

لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید

بارم

ردیف

مجموعه جواب نامعادله  $\frac{-(x-4)^2}{2x+1} \geq 0$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳

$$-(x-4)^2 = 0 \Rightarrow x = 4$$

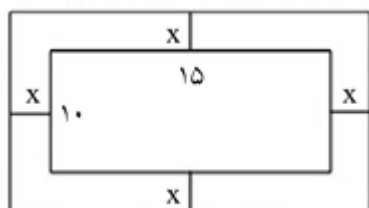
$$2x+1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

پاسخ: ۱

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	4	$+\infty$
$-(x-4)^2$	-	-	0	-
$2x+1$	-	0	+	+
$\frac{-(x-4)^2}{2x+1}$	+	تعریف نشده	0	-

مجموعه جواب:  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup \{4\}$

یک عکس به ابعاد ۱۰ در ۱۵ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۳۰۰ سانتی‌متر مربع، قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر x باشد، مقدار x را پیدا کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۱ روش اول: استفاده از روش کلی در حل معادله درجه ۲

$$(10+2x)(15+2x) = 300 \Rightarrow 4x^2 + 50x - 150 = 0$$

$$\begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac \\ x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta = 4900 \\ x_1 = \frac{5}{4}, x_2 = -15 \end{cases}$$

روش دوم: استفاده از تجزیه در حل معادله درجه ۲

$$(10+2x)(15+2x) = 300 \Rightarrow 4x^2 + 50x - 150 = 0$$

$$(2x+30)(2x-5) = 0 \Rightarrow x = -15 \text{ غیر قابل قبول}, x = \frac{5}{2} \text{ قابل قبول}$$

	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.          - جواب نامعادله قدرمطلق <math> x - 3  &lt; 2</math> برابر بازه <math>(1, 8)</math> است.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ نادرست</p>	۳
	<p>معادله‌های درجه‌ی دوم زیر را از روش‌های خواسته شده، حل کنید.</p> <p>الف) <math>3x^2 - 5x + 2 = 0</math> (فرمول کلی یا دلتا)</p> <p>ب) <math>4x^2 - 12x = 0</math> (تجزیه)</p> <p>ج) <math>(x + 3)^2 - 16 = 0</math> (ریشه زوج)</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم انسانی</p> <p>الف) <math>3x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 25 - 24 = 1 \quad (0/25)</math></p> $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) \pm 1}{6} \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{6}{6} = 1 \quad (0/25) \quad x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad (0/25)$ <p>ب) <math>4x^2 - 12x = 4x(x - 3) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \quad (0/25) \\ x = 3 \quad (0/25) \end{cases}</math></p> <p>ج) <math>(x + 3)^2 = 16 \Rightarrow x + 3 = \pm 4 \quad (0/25) \Rightarrow x = 1 \quad (0/25) \quad x = -7 \quad (0/25)</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>	۴
	<p>معادله‌های درجه دوم زیر را از روش‌های ذکر شده، حل کنید.</p> <p>الف) <math>3x^2 + 4x + 1 = 0</math> (دلتا : <math>\Delta</math>)</p> <p>ب) <math>(x + 1)^2 - 36 = 0</math> (ریشه زوج)</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم انسانی</p> <p>الف) <math>\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 12 = 4 &gt; 0 \quad (0/5)</math></p> $x = \frac{-4 \pm 2}{6} \quad (0/25) = \begin{cases} x = -1 \quad (0/25) \\ x = -\frac{1}{3} \quad (0/25) \end{cases}$ <p>ب) <math>(x + 1)^2 = 36 \quad (0/5) \Rightarrow x + 1 = \pm 6 \quad (0/25)</math></p> $\begin{matrix} x = 5 & (0/25) & x = -7 & (0/25) \end{matrix}$ <p>پاسخ: ۱ صفحه ۵۸ و ۶۷ کتاب</p>	۵

نامعادله زیر را حل کنید و مجموعه جواب را به صورت بازه نمایش دهید.

$$\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \geq 1$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی

$$\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \geq 0 \Rightarrow \frac{4x - 4}{x^2 - 3x + 2} \geq 0 \quad (0/25)$$

پاسخ: ۱

هرسطر جدول تعیین علامت: (0/25)

X	$-\infty$	۱	۲	$+\infty$
$4X - 4$	-	○	+	+
$x^2 - 3x + 2$	+	○	-	+
$\frac{4X - 4}{x^2 - 3x + 2}$	-	-	+	+

تعریف نشده      تعریف نشده

$$\text{مجموعه جواب} = (2, +\infty) \quad (0/25)$$

(صفحه ۳۰)

معادله‌های درجه دوم زیر را از روش‌های خواسته شده، حل کنید.

الف)  $5x = x^2$  (تجزیه)

ب)  $9x^2 - 6x + 1 = 0$  (فرمول کلی یا دلتا:  $\Delta$ )

ج)  $(2x - 1)^2 - 81 = 0$  (ریشه زوج)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم انسانی

پاسخ: ۱ صفحه ۵۶ و ۶۷ کتاب

الف)  $5x - x^2 = x(5 - x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \quad (0/25) \\ x = 5 \quad (0/25) \end{cases}$

ب)  $9x^2 - 6x + 1 = 0 \quad (0/25)$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 36 - 36 = 0$$

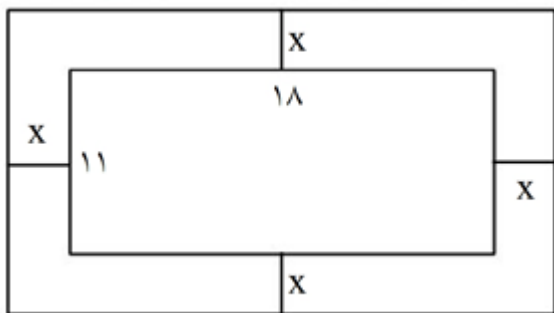
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6) \pm 0}{18} \Rightarrow x = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \quad (0/25)$$

ج)  $(2x - 1)^2 = 81 \quad (0/25) \Rightarrow 2x - 1 = \pm 9 \quad (0/25)$

ج)  $2x = 10 \Rightarrow x = 5 \quad (0/25)$

$2x = -8 \Rightarrow x = -4 \quad (0/25)$

یک عکس به ابعاد ۱۱ در ۱۸ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۲۶۰ سانتی‌متر مربع قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر  $x$  باشد، مقدار  $x$  را پیدا کنید.



۸

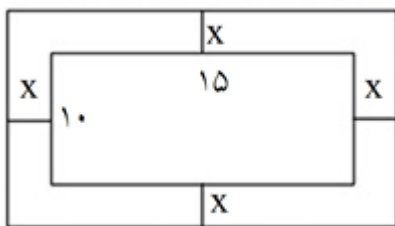
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

$$S = (2x + 11)(2x + 18) = 260 \Rightarrow 4x^2 + 36x + 22x + 198 - 260 = 0$$

پاسخ: ۱

$$\Rightarrow 4x^2 + 58x - 62 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } x = 1 \\ \text{غ ق ق } x = \frac{c}{a} = \frac{-62}{4} = -\frac{31}{2} \end{cases}$$

یک عکس به ابعاد ۱۰ در ۱۵ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۲۰۴ سانتی‌متر مربع قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر  $x$  باشد، مقدار  $x$  را پیدا کنید.



۹

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

$$S = (2x + 10)(2x + 15) = 204 \Rightarrow 4x^2 + 30x + 20x + 150 - 204 = 0$$

پاسخ: ۱

$$\Rightarrow 4x^2 + 50x - 54 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } x = 1 \\ \text{غ ق ق } x = \frac{c}{a} = -\frac{54}{4} = -\frac{27}{2} \end{cases}$$

نمودار سهمی زیر را رسم کنید.

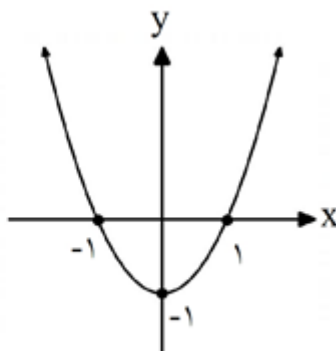
$$y = x^2 - 1$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دهم

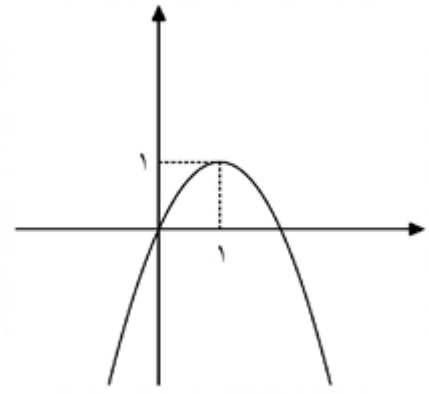
$$x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{0}{2} = 0 \Rightarrow y_1 = -1$$

پاسخ: ۱

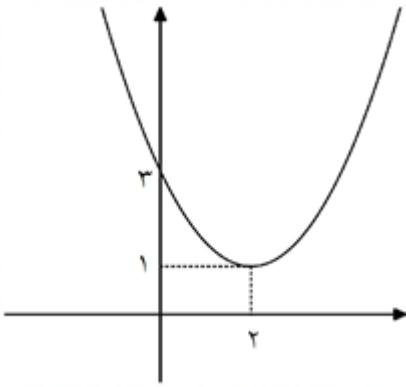
$x$	-۱	۰	۱
$y$	۰	-۱	۰



۱۰

	<p>جاهای خالی را پُر کنید.</p> <p>الف) معادله سهمی <math>y = x^2 - 6x + 13</math> را به صورت مربع کامل <math>y = (x - 3)^2 + \dots\dots\dots</math> می‌توان نوشت.</p> <p>ب) در سهمی <math>y = 2x^2 + 8x + 1</math> محور تقارن ..... می‌باشد.</p> <p>پاسخ: ۱ الف) ۴ ب) <math>x = -2</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p>	۱۱
	<p>معادله سهمی زیر را بنویسید.</p>  <p>پاسخ: ۱ در سهمی داده شده رأس سهمی معلوم است. بنابراین از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:</p> $y = a(x - h)^2 + k \Rightarrow y = a(x - 1)^2 + 1$ <p>سهمی محور y ها را در نقطه <math>O(0, 0)</math> قطع می‌کند. بنابراین داریم:</p> $O(0, 0) \Rightarrow 0 = a(0 - 1)^2 + 1 \Rightarrow 0 = a + 1 \Rightarrow a = -1$ $y = -(x - 1)^2 + 1 \Rightarrow y = -(x^2 - 2x + 1) + 1 \Rightarrow y = -x^2 + 2x - 1 + 1$ $\Rightarrow y = -x^2 + 2x$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p>	۱۲

ضابطه سهمی زیر را بنویسید.



۱۳

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱ در سهمی داده شده رأس سهمی معلوم است. بنابراین از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$y = a(x - h)^2 + k \Rightarrow y = a(x - 2)^2 + 1$$

سهمی محور y ها را در نقطه  $A(0, 3)$  قطع می‌کند. بنابراین داریم:

$$A(0, 3) \Rightarrow 3 = a(0 - 2)^2 + 1 \Rightarrow 3 = 4a + 1 \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) + 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 + 1$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$$

عبارت زیر را تعیین علامت کنید.

$$P = (x - 7)(x + 2)$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

$$P = 0 \Rightarrow (x - 7)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

پاسخ: ۱

۱۴

X	$-\infty$	-2	7	$+\infty$
$x - 7$	-	-	•	+
$x + 2$	-	•	+	+
P	+	•	-	+

تعیین علامت کنید.

$$P(x) = \frac{x + 4}{x - 7}$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

$$\begin{cases} x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \\ x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7 \end{cases}$$

پاسخ: ۱

۱۵

X	$-\infty$	-4	7	$+\infty$
$x + 4$	-	•	+	+
$x - 7$	-	-	•	+
P(x)	+	•	-	+

اگر معادله  $x^2 + 4x + k - 1 = 0$  دارای دو ریشه متمایز باشد، حدود  $k$  را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

۱۶

پاسخ: ۱ باید  $\Delta$  بزرگتر از صفر باشد.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(1)(k-1) > 0 \Rightarrow 16 - 4k + 4 > 0 \Rightarrow -4k > -20 \Rightarrow k < 5$$

نامعادله زیر را حل کنید.

$$\frac{2x+1}{x+4} < 1$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

$$\frac{2x+1}{x+4} < 1 \Rightarrow \frac{2x+1}{x+4} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{2x+1-x-4}{x+4} < 0 \Rightarrow \frac{x-3}{x+4} < 0$$

پاسخ: ۱

$$\begin{cases} x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ x+4=0 \Rightarrow x=-4 \end{cases}$$

X	$-\infty$	$-4$	$3$	$+\infty$
$X - 3$	-	-	•	+
$X + 4$	-	•	+	+
$\frac{X - 3}{X + 4}$	+	•	-	+
$\frac{X - 3}{X + 4} < 0$			ج	

مجموعه جواب  $(-4, 3)$

۱۷

تعداد ضربان قلب، پس از  $x$  دقیقه کار سنگین بدنی، طبق رابطه  $y = \frac{15}{8}x^2 - 30x + 200$  به دست می‌آید. در چه زمان‌هایی پس از یک کار سنگین بدنی، تعداد ضربان قلب از ۱۱۰ بیش‌تر است؟ آیا تمام جواب‌های به دست آمده قابل قبول‌اند؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)

$$\frac{15}{8}x^2 - 30x + 200 > 110 \Rightarrow \frac{15}{8}x^2 - 30x + 90 > 0 \xrightarrow{\times 8} 15x^2 - 240x + 720 > 0$$

پاسخ: ۱

$$15x^2 - 240x + 720 = 0 \xrightarrow{\Delta=14400} x = 12, x = 4 \Rightarrow x < 4 \text{ یا } x > 12$$

	$4$	$12$
$15x^2 - 240x + 720$	•	•
	+	-

از بین جواب‌های به دست آمده آن‌هایی که مثبت هستند قابل قبول‌اند. واضح است که جواب‌های صفر و منفی قابل قبول نیستند.

۱۸

یک نامعادله‌ی قدرمطلق بنویسید که مجموعه جواب آن بازه‌ی  $(1, 9)$  باشد.



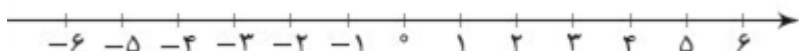
مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)

۱۹

**پاسخ:** ۱ با توجه به این که ۵ وسط بازه‌ی  $(1, 9)$  است این بازه مجموعه نقاطی است که فاصله‌شان از ۵ کمتر از ۴ می‌باشد بنابراین  $|x - 5| < 4$  جواب است.

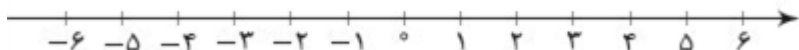
توجه: در حالت کلی بازه  $(a, b)$  را می‌توان به صورت  $|x - \frac{b+a}{2}| < \frac{b-a}{2}$  نوشت.

۱- نامعادله‌ی  $|x| \leq 3$  را در نظر بگیرید. مجموعه جواب این نامعادله، شامل اعداد حقیقی  $x$  است که فاصله‌ی آن‌ها از مبدأ کوچک‌تر یا مساوی ۳ باشد. این اعداد را روی محور زیر نمایش دهید.



مجموعه‌ی مقادیری را که در نمودار بالا مشخص کرده‌اید، به صورت بازه بنویسید.

۲- نامعادله‌ی  $|x| \geq 3$  را در نظر بگیرید. مجموعه جواب این نامعادله، شامل اعداد حقیقی  $x$  است که فاصله‌ی آن‌ها از مبدأ بزرگ‌تر یا مساوی ۳ باشد. این اعداد را روی محور زیر نمایش دهید.



مجموعه‌ی مقادیری را که در نمودار بالا مشخص کرده‌اید، به صورت بازه بنویسید.

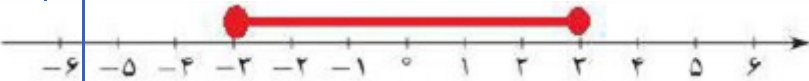
۳- با استفاده از مراحل بالا، جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پر کنید.

$$\begin{cases} |x| \leq 3 \Rightarrow \dots \leq x \leq \dots \Rightarrow \text{مجموعه جواب (به شکل بازه)} \\ |x| \geq 3 \Rightarrow x \leq \dots \text{ یا } x \geq \dots \Rightarrow \text{مجموعه جواب (به شکل بازه)} \end{cases}$$

۲۰

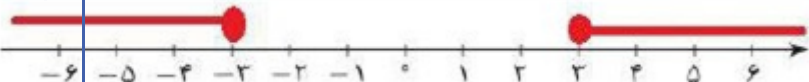
مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)

**پاسخ:** ۱-۱



$$[-3, 3]$$

۲-۲



$$(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$$

$$\begin{cases} |x| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3 \Rightarrow \text{مجموعه جواب (به شکل بازه)} \\ |x| \geq 3 \Rightarrow x \leq -3 \text{ یا } x \geq 3 \Rightarrow \text{مجموعه جواب (به شکل بازه)} \end{cases}$$

در سهمی  $y = ax^2 + 2x + 3$  خط  $x = 2$  محور تقارن آن است. مقدار  $a$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳

**پاسخ:** ۱ روش اول:

۲۱

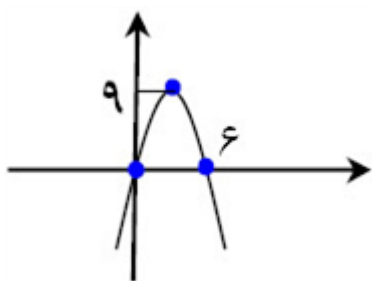
$$x = \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow x = \frac{-2}{2a} = 2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$f(1) = f(3) \Rightarrow a + 5 = 9a + 9 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

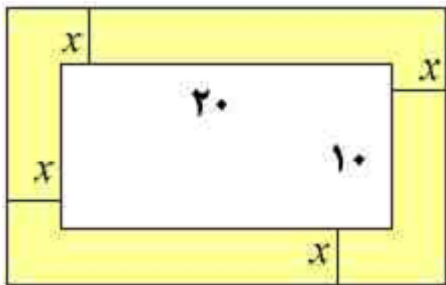
روش دوم:

توجه: به ازای جایگذاری هر دو نقطه متقارن دیگر نسبت به خط  $x = 2$  که روی  $f$  باشد، نمره تعلق بگیرد.



<p>جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. مجموعه جواب نامعادله <math> x  \leq 6</math> بازه ..... است.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ <math>[-6, 6]</math></p>	۲۲										
<p>نمودار سهمی به معادله <math>y = 6x - x^2</math> را رسم کنید.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>مختصات رأس سهمی <math>S(3, 9) \Rightarrow y = 6(3) - (3)^2 = 9 \Rightarrow S(3, 9)</math> و با انتخاب نقاط <math>(0, 0)</math> و <math>(6, 0)</math> نمودار سهمی به شکل مقابل به دست می‌آید.</p> 	۲۳										
<p>نامعادله مقابل را به روش تعیین علامت حل کنید.</p> $\frac{3-x}{4+2x} > 0$ <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\frac{3-x}{4+2x} > 0$ $3-x=0 \Rightarrow x=3$ <table data-bbox="150 1173 724 1364"> <tr> <td>X</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>-2</td> <td>3</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>\frac{3-x}{4+2x} &gt; 0</math></td> <td>-</td> <td></td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">ن</p> <p><math>4+2x=0 \Rightarrow x=-2</math> مجموعه جواب <math>(-2, 3)</math></p>	X	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	$\frac{3-x}{4+2x} > 0$	-		+	-	۲۴
X	$-\infty$	-2	3	$+\infty$							
$\frac{3-x}{4+2x} > 0$	-		+	-							

به کمک تشکیل معادله و حل آن، مسئله زیر را حل کنید.  
یک عکس به ابعاد ۱۰ در ۲۰ سانتی‌متر، درون یک قاب با مساحت ۶۰۰ سانتی‌متر مربع قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر باشد، ابعاد این قاب عکس را پیدا کنید.



۲۵

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳

$$(20 + 2x)(10 + 2x) = 600 \Rightarrow 4x^2 + 60x - 400 = 0 \xrightarrow{\div 4} x^2 + 15x - 100 = 0$$

پاسخ: ۱

غیر قابل قبول  $x = -20$ , قابل قبول  $x = 5$

$$\text{ابعاد قاب} \begin{cases} \text{طول} = 2x + 20 = 30 \text{ cm} \\ \text{عرض} = 2x + 10 = 20 \text{ cm} \end{cases}$$

عبارت  $\frac{x^2 - 9}{x + 1}$  را با رسم جدول تعیین علامت کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳

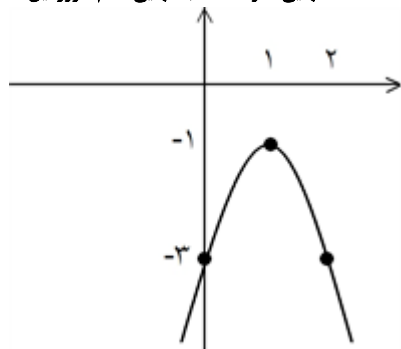
X	$-\infty$	-۳	-۱	۳	$+\infty$		
$X^2 - 9$	+	○	-	-	○	+	
$X + 1$	-	-	○	+	+		
$\frac{X^2 - 9}{X + 1}$	-	○	+	○	-	○	+

پاسخ: ۱

۲۶

نمودار سهمی به معادله  $y = -2x^2 + 4x - 3$  را با به دست آوردن مختصات رأس سهمی و استفاده از دو نقطه کمکی رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳



$$x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 1$$

$$y_s = -1$$

پاسخ: ۱

۲۷

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- عبارت  $x^2 + x + 1$  به ازای جميع مقادیر x همواره منفی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳

پاسخ: ۱ نادرست

۲۸

اگر  $x = 5$  خط تقارن سهمی  $y = -x^2 + kx - 1$  باشد، مقدار  $k$  را به دست آورید.

۲۹

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

$$x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{-k}{-2} = 5 \Rightarrow k = 20$$

پاسخ: ۱

یک عکس به ابعاد ۴ در ۶ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۸۰ سانتی‌متر مربع قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر  $x$  باشد، مقدار  $x$  را پیدا کنید.



۳۰

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

$$S = (2x + 6)(2x + 4) = 80 \Rightarrow 4x^2 + 8x + 12x + 24 - 80 = 0$$

پاسخ: ۱

$$\Rightarrow 4x^2 + 20x - 56 = 0 \xrightarrow{\div 4} x^2 + 5x - 14 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 7) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ ق ق} \\ x = -7 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

مجموعه جواب نامعادله  $\frac{-(x+4)^2}{x+5} \geq 0$  را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

$$\frac{-(x+4)^2}{x+5} \geq 0 \Rightarrow P(x) = \frac{-(x+4)^2}{x+5} \Rightarrow \begin{cases} -(x+4)^2 = 0 \Rightarrow x+4=0 \Rightarrow x=-4 \\ x+5=0 \Rightarrow x=-5 \end{cases}$$

پاسخ: ۱

X	$-\infty$	$-5$	$-4$	$+\infty$
$-(x+4)^2$	-	-	•	-
$x+5$	-	•	+	+
$P(x)$	+	•	-	-
$P(x) \geq 0$	ج		ج	

$$\text{مجموعه جواب} = (-\infty, -5) \cup \{-4\}$$

۳۱

جواب نامعادله زیر را به صورت بازه بنویسید.

$$\frac{(x-1)^2}{x^2-9} < 0$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

$$\frac{(x-1)^2}{x^2-9} < 0 \Rightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x^2-9=0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-3 \end{cases} \end{cases}$$

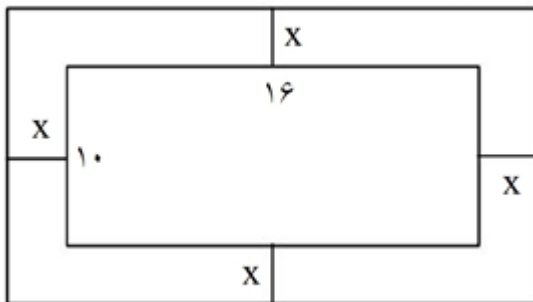
پاسخ: ۱

X	$-\infty$	$-3$	$1$	$3$	$+\infty$	
$(x-1)^2$	+	+	•	+	+	
$x^2-9$	+	•	-	-	•	+
P	+	•	-	-	•	+
$P < 0$	////	ج	ج	ج	////	

$$\text{مجموعه جواب} = (-3, 1) \cup (1, 3)$$

۳۲

یک عکس به ابعاد ۱۰ در ۱۶ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۲۸۰ سانتی‌متر مربع قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر x باشد، مقدار x را پیدا کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

$$S = (2x + 10)(2x + 16) = 280 \Rightarrow 4x^2 + 32x + 20x + 160 - 280 = 0$$

پاسخ: ۱

$$\Rightarrow 4x^2 + 52x - 120 = 0 \xrightarrow{\div 4} x^2 + 13x - 30 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+15) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ ق ق} \\ x = -15 \text{ غ ق} \end{cases}$$

۳۳

در سهمی  $y = ax^2 + 4x + 1$  خط  $x = -2$  محور تقارن آن است. مقدار a را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2a} = -2 \Rightarrow -4a = -4 \Rightarrow a = 1$$

پاسخ: ۱

۳۴

مجموعه جواب نامعادله  $\frac{-(x+1)^2}{5x-1} \leq 0$  را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

پاسخ: ۱ 
$$\frac{-(x+1)^2}{5x-1} \leq 0 \Rightarrow P(x) = \frac{-(x+1)^2}{5x-1} \Rightarrow \begin{cases} -(x+1)^2 = 0 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ 5x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{5} \end{cases}$$

X	$-\infty$	-1	$\frac{1}{5}$	$+\infty$
$-(x+1)^2$	-	•	-	-
$5x-1$	-	-	•	+
$P(x)$	+	•	•	-
$P(x) \leq 0$	ج	ج	ج	ج

مجموعه جواب  $= \left(\frac{1}{5}, +\infty\right) \cup \{-1\}$

۳۵

اگر  $x=2$  یکی از ریشه‌های معادله  $x^2 - (3m+1)x + 5m+2 = 0$  باشد:  
الف) مقدار  $m$  را به دست آورید.  
ب) ریشه دیگر آن را بنویسید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

پاسخ: ۱ الف) باید به جای  $x$  عدد ۲ قرار دهیم و  $m$  را به دست آوریم:

$$\begin{aligned} x=2 \rightarrow 2^2 - (3m+1)(2) + 5m+2 &= 0 \Rightarrow 4 - 6m - 2 + 5m + 2 = 0 \\ \Rightarrow -m + 4 &= 0 \Rightarrow -m = -4 \Rightarrow m = 4 \end{aligned}$$

ب) باید به جای  $m$  عدد ۴ قرار داد و سپس ریشه دیگر آن را به دست آورد.

$$\begin{aligned} m=4 \rightarrow x^2 - (12+1)x + 5(4) + 2 &= 0 \Rightarrow x^2 - 13x + 22 = 0 \\ \Rightarrow (x-2)(x-11) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=11 \end{cases} \end{aligned}$$

۳۶

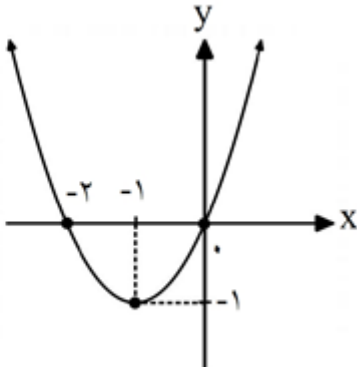
به ازای چه مقداری از  $k$ ، عبارت  $A = -x^2 + x + k - 1$  همواره منفی است؟

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

پاسخ: ۱ برای آنکه  $ax^2 + bx + c$  همواره منفی باشد، باید  $a < 0$  و  $\Delta < 0$  باشد.

$$\begin{aligned} -x^2 + x + k - 1 < 0 \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \Rightarrow -1 < 0 \\ \Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (1)^2 - 4(-1)(k-1) < 0 \end{cases} \\ \Rightarrow 1 + 4k - 4 < 0 \Rightarrow 4k < 3 \Rightarrow k < \frac{3}{4} \end{aligned}$$

۳۷

	<p>اگر <math>x = -3</math> یکی از ریشه‌های معادله <math>x^2 + (m - 7)x - 2m - 5 = 0</math> باشد:</p> <p>الف) مقدار <math>m</math> را به دست آورید.</p> <p>ب) ریشه دیگر آن را بنویسید.</p> <p>سوال‌ات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) باید به جای <math>x</math> عدد ۳- قرار دهیم و <math>m</math> را به دست آوریم:</p> $\xrightarrow{x=-3} (-3)^2 + (m - 7)(-3) - 2m - 5 = 0 \Rightarrow 9 - 3m + 21 - 2m - 5 = 0$ $\Rightarrow -5m + 25 = 0 \Rightarrow -5m = -25 \Rightarrow m = 5$ <p>ب) باید به جای <math>m</math> عدد ۵ قرار داد و سپس ریشه دیگر آن را به دست آورد.</p> $\xrightarrow{m=5} x^2 + (5 - 7)x - 2(5) - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$ $\Rightarrow (x + 3)(x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 5 \end{cases}$	۳۸								
	<p>به ازای چه مقادیری از <math>k</math> عبارت <math>A = 2x^2 - 7x + k</math> همواره مثبت است؟</p> <p>سوال‌ات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ برای آنکه عبارت <math>ax^2 + bx + c</math> (<math>a \neq 0</math>) همواره مثبت باشد، باید:</p> $\begin{cases} a > 0 \Rightarrow 2 > 0 \\ \Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (-7)^2 - 4(2)(k) < 0 \Rightarrow 49 - 8k < 0 \end{cases}$ $\Rightarrow -8k < -49 \Rightarrow k > \frac{49}{8}$	۳۹								
	<p>نمودار سهمی زیر را رسم کنید.</p> $y = x^2 + 2x$ <p>سوال‌ات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ <math>x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2} = -1 \Rightarrow y_0 = -2 + 1 = -1</math></p>  <table border="1" data-bbox="151 1507 406 1641"><tr><td><math>x</math></td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td></tr><tr><td><math>y</math></td><td>0</td><td>-1</td><td>0</td></tr></table>	$x$	-2	-1	0	$y$	0	-1	0	۴۰
$x$	-2	-1	0							
$y$	0	-1	0							
	<p>جاهای خالی را پُر کنید.</p> <p>الف) در سهمی <math>y = 2(x + 1)^2 + 1</math> محور تقارن برابر ..... است.</p> <p>ب) در سهمی <math>y = x^2 - 2x + 5</math> مختصات رأس سهمی ..... می‌باشد.</p> <p>سوال‌ات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) <math>x = -1</math> ب) <math>(1, 4)</math></p>	۴۱								

مجموعه جواب نامعادله زیر را به شکل بازه بنویسید.

$$\left| \frac{x-1}{5} - 2 \right| > 7$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم

$$\left| \frac{x-1}{5} - 2 \right| > 7 \Rightarrow \frac{x-1}{5} - 2 < -7 \text{ یا } \frac{x-1}{5} - 2 > 7$$

پاسخ: ۱

$$\xrightarrow{\times 5} \Rightarrow x-1-10 < -35 \text{ یا } x-1-10 > 35 \Rightarrow x < -24 \text{ یا } x > 46$$

$$\text{مجموعه جواب} = (-\infty, -24) \cup (46, +\infty)$$

۴۲

عبارت زیر را تعیین علامت کنید.

$$P(x) = \frac{x^2 - 4}{(x-7)^2(x+5)^3}$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$(x-7)^2 = 0 \Rightarrow x = 7$$

$$(x+5)^3 = 0 \Rightarrow x = -5$$

x	$-\infty$	-5	-2	2	7	$+\infty$
$x^2 - 4$	+	+	-	+	+	+
$(x-7)^2$	+	+	+	+	+	+
$(x+5)^3$	-	+	+	+	+	+
P(x)	-	+	-	+	+	+

پاسخ: ۱

۴۳

اگر جواب نامعادله  $3x^2 + ax + b \leq 0$  برابر  $\left\{ \frac{4c}{c-1}, 5 \right\}$  باشد،  $a + b + c$  کدام است؟

۶۰ (۴)

-۴۰ (۳)

۵۰ (۲)

۴۰ (۱)

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جواب نامعادله درجه دو تنها می‌تواند یک نقطه باشد. بنابراین:

$$\frac{4c}{c-1} = 5 \Rightarrow 4c = 5c - 5 \Rightarrow c = 5$$

$$x = 5 \Rightarrow x - 5 = 0 \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}} x^2 - 10x + 25 = 0 \xrightarrow{\times 3} 3x^2 - 30x + 75 = 0$$

$$\begin{cases} a = -30 \\ b = 75 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = -30 + 75 + 5 = 50$$

پاسخ: ۲

۴۴

اگر جواب نامعادله  $-2x^2 + ax + b \geq 0$  برابر  $\{2c - 1, 3\}$  باشد،  $a$  و  $b$  و  $c$  را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱ جواب نامعادله درجه ۲ تنها می‌تواند یک نقطه باشد. بنابراین:

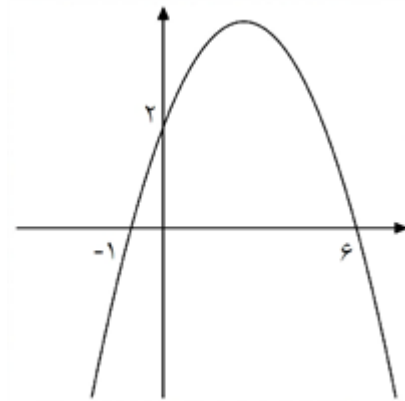
$$2c - 1 = 3 \Rightarrow 2c = 4 \Rightarrow c = 2$$

$$x = 3 \Rightarrow x - 3 = 0 \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}} x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$\xrightarrow{\times(-2)} -2x^2 + 12x - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = -18 \end{cases}$$

۴۵

معادله سهمی زیر را بنویسید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱ در نمودار محل برخورد با محور  $x$  ها معلوم است. بنابراین از ضابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \Rightarrow y = a(x + 1)(x - 5)$$

سهمی محور  $y$  ها را در نقطه  $A(0, 2)$  قطع کرده است. بنابراین:

$$A(0, 2) \Rightarrow 2 = a(0 + 1)(0 - 5) \Rightarrow 2 = -5a \Rightarrow a = -\frac{2}{5}$$

$$y = -\frac{2}{5}(x + 1)(x - 5) \Rightarrow y = -\frac{2}{5}(x^2 - 4x - 5) \Rightarrow y = -\frac{2}{5}x^2 + \frac{8}{5}x + 2$$

۴۶

عبارت زیر را تعیین علامت کنید.

$$P = 3x - 12$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

$$P = 0 \Rightarrow 3x - 12 = 0 \Rightarrow x = 4$$

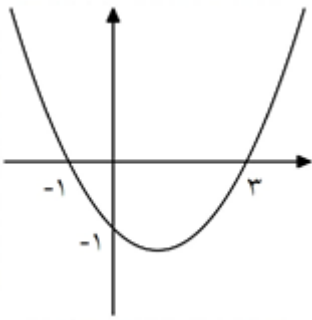
X	$-\infty$	۴	$+\infty$
P	-	•	+

پاسخ: ۱

۴۷



معادله سهمی زیر را بنویسید.



۴۸

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱

در نمودار، محل برخورد با محور  $x$  ها معلوم است. بنابراین از ضابطه زیر استفاده می‌کنیم.

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \Rightarrow y = a(x + 1)(x - 3)$$

سهمی محور  $y$  ها را در نقطه  $A(0, -1)$  قطع کرده است. بنابراین:

$$A(0, -1) \Rightarrow -1 = a(0 + 1)(0 - 3) \Rightarrow -1 = -3a \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}(x + 1)(x - 3) \Rightarrow y = \frac{1}{3}(x^2 - 2x - 3) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 1$$

نامعادله‌ی زیر را حل کنید و مجموعه جواب آن را به صورت بازه نمایش دهید.




$$\frac{x - 3}{x^2 - 9x + 20} < 0$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$x^2 - 9x + 20 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 5 \end{cases}$$

$x$	$-\infty$	$3$	$4$	$5$	$+\infty$		
$x - 3$	$-$	$\bullet$	$+$	$+$	$+$		
$x^2 - 9x + 20$	$+$	$+$	$\bullet$	$-$	$\bullet$	$+$	
$\frac{x - 3}{x^2 - 9x + 20}$	$-$	$\bullet$	$+$	$\bullet$	$-$	$\bullet$	$+$
$\frac{x - 3}{x^2 - 9x + 20} < 0$	$\text{ج}$		$\text{ج}$		$\text{ج}$		

$$\text{مجموعه جواب} = (-\infty, 3) \cup (4, 5)$$

۴۹

تعیین علامت کنید.

$$P(x) = \frac{2x + 7}{x - 4}$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

$$\begin{cases} 2x + 7 = 0 \Rightarrow x = -\frac{7}{2} \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

پاسخ: ۱

X	$-\infty$	$-\frac{7}{2}$	4	$+\infty$
$2x + 7$	-	•	+	+
$x - 4$	-	-	•	+
$P(x)$	+	•	-	+

۵۰

اگر معادله  $x^2 + 4x + m = 0$  دارای ریشه حقیقی نباشد، حدود m را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱ باید  $\Delta$  کوچکتر از صفر باشد.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(1)(m) < 0 \Rightarrow 16 - 4m < 0 \Rightarrow -4m < -16 \Rightarrow m > 4$$

۵۱

اگر معادله  $x^2 + kx + 4 = 0$  دارای یک ریشه مضاعف باشد، مقدار k را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱ باید  $\Delta$  برابر صفر باشد.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (k)^2 - 4(1)(4) = 0 \Rightarrow k^2 - 16 = 0 \Rightarrow k = \pm 4$$

۵۲

اگر جدول تعیین علامت  $p(x) = \frac{(x-1)(x^2+ax+b)}{2x+c}$  به صورت زیر باشد a, b, c را حساب کنید.

X	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
$p(x)$	+	○	-	○	+

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۳۹۹-۰۰-دهم

پاسخ: ۱ از آنجا که علامت در دو طرف  $x = 1$  تغییر نکرده بنابراین چندجمله‌ای درجه دو صورت باید  $(x-1)$  و  $(x+2)$  باشد.

$$(x-1)(x+2) = x^2 + x - 2 = x^2 + ax + b \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x=3} 2(3) + c = 0 \Rightarrow c = -6 \quad \text{و } x = 3 \text{ ریشه مخرج است:}$$

۵۳

اگر جواب تعیین علامت  $p(x) = \frac{(x-3)(ax^2+bx+10)}{x^2+c}$  به صورت زیر باشد  $a, b, c$  را حساب کنید.

$x$	$-\infty$	$-2$	$3$	$5$	$+\infty$
$p(x)$	$+$	$\frac{0}{0}$	$-$	$+$	$-$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۱۰۰-دهم

پاسخ: ۱ با توجه به این که علامت دو طرف ریشه  $x = 5$  تغییر کرده بنابراین  $ax^2 + bx + 10$  باید درجه اول باشد و  $x = -2$  ریشه مخرج است.

$$\xrightarrow{a=0} bx + 10 = 0 \xrightarrow{x=5} 5b + 10 = 0 \Rightarrow b = -2 \xrightarrow{x=-2 \text{ ریشه مخرج است}}$$

$$2(-2) + c = 0 \Rightarrow c = 4$$

نکته: اگر علامت  $p(x)$  برای  $x > 5$  مثبت نوشته بود در این حالت جواب نداشت.

$$-(x-4)^2 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$2x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$$

X	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	4	$+\infty$
$-(x-4)^2$	-	-	○	-
$2x+1$	-	○	+	+
$\frac{-(x-4)^2}{2x+1}$	+	تعریف نشده	○	-

مجموعه جواب:  $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup \{4\}$

روش اول: استفاده از روش کلی در حل معادله درجه ۲

$$(10+2x)(15+2x)=300 \Rightarrow 4x^2+50x-150=0$$

$$\begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac \\ x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta = 4900 \\ x_1 = \frac{5}{2}, x_2 = -15 \end{cases}$$

غیر قابل قبول  $x_2 = -15$ , قابل قبول  $x_1 = \frac{5}{2}$

روش دوم: استفاده از تجزیه در حل معادله درجه ۲

$$(10+2x)(15+2x)=300 \Rightarrow 4x^2+50x-150=0$$

$$(2x+30)(2x-5)=0 \Rightarrow x=-15 \text{ قابل قبول}, x=\frac{5}{2} \text{ قابل قبول}$$

۳ نادرست

$$\text{الف) } 3x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 25 - 24 = 1 \quad (0/25)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) \pm 1}{6} \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{6}{6} = 1 \quad (0/25) \quad x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad (0/25)$$

$$\text{ب) } 4x^2 - 12x = 4x(x-3) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \quad (0/25) \\ x = 3 \quad (0/25) \end{cases}$$

$$\text{ج) } (x+3)^2 = 16 \Rightarrow x+3 = \pm 4 \quad (0/25) \Rightarrow x = 1 \quad (0/25) \quad x = -7 \quad (0/25)$$

۵ صفحه ۵۸ و ۶۷ کتاب

$$\text{الف) } \Delta = b^2 - 4ac = 16 - 12 = 4 > 0 \quad (0/5)$$

$$x = \frac{-4 \pm 2}{6} \quad (0/25) = \begin{cases} x = -1 \quad (0/25) \\ x = \frac{-1}{3} \quad (0/25) \end{cases}$$

$$\text{ب) } \begin{matrix} (x+1)^2 = 36 & (0/5) & \Rightarrow x+1 = \pm 6 & (0/25) \\ x = 5 & (0/25) & x = -7 & (0/25) \end{matrix}$$

$$\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \geq 0 \Rightarrow \frac{4x - 4}{x^2 - 3x + 2} \geq 0 \quad (۰/۲۵)$$

هر سطر جدول تعیین علامت: (۰/۲۵)

X	$-\infty$	۱	۲	$+\infty$	
$۴X - ۴$	-	○	+	+	
$X^۲ - ۳X + ۲$	+	○	-	○	+
$\frac{۴X - ۴}{X^۲ - ۳X + ۲}$	-	-	-	+	
		تعریف نشده	تعریف نشده		

$$(۰/۲۵) \quad ۲, +\infty = \text{مجموعه جواب}$$

(صفحه ۳۰)

صفحه ۵۶ و ۶۷ کتاب

$$\text{الف) } ۵x - x^2 = x(۵ - x) = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \quad (۰/۲۵) \\ x = ۵ \quad (۰/۲۵) \end{cases}$$

$$\text{ب) } ۹x^2 - ۶x + ۱ = 0 \quad (۰/۲۵)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = ۳۶ - ۳۶ = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-۶) \pm 0}{18} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = \frac{۶}{18} = \frac{1}{3} \quad (۰/۲۵)$$

$$(2x - 1)^2 = ۸1 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 2x - 1 = \pm 9 \quad (۰/۲۵)$$

$$\text{ج) } 2x = ۱۰ \Rightarrow x = ۵ \quad (۰/۲۵)$$

$$2x = -۸ \Rightarrow x = -۴ \quad (۰/۲۵)$$

$$S = (2x + 11)(2x + 18) = ۲۶۰ \Rightarrow 4x^2 + 3۶x + ۲۲x + ۱۹۸ - ۲۶۰ = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + ۵۸x - ۶۲ = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ ق ق} \\ x = \frac{c}{a} = \frac{-۶۲}{۴} = -\frac{۳۱}{۲} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

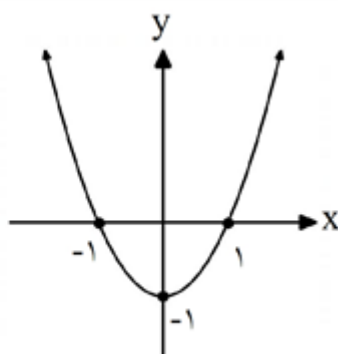
$$S = (2x + ۱۰)(2x + ۱۵) = ۲۰۴ \Rightarrow 4x^2 + ۳۰x + ۲۰x + ۱۵۰ - ۲۰۴ = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + ۵۰x - ۵۴ = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ ق ق} \\ x = \frac{c}{a} = -\frac{۵۴}{۴} = -\frac{۲۷}{۲} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow y_1 = -\frac{1}{2}$$

۱۰

x	-۱	۰	۱
y	۰	-۱	۰



ب)  $x = -\frac{1}{2}$

۱۱ الف) ۴

در سهمی داده شده رأس سهمی معلوم است. بنابراین از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

۱۲

$$y = a(x - h)^2 + k \Rightarrow y = a(x - 1)^2 + 1$$

سهمی محور y ها را در نقطه  $O(0, 0)$  قطع می‌کند. بنابراین داریم:

$$O(0, 0) \Rightarrow 0 = a(0 - 1)^2 + 1 \Rightarrow 0 = a + 1 \Rightarrow a = -1$$

$$y = -(x - 1)^2 + 1 \Rightarrow y = -(x^2 - 2x + 1) + 1 \Rightarrow y = -x^2 + 2x - 1 + 1$$

$$\Rightarrow y = -x^2 + 2x$$

در سهمی داده شده رأس سهمی معلوم است. بنابراین از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

۱۳

$$y = a(x - h)^2 + k \Rightarrow y = a(x - 2)^2 + 1$$

سهمی محور y ها را در نقطه  $A(0, 3)$  قطع می‌کند. بنابراین داریم:

$$A(0, 3) \Rightarrow 3 = a(0 - 2)^2 + 1 \Rightarrow 3 = 4a + 1 \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) + 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 + 1$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$$

$$P = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

۱۴

x	$-\infty$	-۲	۳	$+\infty$
$x - 3$	-	-	• +	
$x + 2$	-	• +	+	+
P	+	• -	• +	

$$\begin{cases} x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \\ x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7 \end{cases}$$

X	$-\infty$	$-4$	$7$	$+\infty$
$x + 4$	$-$	$\bullet$	$+$	$+$
$x - 7$	$-$	$-$	$\bullet$	$+$
$P(x)$	$+$	$\bullet$	$-$	$+$

۱۶ باید  $\Delta$  بزرگتر از صفر باشد.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(1)(k - 1) > 0 \Rightarrow 16 - 4k + 4 > 0 \Rightarrow -4k > -20 \Rightarrow k < 5$$

$$\frac{x+1}{x+4} < 1 \Rightarrow \frac{x+1}{x+4} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{x+1-x-4}{x+4} < 0 \Rightarrow \frac{x-3}{x+4} < 0$$

$$\begin{cases} x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$$

X	$-\infty$	$-4$	$3$	$+\infty$
$x - 3$	$-$	$-$	$\bullet$	$+$
$x + 4$	$-$	$\bullet$	$+$	$+$
$\frac{x-3}{x+4}$	$+$	$\bullet$	$-$	$+$
$\frac{x-3}{x+4} < 0$			$\text{ج}$	

مجموعه جواب  $(-4, 3)$

$$\frac{15}{8}x^2 - 30x + 200 > 110 \Rightarrow \frac{15}{8}x^2 - 30x + 90 > 0 \xrightarrow{\times 8} 15x^2 - 240x + 720 > 0$$

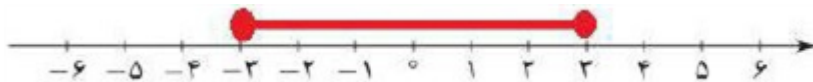
$$15x^2 - 240x + 720 = 0 \xrightarrow{\Delta=14400} x = 12, x = 4 \Rightarrow x < 4 \text{ یا } x > 12$$

	$4$	$12$	
$15x^2 - 240x + 720$	$\bullet$	$\bullet$	
	$+$	$-$	$+$

از بین جواب‌های به دست آمده آن‌هایی که مثبت هستند قابل قبول‌اند. واضح است که جواب‌های صفر و منفی قابل قبول نیستند.

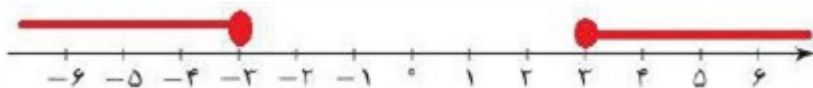
۱۹ با توجه به این که ۵ وسط بازه‌ی  $(1, 9)$  است این بازه مجموعه نقاطی است که فاصله‌شان از ۵ کمتر از ۴ می‌باشد بنابراین  $|x - 5| < 4$  جواب است.

توجه: در حالت کلی بازه  $(a, b)$  را می‌توان به صورت  $\left| x - \frac{b+a}{2} \right| < \frac{b-a}{2}$  نوشت.



$$[-3, 3]$$

۲



$$(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$$

-۳

$$\begin{cases} |x| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3 \Rightarrow \text{مجموعه جواب (به شکل بازه)} = [-3, 3] \\ |x| \geq 3 \Rightarrow x \leq -3 \text{ یا } x \geq 3 \Rightarrow \text{مجموعه جواب (به شکل بازه)} = (-\infty, -3] \cup [3, +\infty) \end{cases}$$

روش اول: ۲۱

$$x = \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow x = \frac{-2}{2a} = 2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$f(1) = f(3) \Rightarrow a + 5 = 9a + 9 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

روش دوم:

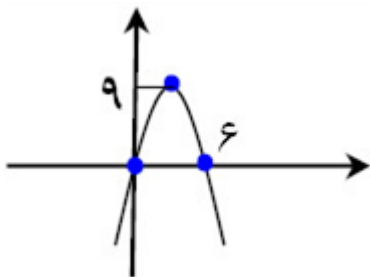
توجه: به ازای جایگذاری هر دو نقطه متقارن دیگر نسبت به خط  $x = 2$  که روی  $f$  باشد، نمره تعلق بگیرد.

۲۲  $[-6, 6]$ 

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{-2} = 3 \Rightarrow y = f(3) - (3)^2 = 9 \Rightarrow S(3, 9)$$

۲۳

و با انتخاب نقاط  $(0, 0)$  و  $(6, 0)$  نمودار سهمی به شکل مقابل به دست می‌آید.



$$\frac{3-x}{4+2x} > 0$$

$$3-x=0 \Rightarrow x=3$$

X	$-\infty$	$-2$	$3$	$+\infty$
$\frac{3-X}{4+2X} > 0$	-	+	-	

$$4+2x=0 \Rightarrow x=-2 \quad \text{مجموعه جواب} = (-2, 3)$$

۲۴

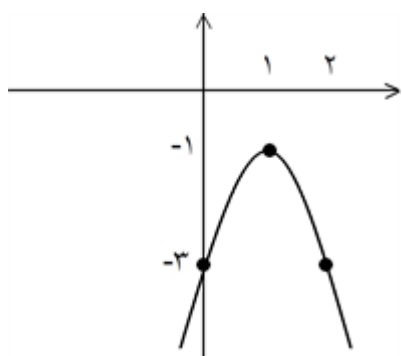


$$(20 + 2x)(10 + 2x) = 600 \Rightarrow 4x^2 + 60x - 600 = 0 \xrightarrow{\div 4} x^2 + 15x - 150 = 0$$

$\Rightarrow (x - 5)(x + 20) = 0 \Rightarrow x = 5$  قابل قبول,  $x = -20$  غير قابل قبول

$$\text{ابعاد قاب} \begin{cases} \text{طول} = 2x + 20 = 30 \text{ cm} \\ \text{عرض} = 2x + 10 = 20 \text{ cm} \end{cases}$$

X	$-\infty$	$-3$	$-1$	$3$	$+\infty$		
$x^2 - 9$	+	○	-	-	○	+	
$x + 1$	-	-	○	+	+	+	
$\frac{x^2 - 9}{x + 1}$	-	○	+	○	-	○	+



$$x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 1$$

$$y_s = -1$$

نادرست ۲۸

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-k}{-4} = 5 \Rightarrow k = 20$$

$$S = (2x + 6)(2x + 4) = 80 \Rightarrow 4x^2 + 8x + 12x + 24 - 80 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 20x - 56 = 0 \xrightarrow{\div 4} x^2 + 5x - 14 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 7) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ ق ق} \\ x = -7 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\frac{-(x+4)^2}{x+5} \geq 0 \Rightarrow P(x) = \frac{-(x+4)^2}{x+5} \Rightarrow \begin{cases} -(x+4)^2 = 0 \Rightarrow x+4=0 \Rightarrow x=-4 \\ x+5=0 \Rightarrow x=-5 \end{cases}$$

X	$-\infty$	$-5$	$-4$	$+\infty$
$-(x+4)^2$	-	-	•	-
$x+5$	-	•	+	+
$P(x)$	+	ج	-	-
$P(x) \geq 0$	ج		ج	

$$\text{مجموعه جواب} = (-\infty, -5) \cup \{-4\}$$

$$\frac{(x-1)^2}{x^2-9} < 0 \Rightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x^2-9=0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-3 \end{cases} \end{cases}$$

X	$-\infty$	$-3$	$1$	$3$	$+\infty$
$(x-1)^2$	+	+	•	+	+
$x^2-9$	+	•	-	-	+
$P$	+	ج	-	ج	+
$P < 0$		ج		ج	

$$\text{مجموعه جواب} = (-3, 1) \cup (1, 3)$$

$$S = (2x+10)(2x+16) = 280 \Rightarrow 4x^2 + 32x + 20x + 160 - 280 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 52x - 120 = 0 \xrightarrow{\div 4} x^2 + 13x - 30 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+15) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \text{ ق ق} \\ x=-15 \text{ غ ق غ} \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2a} = -2 \Rightarrow -4a = -4 \Rightarrow a = 1$$

$$\frac{-(x+1)^2}{5x-1} \leq 0 \Rightarrow P(x) = \frac{-(x+1)^2}{5x-1} \Rightarrow \begin{cases} -(x+1)^2 = 0 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ 5x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{5} \end{cases}$$

X	$-\infty$	$-1$	$\frac{1}{5}$	$+\infty$
$-(x+1)^2$	-	•	-	-
$5x-1$	-	-	•	+
$P(x)$	+	•	•	-
$P(x) < 0$	///	///	ج	ج

$$\text{مجموعه جواب} = \left(\frac{1}{5}, +\infty\right) \cup \{-1\}$$

الف) باید به جای  $x$  عدد ۲ قرار دهیم و  $m$  را به دست آوریم:

$$\xrightarrow{x=2} 2^2 - (3m+1)(2) + 5m + 2 = 0 \Rightarrow 4 - 6m - 2 + 5m + 2 = 0$$

$$\Rightarrow -m + 4 = 0 \Rightarrow -m = -4 \Rightarrow m = 4$$

ب) باید به جای  $m$  عدد ۴ قرار داد و سپس ریشه دیگر آن را به دست آورد.

$$\xrightarrow{m=4} x^2 - (12+1)x + 5(4) + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 13x + 22 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-11) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=11 \end{cases}$$

برای آنکه  $ax^2 + bx + c$  همواره منفی باشد، باید  $a < 0$  و  $\Delta < 0$  باشد.

$$-x^2 + x + k - 1 < 0 \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \Rightarrow -1 < 0 \\ \Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (1)^2 - 4(-1)(k-1) < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1 + 4k - 4 < 0 \Rightarrow 4k < 3 \Rightarrow k < \frac{3}{4}$$

الف) باید به جای  $x$  عدد ۳- قرار دهیم و  $m$  را به دست آوریم:

$$\xrightarrow{x=-3} (-3)^2 + (m-7)(-3) - 2m - 5 = 0 \Rightarrow 9 - 3m + 21 - 2m - 5 = 0$$

$$\Rightarrow -5m + 25 = 0 \Rightarrow -5m = -25 \Rightarrow m = 5$$

ب) باید به جای  $m$  عدد ۵ قرار داد و سپس ریشه دیگر آن را به دست آورد.

$$\xrightarrow{m=5} x^2 + (5-7)x - 2(5) - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$$

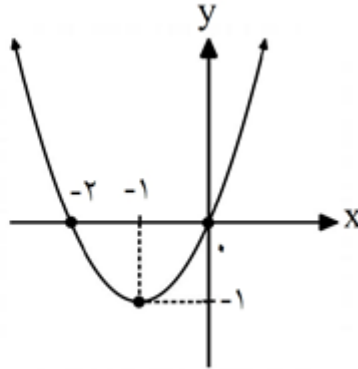
$$\Rightarrow (x+3)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=5 \end{cases}$$

۳۹ برای آنکه عبارت  $ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) همواره مثبت باشد، باید:

$$\begin{cases} a > 0 \Rightarrow 2 > 0 \\ \Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (-2)^2 - 4(2)(k) < 0 \Rightarrow 4 - 8k < 0 \\ \Rightarrow -8k < -4 \Rightarrow k > \frac{4}{8} \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2} = -1 \Rightarrow y_1 = -2 + 1 = -1$$

x	-2	-1	0
y	0	-1	0



(ب) (1, 4)

۴۱ الف)  $x = -1$

$$\left| \frac{x-1}{5} - 2 \right| > 7 \Rightarrow \frac{x-1}{5} - 2 < -7 \text{ یا } \frac{x-1}{5} - 2 > 7$$

$$\xrightarrow{\times 5} x - 1 - 10 < -35 \text{ یا } x - 1 - 10 > 35 \Rightarrow x < -24 \text{ یا } x > 46$$

مجموعه جواب  $= (-\infty, -24) \cup (46, +\infty)$

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$(x-7)^2 = 0 \Rightarrow x = 7$$

$$(x+5)^3 = 0 \Rightarrow x = -5$$

x	$-\infty$	$-5$	$-2$	$2$	$7$	$+\infty$
$x^2 - 4$	+	+	•	-	•	+
$(x-7)^2$	+	+	+	+	•	+
$(x+5)^3$	-	•	+	+	+	+
P(x)	-	•	+	•	-	•

۴۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جواب نامعادله درجه دو تنها می‌تواند یک نقطه باشد. بنابراین:

$$\frac{4c}{c-1} = 5 \Rightarrow 4c = 5c - 5 \Rightarrow c = 5$$

$$x = 5 \Rightarrow x - 5 = 0 \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}} x^2 - 10x + 25 = 0 \xrightarrow{\times 3} 3x^2 - 30x + 75 = 0$$

$$\begin{cases} a = -30 \\ b = 75 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = -30 + 75 + 5 = 50$$

$$2c - 1 = 3 \Rightarrow 2c = 4 \Rightarrow c = 2$$

$$x = 3 \Rightarrow x - 3 = 0 \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}} x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$\xrightarrow{\times(-2)} -2x^2 + 12x - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = -18 \end{cases}$$

در نمودار محل برخورد با محور x ها معلوم است. بنابراین از ضابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \Rightarrow y = a(x + 1)(x - 6)$$

سهمی محور y ها را در نقطه  $A(0, 2)$  قطع کرده است. بنابراین:

$$A(0, 2) \Rightarrow 2 = a(0 + 1)(0 - 6) \Rightarrow 2 = -6a \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}(x + 1)(x - 6) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}(x^2 - 5x - 6) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$$

$$P = 0 \Rightarrow 3x - 12 = 0 \Rightarrow x = 4$$

X	$-\infty$	۴	$+\infty$
P	-	•	+

در نمودار، محل برخورد با محور x ها معلوم است. بنابراین از ضابطه زیر استفاده می‌کنیم.

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \Rightarrow y = a(x + 1)(x - 3)$$

سهمی محور y ها را در نقطه  $A(0, -1)$  قطع کرده است. بنابراین:

$$A(0, -1) \Rightarrow -1 = a(0 + 1)(0 - 3) \Rightarrow -1 = -3a \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}(x + 1)(x - 3) \Rightarrow y = \frac{1}{3}(x^2 - 2x - 3) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 1$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$x^2 - 9x + 20 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 5 \end{cases}$$

X	$-\infty$	۳	۴	۵	$+\infty$
$X - 3$	-	•	+	+	+
$X^2 - 9X + 20$	+	+	•	-	+
$\frac{X - 3}{X^2 - 9X + 20}$	-	•	+	•	+
$\frac{X - 3}{X^2 - 9X + 20} < 0$	ج	///	ج	///	///

$$\text{مجموعه جواب} = (-\infty, 3) \cup (4, 5)$$

$$\begin{cases} 2x + 7 = 0 \Rightarrow x = -\frac{7}{2} \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

۵۰

X	$-\infty$	$-\frac{7}{2}$	4	$+\infty$
$2x + 7$	-	•	+	+
$x - 4$	-	-	•	+
P(x)	+	•	-	+

۵۱ باید  $\Delta$  کوچکتر از صفر باشد.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(1)(m) < 0 \Rightarrow 16 - 4m < 0 \Rightarrow -4m < -16 \Rightarrow m > 4$$

۵۲ باید  $\Delta$  برابر صفر باشد.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (k)^2 - 4(1)(4) = 0 \Rightarrow k^2 - 16 = 0 \Rightarrow k = \pm 4$$

۵۳ از آنجا که علامت در دو طرف  $x = 1$  تغییر نکرده بنابراین چندجمله‌ای درجه دو صورت باید  $(x - 1)$  و  $(x + 2)$  باشد.

$$(x - 1)(x + 2) = x^2 + x - 2 = x^2 + ax + b \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x=3} 2(3) + c = 0 \Rightarrow c = -6 \quad \text{و } x = 3 \text{ ریشه مخرج است:}$$

۵۴ با توجه به این که علامت دو طرف ریشه  $x = 5$  تغییر کرده بنابراین  $ax^2 + bx + 10$  باید درجه اول باشد و  $x = -2$  ریشه مخرج است.

$$\xrightarrow{a=0} bx + 10 = 0 \xrightarrow{x=5} 5b + 10 = 0 \Rightarrow b = -2 \xrightarrow{x=-2 \text{ ریشه مخرج است}}$$

$$2(-2) + c = 0 \Rightarrow c = 4$$

نکته: اگر علامت  $p(x)$  برای  $x > 5$  مثبت نوشته بود در این حالت جواب نداشت.



