</p> <p>ب) جمله اول و قدرنسبت را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) در دنباله حسابی n^2 موجود نیست. در نتیجه باید ضریب n^2 صفر باشد.</p> $k - 3 = 0 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow a_n = 4n + 1$ <p>ب)</p> $a_1 = 4(1) + 1 = 5$ $a_2 = 4(2) + 1 = 9 \Rightarrow d = a_2 - a_1 = 9 - 5 = 4$ <p>بنابراین $a_1 = 5$ و $d = 4$ است.</p>	۳۹
	<p>در الگوی خطی $a_n = 3an^2 + 5n - 6n^2 + a$:</p> <p>الف) a را به دست آورید.</p> <p>ب) جمله عمومی الگوی خطی را بنویسید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) الگوی خطی نباید درجه ۲ باشد. بنابراین ضریب n^2 باید صفر باشد.</p> $a_n = 3an^2 + 5n - 6n^2 + a \Rightarrow a_n = (3a - 6)n^2 + 5n + a$ $3a - 6 = 0 \Rightarrow a = 2$ <p>ب)</p> $a = 2 \Rightarrow a_n = 5n + 2$	۴۰
	<p>اگر دنباله $a_n = (k^2 - 4)n^2 + kn + 3$ یک دنباله حسابی کاهشی باشد، مقادیر زیر را حساب کنید.</p> <p>الف) k را حساب کنید.</p> <p>ب) جمله دهم را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) در دنباله حسابی n^2 موجود نیست. در نتیجه باید ضریب n^2 صفر باشد و همچنین برای دنباله حسابی کاهشی باید ضریب n عددی منفی باشد.</p> $k^2 - 4 = 0 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} k = 2 & \text{ق ق غ} \\ k = -2 & \text{ق ق ق} \end{cases}$ <p>ب)</p> $k = -2 \Rightarrow a_n = -2n + 3$ <p>برای یافتن جمله دهم باید به جای n عدد ۱۰ قرار دهیم.</p> $a_{10} = -2(10) + 3 = -20 + 3 = -17$	۴۱

در الگوی خطی $a_n = (a + 2)n^2 + 3n + a$:
الف) a را به دست آورید.
ب) جمله عمومی الگوی خطی را بنویسید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

پاسخ: ۱ الف) الگوی خطی نباید درجه ۲ باشد. بنابراین ضریب n^2 باید صفر باشد.

$$a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$$

ب)

$$a = -2 \Rightarrow a_n = 3n - 2$$

۴۲

در الگوی خطی $a_n = (a - 1)n^2 + 3n + a$:
الف) a را به دست آورید.
ب) جمله عمومی آن را بنویسید.
ج) جمله پانزدهم را حساب کنید.
د) جمله چندم دنباله برابر ۵۸ است؟

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

پاسخ: ۱ الف) الگوی خطی نباید درجه ۲ باشد. بنابراین ضریب n^2 باید صفر باشد.

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

ب)

$$a = 1 \Rightarrow a_n = 3n + 1$$

ج) برای یافتن جمله پانزدهم به جای n عدد ۱۵ قرار می‌دهیم.

$$a_{15} = 3(15) + 1 = 46$$

د) باید به جای a_n عدد ۵۸ قرار دهیم و n را حساب کنیم.

$$a_n = 58 \Rightarrow 3n + 1 = 58 \Rightarrow 3n = 57 \Rightarrow n = \frac{57}{3} = 19$$

بنابراین جمله نوزدهم برابر ۵۸ است.

۴۳

فرض کنید $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ مجموعه مرجع باشد و $A = \{4, 5, 6\}$ و $B = \{1, 3, 6\}$. ابتدا جدول زیر را کامل کنید و سپس نتیجه‌گیری کنید.

B'	$A - B$	$A \cap B'$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

B'	$A - B$	$A \cap B'$
$\{2, 4, 5\}$	$\{4, 5\}$	$\{4, 5\}$

پاسخ: ۱

نتیجه می‌گیریم که:

$$A - B = A \cap B'$$

۴۴

در دنباله هندسی $3, -6, x, -24, y, \dots$ (الف) قدر نسبت دنباله هندسی را حساب کنید.
(ب) x و y را به دست آورید.
(ج) جمله عمومی آن را محاسبه کنید.

پاسخ: ۱ الف)

$$r = \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow r = \frac{-6}{3} = -2$$

(ب)

$$3, -6, 12, -24, 48, \dots \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 48 \end{cases}$$

(ج)

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_n = 3(-2)^{n-1}$$

۴۵

اگر مجموعه اعداد حقیقی را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم. متمم مجموعه $W - N$ را روی محور نمایش دهید و به صورت اجتماع دو بازه بنویسید.

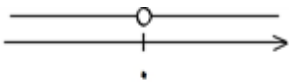
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

$$W - N = \{0\}$$

پاسخ: ۱

بنابراین با توجه به اینکه مجموعه مرجع برابر اعداد حقیقی است، بنابراین متمم $\{0\}$ برابر $R - \{0\}$ است و بر روی محور بصورت زیر است.

۴۶



$$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$$

فرض کنید $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ مجموعه مرجع باشد و $A = \{4, 5, 6\}$ و $B = \{1, 3, 6\}$. ابتدا مجموعه‌های A' و B' را بنویسید و سپس جدول زیر را کامل کنید و نتیجه‌گیری کنید.

$A \cup B$	$(A \cup B)'$	$A' \cap B'$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

$$A' = \{1, 2, 3\}$$

$$B' = \{2, 4, 5\}$$

پاسخ: ۱

۴۷

$A \cup B$	$(A \cup B)'$	$A' \cap B'$
$\{1, 3, 4, 5, 6\}$	$\{2\}$	$\{2\}$

نتیجه می‌گیریم که:

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

۴۸	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) $\frac{5}{2} \in \left[2, \frac{7}{3}\right]$</p> <p>ب) $4 \in \{0, 5\}$</p> <p>ج) $\sqrt{2} \in (0, 2)$</p> <p>د) $\pi \in \left(2, \frac{7}{2}\right)$</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) نادرست ب) نادرست ج) درست د) درست</p>
۴۹	<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>الف) مجموعه $\left\{\frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0\right\}$ را مجموعه اعداد می‌گویند و با نشان می‌دهند.</p> <p>ب) مجموعه $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ را مجموعه اعداد می‌گویند و با نشان می‌دهند.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) گویا - Q ب) حسابی - W</p>
۵۰	<p>در الگوی خطی $a_n = (a - 1)n^2 + bn + 2a + 1$ اگر $a_{n+2} - a_n = 4$ باشد:</p> <p>الف) جمله عمومی دنباله خطی را بنویسید.</p> <p>ب) کدام جمله دنباله خطی برابر ۴۹ است؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) الگوی خطی نباید n^2 داشته باشد، بنابراین ضریب n^2 را صفر قرار می‌دهیم.</p> <p>$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$</p> <p>$\Rightarrow a_n = bn + 3$</p> <p>$a_{n+2} - a_n = 4 \Rightarrow b(n+2) + 3 - (bn + 3) = 4$</p> <p>$\Rightarrow bn + 2b + 3 - bn - 3 = 4 \Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow b = 2$</p> <p>$a_n = 2n + 3$</p> <p>ب) باید جمله عمومی الگوی خطی را برابر ۴۹ قرار داد و n را حساب کنیم.</p> <p>$a_n = 49 \Rightarrow 2n + 3 = 49 \Rightarrow 2n = 46 \Rightarrow n = 23$</p> <p>بنابراین جمله بیست و سوم برابر ۴۹ است.</p>

	<p>در یک الگوی خطی با جمله عمومی a_n اگر $a_n - a_{n+1} = -3$ و جمله یازدهم دنباله از دو برابر جمله پنجم ۲ واحد کمتر باشد:</p> <p>الف) جمله عمومی دنباله خطی را بنویسید.</p> <p>ب) چندمین جمله دنباله برابر ۵۰ است؟</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) جمله عمومی دنباله خطی به صورت $a_n = an + b$ است، بنابراین:</p> $a_n - a_{n+1} = -3 \Rightarrow an + b - (a(n+1) + b) = -3$ $\Rightarrow an + b - an - a - b = -3 \Rightarrow -a = -3 \Rightarrow a = 3$ $a_{11} = 2a_5 - 2 \Rightarrow 11a + b = 2(5a + b) - 2$ $\Rightarrow 11a + b = 10a + 2b - 2 \Rightarrow a - b = -2 \xrightarrow{a=3} 3 - b = -2 \Rightarrow b = 5$ $a_n = 3n + 5$ <p>ب) باید جمله عمومی دنباله را برابر ۵۰ قرار داد و n را حساب کنیم.</p> $a_n = 50 \Rightarrow 3n + 5 = 50 \Rightarrow 3n = 45 \Rightarrow n = 15$ <p>بنابراین جمله پانزدهم برابر ۵۰ است.</p>	۵۱
	<p>در یک الگوی خطی با جمله عمومی t_n اگر $t_{n+2} - t_n = 8$ و مجموع جملات هفتم و دهم برابر ۷۰ شود:</p> <p>الف) جمله عمومی دنباله را حساب کنید.</p> <p>ب) کدام جمله دنباله برابر ۵۳ است؟</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) دنباله خطی به صورت $t_n = an + b$ است، بنابراین:</p> $t_{n+2} - t_n = 8 \Rightarrow a(n+2) + b - (an + b) = 8$ $\Rightarrow an + 2a + b - an - b = 8 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4$ $t_7 + t_{10} = 70 \Rightarrow 7a + b + 10a + b = 70 \xrightarrow{a=4} 17(4) + 2b = 70$ $\Rightarrow 68 + 2b = 70 \Rightarrow 2b = 2 \Rightarrow b = 1$ $t_n = 4n + 1$ <p>ب) باید جمله عمومی به دست آمده را برابر ۵۳ قرار دهیم و n را حساب کنیم.</p> $t_n = 53 \Rightarrow 4n + 1 = 53 \Rightarrow 4n = 52 \Rightarrow n = 13$ <p>جمله سیزدهم برابر ۵۳ است.</p>	۵۲
	<p>مجموعه‌ای که تعداد اعضای آن یک عدد است، مجموعه متناهی می‌نامیم و مجموعه‌ای که تعداد اعضای آن از هر عددی که در نظر بگیریم بزرگتر است را مجموعه می‌نامیم.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ حسابی - نامتناهی</p>	۵۳
	<p>هرگاه U مجموعه مرجع باشد $A \subseteq U$، آنگاه مجموعه $U - A$ را A می‌نامیم و آن را با نماد نشان می‌دهیم.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ متمم - A'</p>	۵۴

	<p>در یک کلاس ۴۱ نفره، ۳۴ نفر به ریاضی و ۲۱ نفر به فیزیک علاقمند هستند و ۶ نفر به هیچ‌کدام از این دو درس علاقه ندارند. مطلوب است تعداد دانش‌آموزانی که:</p> <p>الف) حداقل به یکی از این دو درس علاقمند باشند.</p> <p>ب) فقط به یکی از این دو درس علاقمند باشند.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) A ریاضی و B را فیزیک در نظر می‌گیریم.</p> $n(U) = 41$ $n(A) = 34$ $n(B) = 21$ $n(A' \cap B') = 6 \Rightarrow n(A \cup B)' = 6 \Rightarrow n(A \cup B) = n(U) - n(A \cup B)'$ $\Rightarrow n(A \cup B) = 41 - 6 = 35$ <p>ب)</p> $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ $35 = 34 + 21 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 20$ $n(A \cup B) - n(A \cap B) = 35 - 20 = 15$	۵۵
	<p>فرض کنید U مجموعه تمام مضرب‌های طبیعی عدد ۷ می‌باشد.</p> <p>الف) U را با نمایش اعضای آن بنویسید.</p> <p>ب) U متناهی است یا نامتناهی؟</p> <p>ج) یک زیرمجموعه متناهی از U بنویسید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) $U = \{7, 14, 21, 28, \dots\}$</p> <p>ب) نامتناهی است.</p> <p>ج) $A = \{7, 14, 21\}$</p>	۵۶
	<p>اگر $A = [-1, +\infty)$ و $B = (-\infty, 3]$ باشد، آنگاه مجموعه‌های زیر را به صورت بازه بنویسید.</p> <p>الف) $A \cap B$</p> <p>ب) $A - B$</p> <p>ج) A'</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) $A \cap B = [-1, +\infty) \cap (-\infty, 3] = [-1, 3]$</p> <p>ب) $A - B = [-1, +\infty) - (-\infty, 3] = (3, +\infty)$</p> <p>ج) $A' = (-\infty, -1)$</p>	۵۷

	<p>در یک دنباله هندسی اگر $a_1 + a_3 = 20$ و $a_4 + a_6 = 540$ باشد، جمله عمومی این دنباله را بنویسید.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $a_1 + a_3 = 20 \Rightarrow a_1 + a_1 r^2 = 20$ $a_4 + a_6 = 540 \Rightarrow a_1 r^3 + a_1 r^5 = 540$ $\frac{a_1 r^3 + a_1 r^5}{a_1 + a_1 r^2} = \frac{r^3(a_1 + a_1 r^2)}{a_1 + a_1 r^2} = \frac{540}{20} \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$ $a_1 + a_1 r^2 = 20 \xrightarrow{r=3} a_1 + 9a_1 = 20 \Rightarrow 10a_1 = 20 \Rightarrow a_1 = 2$ <p>بنابراین جمله عمومی برابر است با:</p> $a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_n = 2(3)^{n-1}$	۵۸
	<p>مقدار x را طوری بیابید که سه عبارت $x + 19$ و $2x + 5$ و $2x + 7$ سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، داریم:</p> $2b = a + c \Rightarrow 2(2x + 5) = 2x + 7 + x + 19 \Rightarrow 4x + 10 = 3x + 26 \Rightarrow x = 16$	۵۹
	<p>در یک دنباله حسابی اگر $a_7 = 13$ و $a_{18} = 46$ باشد، جمله عمومی این دنباله را بیابید.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{a_{18} - a_7}{18 - 7} = \frac{46 - 13}{11} = \frac{33}{11} = 3$ $a_7 = a_1 + 6d = 13 \xrightarrow{d=3} a_1 + 18 = 13 \Rightarrow a_1 = -5$ $a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_n = -5 + (n - 1)(3) \Rightarrow a_n = -5 + 3n - 3 \Rightarrow a_n = 3n - 8$	۶۰
	<p>جمله عمومی دنباله درجه دو زیر را مشخص کنید.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>۷، -۷، -۵، -۱، ...</p> <p>۷، -۷، -۵، -۱، ... $\xrightarrow{\div 2} a = \frac{2}{2} = 1$</p> $3a + b = a_3 - a_1 \Rightarrow 3 + b = -7 - (-7) \Rightarrow b = -3$ $a + b + c = a_1 \Rightarrow 1 - 3 + c = -7 \Rightarrow c = -5$ <p>در نهایت جمله عمومی به صورت زیر است:</p> $a_n = n^2 - 3n - 5$	۶۱

$$n(A \cup B) = n(U) - n(A' \cap B') = 32 - 5 = 27$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 18 + 15 - 27 = 6$$

$$n[(A - B) \cup (B - A)] = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 27 - 6 = 21$$

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 21 \\ a_4 + a_5 + a_6 = 57 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + 3d = 21 \\ 3a + 12d = 57 \end{cases} \Rightarrow d = 4$$

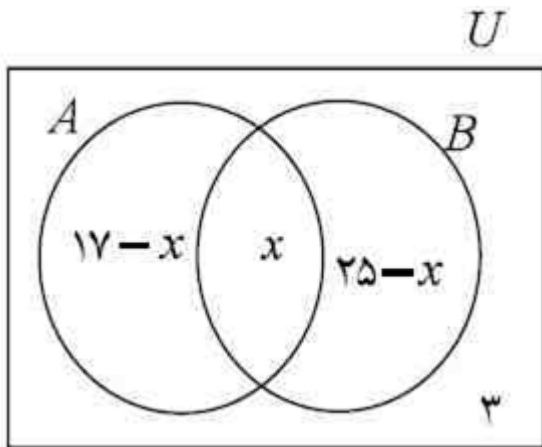
$$a_1 = 8 \quad d = 5 - 8 = -3$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_{15} = 8 + (15 - 1)(-3) = 8 - 42 = -34$$

$$n(A \cup B) = 37 - 3 = 34$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 34 = 17 + 25 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 8$$

روش دوم: حل به کمک رسم، نمودار ون



$$(17 - x) + x + (25 - x) = 34 \Rightarrow 42 - x = 34 \Rightarrow x = 8$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \Rightarrow 3 = 12 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 9$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 12 + 13 - 9 = 16$$

$$\begin{aligned} a_{10} = 12 &\Rightarrow a_1 + 9d = 12 \\ a_{17} = 40 &\Rightarrow a_1 + 16d = 40 \end{aligned} \Rightarrow 7d = 28 \Rightarrow d = 4$$

$$\begin{aligned} a_8 = 189 &\Rightarrow a_1 r^7 = 189 \\ a_5 = 7 &\Rightarrow a_1 r^4 = 7 \end{aligned} \Rightarrow \frac{a_1 r^7}{a_1 r^4} = \frac{189}{7} \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$$

۱

۲

۳ متناهی

۴ ۴۰

۵ ۱۲

۶ ۱۰

۷

۸

۹

۱۰

۱۱

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 10 = 13 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 3$$

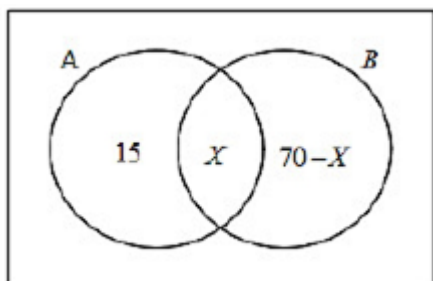
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 13 - 3 = 30$$

روش اول: ۱۲

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \Rightarrow 15 = 60 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 45$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cup B) = 60 + 70 - 45 = 85$$

روش دوم:



$$60 = 15 + x \Rightarrow x = 45$$

$$n(A \cup B) = 15 + 45 + (70 - 45) = 85$$

$$\frac{t_v}{t_f} = \frac{t, r^f}{t, r^r} = r^r \Rightarrow r^r = \frac{192}{24} = 8 \Rightarrow r = 2$$

$$a_v = 11 \Rightarrow a, r^f = 11 \Rightarrow \frac{a, r^i}{a, r^f} = \frac{88}{11} \Rightarrow r^r = 8 \Rightarrow r = 2$$

درست ۱۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵

۳ ۱۶

۲ واحد ۱۷

$$3, 11, 25, \dots \Rightarrow a = \frac{6}{2} = 3$$

$$3a + b = a_4 - a_1 \Rightarrow 9 + b = 11 - 3 \Rightarrow b = -1$$

$$a + b + c = a_1 \Rightarrow 3 - 1 + c = 3 \Rightarrow c = 1$$

$$a_n = 3n^2 - n + 1$$

۲۰

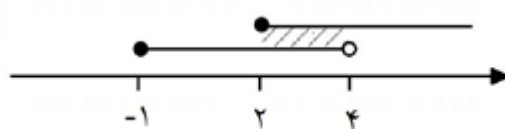
$$\begin{array}{c} 4 \\ \swarrow \searrow \\ 5 \quad 9 \\ \swarrow \searrow \swarrow \searrow \\ 4, 9, 18, \dots \Rightarrow a = \frac{4}{2} = 2 \end{array}$$

$$2a + b = a_2 - a_1 \Rightarrow 4 + b = 9 - 4 \Rightarrow b = -1$$

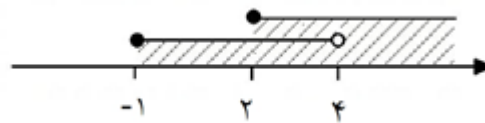
$$a + b + c = a_3 \Rightarrow 2 - 1 + c = 9 \Rightarrow c = 8$$

$$a_n = 2n^2 - n + 8$$

$$A \cap B = [-1, 4) \cap [2, +\infty) = [2, 4)$$



$$A \cup B = [-1, 4) \cup [2, +\infty) = [-1, +\infty)$$



$$\forall x \in [-2, 4] \Rightarrow -2 \leq \forall x \leq 4 \xrightarrow{\div 2} -1 \leq x \leq 2 \Rightarrow A = [-1, 2]$$

$$\forall x + 1 \in [-2, 4] \Rightarrow -2 \leq \forall x + 1 \leq 4 \xrightarrow{-1} -3 \leq \forall x \leq 3 \xrightarrow{\div 3} -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow B = [-1, 1]$$

$$A \cap B = [-1, 2] \cap [-1, 1] = [-1, 1]$$

$$A - B = [-1, 2] - [-1, 1] = (1, 2]$$

$$-1 \leq x < 4 \xrightarrow{\times 2} -2 \leq \forall x < 8 \Rightarrow A = [-2, 8)$$

$$5x - 3 \in A \Rightarrow -2 \leq 5x - 3 < 8 \xrightarrow{+3} 0 \leq 5x < 11 \xrightarrow{\div 5} 0 \leq x < 2.2 \Rightarrow B = [0, 2.2)$$

$$A - B = [-2, 8) - [0, 2.2) = [-2, 0) \cup [2.2, 8)$$

الف) در الگوی خطی باید n^2 حذف شود. بنابراین ضریب آن را صفر قرار می‌دهیم.

$$a_n = a(n^2 + 2n + 1) - 3n^2 + abn - 2b + a \Rightarrow a_n = an^2 + 2an + a - 3n^2 + abn - 2b + a$$

$$\Rightarrow a_n = (a - 3)n^2 + (2a + ab)n - 2b + 2a \Rightarrow a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$\xrightarrow{a=3} a_n = (3 + 2b)n - 2b + 6 \Rightarrow a_5 = 49 \Rightarrow (3 + 2b) \times 5 - 2b + 6 = 49$$

$$\Rightarrow 3 \cdot 5 + 10b - 2b + 6 = 49 \Rightarrow 18b + 21 = 49 \Rightarrow 18b = 28 \Rightarrow b = \frac{14}{9}$$

ب) با جاگذاری $a = 3$ و $b = \frac{14}{9}$ جمله عمومی دنباله به‌صورت زیر است.

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = \frac{14}{9} \end{cases} \Rightarrow a_n = 9n + \frac{14}{9}$$

الف) در الگوی خطی باید n^2 حذف شود. بنابراین ضریب آن را صفر قرار می‌دهیم.

$$a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow a_n = 2bn - 2 - b$$

$$a_7 = 13 \Rightarrow 2b(7) - 2 - b = 13 \Rightarrow 14b - b = 15 \Rightarrow 13b = 15 \Rightarrow b = 3$$

ب) با جاگذاری $a = 2$ و $b = 3$ جمله عمومی دنباله به صورت زیر است.

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a_n = 6n - 5$$

دنباله حسابی را با t_n و الگوی خطی را با a_n نشان می‌دهیم.

$$\begin{cases} t_7 = a_7 \\ t_{10} = a_{10} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 6d = 7a + b \\ t_1 + 9d = 10a + b \end{cases} \Rightarrow 3d = 3a \Rightarrow d = \frac{16}{3}a$$

$$a_5 = 0 \Rightarrow 5a + b = 0 \Rightarrow b = -5a$$

$$\frac{a_{11}}{d} = \frac{11a + b}{d} = \frac{11a - 5a}{\frac{16}{3}a} = \frac{16a}{\frac{16}{3}a} = 3$$

$$\underbrace{m + 4}_{a_1}, \underbrace{2n - 1}_{a_7}, \underbrace{7m + 2}_{a_9}, \underbrace{5 - 3k}_{a_{10}}, \underbrace{20m - 7}_{a_{11}}, \dots \Rightarrow 2a_7 = a_1 + a_{10}$$

$$\Rightarrow 2(7m + 2) = m + 4 + 20m - 7$$

$$\Rightarrow 14m + 4 = 21m - 3 \Rightarrow -7m = -7 \Rightarrow m = 1$$

$$\xrightarrow{m=1} 5, 2n - 1, 9, 5 - 3k, 13, \dots \Rightarrow d = \frac{a_7 - a_1}{7 - 1} = \frac{9 - 5}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow{d=\frac{2}{3}} 5, 7, 9, 11, 13, \dots$$

$$\begin{cases} 2n - 1 = 7 \Rightarrow 2n = 8 \Rightarrow n = 4 \\ 5 - 3k = 11 \Rightarrow -3k = 6 \Rightarrow k = -2 \end{cases}$$

الف) ۲۹

$$\underbrace{x - 1}_{a_1}, \underbrace{y}_{a_7}, \underbrace{2x + 12}_{a_{10}}, \dots \Rightarrow 2a_7 = a_1 + a_{10} \Rightarrow 2(2x) = x - 1 + 2x + 12$$

$$\Rightarrow 4x = 3x + 11 \Rightarrow x = 11$$

ب)

$$\xrightarrow{x=11} 10, y, 22, z, 34, \dots \Rightarrow d = \frac{a_7 - a_1}{7 - 1} = \frac{22 - 10}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$\xrightarrow{d=2} 10, 12, 14, 16, 18, 20, \dots$$

$$\begin{cases} y = 12 \\ z = 18 \end{cases}$$

ج)

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \xrightarrow{a_1=10 \text{ و } d=6} a_n = 10 + (n - 1)(6) \Rightarrow a_n = 10 + 6n - 6$$

$$\Rightarrow a_n = 6n + 4$$

$$\begin{cases} t_3 = a_{\Delta} \\ t_4 = a_{1\Delta} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 3d = \Delta a + b \\ t_1 + 4d = 1\Delta a + b \end{cases} \Rightarrow 1d = 1\Delta a \Rightarrow d = \frac{1\Delta}{1}a \Rightarrow d = \frac{\Delta}{1}a$$

$$a_{1\Delta} = 0 \Rightarrow 1\Delta a + b = 0 \Rightarrow b = -1\Delta a$$

$$\frac{a_{3\Delta}}{d} = \frac{3\Delta a + b}{d} = \frac{3\Delta a - 1\Delta a}{\frac{\Delta}{1}a} = \frac{1\Delta a}{\frac{\Delta}{1}a} = 1$$

$$\frac{3n(A) + 1\Delta}{1} = \frac{n(B) - 3}{1} = \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B) + 1}{\Delta} = t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{3n(A) + 1\Delta}{1} = t \Rightarrow n(A) = \frac{t - 1\Delta}{3} \\ \frac{n(B) - 3}{1} = t \Rightarrow n(B) = t + 3 \\ \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B) + 1}{\Delta} = t \Rightarrow n(A \cup B) + n(A \cap B) = \Delta t - 1 \end{cases}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cup B) + n(A \cap B) = n(A) + n(B)$$

$$\Rightarrow \Delta t - 1 = t + 3 + \frac{t - 1\Delta}{3} \times 3 \Rightarrow 1\Delta t - 1\Delta = t + 3 + t - 1\Delta$$

$$\Rightarrow 1\Delta t - 1\Delta = 2t - 1\Delta \Rightarrow 2t = 1\Delta \Rightarrow t = \Delta$$

$$n(A) = \frac{t - 1\Delta}{3} \xrightarrow{t=\Delta} n(A) = \frac{\Delta(\Delta) - 1\Delta}{3} = \frac{\Delta^2 - \Delta}{3} = 1\Delta$$

$$n(B) = t + 3 \xrightarrow{t=\Delta} n(B) = 1\Delta + 3 = 1\Delta$$

$$\frac{3n(A) - 1\Delta}{\Delta} = \frac{n(B) + 3}{1} = \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B) + 1}{1} = t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{3n(A) - 1\Delta}{\Delta} = t \Rightarrow n(A) = \frac{\Delta t + 1\Delta}{3} \\ \frac{n(B) + 3}{1} = t \Rightarrow n(B) = t - 3 \\ \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B) + 1}{1} = t \Rightarrow n(A \cup B) + n(A \cap B) = t - 1 \end{cases}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cup B) + n(A \cap B) = n(A) + n(B)$$

$$\Rightarrow t - 1 = \frac{\Delta t + 1\Delta}{3} + t - 3 \Rightarrow 1\Delta t - 1\Delta = \Delta t + 1\Delta + 1\Delta t - 2\Delta$$

$$\Rightarrow 1\Delta t - 1\Delta = 2\Delta t - 1\Delta \Rightarrow t = \Delta$$

$$n(A) = \frac{\Delta t + 1\Delta}{3} \xrightarrow{t=\Delta} n(A) = \frac{\Delta(\Delta) + 1\Delta}{3} = \frac{\Delta^2 + \Delta}{3} = 1\Delta$$

$$n(B) = t - 3 \xrightarrow{t=\Delta} n(B) = \Delta - 3 = 1\Delta$$

$$\begin{aligned} 12n(A-B) = 9n(A \cap B) = n(B-A) = t &\Rightarrow \begin{cases} n(A-B) = \frac{t}{12} \\ n(A \cap B) = \frac{t}{9} \\ n(B-A) = t \end{cases} \\ n(A-B) + n(A \cap B) + n(B-A) = n(A \cup B) &\Rightarrow \frac{t}{12} + \frac{t}{9} + t = 95 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{t + 9t + 12t}{12} = 95 \Rightarrow \frac{19t}{12} = 95 \Rightarrow \frac{t}{12} = 5 \Rightarrow t = 60$$

$$n(B) = n(B-A) + n(A \cap B) = t + \frac{t}{9} = 60 + \frac{60}{9} = 60 + 30 = 90$$

$$\begin{aligned} 3n(A-B) = \frac{2}{3}n(A \cap B) = n(B-A) = t &\Rightarrow \begin{cases} n(A-B) = \frac{t}{3} \\ n(A \cap B) = \frac{2t}{3} \\ n(B-A) = t \end{cases} \\ n(A-B) + n(A \cap B) + n(B-A) = n(A \cup B) &\Rightarrow \frac{t}{3} + \frac{2t}{3} + t = 78 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2t = 78 \Rightarrow t = 39$$

$$n(A) = n(A-B) + n(A \cap B) = \frac{t}{3} + \frac{2t}{3} = t = 39$$

۳۵ با استفاده از جمله عمومی دنباله حسابی (عددی) داریم:

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$\frac{t_7 + t_{19}}{t_{13}} = \frac{t_1 + 6d + t_1 + 18d}{t_1 + 12d} = \frac{2t_1 + 24d}{t_1 + 12d} = \frac{2(t_1 + 12d)}{t_1 + 12d} = 2$$

۳۶ با استفاده از جمله عمومی دنباله حسابی (عددی) داریم:

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$\begin{aligned} \frac{5t_8 - t_5 - 2t_7 + t_1}{t_5 + t_{11}} &= \frac{5(t_1 + 7d) - (t_1 + 4d) - 2(t_1 + 6d) + t_1}{t_1 + 9d + t_1 + 10d} \\ &= \frac{5t_1 + 35d - t_1 - 4d - 2t_1 - 12d + t_1}{2t_1 + 19d} = \frac{3t_1 + 21d}{2t_1 + 19d} = \frac{3(t_1 + 7d)}{2(t_1 + 7d)} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$t_{11} = 5 \Rightarrow t_1 + 10d = 5$$

$$t_{13}^2 - t_9^2 = 20 \Rightarrow (t_{13} - t_9)(t_{13} + t_9) = 20$$

$$\Rightarrow (t_1 + 12d - t_1 - 8d)(t_1 + 12d + t_1 + 8d) = 20 \Rightarrow 4d(2t_1 + 20d) = 20$$

$$\Rightarrow d(2(t_1 + 10d)) = 5 \Rightarrow d \times 2 \times 5 = 5 \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

$$t_1 + 10d = 5 \xrightarrow{d=\frac{1}{2}} t_1 + 5 = 5 \Rightarrow t_1 = 0$$

$$t_7 = 3 \Rightarrow t_1 + 5d = 3$$

$$t_{10}^2 - t_7^2 = 96 \Rightarrow (t_{10} - t_7)(t_{10} + t_7) = 96$$

$$\Rightarrow (t_1 + 9d - t_1 - d)(t_1 + 9d + t_1 + d) = 96 \Rightarrow 8d(2t_1 + 10d) = 96$$

$$\Rightarrow d(2(t_1 + 5d)) = 12 \Rightarrow d \times 2 \times 3 = 12 \Rightarrow d = 2$$

$$t_1 + 5d = 3 \xrightarrow{d=2} t_1 + 10 = 3 \Rightarrow t_1 = -7$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = -7 + (n-1)(2)$$

$$\Rightarrow t_n = -7 + 2n - 2 \Rightarrow t_n = 2n - 9$$

الف) در دنباله حسابی n^2 موجود نیست. در نتیجه باید ضریب n^2 صفر باشد.

$$k - 3 = 0 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow a_n = 3n + 1$$

ب)

$$a_1 = 4(1) + 1 = 5$$

$$a_2 = 4(2) + 1 = 9 \Rightarrow d = a_2 - a_1 = 9 - 5 = 4$$

بنابراین $a_1 = 5$ و $d = 4$ است.

الف) الگوی خطی نباید درجه ۲ باشد. بنابراین ضریب n^2 باید صفر باشد.

$$a_n = 3an^2 + 5n - 6n^2 + a \Rightarrow a_n = (3a - 6)n^2 + 5n + a$$

$$3a - 6 = 0 \Rightarrow a = 2$$

ب)

$$a = 2 \Rightarrow a_n = 5n + 2$$

الف) در دنباله حسابی n^2 موجود نیست. در نتیجه باید ضریب n^2 صفر باشد و همچنین برای دنباله حسابی کاهشی باید ضریب n عددی منفی باشد.

$$k^2 - 4 = 0 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \text{ ق ق} \\ k = -2 \text{ ق ق} \end{cases}$$

ب)

$$k = -2 \Rightarrow a_n = -2n + 3$$

برای یافتن جمله دهم باید به جای n عدد ۱۰ قرار دهیم.

$$a_{10} = -2(10) + 3 = -20 + 3 = -17$$

الف) الگوی خطی نباید درجه ۲ باشد. بنابراین ضریب n^2 باید صفر باشد.

$$a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$$

ب)

$$a = -2 \Rightarrow a_n = 3n - 2$$

الف) الگوی خطی نباید درجه ۲ باشد. بنابراین ضریب n^2 باید صفر باشد.

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

ب)

$$a = 1 \Rightarrow a_n = 3n + 1$$

ج) برای یافتن جمله پانزدهم به جای n عدد ۱۵ قرار می‌دهیم.

$$a_{15} = 3(15) + 1 = 46$$

د) باید به جای a_n عدد ۵۸ قرار دهیم و n را حساب کنیم.

$$a_n = 58 \Rightarrow 3n + 1 = 58 \Rightarrow 3n = 57 \Rightarrow n = \frac{57}{3} = 19$$

بنابراین جمله نوزدهم برابر ۵۸ است.

B'	$A - B$	$A \cap B'$
$\{2, 4, 5\}$	$\{4, 5\}$	$\{4, 5\}$

نتیجه می‌گیریم که:

$$A - B = A \cap B'$$

الف)

$$r = \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow r = \frac{-6}{3} = -2$$

ب)

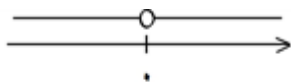
$$3, -6, 12, -24, 48, \dots \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 48 \end{cases}$$

ج)

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_n = 3(-2)^{n-1}$$

$$W - N = \{0\}$$

بنابراین با توجه به اینکه مجموعه مرجع برابر اعداد حقیقی است، بنابراین متمم $\{0\}$ برابر $R - \{0\}$ است و بر روی محور بصورت زیر است.



$$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$$

$$A' = \{1, 2, 3\}$$

$$B' = \{2, 4, 5\}$$

$A \cup B$	$(A \cup B)'$	$A' \cap B'$
$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	$\{2\}$	$\{2\}$

نتیجه می‌گیریم که:

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

د) درست

ج) درست

ب) نادرست

الف) نادرست

۵۰ الف) الگوی خطی نباید n^2 داشته باشد، بنابراین ضریب n^2 را صفر قرار می‌دهیم.

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow a_n = bn + 3$$

$$a_{n+2} - a_n = 4 \Rightarrow b(n+2) + 3 - (bn + 3) = 4$$

$$\Rightarrow bn + 2b + 3 - bn - 3 = 4 \Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow b = 2$$

$$a_n = 2n + 3$$

ب) باید جمله عمومی الگوی خطی را برابر ۴۹ قرار داد و n را حساب کنیم.

$$a_n = 49 \Rightarrow 2n + 3 = 49 \Rightarrow 2n = 46 \Rightarrow n = 23$$

بنابراین جمله بیست و سوم برابر ۴۹ است.

۵۱ الف) جمله عمومی دنباله خطی به صورت $a_n = an + b$ است، بنابراین:

$$a_n - a_{n+1} = -3 \Rightarrow an + b - (a(n+1) + b) = -3$$

$$\Rightarrow an + b - an - a - b = -3 \Rightarrow -a = -3 \Rightarrow a = 3$$

$$a_{11} = 2a_5 - 2 \Rightarrow 11a + b = 2(5a + b) - 2$$

$$\Rightarrow 11a + b = 10a + 2b - 2 \Rightarrow a - b = -2 \xrightarrow{a=3} 3 - b = -2 \Rightarrow b = 5$$

$$a_n = 3n + 5$$

ب) باید جمله عمومی دنباله را برابر ۵۰ قرار داد و n را حساب کنیم.

$$a_n = 50 \Rightarrow 3n + 5 = 50 \Rightarrow 3n = 45 \Rightarrow n = 15$$

بنابراین جمله پانزدهم برابر ۵۰ است.

۵۲ الف) دنباله خطی به صورت $t_n = an + b$ است، بنابراین:

$$t_{n+2} - t_n = 8 \Rightarrow a(n+2) + b - (an + b) = 8$$

$$\Rightarrow an + 2a + b - an - b = 8 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

$$t_7 + t_{10} = 70 \Rightarrow 7a + b + 10a + b = 70 \xrightarrow{a=4} 17(4) + 2b = 70$$

$$\Rightarrow 68 + 2b = 70 \Rightarrow 2b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$t_n = 4n + 1$$

ب) باید جمله عمومی به دست آمده را برابر ۵۳ قرار دهیم و n را حساب کنیم.

$$t_n = 53 \Rightarrow 4n + 1 = 53 \Rightarrow 4n = 52 \Rightarrow n = 13$$

جمله سیزدهم برابر ۵۳ است.

۵۳ حسابی - نامتناهی

۵۴ متمم - A'

$$n(U) = ۴۱$$

$$n(A) = ۳۴$$

$$n(B) = ۲۱$$

$$n(A' \cap B') = ۶ \Rightarrow n(A \cup B)' = ۶ \Rightarrow n(A \cup B) = n(U) - n(A \cup B)'$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = ۴۱ - ۶ = ۳۵$$

(ب)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$۳۵ = ۳۴ + ۲۱ - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = ۲۰$$

$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = ۳۵ - ۲۰ = ۱۵$$

$$U = \{۷, ۱۴, ۲۱, ۲۸, \dots\} \quad \text{الف) ۵۶}$$

(ب) نامتناهی است.

$$A = \{۷, ۱۴, ۲۱\} \quad \text{ج) ۵۷}$$

$$\text{الف) } A \cap B = [-۱, +\infty) \cap (-\infty, ۳] = [-۱, ۳]$$

$$\text{ب) } A - B = [-۱, +\infty) - (-\infty, ۳] = (۳, +\infty)$$

$$\text{ج) } A' = (-\infty, -۱)$$

$$a_۱ + a_۳ = ۲۰ \Rightarrow a_۱ + a_۱ r^۲ = ۲۰$$

$$a_۴ + a_۶ = ۵۴۰ \Rightarrow a_۱ r^۳ + a_۱ r^۵ = ۵۴۰$$

$$\frac{a_۱ r^۳ + a_۱ r^۵}{a_۱ + a_۱ r^۲} = \frac{r^۳ (a_۱ + a_۱ r^۲)}{a_۱ + a_۱ r^۲} = \frac{۵۴۰}{۲۰} \Rightarrow r^۳ = ۲۷ \Rightarrow r = ۳$$

$$a_۱ + a_۱ r^۲ = ۲۰ \xrightarrow{r=۳} a_۱ + ۹a_۱ = ۲۰ \Rightarrow ۱۰a_۱ = ۲۰ \Rightarrow a_۱ = ۲$$

بنابراین جمله عمومی برابر است با:

$$a_n = a_۱ r^{n-۱} \Rightarrow a_n = ۲(۳)^{n-۱}$$

۵۹ اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، داریم:

$$۲b = a + c \Rightarrow ۲(۲x + ۵) = ۲x + ۷ + x + ۱۹ \Rightarrow ۴x + ۱۰ = ۳x + ۲۶ \Rightarrow x = ۱۶$$

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{a_{۱۸} - a_۷}{۱۸ - ۷} = \frac{۴۶ - ۱۳}{۱۱} = \frac{۳۳}{۱۱} = ۳$$

$$a_۷ = a_۱ + ۶d = ۱۳ \xrightarrow{d=۳} a_۱ + ۱۸ = ۱۳ \Rightarrow a_۱ = -۵$$

$$a_n = a_۱ + (n - ۱)d \Rightarrow a_n = -۵ + (n - ۱)(۳) \Rightarrow a_n = -۵ + ۳n - ۳ \Rightarrow a_n = ۳n - ۸$$

$$-7, -7, -5, -1, \dots \xrightarrow{\div 2} a = \frac{2}{2} = 1$$

$$3a + b = a_3 - a_1 \Rightarrow 3 + b = -7 - (-7) \Rightarrow b = -3$$

$$a + b + c = a_1 \Rightarrow 1 - 3 + c = -7 \Rightarrow c = -5$$

در نهایت جمله عمومی به صورت زیر است:

$$a_n = n^2 - 3n - 5$$

