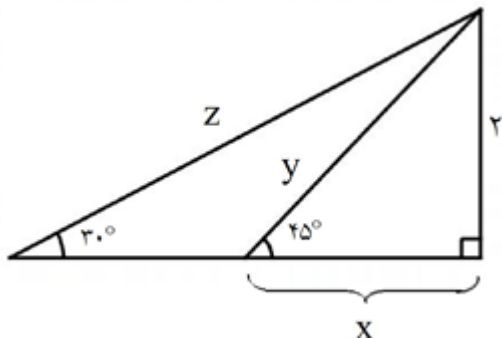


ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>جاهای خالی را پُر کنید.</p> <p>الف) اگر <math>\sin \theta</math> و <math>\tan \theta</math> هم‌علامت باشند، آنگاه <math>\theta</math> در ربع ..... یا ..... قرار دارد.</p> <p>ب) شیب هر خط که محور افقی را قطع می‌کند، برابر است با ..... زاویهٔ بین آن خط و جهت مثبت محور افقی.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) اول - چهارم ب) تانژانت</p>	
۲	<p>اگر <math>\sin \theta \cdot \cos \theta &gt; 0</math> باشد، آنگاه انتهای کمان <math>\theta</math> در ربع ..... یا ..... قرار دارد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ اول - سوم</p>	
۳	<p>در شکل زیر <math>x, y, z</math> را حساب کنید.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\tan 45^\circ = \frac{2}{x} \Rightarrow 1 = \frac{2}{x} \Rightarrow x = 2$ $\sin 45^\circ = \frac{2}{y} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{y} \Rightarrow y = \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$ $\sin 30^\circ = \frac{2}{z} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2}{z} \Rightarrow z = 4$	
۴	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) خط <math>y - \sqrt{3}x + 7 = 0</math> با جهت مثبت محور <math>x</math> ها زاویهٔ ..... می‌سازد.</p> <p>ب) زاویه <math>105^\circ</math> - در ناحیه ..... مثلثاتی قرار دارد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) <math>60^\circ</math> ب) سوم</p>	

معادله خطی را بنویسید که با جهت مثبت محور x ها زاویه  $60^\circ$  بسازد و از نقطه  $A(2\sqrt{3}, -7)$  نیز بگذرد.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم

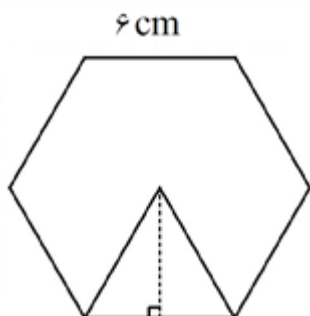
$$m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - (-7) = \sqrt{3}(x - 2\sqrt{3})$$

$$\Rightarrow y + 7 = \sqrt{3}x - 6 \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 13$$

۵ پاسخ: ۱

مساحت شش ضلعی منتظم زیر را به دست آورید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم

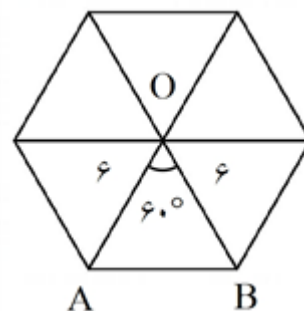
یک شش ضلعی منتظم از شش مثلث متساوی الاضلاع تشکیل شده که در این مثال طول هر ضلع آن ۶ cm و زاویه آن  $60^\circ$  است.

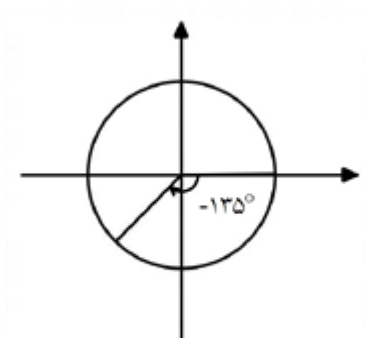
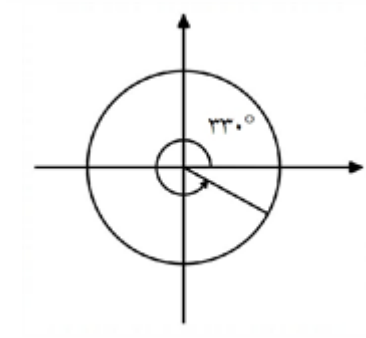
۶ پاسخ: ۱

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\text{مثلث}} = 9\sqrt{3}$$

$$S_{\text{شش ضلعی}} = 6 S_{\text{مثلث}} = 6 \times 9\sqrt{3} = 54\sqrt{3}$$

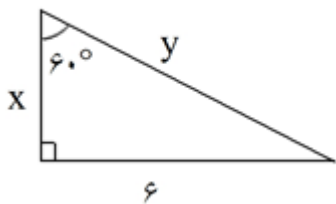


	<p>هر یک از زاویه‌های زیر را روی دایره مثلثاتی رسم کنید و سپس مشخص کنید در کدام یک از نواحی چهارگانه قرار می‌گیرد.</p> <p>الف) <math>-۱۳۵^\circ</math>      ب) <math>۳۳۰^\circ</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰ -دهم</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>الف) ربع سوم</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>ب) ربع چهارم</p> </div> </div> <p style="text-align: right;"><b>پاسخ:</b> ۱ الف) ربع سوم</p>
	<p>برای هر قسمت مشخص کنید <math>\alpha</math> در کدام ربع قرار دارد.</p> <p>الف) <math>\sin \alpha &lt; 0</math> و <math>\cos \alpha &lt; 0</math>      ب) <math>\tan \alpha &lt; 0</math> و <math>\cos \alpha &gt; 0</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰ -دهم</p> <p style="text-align: right;"><b>پاسخ:</b> ۱ الف) ربع سوم      ب) ربع چهارم</p>
	<p>درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) زاویه <math>-۱۹۵^\circ</math> در ناحیه سوم مثلثاتی می‌باشد.</p> <p>ب) کمترین مقدار <math>\cos \theta - ۲</math> برابر ۵ است.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰ -دهم</p> <p style="text-align: right;"><b>پاسخ:</b> ۱ الف) نادرست      ب) نادرست</p>
	<p>درستی رابطه زیر را ثابت کنید.</p> $(1 + \cos \theta) \times \frac{(1 - \cos \theta)}{\sin \theta} = \sin \theta$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰ -دهم</p> $(1 + \cos \theta) \times \frac{(1 - \cos \theta)}{\sin \theta} = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\sin \theta} = \sin \theta$ <p style="text-align: right;"><b>پاسخ:</b> ۱</p>

	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. الف) در ربع سوم <math>\tan</math> و <math>\cot</math> هر دو مثبت است. ب) در ربع چهارم فقط <math>\cos</math> مثبت است.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰ - دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) درست ب) درست</p>	۱۱
	<p>حاصل عبارت زیر را محاسبه کنید.</p> $\sin^2(30^\circ) + \tan^2(60^\circ)$ <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰ - دهم</p> $\sin^2(30^\circ) + \tan^2(60^\circ) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (\sqrt{3})^2 = \frac{1}{4} + 3 = \frac{13}{4}$ <p>پاسخ: ۱</p>	۱۲
	<p>اگر <math>\cot \theta = -5</math> و <math>\theta</math> در ربع چهارم باشد، نسبت‌های مثلثاتی دیگر آن را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰ - دهم</p> $1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta} \Rightarrow 1 + 25 = \frac{1}{\sin^2 \theta} \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{1}{26}$ <p>ربع چهارم <math>\sin</math> منفی است <math>\Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{26}} \rightarrow \sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{26}}</math></p> $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \frac{1}{26} = \frac{25}{26} \Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{5}{\sqrt{26}}$ <p>در ربع چهارم <math>\cos</math> مثبت است <math>\rightarrow \cos \theta = \frac{5}{\sqrt{26}}</math></p> $\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta} = \frac{1}{-5}$	۱۳
	<p>درستی تساوی زیر را نشان دهید.</p> $\cos \theta \times \tan \theta = \sin \theta$ <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰ - دهم</p> $\cos \theta \times \tan \theta = \cos \theta \times \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \sin \theta$ <p>پاسخ: ۱</p>	۱۴

با توجه به شکل رسم شده مقادیر  $x$  و  $y$  را محاسبه کنید.

۱۵



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

$$\sin 60^\circ = \frac{6}{y} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{y} \Rightarrow y = \frac{12}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{6}{x} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

پاسخ: ۱

اگر  $270^\circ < \alpha < 360^\circ$  و  $\tan \alpha = \frac{-4}{3}$ ، نسبت‌های مثلثاتی  $\cot \alpha$  و  $\cos \alpha$  را به دست آورید.

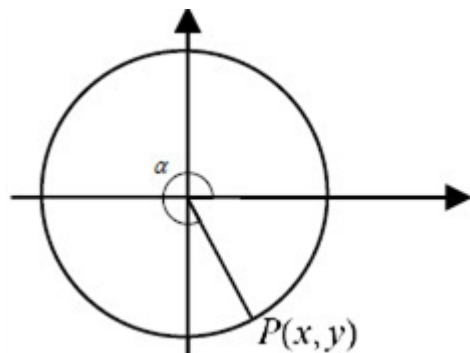
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۱ روش اول: استفاده از اتحادهای مثلثاتی

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5} \xrightarrow{\alpha \text{ در ناحیه چهارم}} \cos \alpha = +\frac{3}{5}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{3}{4}$$

روش دوم: استفاده از دایره مثلثاتی



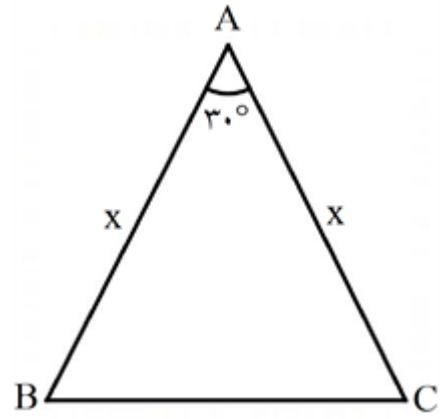
۱۶

$$\tan \alpha = -\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{y}{x} = -\frac{4}{3} \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x$$

$$x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow x = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}, \cot \alpha = -\frac{3}{4}$$

مساحت مثلث متساوی الساقین ABC برابر ۹ است. اندازه x را به دست آورید.



۱۷

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳

$$S = \frac{1}{2} x^2 \sin 30^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} x^2 \times \frac{1}{2} = 9 \Rightarrow x^2 = 36 \xrightarrow{x>0} x = 6$$

پاسخ: ۱

جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.  
اگر زاویه خطی با جهت مثبت محور افقی  $45^\circ$  باشد، آنگاه شیب آن برابر ..... است.

۱۸

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۱

$$\frac{\sin x - \sin^2 x}{\cos^2 x} \times \cot x$$

با فرض با معنی بودن عبارت مقابل، حاصل آن را محاسبه کنید.

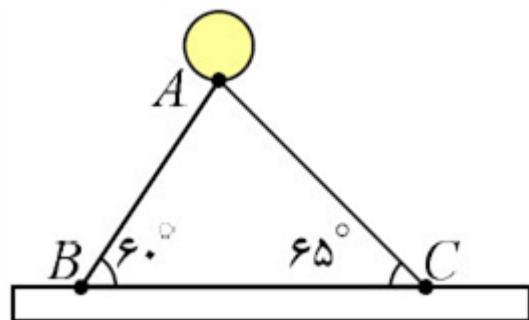
۱۹

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳

$$\begin{aligned} \frac{\sin x - \sin^2 x}{\cos^2 x} \times \cot x &= \frac{\sin x(1 - \sin^2 x)}{\cos^2 x} \times \cot x = \frac{\sin x \times \cos^2 x}{\cos^2 x} \times \cot x \\ &= \frac{\sin x}{\cos x} \times \cot x = \tan x \times \cot x = 1 \end{aligned}$$

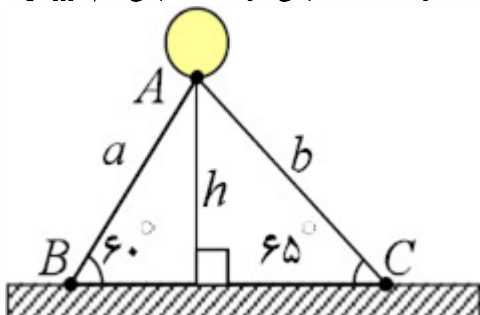
پاسخ: ۱

مطابق شکل مقابل، یک بالن توسط دو طناب AB و AC، به زمین بسته شده است. اگر طول طناب AB برابر ۳۶ متر باشد. با توجه به شکل، ابتدا ارتفاع بالن را تعیین و سپس طول طناب AC را محاسبه کنید. ( $\sin 65^\circ \approx 0.9$ )



۲۰

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳

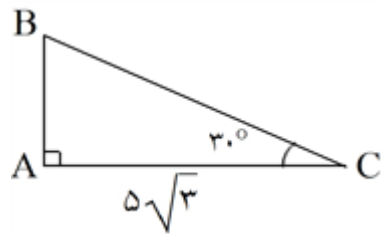


$$\sin 60^\circ = \frac{h}{a} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{36} \Rightarrow h = 18\sqrt{3} \text{ متر}$$

$$\sin 65^\circ = \frac{h}{b} \Rightarrow \frac{9}{10} = \frac{18\sqrt{3}}{b} \Rightarrow b = 20\sqrt{3} \text{ متر}$$

پاسخ: ۱

۲۱	<p>جای خالی را با یک کلمه یا عدد مناسب، کامل کنید. اگر <math>\alpha</math> زاویه‌ای باشد که یک خط، با جهت مثبت محور افقی می‌سازد، آن‌گاه شیب خط برابر ..... است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ <math>\tan \alpha</math></p>
۲۲	<p>جای خالی را با یک کلمه یا عدد مناسب، کامل کنید. کسر <math>\frac{\sin 38^\circ}{\cos 38^\circ}</math> برابر <math>\cotg(\dots^\circ)</math> است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ ۵۲</p>
۲۳	<p>پاسخ صحیح را از بین پاسخ‌های داخل پرانتز انتخاب کنید و بنویسید. اگر <math>\sin \theta</math> مثبت و <math>\cos \theta</math> منفی باشد، زاویه <math>\theta</math> در ربع ..... دایره مثلثاتی قرار دارد. (دوم - چهارم)</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ دوم</p>
۲۴	<p><math>\alpha</math> زاویه‌ای در ربع دوم دایره مثلثاتی و <math>\tan \alpha = -\frac{12}{5}</math> است. با استفاده از روابط بین نسبت‌های مثلثاتی، مقدار <math>\cos \alpha</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 + \frac{144}{25}} = \frac{25}{169} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{5}{13}$ <p>با توجه به این‌که در ربع دوم دایره مثلثاتی کسینوس منفی است پس: <math>\cos \alpha = -\frac{5}{13}</math></p>
۲۵	<p>با فرض با معنی بودن کسرها، درستی تساوی مقابل را ثابت کنید.</p> $\frac{1}{\cos \alpha} - \tan \alpha = \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\begin{aligned} \frac{1}{\cos \alpha} - \tan \alpha &= \frac{1}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} \times \frac{1 + \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha (1 + \sin \alpha)} \\ &= \frac{\cos^2 \alpha}{\cos \alpha (1 + \sin \alpha)} = \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} \end{aligned}$



مساحت مثلث ABC را به دست آورید.

۲۶

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳

$$\cos 30^\circ = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC = 10$$

پاسخ: ۱

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AC \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

اگر  $\tan \theta = \frac{3}{5}$  و  $\theta$  در ربع سوم باشد، نسبت‌های مثلثاتی دیگر  $\theta$  را بنویسید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{3}$$

پاسخ: ۱

۲۷

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow 1 + \frac{9}{25} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \frac{34}{25} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{25}{34} \Rightarrow \cos \theta = -\frac{5}{\sqrt{34}}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta + \frac{25}{34} = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \frac{25}{34} \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{9}{34} \Rightarrow \sin \theta = \frac{-3}{\sqrt{34}}$$

اگر  $\sin \theta = \frac{-12}{13}$  و  $\theta$  در ربع چهارم باشد، نسبت‌های مثلثاتی دیگر  $\theta$  را بنویسید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \frac{144}{169} + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169} \Rightarrow \cos \theta = \frac{5}{13}$$

پاسخ: ۱

۲۸

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{-12}{13}}{\frac{5}{13}} = \frac{-12}{5} \Rightarrow \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{\frac{-12}{5}} = \frac{-5}{12}$$



اگر  $\sin^2 \alpha$  و  $3 \sin \alpha \cos \alpha$  و  $\cos^2 \alpha$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند. مقدار  $\tan \alpha + \cot \alpha$  را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

پاسخ: ۱ اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، آن گاه  $2b = a + c$  است.

$$\sin^2 \alpha \text{ و } 3 \sin \alpha \cos \alpha \text{ و } \cos^2 \alpha \xrightarrow{\text{سه جمله متوالی دنباله حسابی}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$$

$$= 2(3 \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha - 6 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 0 \Rightarrow (\sin \alpha - 3 \cos \alpha)^2 = 0 \Rightarrow \sin \alpha - 3 \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = 3 \cos \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3 \cos \alpha}{\cos \alpha} = 3 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{3}$$

$$\tan \alpha + \cot \alpha = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$

۲۹

در یک مثلث قائم الزاویه طول وتر برابر ۴۸ واحد و تانژانت یک زاویه تند آن  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  است. محیط مثلث را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

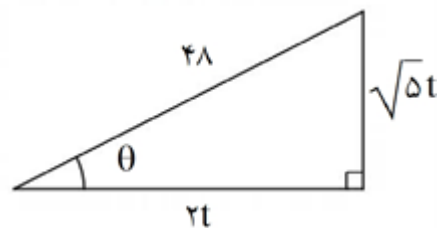
پاسخ: ۱

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{a}{b} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{5}t \\ b = 2t \end{cases}$$

$$(\sqrt{5}t)^2 + (2t)^2 = 48^2 \Rightarrow 5t^2 + 4t^2 = 48^2$$

$$\Rightarrow 9t^2 = 48^2 \Rightarrow 3t = 48 \Rightarrow t = 16$$

$$\text{محیط} = 48 + 2(16) + \sqrt{5}(16) = 48 + 32 + 16\sqrt{5} = 80 + 16\sqrt{5}$$



۳۰

در یک مثلث قائم الزاویه، طول وتر برابر ۱۴ واحد و تانژانت یک زاویه تند آن  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$  است. محیط مثلث را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دهم

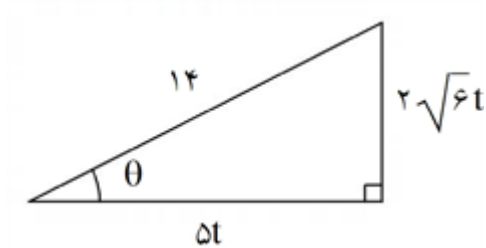
پاسخ: ۱

$$\tan \theta = \frac{2\sqrt{6}}{5} = \frac{a}{b} \Rightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{6}t \\ b = 5t \end{cases}$$

$$(5t)^2 + (2\sqrt{6}t)^2 = 14^2 \Rightarrow 25t^2 + 24t^2 = 14^2$$

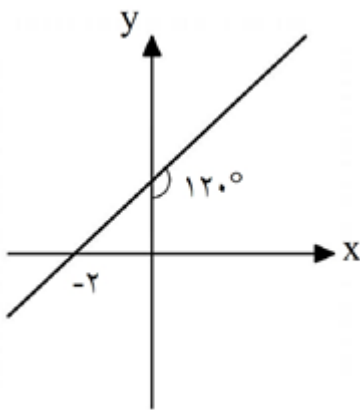
$$\Rightarrow 49t^2 = 14^2 \Rightarrow 7t = 14 \Rightarrow t = 2$$

$$\text{محیط} = 14 + 5(2) + 2\sqrt{6}(2) = 14 + 10 + 4\sqrt{6} = 24 + 4\sqrt{6}$$

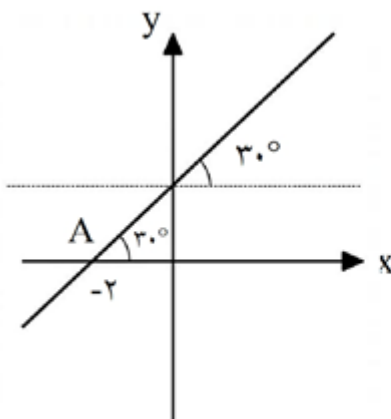


۳۱

معادله خط زیر را بنویسید.



سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دهم



$$120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$$

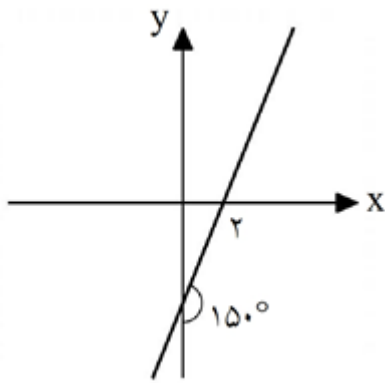
$$m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$A(-2, 0) \Rightarrow y - 0 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x + 2)$$

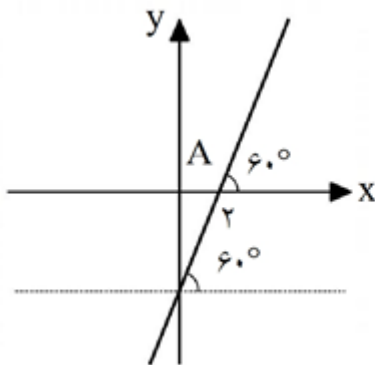
$$\Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

پاسخ: ۱

۳۲



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم



$$150^\circ - 90^\circ = 60^\circ$$

$$m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$A(2, 0) \Rightarrow y - 0 = \sqrt{3}(x - 2)$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$$

پاسخ: ۱

اگر  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$  و  $\cot \alpha = \frac{1}{5}$ ، نسبت‌های مثلثاتی دیگر  $\alpha$  را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

پاسخ: ۱  $\alpha$  در ربع سوم قرار دارد. بنابراین  $\tan$  و  $\cot$  مثبت هستند و  $\sin$  و  $\cos$  منفی هستند.

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{1}{25} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{26}{25} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{25}{26} \xrightarrow{\sin \alpha < 0} \sin \alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}} = \frac{-5\sqrt{26}}{26}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(-\frac{5}{\sqrt{26}}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{25}{26} = \frac{1}{26}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{26} \xrightarrow{\cos \alpha < 0} \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{26}} = -\frac{\sqrt{26}}{26}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} \Rightarrow \tan \alpha = 5$$

اگر  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  و  $\tan \alpha = -\frac{5}{12}$ ، نسبت‌های مثلثاتی دیگر  $\alpha$  را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

پاسخ: ۱  $\alpha$  در ربع دوم قرار دارد. بنابراین به جز Sin مابقی نسبت‌های مثلثاتی منفی می‌شود.

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(-\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{25}{144} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{169}{144} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{144}{169} \xrightarrow{\cos \alpha < 0} \cos \alpha = -\frac{12}{13}$$

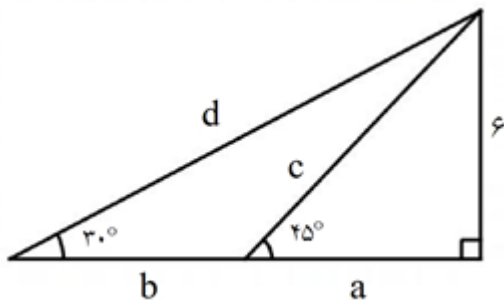
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + \left(-\frac{12}{13}\right)^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \frac{144}{169}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{25}{169} \xrightarrow{\sin \alpha > 0} \sin \alpha = \frac{5}{13}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} \Rightarrow \cot \alpha = -\frac{12}{5}$$

۳۵

در شکل زیر  $a, b, c, d$  را حساب کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

$$\sin 45^\circ = \frac{6}{c} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{6}{c} \Rightarrow c = \frac{12}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{6}{a} \Rightarrow 1 = \frac{6}{a} \Rightarrow a = 6$$

$$\sin 30^\circ = \frac{6}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{6}{d} \Rightarrow d = 12$$

$$\tan 30^\circ = \frac{6}{a+b} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{6}{a+b} \Rightarrow a+b = 6\sqrt{3}$$

$$\xrightarrow{a=6} 6 + b = 6\sqrt{3} \Rightarrow b = 6\sqrt{3} - 6$$

پاسخ: ۱

۳۶

درستی تساوی زیر را بررسی کنید.

$$1 - (\sin \theta - \cos \theta)^2 = 2 \sin \theta \cos \theta$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

$$1 - (\sin \theta - \cos \theta)^2 = 1 - (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta)$$

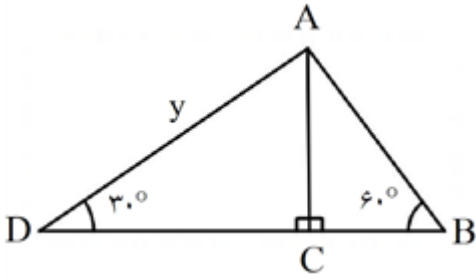
$$= 1 - (1 - 2 \sin \theta \cos \theta) = 1 - 1 + 2 \sin \theta \cos \theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

پاسخ: ۱

۳۷

	<p>اگر <math>\tan \alpha = 4</math> باشد، مقدار <math>\frac{3 \sin \alpha + \cos \alpha}{5 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ می‌دانیم که <math>\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}</math>، بنابراین کل کسر را بر <math>\cos \alpha</math> تقسیم می‌کنیم.</p> $\div \cos \alpha \rightarrow \frac{\frac{3 \sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{5 \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{2 \cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{3 \tan \alpha + 1}{5 \tan \alpha - 2} = \frac{3(4) + 1}{5(4) - 2} = \frac{13}{18}$	۳۸
	<p>درستی تساوی زیر را بررسی کنید.</p> $1 - \tan^2 \theta = \frac{2}{\cos^2 \theta} - \frac{1}{\cos^4 \theta}$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\begin{aligned} 1 - \tan^2 \theta &= 1 - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)}{\cos^4 \theta} \\ &= \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta)}{\cos^2 \theta} = \frac{2 \cos^2 \theta - 1}{\cos^2 \theta} \\ &= \frac{2 \cos^2 \theta}{\cos^4 \theta} - \frac{1}{\cos^4 \theta} = \frac{2}{\cos^2 \theta} - \frac{1}{\cos^4 \theta} \end{aligned}$	۳۹
	<p>درستی تساوی زیر را بررسی کنید.</p> $1 + \sin^2 \theta - \cos^2 \theta = 2 \sin^2 \theta$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\begin{aligned} 1 + \sin^2 \theta - \cos^2 \theta &= 1 + (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \\ &= 1 + \sin^2 \theta - \cos^2 \theta = 1 + \sin^2 \theta - (1 - \sin^2 \theta) = 1 + \sin^2 \theta - 1 + \sin^2 \theta = 2 \sin^2 \theta \end{aligned}$	۴۰
	<p>درستی اتحاد زیر را ثابت کنید.</p> $\tan \theta (1 + \cot^2 \theta) = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\tan \theta (1 + \cot^2 \theta) = \tan \theta \times \frac{1}{\sin^2 \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{1}{\sin^2 \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta \times \sin^2 \theta} = \frac{1}{\cos \theta \sin \theta}$	۴۱
	<p>حاصل عبارت <math>\frac{1}{1 - \cos \theta} + \frac{1}{1 + \cos \theta} - 2 \cot^2 \theta</math> را به ساده‌ترین شکل بیابید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\begin{aligned} \frac{1}{1 - \cos \theta} + \frac{1}{1 + \cos \theta} - 2 \cot^2 \theta &= \frac{1 + \cos \theta + 1 - \cos \theta}{1 - \cos^2 \theta} - 2 \cot^2 \theta \\ &= \frac{2}{\sin^2 \theta} - 2 \cot^2 \theta = 2(1 + \cot^2 \theta) - 2 \cot^2 \theta = 2 + 2 \cot^2 \theta - 2 \cot^2 \theta = 2 \end{aligned}$	۴۲

در شکل زیر  $y$  را حساب کنید. ( $CB = 4\sqrt{3}$ )



۴۳

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم

$$\tan \widehat{B} = \frac{AC}{CB} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{AC}{4\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AC}{4\sqrt{3}} \Rightarrow AC = 12$$

پاسخ: ۱

$$\sin \widehat{D} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{12}{AD} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{12}{AD} \Rightarrow AD = 24 \Rightarrow y = 24$$

درستی تساوی زیر را اثبات کنید.

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} = \tan \alpha - \frac{1}{\tan \alpha}$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} &= \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha} \\ &= \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \\ &= \tan \alpha - \cot \alpha = \tan \alpha - \frac{1}{\tan \alpha} \end{aligned}$$

پاسخ: ۱

۴۴

اگر  $\alpha$  زاویه‌ای در ناحیه دوم مثلثاتی باشد و  $\cos \alpha = -\frac{3}{\sqrt{40}}$  باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی این زاویه را بیابید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم

پاسخ: ۱ چون  $\alpha$  در ربع دوم است، بنابراین به جز  $\sin x$  مابقی منفی هستند.

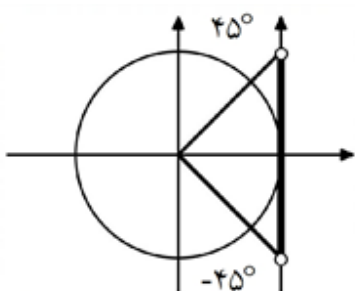
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + \frac{9}{40} = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{31}{40} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{\sqrt{31}}{\sqrt{40}} \text{ ق ق} \\ \sin \alpha = -\frac{\sqrt{31}}{\sqrt{40}} \text{ غ ق} \end{cases}$$

۴۵

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{31}}{\sqrt{40}}}{-\frac{3}{\sqrt{40}}} = -\frac{\sqrt{31}}{3} \Rightarrow \cot \alpha = -\frac{3}{\sqrt{31}} = \frac{-3\sqrt{31}}{31}$$

اگر  $-45^\circ < \theta < 45^\circ$  باشد و  $\tan \theta = 2k - 5$  باشد، حدود  $k$  را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم



$$-45^\circ < \theta < 45^\circ \Rightarrow -1 < \tan \theta < 1 \Rightarrow -1 < 2k - 5 < 1$$

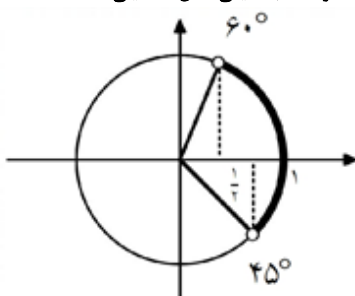
$$\xrightarrow{+5} 4 < 2k < 6 \xrightarrow{\div 2} 2 < k < 3$$

پاسخ: ۱

۴۶

اگر  $-45^\circ < \theta < 60^\circ$  باشد و  $\cos \theta = 2m - 1$  باشد، حدود  $m$  را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم



$$-45^\circ < \theta < 60^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} < \cos \theta \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < 2m - 1 \leq 1$$

$$\xrightarrow{+1} \frac{3}{2} < 2m \leq 2 \xrightarrow{\div 2} \frac{3}{4} < m \leq 1$$

پاسخ: ۱

۴۷

اگر  $30^\circ < \theta < 120^\circ$  باشد و  $\sin \theta = \frac{1-3m}{5}$  باشد، حدود  $m$  را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم

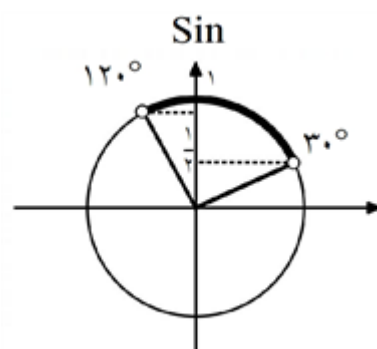
$$30^\circ < \theta < 120^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} < \sin \theta \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{1-3m}{5} \leq 1$$

$$\xrightarrow{\times 5} \frac{5}{2} < 1-3m \leq 5 \xrightarrow{-1} \frac{3}{2} < -3m \leq 4$$

$$\xrightarrow{\div (-3)} -\frac{1}{2} > m \geq -\frac{4}{3}$$

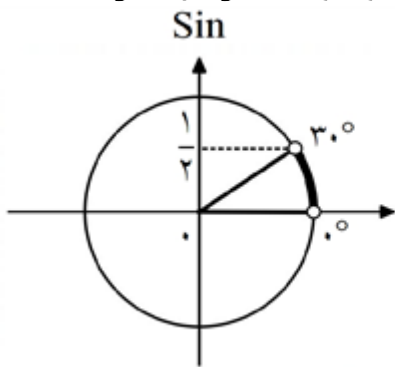
پاسخ: ۱

۴۸



اگر  $0^\circ < \theta < 30^\circ$  باشد، حدود  $\sin \theta$  را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم

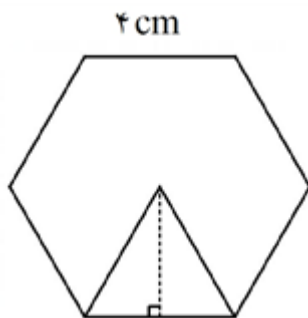


$$0^\circ < \theta < 30^\circ \Rightarrow 0 < \sin \theta < \frac{1}{2}$$

پاسخ: ۱

۴۹

مساحت شش ضلعی منتظم زیر را به دست آورید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم

یک شش ضلعی منتظم از شش مثلث متساوی الاضلاع تشکیل شده که در این مثال طول هر ضلع آن ۴ cm و زاویه آن  $60^\circ$  است.

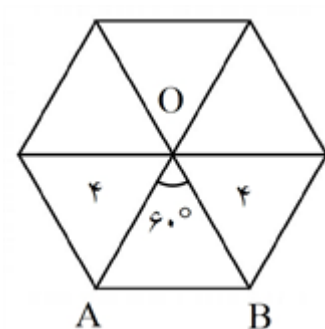
پاسخ: ۱

۵۰

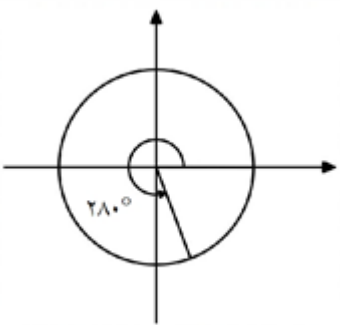
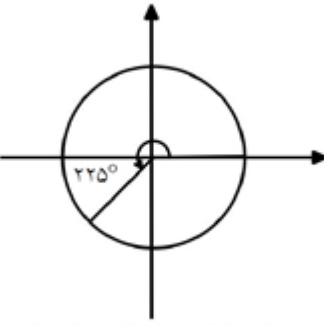
$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

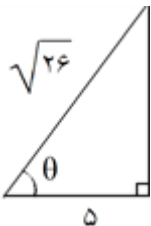

$$S_{\text{مثلث}} = 4\sqrt{3}$$

$$S_{\text{شش ضلعی}} = 6 S_{\text{مثلث}} = 6 \times 4\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$$

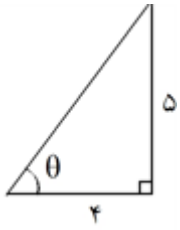




	<p>هر یک از زاویه‌های زیر را روی دایره مثلثاتی رسم کنید و سپس مشخص کنید در کدام یک از نواحی چهارگانه قرار می‌گیرد.</p> <p>الف) <math>280^\circ</math>      ب) <math>225^\circ</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>الف) ربع چهارم</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>ب) ربع سوم</p> </div> </div>	۵۱
	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (<math>0^\circ &lt; \theta &lt; 90^\circ</math>)</p> <p>الف) اگر <math>\sin \theta = \cos \theta</math> باشد، <math>\theta</math> برابر ..... است.</p> <p>ب) تانژانت زاویه ..... برابر <math>\cot 60^\circ</math> است.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p style="text-align: right;">پاسخ: ۱) الف) <math>45^\circ</math> ب) <math>30^\circ</math></p>	۵۲
	<p>درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) زاویه <math>185^\circ</math> در ناحیه سوم مثلثاتی می‌باشد.</p> <p>ب) بیشترین مقدار <math>\sin \theta + 5</math> برابر ۷ است.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p style="text-align: right;">پاسخ: ۱) الف) درست ب) نادرست</p>	۵۳
	<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>الف) اگر <math>\theta</math> در ربع دوم باشد و <math>\sin \theta = \frac{1}{3}</math> باشد مقدار <math>\cos \theta</math> برابر ..... است.</p> <p>ب) حاصل <math>2 \tan 45^\circ + 6 \sin 30^\circ</math> برابر ..... است.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p style="text-align: right;">پاسخ: ۱) الف) <math>-\frac{\sqrt{8}}{3}</math> ب) ۵</p>	۵۴

	<p>اگر <math>f(x) = 5x - 1 - f(1)</math> باشد:  الف) <math>f(1)</math> را حساب کنید.  ب) نمایش جبری <math>f(x)</math> را با جاگذاری مقدار <math>f(1)</math> بنویسید.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) <math>x = 1 \Rightarrow f(1) = 5 - 1 - f(1) \Rightarrow f(1) = 2</math>  ب) <math>f(1)=2 \Rightarrow f(x) = 5x - 1 - 2 \Rightarrow f(x) = 5x - 3</math></p>	۵۵
	<p>اگر <math>f(x) = 3x + 9 - 2f(2)</math> باشد، مقدار <math>f(-5)</math> را به دست آورید.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ <math>x=2 \Rightarrow f(2) = 3(2) + 9 - 2f(2) \Rightarrow 3f(2) = 15 \Rightarrow f(2) = 5</math>  <math>\Rightarrow f(x) = 3x + 9 - 2(5) \Rightarrow f(x) = 3x - 1</math>  <math>f(-5) = 3(-5) - 1 = -16</math></p>	۵۶
	<p>درستی تساوی زیر را نشان دهید.</p> $\frac{1}{\sin \theta} \times \tan \theta = \frac{1}{\cos \theta}$ <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ <math>\frac{1}{\sin \theta} \times \tan \theta = \frac{1}{\sin \theta} \times \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta}</math></p>	۵۷
	<p>در شکل زیر <math>\cot \theta</math> کدام است؟</p>  <p>پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.</p>  <p>گزینه ۱ <math>\frac{5}{\sqrt{26}}</math>  گزینه ۲ <math>\frac{1}{5}</math>  گزینه ۳ <math>\frac{\sqrt{26}}{5}</math>  گزینه ۴ <math>\frac{1}{5}</math></p> <p><math>x^2 + 5^2 = (\sqrt{26})^2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1</math>  <math>\cot \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{5}{1} = 5</math></p>	۵۸

در شکل زیر  $\sin \theta$  کدام است؟



$$\frac{1}{5} \quad (2)$$

$$\frac{4}{\sqrt{41}} \quad (4)$$

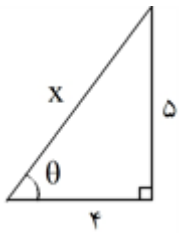
$$\frac{4}{5} \quad (1)$$

$$\frac{5}{\sqrt{41}} \quad (3)$$

۵۹

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم

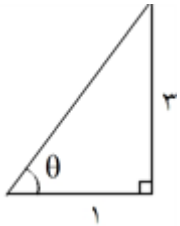
پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$x^2 = 5^2 + 4^2 \Rightarrow x^2 = 41 \Rightarrow x = \sqrt{41}$$

$$\sin \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{5}{\sqrt{41}}$$

در شکل زیر  $\cos \theta$  کدام است؟



$$\frac{1}{\sqrt{10}} \quad (2)$$

$$\frac{3}{\sqrt{10}} \quad (4)$$

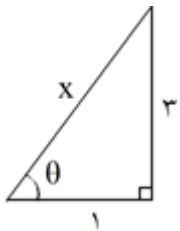
$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2}{\sqrt{10}} \quad (3)$$

۶۰

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم

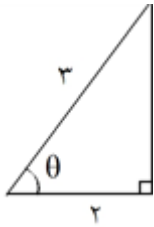
پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$x^2 = 1^2 + 3^2 \Rightarrow x^2 = 10 \Rightarrow x = \sqrt{10}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

در شکل زیر  $\text{tg } \theta$  کدام است؟



$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (4)$$

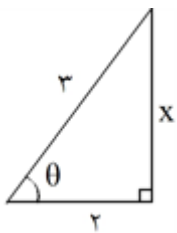
$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{2}{2} \quad (3)$$

۶۱

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$3^2 = x^2 + 2^2 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \sqrt{5}$$

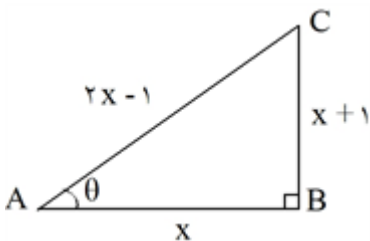
$$\text{tg } \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

در مثلث مقابل:

الف) ابتدا x را حساب کنید.

ب) طول اضلاع مثلث را بنویسید.

ج) نسبت‌های مثلثاتی  $\theta$  را حساب کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱ الف) در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$(2x-1)^2 = x^2 + (x+1)^2 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = x^2 + x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Rightarrow 2x(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 & \text{غ ق ق} \\ x=3 & \text{ق ق ق} \end{cases}$$

$$\begin{cases} AC = 5 \\ AB = 3 \\ BC = 4 \end{cases} \quad (ب)$$

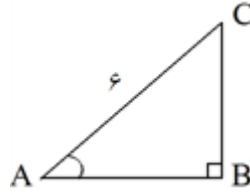
$$ج) \sin \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{4}{5}, \cos \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{3}{5}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{4}{3}, \text{Cotg } \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{3}{4}$$

۶۲

۶۳	<p>جاهای خالی را پر کنید. الف) اگر <math>\alpha</math> زاویه دلخواهی باشد همواره داریم:  <math display="block">\cos^2 \alpha = 1 - \dots</math> <math display="block">\dots + 1 = \frac{1}{\sin^2 \theta}</math>         ب) اگر <math>\theta</math> زاویه دلخواهی باشد و <math>\sin \theta \neq 0</math> آن‌گاه داریم:</p> <p>پاسخ: ۱ الف) <math>\sin^2 \alpha</math> ب) <math>\cot^2 \alpha</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۹۹-۱۴۰۰ دهم</p>
۶۴	<p>جاهای خالی را پر کنید. الف) اگر <math>\alpha</math> زاویه دلخواهی باشد همواره داریم:  <math display="block">\sin^2 \alpha + \dots = 1</math> <math display="block">\dots + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta}</math>         ب) اگر <math>\theta</math> زاویه دلخواهی باشد و <math>\cos \theta \neq 0</math> آن‌گاه داریم:</p> <p>پاسخ: ۱ الف) <math>\cos^2 \alpha</math> ب) <math>\tan^2 \alpha</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۹۹-۱۴۰۰ دهم</p>
۶۵	<p>درست یا نادرست بودن موارد زیر را مشخص کنید. الف) <math>\tan \theta</math> برابر است با <math>\sin \theta</math> تقسیم بر <math>\cos \theta</math>          ب) <math>\sin \theta \times \sin \theta = \sin^2 \theta</math></p> <p>پاسخ: ۱ الف) درست ب) نادرست</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۹۹-۱۴۰۰ دهم</p>
۶۶	<p>جاهای خالی را پر کنید. شیب هر خط که محور افقی را قطع می‌کند، برابر است با ..... زاویه بین آن خط و جهت ..... محور افقی.</p> <p>پاسخ: ۱ تانژانت - مثبت</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۹۹-۱۴۰۰ دهم</p>
۶۷	<p>اگر <math>\theta</math> در ربع اول باشد و <math>\sin \theta = \frac{1}{5}</math> باشد <math>\cos \theta</math> را حساب کنید.</p> <p>پاسخ: ۱  <math display="block">\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \frac{1}{25} + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \frac{1}{25} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{24}{25}</math> <math display="block">\Rightarrow \begin{cases} \cos \theta = +\frac{\sqrt{24}}{5} &amp; \text{ق ق} \\ \cos \theta = -\frac{\sqrt{24}}{5} &amp; \text{غ ق ق} \end{cases}</math>         چون <math>\theta</math> در ربع اول قرار دارد بنابراین <math>\cos \theta</math> مثبت می‌شود.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۹۹-۱۴۰۰ دهم</p>
۶۸	<p>مقدار A را حساب کنید.  <math display="block">A = \sin^2 45^\circ + \tan^2 60^\circ - 6 \sin 30^\circ</math></p> <p>پاسخ: ۱  <math display="block">A = \sin^2 45^\circ + \tan^2 60^\circ - 6 \sin 30^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (\sqrt{3})^2 - 6\left(\frac{1}{2}\right)</math> <math display="block">A = \frac{1}{2} + 3 - 3 = \frac{1}{2}</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۹۹-۱۴۰۰ دهم</p>

در مثلث قائم‌الزاویه‌ی مقابل اگر  $\sin \hat{A} = \frac{1}{3}$  باشد محیط مثلث را حساب کنید.



۶۹

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم

$$\sin \hat{A} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{BC}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow BC = 2$$

پاسخ: ۱

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 36 = AB^2 + 4 \Rightarrow AB = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$P \text{ محیط} = 6 + 2 + 4\sqrt{2} = 8 + 4\sqrt{2}$$

درستی تساوی مقابل را ثابت کنید.

$$\frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos \theta - \sin \theta} = \cos \theta + \sin \theta$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم

$$\begin{aligned} \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos \theta - \sin \theta} &= \frac{(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{\cos \theta - \sin \theta} \\ &= \frac{(\cancel{\cos \theta - \sin \theta})(\cos \theta + \sin \theta)}{(\cancel{\cos \theta - \sin \theta})} = \cos \theta + \sin \theta \end{aligned}$$

پاسخ: ۱

۷۰

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + 2 \sin \theta \cos \theta$$

درستی تساوی مقابل را ثابت کنید.

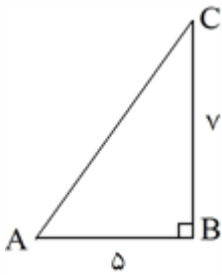
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \underbrace{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}_1 + 2 \sin \theta \cos \theta = 1 + 2 \sin \theta \cos \theta$$

پاسخ: ۱

۷۱

در مثلث زیر  $\sin \hat{A}$  کدام گزینه است؟



$$\frac{7}{\sqrt{74}} \quad \text{۲}$$

$$\frac{7}{\sqrt{24}} \quad \text{۴}$$

$$\frac{5}{7} \quad \text{۱}$$

$$\frac{5}{\sqrt{74}} \quad \text{۳}$$

۷۲

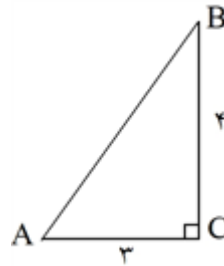
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 25 + 49 \Rightarrow AC^2 = 74 \Rightarrow AC = \sqrt{74}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{7}{\sqrt{74}}$$

در مثلث زیر  $\sin \hat{A}$  را حساب کنید.



۷۳

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB^2 = 9 + 16 \Rightarrow AB^2 = 25 \Rightarrow AB = 5$$

$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5}$$

پاسخ: ۱

تساوی زیر را ثابت کنید.

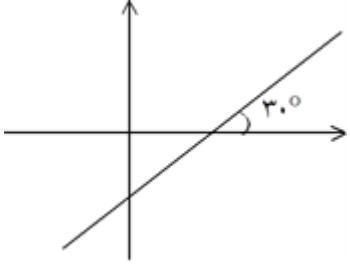
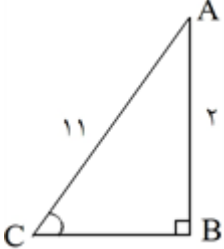
$$\frac{\sin^2 \theta}{1 - \cos \theta} = 1 + \cos \theta$$

۷۴

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم

$$\frac{\sin^2 \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{1 - \cos^2 \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}{1 - \cos \theta} = 1 + \cos \theta$$

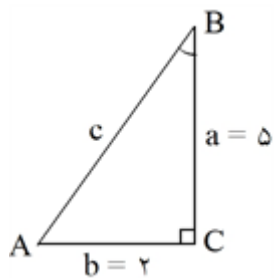
پاسخ: ۱

	<p>مقدار A و B را حساب کنید.</p> $A = 6 \sin 30^\circ + 1$ $B = 2 \cos 45^\circ + \operatorname{tg} 60^\circ$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $A = 6 \left( \frac{1}{2} \right) + 1 = 3 + 1 = 4$ $B = 2 \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + (\sqrt{3})^2 = \sqrt{2} + 3$	۷۵
	<p>برای خط زیر شیب خط را حساب کنید.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>شیب خط برابر است با تانژانت زاویه خط با مثبت محور <math>x</math> ها</p> $m = \operatorname{tg} 30^\circ \Rightarrow m = \frac{\sqrt{3}}{3}$	۷۶
	<p>در مثلث ABC که گوشه B قائم است اگر <math>AB = 2</math> و <math>AC = 11</math> باشد. <math>\cos \hat{C}</math> کدام است؟</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <math>\frac{\sqrt{117}}{11}</math> (۴) </div> <div style="text-align: center;"> <math>\frac{\sqrt{18}}{11}</math> (۳) </div> <div style="text-align: center;"> <math>\frac{2}{11}</math> (۲) </div> <div style="text-align: center;"> <math>\frac{11}{\sqrt{125}}</math> (۱) </div> </div> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۴</p> <p>گزینه ۴ پاسخ صحیح است.</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <math display="block">AC^2 = AB^2 + CB^2 \Rightarrow 11^2 = 2^2 + CB^2</math> <math display="block">\Rightarrow CB^2 = 121 - 4 \Rightarrow CB = \sqrt{117}</math> <math display="block">\cos \hat{C} = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{CB}{AC} = \frac{\sqrt{117}}{11}</math> </div> </div>	۷۷



در مثلث ABC که گوشه C قائم است. اگر  $a = 5$  و  $b = 2$  باشد نسبت‌های مثلثاتی گوشه  $\widehat{B}$  را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۱۴۰۰-دهم



$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 25 + 4 \Rightarrow c = \sqrt{29}$$

$$\sin \widehat{B} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{b}{c} = \frac{2}{\sqrt{29}}$$

$$\cos \widehat{B} = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{a}{c} = \frac{5}{\sqrt{29}}$$

پاسخ: ۱

۷۸

$$\operatorname{tg} \widehat{B} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{b}{a} = \frac{2}{5}$$

$$\operatorname{Cotg} \widehat{B} = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{a}{b} = \frac{5}{2}$$

مقدار A را حساب کنید.  $A = 2 \sin 30^\circ + 1$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۱۴۰۰-دهم

$$A = 2 \left( \frac{1}{2} \right) + 1 = 1 + 1 = 2$$

پاسخ: ۱

۷۹

مقدار A برابر کدام گزینه است؟  $A = \operatorname{tg} 45^\circ + 4 \sin 30^\circ$

۵ (۴)

$1 + 2\sqrt{3}$  (۳)

$\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{3}$  (۲)

۳ (۱)

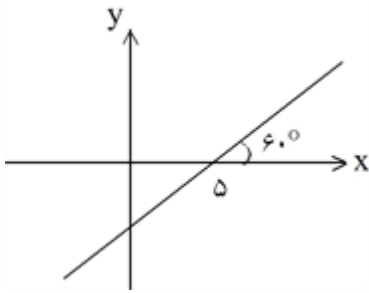
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A = \operatorname{tg} 45^\circ + 4 \sin 30^\circ = 1 + 4 \left( \frac{1}{2} \right) = 1 + 2 = 3$$

۸۰

در خط زیر شیب خط کدام گزینه است؟



$\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۴)

$\sqrt{3}$  (۳)

-۲ (۲)

۵ (۱)

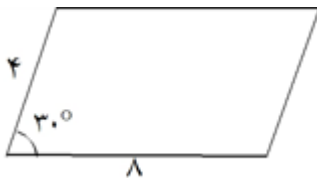
۸۱

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

شیب خط  $m = \tan \alpha \Rightarrow m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$   
 $\downarrow$   
 زاویه بین خط و مثبت محور X ها

مساحت متوازی الاضلاع زیر کدام است؟



۲۲ (۴)

۱۸ (۳)

۲۰ (۲)

۱۶ (۱)

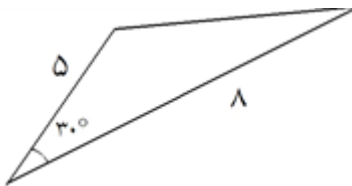
۸۲

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مساحت متوازی الاضلاع برابر است با حاصل ضرب دو ضلع مجاور در سینوس زاویه بین آنها:

$S = ab \sin \theta \Rightarrow S = 4 \times 8 \times \frac{1}{2} = 16$

مساحت مثلث زیر کدام است؟



۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

۸۳

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مساحت مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب دو ضلع در سینوس زاویه بین آنها.

$S = \frac{1}{2} ab \sin \theta \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 40 \times \frac{1}{2} = 10$

$$\tan 45^\circ = \frac{2}{x} \Rightarrow 1 = \frac{2}{x} \Rightarrow x = 2$$

$$\sin 45^\circ = \frac{2}{y} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{y} \Rightarrow y = \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{2}{z} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2}{z} \Rightarrow z = 4$$

$$m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - (-7) = \sqrt{3}(x - 2\sqrt{3})$$

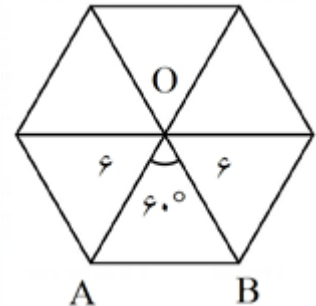
$$\Rightarrow y + 7 = \sqrt{3}x - 6 \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 13$$

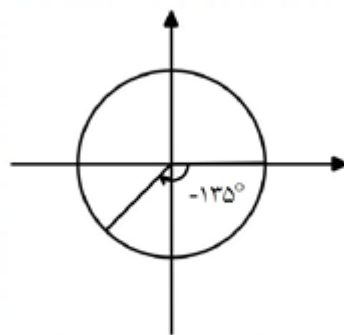
یک شش ضلعی منتظم از شش مثلث متساوی الاضلاع تشکیل شده که در این مثال طول هر ضلع آن ۶ cm و زاویه آن  $60^\circ$  است.

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

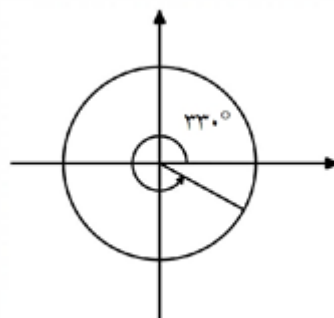
$$S_{\text{مثلث}} = 9\sqrt{3}$$

$$S_{\text{شش ضلعی}} = 6 S_{\text{مثلث}} = 6 \times 9\sqrt{3} = 54\sqrt{3}$$





الف) ربع سوم ۷



ب) ربع چهارم

ب) ربع چهارم

الف) ربع سوم ۸

الف) نادرست ۹

ب) نادرست

$$(1 + \cos \theta) \times \frac{(1 - \cos \theta)}{\sin \theta} = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\sin \theta} = \sin \theta$$

۱۰

الف) درست ۱۱

ب) درست

$$\sin^2(30^\circ) + \tan^2(60^\circ) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (\sqrt{3})^2 = \frac{1}{4} + 3 = \frac{13}{4}$$

۱۲

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta} \Rightarrow 1 + 25 = \frac{1}{\sin^2 \theta} \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{1}{26}$$

۱۳

$$\Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{26}} \xrightarrow{\text{ربع چهارم Sin منفی است}} \sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{26}}$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \frac{1}{26} = \frac{25}{26} \Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{5}{\sqrt{26}}$$

$$\xrightarrow{\text{در ربع چهارم Cos مثبت است}} \cos \theta = \frac{5}{\sqrt{26}}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta} = \frac{1}{-5}$$

$$\cos \theta \times \tan \theta = \cos \theta \times \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \sin \theta$$

۱۴

$$\sin 60^\circ = \frac{r}{y} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{r}{y} \Rightarrow y = \frac{12}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{r}{x} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{r}{x} \Rightarrow x = \frac{r}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$$

۱۵

روش اول: استفاده از اتحادهای مثلثاتی

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5} \xrightarrow{\alpha \text{ در ناحیه چهارم}} \cos \alpha = +\frac{3}{5}$$

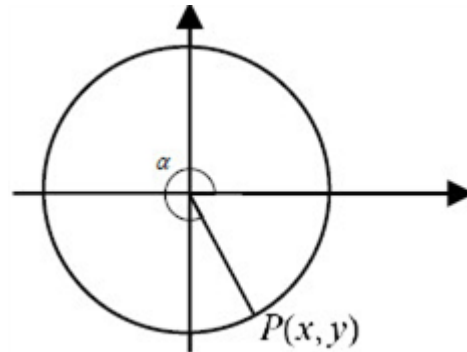
$$\cotg \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{3}{4}$$

روش دوم: استفاده از دایره مثلثاتی

$$\tan \alpha = -\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{y}{x} = -\frac{4}{3} \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x$$

$$x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow x = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}, \cotg \alpha = -\frac{3}{4}$$



$$S = \frac{1}{4}x^2 \sin 30^\circ \Rightarrow \frac{1}{4} \times x^2 \times \frac{1}{2} = 9 \Rightarrow x^2 = 36 \xrightarrow{x > 0} x = 6$$

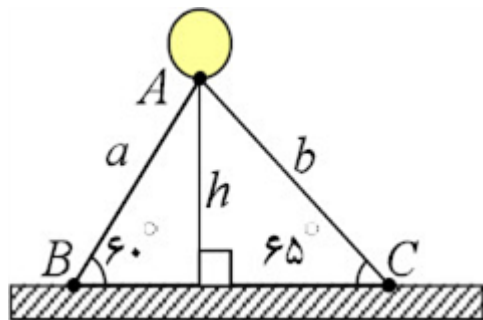
۱۷

۱۸

$$\frac{\sin x - \sin^2 x}{\cos^2 x} \times \cotg x = \frac{\sin x(1 - \sin^2 x)}{\cos^2 x} \times \cotg x = \frac{\sin x \times \cos^2 x}{\cos^2 x} \times \cotg x$$

$$= \frac{\sin x}{\cos x} \times \cotg x = \tan x \times \cotg x = 1$$

۱۹



$$\sin 60^\circ = \frac{h}{a} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{18\sqrt{3}} \Rightarrow h = 18\sqrt{3} \text{ متر}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{h}{b} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{18\sqrt{3}}{b} \Rightarrow b = 18\sqrt{6} \text{ متر}$$

۲۰

$\tan \alpha$  ۲۱

۵۲ ۲۲

دوم ۲۳

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 + \frac{144}{25}} = \frac{25}{169} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{5}{13}$$

۲۴

با توجه به این که در ربع دوم دایره مثلثاتی کسینوس منفی است پس:  $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\cos \alpha} - \tan \alpha &= \frac{1}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} \times \frac{1 + \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha (1 + \sin \alpha)} \\ &= \frac{\cos^2 \alpha}{\cos \alpha (1 + \sin \alpha)} = \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} \end{aligned}$$

۲۵

$$\cos 30^\circ = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC = 10$$

۲۶

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AC \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$$

۲۷

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow 1 + \frac{9}{25} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \frac{34}{25} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{25}{34} \Rightarrow \cos \theta = -\frac{5}{\sqrt{34}}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta + \frac{25}{34} = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \frac{25}{34} \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{9}{34} \Rightarrow \sin \theta = \frac{-3}{\sqrt{34}}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \frac{144}{169} + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169} \Rightarrow \cos \theta = \frac{5}{13}$$

۲۸

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{-12}{13}}{\frac{5}{13}} = \frac{-12}{5} \Rightarrow \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{\frac{-12}{5}} = \frac{-5}{12}$$

اگر  $c$  و  $b$  و  $a$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، آنگاه  $b = a + c$  است.

۲۹

$$\sin^2 \alpha + 3 \sin \alpha \cos \alpha + 9 \cos^2 \alpha \xrightarrow{\text{سه جمله متوالی دنباله حسابی}} \sin^2 \alpha + 9 \cos^2 \alpha$$

$$= 2(3 \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha - 6 \sin \alpha \cos \alpha + 9 \cos^2 \alpha = 0 \Rightarrow (\sin \alpha - 3 \cos \alpha)^2 = 0 \Rightarrow \sin \alpha - 3 \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = 3 \cos \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3 \cos \alpha}{\cos \alpha} = 3 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{3}$$

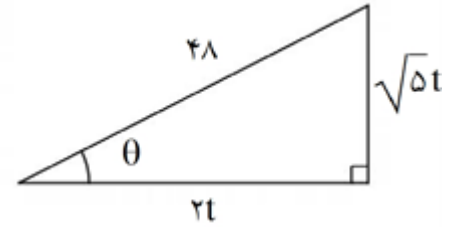
$$\tan \alpha + \cot \alpha = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{\Delta}}{2} = \frac{a}{b} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{\Delta}t \\ b = 2t \end{cases}$$

$$(\sqrt{\Delta}t)^2 + (2t)^2 = 48^2 \Rightarrow \Delta t^2 + 4t^2 = 48^2$$

$$\Rightarrow 9t^2 = 48^2 \Rightarrow 3t = 48 \Rightarrow t = 16$$

$$\text{محيط} = 48 + 2(16) + \sqrt{\Delta}(16) = 48 + 32 + 16\sqrt{\Delta} = 80 + 16\sqrt{\Delta}$$

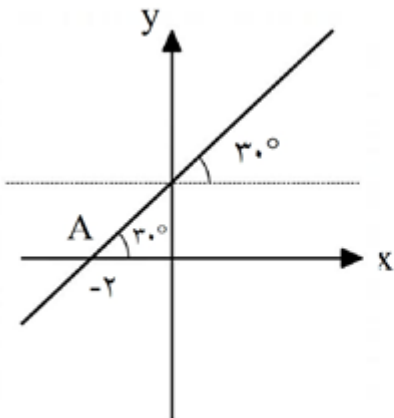
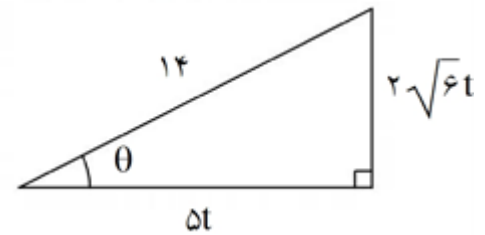


$$\tan \theta = \frac{2\sqrt{6}}{\Delta} = \frac{a}{b} \Rightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{6}t \\ b = \Delta t \end{cases}$$

$$(\Delta t)^2 + (2\sqrt{6}t)^2 = 14^2 \Rightarrow \Delta t^2 + 24t^2 = 14^2$$

$$\Rightarrow 49t^2 = 14^2 \Rightarrow 7t = 14 \Rightarrow t = 2$$

$$\text{محيط} = 14 + \Delta(2) + 2\sqrt{6}(2) = 14 + 10 + 4\sqrt{6} = 24 + 4\sqrt{6}$$

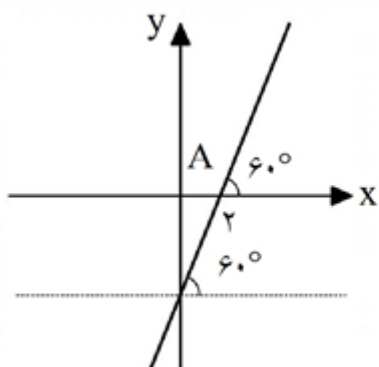


$$120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$$

$$m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$A(-2, 0) \Rightarrow y - 0 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x + 2)$$

$$\Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$$



$$150^\circ - 90^\circ = 60^\circ$$

$$m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$A(2, 0) \Rightarrow y - 0 = \sqrt{3}(x - 2)$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$$

۳۳

$\alpha$  در ربع سوم قرار دارد. بنابراین  $\tan$  و  $\cot$  مثبت هستند و  $\sin$  و  $\cos$  منفی هستند.

۳۴

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{1}{25} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{26}{25} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{25}{26} \xrightarrow{\sin \alpha < 0} \sin \alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}} = \frac{-5\sqrt{26}}{26}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(-\frac{5}{\sqrt{26}}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{25}{26} = \frac{1}{26}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{26} \xrightarrow{\cos \alpha < 0} \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{26}} = -\frac{\sqrt{26}}{26}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} \Rightarrow \tan \alpha = 5$$

$\alpha$  در ربع دوم قرار دارد. بنابراین به جز  $\sin$  مابقی نسبت‌های مثلثاتی منفی می‌شود.

۳۵

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(-\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{25}{144} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{169}{144} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{144}{169} \xrightarrow{\cos \alpha < 0} \cos \alpha = -\frac{12}{13}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + \left(-\frac{12}{13}\right)^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \frac{144}{169}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{25}{169} \xrightarrow{\sin \alpha > 0} \sin \alpha = \frac{5}{13}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} \Rightarrow \cot \alpha = -\frac{12}{5}$$



$$\sin 45^\circ = \frac{r}{c} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{r}{c} \Rightarrow c = \frac{12}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{r}{a} \Rightarrow 1 = \frac{r}{a} \Rightarrow a = r$$

$$\sin 30^\circ = \frac{r}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{r}{d} \Rightarrow d = 12$$

$$\tan 30^\circ = \frac{r}{a+b} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{r}{a+b} \Rightarrow a+b = r\sqrt{3}$$

$$\xrightarrow{a=r} r+b = r\sqrt{3} \Rightarrow b = r\sqrt{3} - r$$

$$\begin{aligned} 1 - (\sin \theta - \cos \theta)^2 &= 1 - (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta) \\ &= 1 - (1 - 2 \sin \theta \cos \theta) = 1 - 1 + 2 \sin \theta \cos \theta = 2 \sin \theta \cos \theta \end{aligned}$$

می‌دانیم که  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$  ، بنابراین کل کسر را بر  $\cos \alpha$  تقسیم می‌کنیم. ۳۶

$$\div \cos \alpha \quad \frac{\frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{2 \cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{2 \tan \alpha + 1}{2 \tan \alpha - 2} = \frac{2(4) + 1}{2(4) - 2} = \frac{13}{18}$$

$$\begin{aligned} 1 - \tan^2 \theta &= 1 - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)}{\cos^2 \theta} \\ &= \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta)}{\cos^2 \theta} = \frac{2 \cos^2 \theta - 1}{\cos^2 \theta} \\ &= \frac{2 \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} - \frac{1}{\cos^2 \theta} = \frac{2}{\cos^2 \theta} - \frac{1}{\cos^2 \theta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 + \sin^2 \theta - \cos^2 \theta &= 1 + (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \\ &= 1 + \sin^2 \theta - \cos^2 \theta = 1 + \sin^2 \theta - (1 - \sin^2 \theta) = 1 + \sin^2 \theta - 1 + \sin^2 \theta = 2 \sin^2 \theta \end{aligned}$$

$$\tan \theta (1 + \cot^2 \theta) = \tan \theta \times \frac{1}{\sin^2 \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{1}{\sin^2 \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta \times \sin^2 \theta} = \frac{1}{\cos \theta \sin \theta}$$

$$\frac{1}{1 - \cos \theta} + \frac{1}{1 + \cos \theta} - 2 \cot^2 \theta = \frac{1 + \cos \theta + 1 - \cos \theta}{1 - \cos^2 \theta} - 2 \cot^2 \theta$$

$$= \frac{2}{\sin^2 \theta} - 2 \cot^2 \theta = 2(1 + \cot^2 \theta) - 2 \cot^2 \theta = 2 + 2 \cot^2 \theta - 2 \cot^2 \theta = 2$$

$$\tan \widehat{B} = \frac{AC}{CB} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{AC}{6\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AC}{6\sqrt{3}} \Rightarrow AC = 12$$

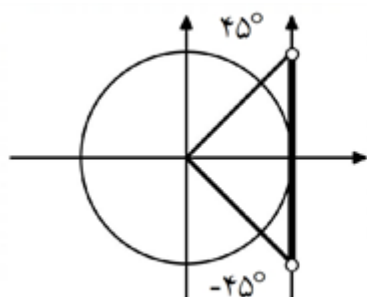
$$\sin \widehat{D} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{12}{AD} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{12}{AD} \Rightarrow AD = 24 \Rightarrow y = 24$$

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} &= \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha} \\ &= \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \\ &= \tan \alpha - \cot \alpha = \tan \alpha - \frac{1}{\tan \alpha} \end{aligned}$$

چون  $\alpha$  در ربع دوم است، بنابراین به جز  $\sin x$  مابقی منفی هستند.

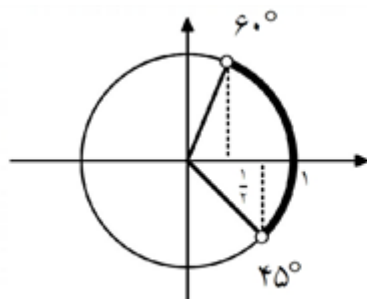
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + \frac{9}{49} = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{40}{49} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{\sqrt{40}}{7} \text{ ق ق} \\ \sin \alpha = -\frac{\sqrt{40}}{7} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{40}}{7}}{-\frac{3}{7}} = -\frac{\sqrt{40}}{3} \Rightarrow \cot \alpha = -\frac{3}{\sqrt{40}} = \frac{-3\sqrt{40}}{40}$$



$$-45^\circ < \theta < 45^\circ \Rightarrow -1 < \tan \theta < 1 \Rightarrow -1 < 2k - 5 < 1$$

$$\xrightarrow{+5} 4 < 2k < 6 \xrightarrow{\div 2} 2 < k < 3$$



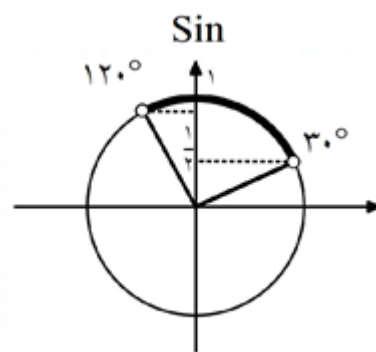
$$-45^\circ < \theta < 60^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} < \cos \theta \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < 2m - 1 \leq 1$$

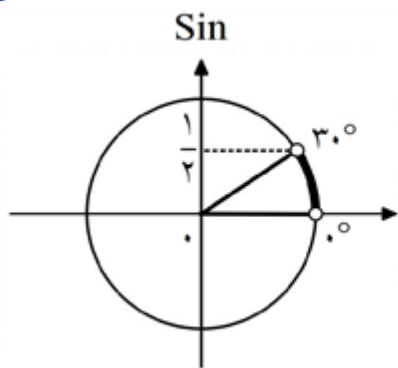
$$\xrightarrow{+1} \frac{3}{2} < 2m \leq 2 \xrightarrow{\div 2} \frac{3}{4} < m \leq 1$$

$$30^\circ < \theta < 120^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} < \sin \theta \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{1-3m}{5} \leq 1$$

$$\xrightarrow{\times 5} \frac{5}{2} < 1-3m \leq 5 \xrightarrow{-1} \frac{3}{2} < -3m \leq 4$$

$$\xrightarrow{\div (-3)} -\frac{1}{2} > m \geq -\frac{4}{3}$$





$$0^\circ < \theta < 30^\circ \Rightarrow 0 < \sin \theta < \frac{1}{2}$$

۴۹

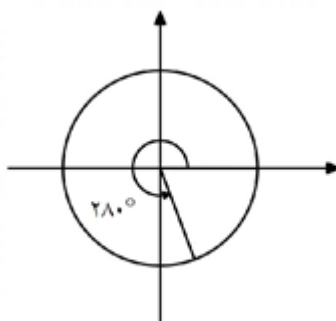
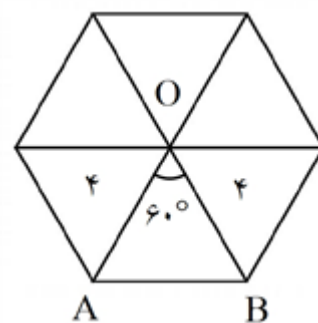
یک شش ضلعی منتظم از شش مثلث متساوی الاضلاع تشکیل شده که در این مثال طول هر ضلع آن ۴ cm و زاویه آن  $60^\circ$  است.

۵۰

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

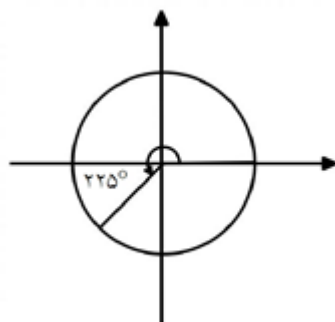
$$S_{\text{مثلث}} = 4\sqrt{3}$$

$$S_{\text{شش ضلعی}} = 6 S_{\text{مثلث}} = 6 \times 4\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$$



الف) ربع چهارم

۵۱



ب) ربع سوم

الف)  $45^\circ$

۵۲

ب)  $30^\circ$

۵۳ الف درست

ب نادرست

۵۴ الف  $-\frac{\sqrt{8}}{3}$

ب ۵

۵۵ الف

ب

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 5 - 1 - f(1) \Rightarrow f(1) = 2$$

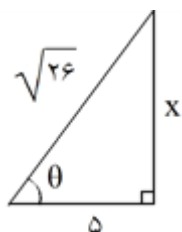
$$\xrightarrow{f(1)=2} f(x) = 5x - 1 - 2 \Rightarrow f(x) = 5x - 3$$

$$\xrightarrow{x=2} f(2) = 3(2) + 9 - 2f(2) \Rightarrow 3f(2) = 15 \Rightarrow f(2) = 5$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x + 9 - 2(5) \Rightarrow f(x) = 3x - 1$$

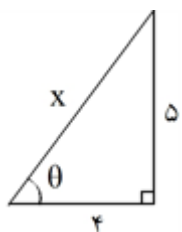
$$f(-5) = 3(-5) - 1 = -16$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \times \tan \theta = \frac{1}{\sin \theta} \times \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta}$$



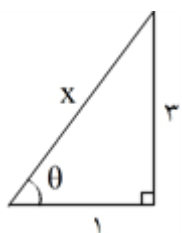
$$x^2 + 5^2 = (\sqrt{26})^2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$\text{Cotg } \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{5}{1} = 5$$



$$x^2 = 5^2 + 4^2 \Rightarrow x^2 = 41 \Rightarrow x = \sqrt{41}$$

$$\sin \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{5}{\sqrt{41}}$$



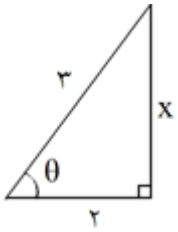
$$x^2 = 1^2 + 3^2 \Rightarrow x^2 = 10 \Rightarrow x = \sqrt{10}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

۵۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۵۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۶۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$3^2 = x^2 + 2^2 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \sqrt{5}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

۶۲ الف) در مثلث قائم الزاویه داریم:

$$(2x - 1)^2 = x^2 + (x + 1)^2 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = x^2 + x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Rightarrow 2x(x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{غ ق ق} \\ x = 3 & \text{ق ق ق} \end{cases}$$

$$\begin{cases} AC = 5 \\ AB = 3 \\ BC = 4 \end{cases} \quad (\text{ب})$$

$$\text{ج) } \sin \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{4}{5}, \cos \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{3}{5}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{4}{3}, \operatorname{Cotg} \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{3}{4}$$

ب)  $\operatorname{Cotg}^2 \alpha$

ب)  $\operatorname{tg}^2 \alpha$

ب) نادرست

۶۳ الف)  $\sin^2 \alpha$

۶۴ الف)  $\cos^2 \alpha$

۶۵ الف) درست

۶۶ تانژانت - مثبت

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \frac{1}{25} + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \frac{1}{25} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{24}{25}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \theta = +\frac{\sqrt{24}}{5} & \text{ق ق ق} \\ \cos \theta = -\frac{\sqrt{24}}{5} & \text{غ ق ق ق} \end{cases}$$

چون  $\theta$  در ربع اول قرار دارد بنابراین  $\cos \theta$  مثبت می‌شود.

$$A = \sin^2 45^\circ + \operatorname{tg}^2 60^\circ - 6 \sin 30^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (\sqrt{3})^2 - 6 \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$A = \frac{1}{2} + 3 - 3 = \frac{1}{2}$$

۶۸

$$\sin \hat{A} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{BC}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow BC = 2$$

۶۹

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 36 = AB^2 + 4 \Rightarrow AB = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$P = 6 + 2 + 4\sqrt{2} = 8 + 4\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos \theta - \sin \theta} = \frac{(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{\cos \theta - \sin \theta}$$

$$= \frac{(\cancel{\cos \theta - \sin \theta})(\cos \theta + \sin \theta)}{(\cancel{\cos \theta - \sin \theta})} = \cos \theta + \sin \theta$$

۷۰

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \underbrace{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}_1 + 2 \sin \theta \cos \theta = 1 + 2 \sin \theta \cos \theta$$

۷۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۲

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 25 + 49 \Rightarrow AC^2 = 74 \Rightarrow AC = \sqrt{74}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{7}{\sqrt{74}}$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB^2 = 9 + 16 \Rightarrow AB^2 = 25 \Rightarrow AB = 5$$

۷۳

$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{\sin^2 \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{1 - \cos^2 \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}{1 - \cos \theta} = 1 + \cos \theta$$

۷۴

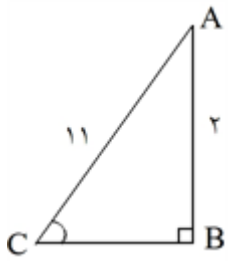
$$A = 6 \left( \frac{1}{2} \right) + 1 = 3 + 1 = 4$$

۷۵

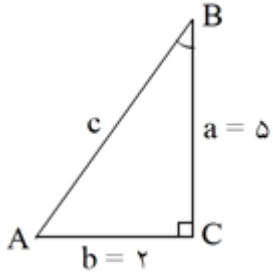
$$B = 2 \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + (\sqrt{2})^2 = \sqrt{2} + 2$$

شیب خط برابر است با تانژانت زاویه خط با مثبت محور  $x$  ها ۷۶

$$m = \tan 30^\circ \Rightarrow m = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + CB^2 \Rightarrow 11^2 = 2^2 + CB^2 \\ \Rightarrow CB^2 &= 121 - 4 \Rightarrow CB = \sqrt{117} \\ \cos \hat{C} &= \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{CB}{AC} = \frac{\sqrt{117}}{11} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 25 + 4 \Rightarrow c = \sqrt{29} \\ \sin \hat{B} &= \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{b}{c} = \frac{2}{\sqrt{29}} \\ \cos \hat{B} &= \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{a}{c} = \frac{5}{\sqrt{29}} \end{aligned}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{b}{a} = \frac{2}{5}$$

$$\cot \hat{B} = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{a}{b} = \frac{5}{2}$$

$$A = 2 \left( \frac{1}{2} \right) + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$A = \tan 45^\circ + 2 \sin 30^\circ = 1 + 2 \left( \frac{1}{2} \right) = 1 + 1 = 2$$

$$m = \tan \alpha \Rightarrow m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

↓  
زاویه بین خط و مثبت محور X ها

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مساحت متوازی الاضلاع برابر است با حاصل ضرب دو ضلع مجاور در سینوس زاویه بین آنها: ۸۲

$$S = ab \sin \theta \Rightarrow S = 4 \times 8 \times \frac{1}{2} = 16$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مساحت مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب دو ضلع در سینوس زاویه بین آنها. ۸۳

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \theta \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 40 \times \frac{1}{2} = 10$$

۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴



