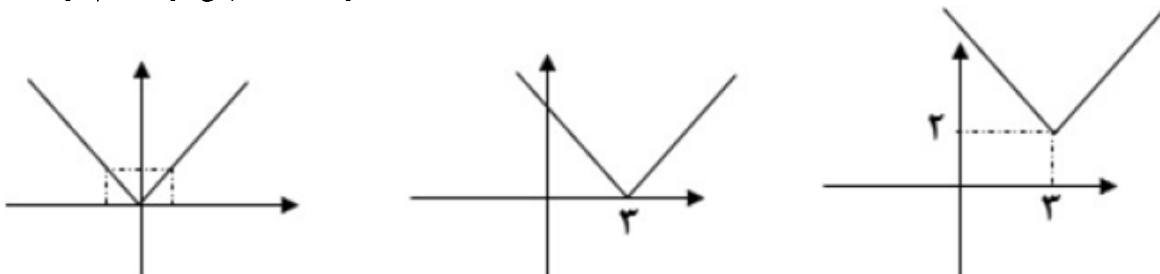
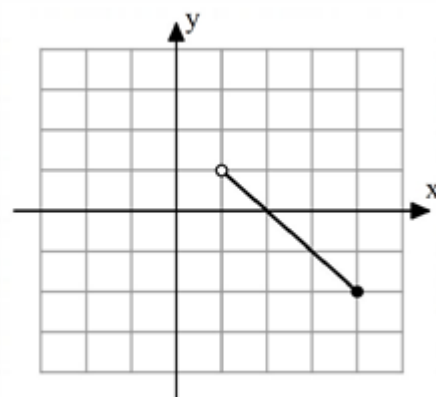


ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>اگر <math>f(x) = (a - 4)x^2 + (2a + b)x + 2c - 1</math> یک تابع همانی باشد، <math>a, b, c</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p><b>پاسخ: ۱</b> برای آن که این تابع همانی باشد، باید ضریب <math>x^2</math> و عدد ثابت برابر صفر باشد و همچنین ضریب <math>x</math> برابر یک باشد تا به صورت <math>f(x) = x</math> درآید.</p> $\begin{cases} a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4 \\ 2a + b = 1 \Rightarrow 8 + b = 1 \Rightarrow b = -7 \\ 2c - 1 = 0 \Rightarrow 2c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{2} \end{cases}$	
۲	<p>تابع <math>f(x) = 2x +  x </math> را به صورت دو ضابطه بنویسید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p> <p><b>پاسخ: ۱</b></p> $f(x) = 2x +  x  = \begin{cases} 2x + x & x \geq 0 \\ 2x - x & x < 0 \end{cases}$ $\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 3x & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$	
۳	<p>اگر تابع خطی از نقاط <math>A(1, 2)</math> و <math>B(7, 14)</math> بگذرد، نمایش جبری تابع <math>f</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p> <p><b>پاسخ: ۱</b> نمایش جبری تابع خطی به صورت <math>f(x) = ax + b</math> است.</p> $A(1, 2) \Rightarrow a(1) + b = 2$ $B(7, 14) \Rightarrow a(7) + b = 14$ $\begin{cases} a + b = 2 \\ 7a + b = 14 \end{cases} \Rightarrow 6a = 12 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow 2 + b = 2 \Rightarrow b = 0$ $f(x) = 2x$	
۴	<p>ابتدا نمودار تابع <math>y =  x </math> را رسم کرده و با کمک انتقال آن، نمودار تابع <math>f(x) =  x - 3  + 2</math> را رسم کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p><b>پاسخ: ۱</b></p> 	

دامنه و برد تابع خطی مقابل را بنویسید و ضابطه آن را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳

$$a = \frac{-2 - 0}{4 - 0} = -1$$

پاسخ: ۱ روش اول:

$$y = ax + b \Rightarrow y = -x + b \xrightarrow{(4, -2)} b = 2$$

$$D = (0, 4], R = [-2, 1)$$

روش دوم:

$$m = \frac{-2 - 0}{4 - 0} = -1 \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - (-2) = -1(x - 4) \Rightarrow y = -x + 2$$

$$D = (0, 4], R = [-2, 1)$$

روش سوم:

$$f(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} 0a + b = 0 \\ 4a + b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$D = (0, 4], R = [-2, 1)$$

تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ 3 & x \geq 0 \end{cases}$  را رسم کنید،  $f(-4)$  و  $f(0)$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳



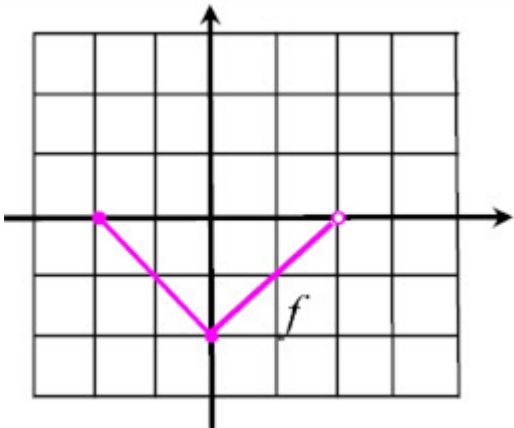
$$f(0) = 3, f(-4) = 16$$

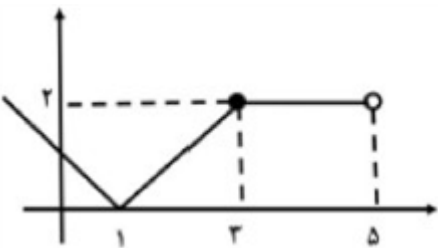
پاسخ: ۱

جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.  
تعداد ..... تابع خطی وجود دارد که دامنه آن  $[0, 2]$  و برد آن  $[-2, 1]$  باشد.

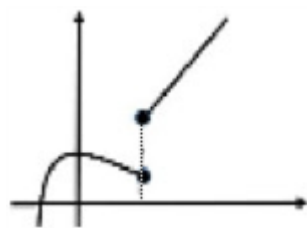
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۱ ۲

	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی کمتر از ۴، مقسوم‌علیه‌های آن را نسبت می‌دهد، تابع است.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ نادرست</p>	۸
	<p>در تابع خطی <math>f</math> داریم <math>f(2) = 1</math> و <math>f(1) = -2</math>. ضابطه این تابع را بنویسید.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p> <math>f(x) = ax + b</math>  <math>f(2) = 1 \Rightarrow 2a + b = 1</math>, <math>f(1) = -2 \Rightarrow a + b = -2</math>  <math>\Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 1 \\ a + b = -2 \end{cases} \Rightarrow a = 3, b = -5</math>  معادله تابع خطی <math>f(x) = 3x - 5</math>  شیب خط <math>m = \frac{1 - (-2)}{2 - 1} = 3</math> روش دوم:  معادله خط <math>y = mx + b \xrightarrow{(2,1)} 1 = 3(2) + b \Rightarrow b = -5 \Rightarrow f(x) = 3x - 5</math> </p>	۹
	<p>نمودار تابع <math>f</math> در شکل مقابل را در نظر بگیرید و سپس به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) مقدار <math>f(0)</math> چقدر است؟ ب) دامنه و برد را بنویسید. پ) نمودار تابع <math>g(x) = f(x) + 2</math> را رسم کنید.</p>  <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ الف) <math>f(0) = -2</math></p> <p>ب) روش اول <math>R_f = [-2, 0]</math> و <math>D_f = [-2, 2)</math></p> <p>روش دوم <math>D_f = \{x   x \in \mathbb{R}, -2 \leq x &lt; 2\}</math>, <math>R_f = \{x   x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 0\}</math></p> <p>پ) نمودار تابع در راستای قائم دو واحد به بالا منتقل می‌شود.</p>	۱۰

	<p>نمودار تابع <math>f</math> یک خط راست موازی محور <math>x</math> ها است و <math>f(5) = 4</math>. اگر نمودار تابع <math>g</math> نیمساز ناحیه اول و سوم باشد، آنگاه حاصل <math>f(9) - g(8)</math> را محاسبه کنید. (دلیل خود را به طور کامل بنویسید.)</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>۱۱ پاسخ: ۱ مطابق مشخصات داده شده، واضح است که تابع <math>f</math>، یک تابع ثابت بوده و لذا <math>f(9) = 4</math>  همچنین تابع <math>g</math>، یک تابع همانی است، از این رو <math>g(8) = 8</math> پس می‌توان نوشت:  <math>f(9) - g(8) = 4 - 8 = -4</math>  در صورتی که دانش‌آموز فقط <math>f(9) - g(8) = 0</math> نوشت نمره تعلق گیرد.</p>	۱۱
	<p>تابعی مثال بزنید که دامنه و برد آن برابر باشند، ولی همانی نباشد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>۱۲ پاسخ: ۱ <math>f = \{(1, 2), (2, 1)\}</math> (ص ۱۱۵)</p>	۱۲
	<p>الف) نمودار تابع <math>f(x) = \begin{cases}  x-1  &amp; x &lt; 3 \\ 2 &amp; 3 \leq x &lt; 5 \end{cases}</math> را رسم کنید.  ب) دامنه تابع قسمت الف را مشخص کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>۱۳ پاسخ: ۱ الف) <math>(-\infty, 5)</math></p> 	۱۳
	<p>برای تابع خطی <math>f</math> می‌دانیم <math>f(2) = -1</math>, <math>f(3) = 2</math>. نمایش جبری تابع <math>f</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>۱۴ پاسخ: ۱ <math>f(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = -1 \\ 3a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -7 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 3x - 7</math>  راه حل دوم:</p> $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-1)}{3 - 2} = 3$ $(y - y_1) = m(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = 3(x - 3) \Rightarrow y = 3x - 7$	۱۴

کدام یک از نمایش‌های زیر بیانگر یک تابع نیست؟

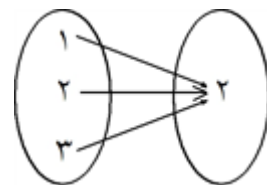


۲

۱  $\{(2, 1), (3, 5), (-1, 1)\}$

x	۱	۲	۳
y	۱	۲	۳

۴



۳

۱۵

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در گزینه ۲ اگر یک خط قائم رسم کنیم، نمودار تابع را در دو نقطه قطع می‌کند.

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- تابعی را که برد آن تنها شامل یک عضو است، تابع ثابت می‌نامیم.

۱۶

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳

پاسخ: ۱ درست

اگر  $f$  تابع ثابت باشد، با شرط  $f(5) = 3$  و  $g$  تابع همانی باشد، مقدار زیر را به دست آورید.

$$\frac{5f(3) - g(2)}{3g(1) + f(-1)}$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دهم

$$\begin{cases} f(x) = 3 \Rightarrow \text{تابع ثابت} \\ g(x) = 3 \Rightarrow \text{تابع همانی} \end{cases}$$

پاسخ: ۱

$$\frac{5f(3) - g(2)}{3g(1) + f(-1)} = \frac{5(3) - 2}{3(1) + 3} = \frac{13}{6}$$

۱۷

یک تابع با دامنه  $\{1, 5, 7\}$  و برد  $\{4\}$  به صورت زوج مرتب بنویسید.

۱۸

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دهم

$$f = \{(1, 4), (5, 4), (7, 4)\}$$

پاسخ: ۱

نمودار تابع  $f(x) = x^2 + 2x + 5$  را ابتدا دو واحد به سمت راست و سپس ۵ واحد به پایین منتقل می‌کنیم. نمودار جدید را  $g$  می‌نامیم. نمودارهای  $f$  و  $g$  یک‌دیگر را با چه طولی قطع می‌کنند؟

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

$$f(x) = x^2 + 2x + 5 \xrightarrow[\text{منتقل می‌کنیم}]{\text{دو واحد به سمت راست}} y = (x - 2)^2 + 2(x - 2) + 5$$

پاسخ: ۱

۱۹

$$\xrightarrow[\text{منتقل می‌کنیم}]{\text{واحد به پایین ۵}} y = (x - 2)^2 + 2(x - 2) + 5$$

$$\Rightarrow g(x) = x^2 - 4x + 4 + 2x - 4 \Rightarrow g(x) = x^2 - 2x$$

برای یافتن طول نقاط برخورد  $f$  و  $g$  باید آن‌ها را برابر یک‌دیگر قرار دهیم.

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 + 2x + 5 = x^2 - 2x \Rightarrow 4x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{4}$$

تابع  $f(x) = x + |x - 1|$  را به صورت یک تابع دو ضابطه‌ای بنویسید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

$$f(x) = x + |x - 1| = \begin{cases} x + x - 1 & x \geq 1 \\ x - x + 1 & x < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x \geq 1 \\ 1 & x < 1 \end{cases}$$

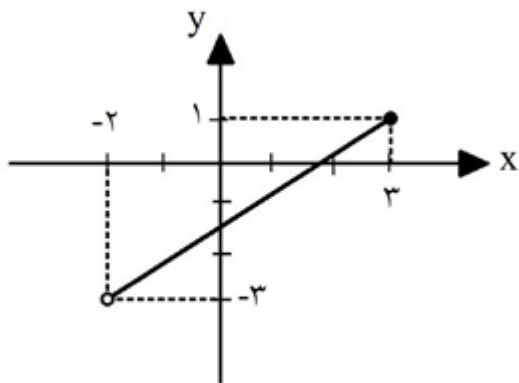
پاسخ: ۱

۲۰

در تابع خطی مقابل:

الف) دامنه و برد تابع را بنویسید.

ب) ضابطه تابع را به دست آورید.



۲۱

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

$$\text{الف) دامنه } D_f = (-2, 3]$$

$$\text{برد } R_f = (-3, 1]$$

پاسخ: ۱

ب) با توجه به اینکه  $f$  تابع خطی است از  $f(x) = ax + b$  استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} A(-2, -3) &\Rightarrow a(-2) + b = -3 \\ B(3, 1) &\Rightarrow a(3) + b = 1 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -3 \\ 3a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow 5a = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{5} \Rightarrow b = -\frac{7}{5}$$

$$f(x) = \frac{4}{5}x - \frac{7}{5}$$

	<p>مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را به گونه‌ای تعیین کنید که <math>f</math> تابع باشد.</p> $f = \left\{ (5, 2a + b), (6, 11), (5, 7), (6, 4a + b) \right\}$ <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دهم</p> <p>پاسخ: ۱ باید زوج‌های مرتبی که مؤلفه اول آن‌ها برابر باشد، مؤلفه‌های دو نیز برابر باشد.</p> $-1 \times \begin{cases} 2a + b = 7 \\ 4a + b = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a - b = -7 \\ 4a + b = 11 \end{cases} \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = 3$	۲۲
	<p>تابع <math>f(x) = (a + 1)x^2 + (a - 2b)x + 2b - 1</math> یک تابع خطی است که از مبدأ مختصات می‌گذرد، <math>a</math> و <math>b</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دهم</p> <p>پاسخ: ۱ تابع خطی است، بنابراین باید ضریب <math>x^2</math> صفر باشد و چون از مبدأ می‌گذرد، باید <math>(0, 0)</math> را در تابع قرار دهیم.</p> $a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$ $(0, 0) \Rightarrow 0 = 2b - 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$	۲۳
	<p>اگر تابع خطی <math>f</math> محور <math>x</math> ها را در نقطه‌ای به طول ۶ و محور <math>y</math> ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند: (الف) نمایش جبری این تابع را بنویسید. (ب) مقدار <math>f(-1) + f(2)</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دهم</p> <p>پاسخ: ۱ (الف) نمایش جبری تابع خطی به صورت <math>f(x) = ax + b</math> است و از نقاط <math>A(6, 0)</math> و <math>B(0, 3)</math> می‌گذرد.</p> $B(0, 3) \Rightarrow a(0) + b = 3 \Rightarrow b = 3$ $A(6, 0) \Rightarrow a(6) + b = 0 \xrightarrow{b=3} 6a + 3 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$ $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ <p>(ب)</p> $f(-1) + f(2) = -\frac{1}{2}(-1) + 3 - \frac{1}{2}(2) + 3 = \frac{1}{2} + 3 - 1 + 3 = \frac{11}{2}$	۲۴
	<p>مقدار <math>a</math> و <math>b</math> را طوری به دست آورید که زوج‌های مرتب <math>(2a - b, 5)</math> و <math>(15, 3a + b)</math> با هم برابر باشند.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دهم</p> <p>پاسخ: ۱ برای تساوی دو زوج مرتب باید مؤلفه‌های اول با هم و مؤلفه‌های دوم با هم برابر باشند.</p> $\begin{cases} 2a - b = 15 \\ 3a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow 5a = 20 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = -7$	۲۵

	<p>نمودار تابع <math>f(x) = x^2 - 3x - 1</math> را یک واحد به چپ و سپس سه واحد به بالا منتقل می‌کنیم و تابع جدید را <math>g</math> می‌نامیم. الف) نمایش جبری <math>g</math> را بنویسید. ب) توابع <math>f</math> و <math>g</math> یکدیگر را با چه طولی قطع می‌کنند؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف)</p> <p>سه واحد به بالا <math>\xrightarrow{\quad}</math> <math>y = (x+1)^2 - 3(x+1) - 1</math> <math>\xrightarrow{\quad}</math> یک واحد به چپ</p> $f(x) = x^2 - 3x - 1 \xrightarrow{\quad} y = (x+1)^2 - 3(x+1) - 1$ $y = (x+1)^2 - 3(x+1) - 1 + 3 \Rightarrow g(x) = x^2 + 2x + 1 - 3x - 3 + 2$ $\Rightarrow g(x) = x^2 - x$ <p>ب) باید دو تابع <math>f</math> و <math>g</math> را برابر یکدیگر قرار دهیم:</p> $f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 - 3x - 1 = x^2 - x \Rightarrow -2x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$	۲۶
	<p>نمودار تابع <math>f(x) = x^2 - 2x</math> را ابتدا دو واحد به سمت چپ و سپس دو واحد به بالا انتقال می‌دهیم و نمودار جدید را <math>g</math> می‌نامیم. نمودارهای <math>f</math> و <math>g</math> یکدیگر را با چه طولی قطع می‌کنند؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>دو واحد به سمت چپ <math>\xrightarrow{\quad}</math> <math>y = (x+2)^2 - 2(x+2)</math> <math>\xrightarrow{\quad}</math> دو واحد به بالا</p> $f(x) = x^2 - 2x \xrightarrow{\quad} y = (x+2)^2 - 2(x+2)$ <p>منتقل شود</p> $\xrightarrow{\quad} y = (x+2)^2 - 2(x+2) + 2$ $\Rightarrow g(x) = x^2 + 4x + 4 - 2x - 4 + 2 \Rightarrow g(x) = x^2 + 2x + 2$ <p>برای یافتن طول نقاط برخورد <math>f</math> و <math>g</math> باید آن‌ها را برابر یکدیگر قرار دهیم.</p> $f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 - 2x = x^2 + 2x + 2 \Rightarrow -4x = 2 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$	۲۷
	<p>مقدار <math>a</math> را چنان بیابید که <math>f</math> یک تابع باشد.</p> $f(x) = \begin{cases} ax + 15 & x \geq 1 \\ ax^2 + 5ax & x \leq 1 \end{cases}$ <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\begin{cases} f(1) = a + 15 \\ f(1) = a + 5a = 6a \end{cases} \Rightarrow 6a = a + 15 \Rightarrow 5a = 15 \Rightarrow a = 3$	۲۸

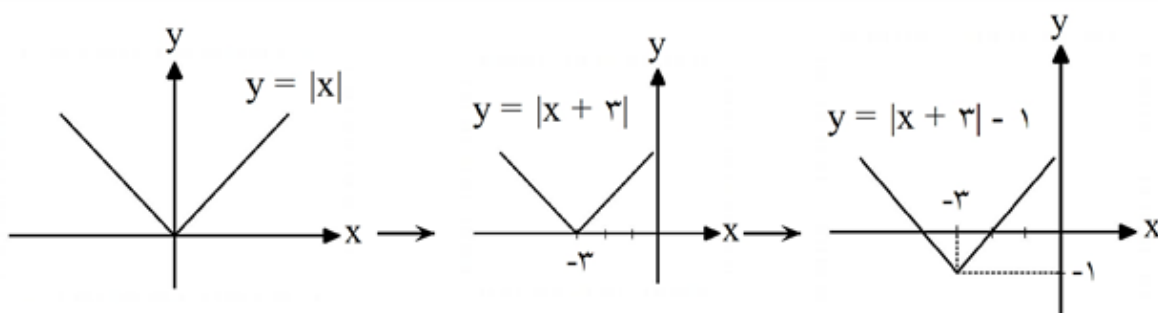


ابتدا نمودار تابع  $y = |x|$  را رسم کرده و به کمک انتقال، نمودار تابع  $f(x) = |x + 3| - 1$  را رسم کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

۲۹

پاسخ: ۱



دامنه و برد تابع  $f$  را بنویسید.

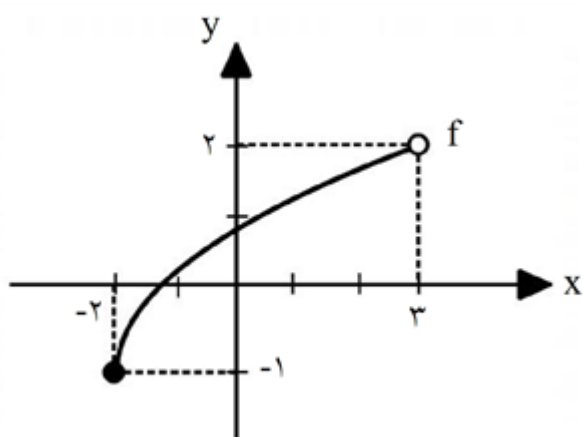
۳۰

پاسخ: ۱

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم

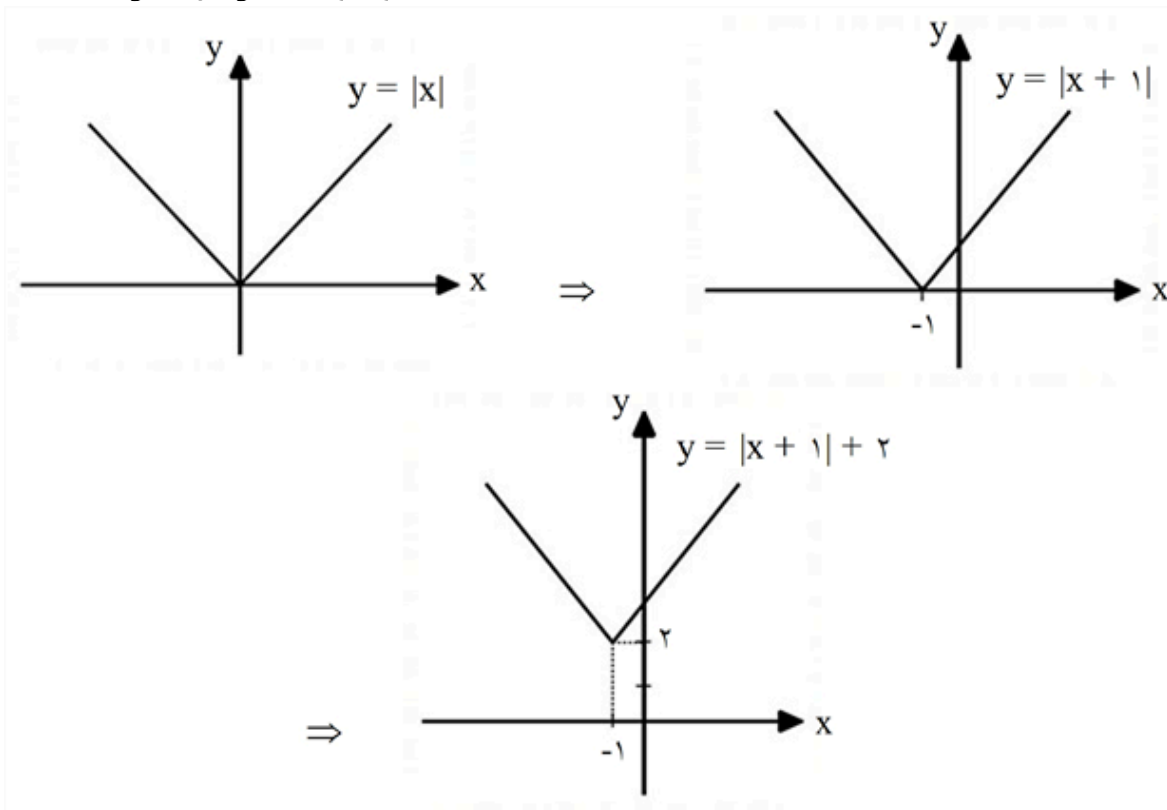
$$D_f = [-2, 3)$$

$$R_f = [-1, 2)$$



ابتدا نمودار تابع  $y = |x|$  را رسم کرده و به کمک انتقال آن، نمودار تابع  $f(x) = |x + 1| + 2$  را رسم کنید.

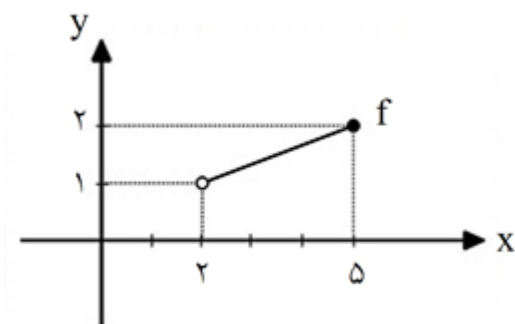
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم



پاسخ: ۱

۳۱

دامنه و برد تابع خطی زیر را بنویسید و ضابطه آن را به دست آورید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

$$\text{دامنه } D_f = (2, 5]$$

$$\text{برد } R_f = (1, 2]$$

با توجه به اینکه  $f$  تابع خطی است، از  $f(x) = ax + b$  استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} A(2, 1) &\Rightarrow a(2) + b = 1 \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 1 \\ 5a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow 3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \frac{1}{3} \\ B(5, 2) &\Rightarrow a(5) + b = 2 \end{aligned}$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$$

پاسخ: ۱

۳۲

	<p>درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر دامنه تابع <math>f(x) =  x  - 1</math> همه اعداد حقیقی باشد، برد آن <math>(-\infty, +\infty)</math> است.</p> <p>ب) نمودار تابع <math>f(x) = 1 -  x - 1 </math> از ناحیه دوم محور مختصات عبور نمی‌کند.</p> <p>پاسخ: ۱ الف) نادرست ب) درست</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p>	۳۳
	<p>جاهای خالی را پُر کنید.</p> <p>الف) اگر دامنه تابع <math>f(x) = x^2</math> برابر <math>(-\infty, 0]</math> باشد، برد آن برابر ..... است.</p> <p>ب) اگر <math>f(x) = x^2 + 1</math> باشد، مقدار <math>f(1) + f(-1)</math> برابر ..... است.</p> <p>پاسخ: ۱ الف) <math>(0, +\infty)</math> ب) ۴</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p>	۳۴
	<p>اگر تابعی با نمایش جبری <math>f(n) = n^2 + n - 1</math> داده شده باشد و دامنه آن <math>A = \{1, 2, 3, 4\}</math> باشد، برد تابع <math>f</math> را به دست آورید.</p> <p>پاسخ: ۱ باید اعداد دامنه را به جای <math>n</math> قرار داده و مقادیر حاصل مجموعه برد است.</p> <p> <math>n = 1 \Rightarrow f(1) = (1)^2 + 1 - 1 = 1</math>  <math>n = 2 \Rightarrow f(2) = (2)^2 + 2 - 1 = 4 + 2 - 1 = 5</math>  <math>n = 3 \Rightarrow f(3) = (3)^2 + 3 - 1 = 9 + 3 - 1 = 11</math>  <math>n = 4 \Rightarrow f(4) = (4)^2 + 4 - 1 = 16 + 4 - 1 = 19</math>          برد <math>R = \{1, 5, 11, 19\}</math> </p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p>	۳۵

نمودار توابع داده شده را رسم کنید و سپس جدول را کامل کنید.

تابع	$f(x) = x^2$	$g(x) = x^2$
دامنه	$\{0, 1, 2\}$	مجموعه اعداد حقیقی مثبت
برد		

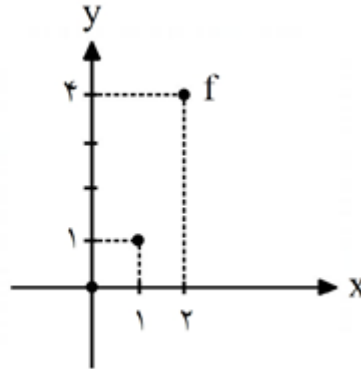
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم

$$f(x) = x^2$$

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = (0)^2 = 0$$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = (1)^2 = 1$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = (2)^2 = 4$$

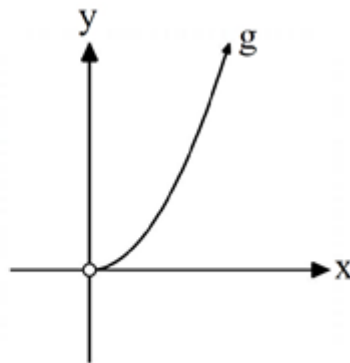


پاسخ: ۱

۳۶

$$g(x) = x^2$$

$$D_f = (0, +\infty)$$



تابع	$f(x) = x^2$	$g(x) = x^2$
دامنه	$\{0, 1, 2\}$	مجموعه اعداد حقیقی مثبت
برد	$\{0, 1, 4\}$	$(0, +\infty)$

جاهای خالی را با اعداد یا کلمات صحیح پر کنید.

الف) اگر نمودار یک رابطه داده شده باشد، هنگامی این نمودار تابع است که هر خط موازی محور عرض‌ها، نمودار را حداکثر در ..... نقطه قطع کند.

ب) اگر تابعی با نمایش  $f(n) = 2n + 7$  داده باشد و دامنه  $A = \{7\}$  باشد، برد تابع برابر  $R = \{\dots\dots\dots\}$  می‌باشد.

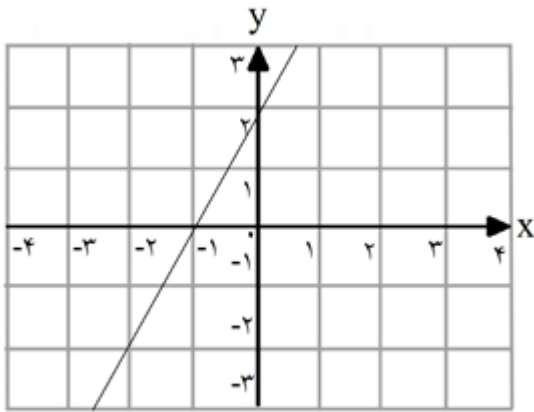
۳۷

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم

ب) ۲۱

پاسخ: ۱ الف) یک

ضابطه تابع خطی زیر را حساب کنید.



۳۸

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم

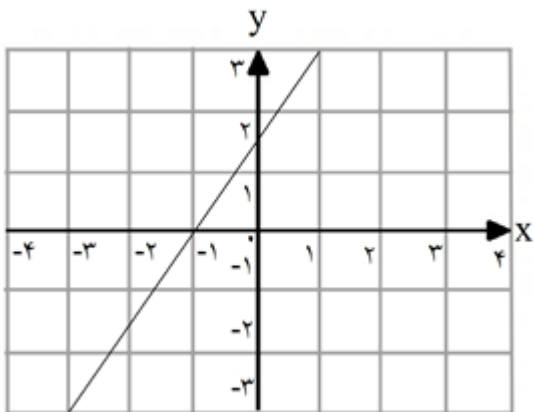
پاسخ: ۱ این تابع خطی از نقاط  $(0, 2)$  و  $(-1, 0)$  می‌گذرد، بنابراین داریم:

$$f(x) = ax + b$$

$$f(0) = 2 \Rightarrow a(0) + b = 2 \Rightarrow b = 2$$

$$f(-1) = 0 \Rightarrow a(-1) + b = 0 \xrightarrow{b=2} -a + 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + 2$$

ضابطه تابع خطی زیر را حساب کنید.



۳۹

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم

پاسخ: ۱ این تابع خطی از نقاط  $(-1, 0)$  و  $(-3, -3)$  می‌گذرد و بنابراین داریم:

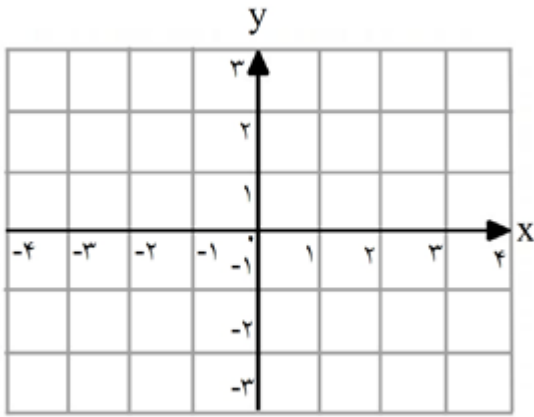
$$f(x) = ax + b$$

$$f(-1) = 0 \Rightarrow a(-1) + b = 0 \Rightarrow -a + b = 0$$

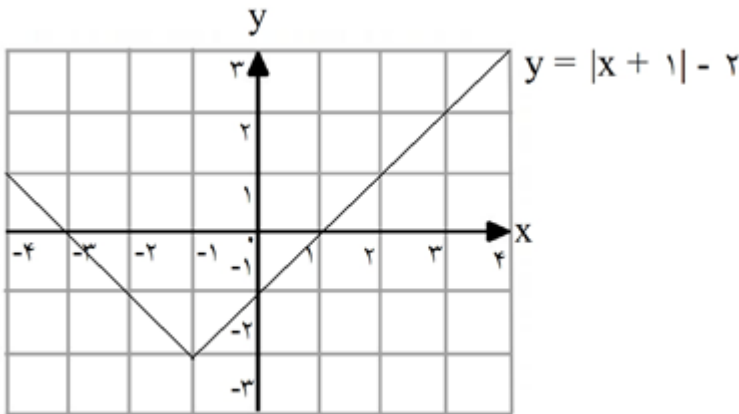
$$f(-3) = -3 \Rightarrow a(-3) + b = -3 \Rightarrow -3a + b = -3 \Rightarrow 2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2} + b = 0 \Rightarrow b = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$$

نمودار  $y = |x + 1| - 2$  را به کمک انتقال نمودار  $y = |x|$  رسم کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم



پاسخ: ۱

۴۰

نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x > 1 \\ bx^2 - 7x & x \leq 1 \end{cases}$  از نقطه  $(1, 2)$  عبور می‌کند. اگر  $f(3) = 10$  باشد، مقادیر  $a, b$  به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم

$$f(1) = 2 \Rightarrow b(1)^2 - 7(1) = 2 \Rightarrow b - 7 = 2 \Rightarrow b = 9$$

$$f(3) = 10 \Rightarrow 3a + 1 = 10 \Rightarrow 3a = 9 \Rightarrow a = 3$$

پاسخ: ۱

۴۱

اگر  $f(x) = (a - 3)x^2 + (2a + b)x - 7x + 2a - b$  یک تابع ثابت باشد،  $a$  و  $b$  را حساب کنید.

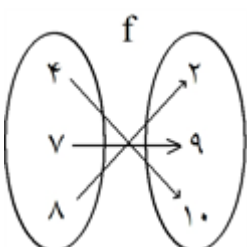
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱ اگر  $f$  یک تابع ثابت باشد باید ضریب  $x$  و  $x^2$  هر دو صفر باشد.

$$f(x) = (a - 3)x^2 + (2a + b)x - 7x + 2a - b$$

$$\begin{cases} a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3 \\ 2a + b - 7 = 0 \xrightarrow{a=3} 6 + b - 7 = 0 \Rightarrow b = 1 \end{cases}$$

۴۲

	<p>اگر <math>f(x) = 5x - 1 - f(1)</math> باشد:  الف) <math>f(1)</math> را حساب کنید.  ب) نمایش جبری <math>f(x)</math> را با جاگذاری مقدار <math>f(1)</math> بنویسید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف)  <math>x = 1 \Rightarrow f(1) = 5 - 1 - f(1) \Rightarrow f(1) = 2</math>  <math>\xrightarrow{f(1)=2} f(x) = 5x - 1 - 2 \Rightarrow f(x) = 5x - 3</math> ب)</p>	۴۳
	<p>اگر <math>f(x) = 3x + 9 - 2f(2)</math> باشد، مقدار <math>f(-5)</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۱  <math>\xrightarrow{x=2} f(2) = 3(2) + 9 - 2f(2) \Rightarrow 3f(2) = 15 \Rightarrow f(2) = 5</math>  <math>\Rightarrow f(x) = 3x + 9 - 2(5) \Rightarrow f(x) = 3x - 1</math>  <math>f(-5) = 3(-5) - 1 = -16</math></p>	۴۴
	<p>در تابع زیر دامنه و برد را مشخص کنید.</p> <p><math>f = \{(1, 5), (2, 10), (3, 19)\}</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۱  دامنه <math>D_f = \{1, 2, 3\}</math>  برد <math>R_f = \{5, 10, 19\}</math></p>	۴۵
	<p>در تابع زیر دامنه و برد را مشخص کنید.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۱  دامنه <math>D_f = \{4, 7, 8\}</math>  برد <math>R_f = \{2, 9, 10\}</math></p>	۴۶

اگر داشته باشیم  $\frac{f(4) + f(-2)}{f(3)} = 2$  و بدانیم که  $f = \{(3, 2a + 1), (4, a - 1), (-2, 5a - 3)\}$

می‌باشد:

الف)  $a$  را حساب کنید.

ب) دامنه و برد  $f$  را به دست آورید.

پاسخ: ۱ الف)

۴۷

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

$$\frac{a - 1 + 5a - 3}{2a + 1} = 2 \Rightarrow 6a - 4 = 2a + 2 \Rightarrow 4a = 6 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

ب)

$$f = \{(3, 7), (4, 2), (-2, 12)\}$$

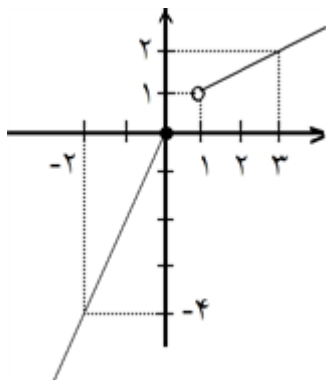
$$\text{دامنه } D_f = \{3, 4, -2\}$$

$$\text{برد } R_f = \{7, 2, 12\}$$

با توجه به شکل زیر:

الف) ضابطه تابع را به دست آورید.

ب) دامنه و برد تابع را مشخص کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱ الف)

۴۸

$$x > 1 \Rightarrow y = ax + b$$

$$(1, 1) \Rightarrow a + b = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$(3, 2) \Rightarrow 3a + b = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$x \leq 0 \Rightarrow y = cx + d$$

$$(0, 0) \Rightarrow 0 + d = 0 \Rightarrow d = 0$$

$$(-2, -4) \Rightarrow -2c + d = -4 \Rightarrow d = 0, c = 2 \Rightarrow y = 2x$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} & x > 1 \\ 2x & x \leq 0 \end{cases}$$

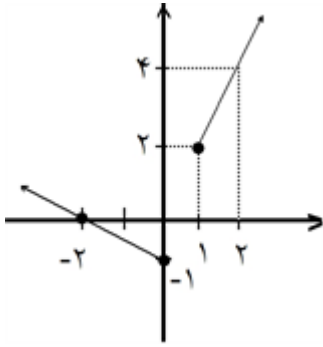
ب)

$$\text{دامنه } D_f = (-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$$

$$\text{برد } R_f = (-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$$



با توجه به شکل زیر:  
الف) ضابطه تابع را به دست آورید.  
ب) دامنه و برد تابع را مشخص کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱\_۱۴۰۰ -دهم

$$x \geq 1 \Rightarrow y = ax + b$$

پاسخ: ۱ الف)

۴۹

$$\begin{aligned} (1, 2) &\Rightarrow a + b = 2 \\ (2, 4) &\Rightarrow 2a + b = 4 \Rightarrow a = 2, b = 0 \Rightarrow y = 2x \end{aligned}$$

$$x \leq 0 \Rightarrow y = cx + d$$

$$\begin{aligned} (0, -1) &\Rightarrow 0 + d = -1 \Rightarrow d = -1, c = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x - 1 \\ (-2, 0) &\Rightarrow -2c + d = 0 \end{aligned}$$

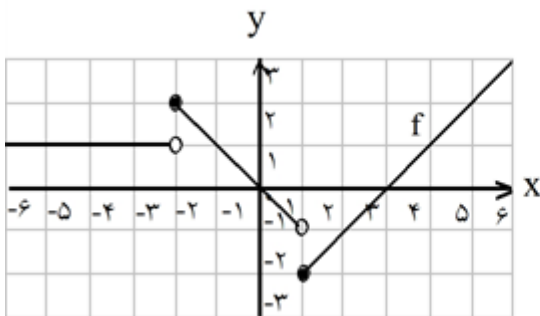
$$f(x) = \begin{cases} 2x & x \geq 1 \\ -\frac{1}{2}x - 1 & x \leq 0 \end{cases}$$

ب)

$$\text{دامنه } D_f = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$$

$$\text{برد } R_f = [-1, +\infty)$$

با توجه به نمودار تابع  $f$ ، مقادیر زیر را حساب کنید.



۱)  $f(5)$

۲)  $f(-5)$

۳)  $f(1)$

۴)  $f(-2)$

۵۰

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱\_۱۴۰۰ -دهم

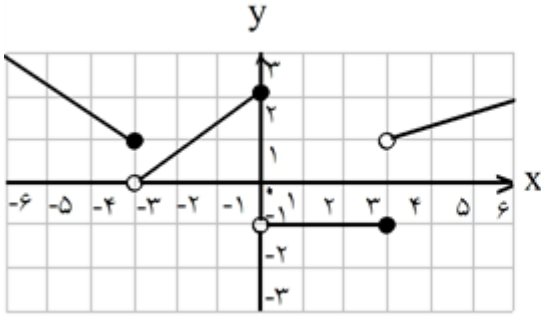
۱)  $f(5) = 2$

۲)  $f(-5) = 1$

۳)  $f(1) = -2$

۴)  $f(-2) = 2$

پاسخ: ۱

	<p>اگر <math>f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 &amp; x &gt; 2 \\ x + 5 &amp; x \leq -1 \end{cases}</math> باشد، مقادیر زیر را حساب کنید.</p> <p>۱) <math>f(4)</math> ۲) <math>f(-5)</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p>۱) <math>f(4) = (4)^2 + 4 + 1 = 16 + 4 + 1 = 21</math> ۲) <math>f(-5) = -5 + 5 = 0</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>	۵۱
	<p>اگر <math>f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 &amp; x \geq 2 \\ -x + 4 &amp; x \leq 0 \end{cases}</math> باشد، مقادیر زیر را حساب کنید.</p> <p>۱) <math>f(0)</math> ۲) <math>f(3)</math> ۳) <math>f(-2)</math> ۴) <math>f(f(-1))</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p>۱) <math>f(0) = -(0) + 4 = 4</math> ۲) <math>f(3) = (3)^2 + 1 = 10</math> ۳) <math>f(-2) = -(-2) + 4 = 6</math> ۴) <math>f(-1) = -(-1) + 4 = 5 \Rightarrow f(f(-1)) = f(5) = 5^2 + 1 = 26</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>	۵۲
	<p>با توجه به نمودار تابع <math>f</math>، مقادیر زیر را حساب کنید.</p>  <p>۱) <math>f(-3)</math>      ۲) <math>f(0)</math> ۳) <math>f(3)</math>      ۴) <math>f(f(6))</math></p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p>۱) <math>f(-3) = 1</math> ۲) <math>f(0) = 2</math> ۳) <math>f(3) = -1</math> ۴) <math>f(6) = 2 \Rightarrow f(f(6)) = f(2) = -1</math></p> <p>پاسخ: ۱</p>	۵۳

	<p>تابع خطی <math>f(x) = (2x + a)(x + b) + (a + 2b)x^2</math> از نقطه <math>(-3, 5)</math> می‌گذرد، تابع <math>f(10)</math> کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ <math>-21</math>      <input type="radio"/> ۲ <math>19</math>      <input type="radio"/> ۳ <math>23</math>      <input type="radio"/> ۴ <math>-19</math> </p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $3f(x) = 2x^2 + 2bx + ax + ab + (a + 2b)x^2$ $f(x) = (2 + a + 2b)x^2 + (2b + a)x + ab$ <p>برای آنکه تابع خطی باشد باید <math>x^2</math> حذف شود. بنابراین باید ضریب <math>x^2</math> صفر باشد.</p> $2 + a + 2b = 0 \Rightarrow a + 2b = -2 \Rightarrow f(x) = -2x + ab$ <p>تابع از نقطه <math>(-3, 5)</math> می‌گذرد، بنابراین داریم:</p> $(-3, 5) \Rightarrow 5 = 6 + ab \Rightarrow ab = -1$ $\Rightarrow f(x) = -2x - 1$ $f(10) = -2(10) - 1 = -21$
	<p>اگر <math>f</math> یک تابع خطی باشد و <math>f(4) = 1</math> و <math>f(0) = 17</math> باشد ضابطه <math>f(x)</math> کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ <math>f(x) = 4x + 17</math>      <input type="radio"/> ۲ <math>f(x) = -4x + 17</math>      <input type="radio"/> ۳ <math>f(x) = 2x + 17</math>      <input type="radio"/> ۴ <math>f(x) = -x + 17</math> </p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۲</p> <p>گزینه ۲ پاسخ صحیح است.</p> $f(x) = ax + b$ $f(4) = 1 \Rightarrow 4a + b = 1$ $f(0) = 17 \Rightarrow b = 17 \Rightarrow 4a = -16 \Rightarrow a = -4 \Rightarrow f(x) = -4x + 17$
	<p>اگر <math>f</math> یک تابع خطی باشد و <math>f(5) = 2</math> و <math>f(-1) = -10</math> باشد ضابطه <math>f(x)</math> کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ <math>f(x) = 3x - 13</math>      <input type="radio"/> ۲ <math>f(x) = 2x - 8</math>      <input type="radio"/> ۳ <math>f(x) = x - 3</math>      <input type="radio"/> ۴ <math>f(x) = x - 9</math> </p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۲</p> <p>گزینه ۲ پاسخ صحیح است.</p> $f(x) = ax + b$ $f(5) = 2 \Rightarrow 5a + b = 2$ $f(-1) = -10 \Rightarrow -a + b = -10 \Rightarrow 6a = 12 \Rightarrow a = 2, b = -8 \Rightarrow f(x) = 2x - 8$
	<p>اگر <math>f</math> یک تابع خطی باشد و <math>f(1) = 4</math> و <math>f(10) = 22</math> باشد ضابطه <math>f(x)</math> کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ <math>f(x) = x + 3</math>      <input type="radio"/> ۲ <math>f(x) = 3x + 1</math>      <input type="radio"/> ۳ <math>f(x) = 2x + 2</math>      <input type="radio"/> ۴ <math>f(x) = x + 12</math> </p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۳</p> <p>گزینه ۳ پاسخ صحیح است.</p> $f(x) = ax + b$ $f(1) = 4 \Rightarrow a + b = 4$ $f(10) = 22 \Rightarrow 10a + b = 22 \Rightarrow 9a = 18 \Rightarrow a = 2, b = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + 2$

	<p>تابع خطی گذرنده از <math>A(۱, ۱)</math> و <math>B(۲, ۵)</math> کدام گزینه است؟</p> <p> <math>f(x) = x</math> (۱)    <math>f(x) = ۲x - ۱</math> (۲)    <math>f(x) = ۵x - ۴</math> (۳)    <math>f(x) = ۴x - ۳</math> (۴) </p> <p>پاسخ: (۴) گزینه ۴ پاسخ صحیح است.</p> <p><math>f(x) = ax + b</math></p> <p> <math>A(۱, ۱) \Rightarrow a + b = ۱</math>  <math>B(۲, ۵) \Rightarrow ۲a + b = ۵ \Rightarrow a = ۴, b = -۳ \Rightarrow f(x) = ۴x - ۳</math> </p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۱۴۰۰ دهم</p>	۵۸
	<p>تابع خطی گذرنده از <math>A(۱, ۷)</math> و <math>B(-۱, ۳)</math> کدام گزینه است؟</p> <p> <math>f(x) = ۴x + ۳</math> (۱)    <math>f(x) = ۲x + ۵</math> (۲)    <math>f(x) = x + ۶</math> (۳)    <math>f(x) = ۳x + ۶</math> (۴) </p> <p>پاسخ: (۲) گزینه ۲ پاسخ صحیح است.</p> <p><math>f(x) = ax + b</math></p> <p> <math>A(۱, ۷) \Rightarrow a + b = ۷</math>  <math>B(-۱, ۳) \Rightarrow -a + b = ۳ \Rightarrow b = ۵, a = ۲ \Rightarrow f(x) = ۲x + ۵</math> </p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۱۴۰۰ دهم</p>	۵۹

۱ برای آنکه این تابع همانی باشد، باید ضریب  $x^2$  و عدد ثابت برابر صفر باشد و همچنین ضریب  $x$  برابر یک باشد تا به صورت  $f(x) = x$  درآید.

$$\begin{cases} a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4 \\ 2a + b = 1 \Rightarrow 8 + b = 1 \Rightarrow b = -7 \\ 2c - 1 = 0 \Rightarrow 2c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$f(x) = 2x + |x| = \begin{cases} 2x + x & x \geq 0 \\ 2x - x & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 3x & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$$

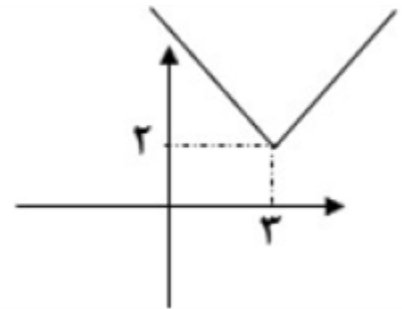
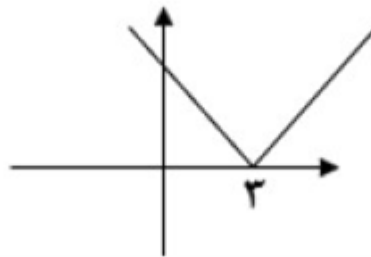
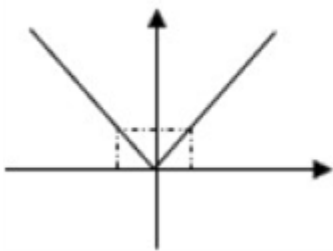
۲ نمایش جبری تابع خطی به صورت  $f(x) = ax + b$  است.

$$A(1, 2) \Rightarrow a(1) + b = 2$$

$$B(2, 14) \Rightarrow a(2) + b = 14$$

$$\begin{cases} a + b = 2 \\ 2a + b = 14 \end{cases} \Rightarrow 2a = 12 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow 2 + b = 2 \Rightarrow b = 0$$

$$f(x) = 2x$$



$$a = \frac{-2 - 0}{4 - 2} = -1$$

۳ روش اول:

$$y = ax + b \Rightarrow y = -x + b \xrightarrow{(4, -2)} b = 2$$

$$D = (1, 4], R = [-2, 1)$$

روش دوم:

$$m = \frac{-2 - 0}{4 - 2} = -1 \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - (-2) = -1(x - 4) \Rightarrow y = -x + 2$$

$$D = (1, 4], R = [-2, 1)$$

روش سوم:

$$f(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ 4a + b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$D = (1, 4], R = [-2, 1)$$

$$f(0) = 3, f(-4) = 16$$

۶

۷

۸ نادرست

۹

$$f(x) = ax + b$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow 2a + b = 1, f(1) = -2 \Rightarrow a + b = -2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 1 \\ a + b = -2 \end{cases} \Rightarrow a = 3, b = -5$$

$$f(x) = ax + b \Rightarrow f(x) = 3x - 5 \text{ معادله تابع خطی}$$

$$m = \frac{1 - (-2)}{2 - 1} = 3 \text{ شیب خط دوم:}$$

$$y = mx + b \xrightarrow{(2,1)} 1 = 3(2) + b \Rightarrow b = -5 \Rightarrow f(x) = 3x - 5 \text{ معادله خط}$$

$$f(0) = -2 \text{ الف (۱۰)}$$

$$D_f = [-2, 2) \text{ و } R_f = [-2, 0]$$

$$D_f = \{x | x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 2\}, R_f = \{x | x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 0\}$$

روش دوم

پ) نمودار تابع در راستای قائم دو واحد به بالا منتقل می‌شود.

$$f(9) = 4 \text{ لذا } f \text{ یک تابع ثابت بوده و } f(9) = 4 \text{ مطابق مشخصات داده شده، واضح است که تابع } f, \text{ یک تابع ثابت بوده و لذا } f(9) = 4 \text{ (۱۱)}$$

همچنین تابع  $g$ ، یک تابع همانی است، از این رو  $g(8) = 8$  پس می‌توان نوشت:

$$2f(9) - g(8) = 2(4) - 8 = 0$$

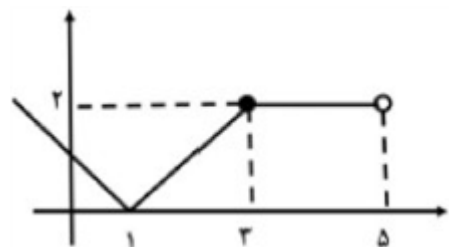
در صورتی که دانش‌آموز فقط  $2f(9) - g(8) = 0$  نوشت نمره تعلق گیرد.

$$f = \{(1, 2), (2, 1)\} \text{ ص (۱۱۰)}$$

۱۲

ب) دامنه:  $(-\infty, 5)$

الف (۱۳)



$$f(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = -1 \\ 3a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -7 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 3x - 7$$

۱۴

راه حل دوم:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-1)}{3 - 2} = 3$$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = 3(x - 3) \Rightarrow y = 3x - 7$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در گزینه ۲ اگر یک خط قائم رسم کنیم، نمودار تابع را در دو نقطه قطع می‌کند.

۱۵

درست

۱۶

$$\begin{cases} \text{تابع ثابت} \Rightarrow f(x) = 3 \\ \text{تابع همانی} \Rightarrow g(x) = 3 \end{cases}$$

۱۷

$$\frac{5f(3) - g(2)}{3g(1) + f(-1)} = \frac{5(3) - 2}{3(1) + 3} = \frac{13}{6}$$

$$f = \{(1, 4), (5, 4), (7, 4)\}$$

۱۸

$$f(x) = x^2 + 2x + 5 \xrightarrow[\text{منتقل می کنیم}]{\text{دو واحد به سمت راست}} y = (x - 2)^2 + 2(x - 2) + 5$$

۱۹

$$\xrightarrow[\text{منتقل می کنیم}]{\text{واحد به پایین}} y = (x - 2)^2 + 2(x - 2) + 5$$

$$\Rightarrow g(x) = x^2 - 4x + 4 + 2x - 4 \Rightarrow g(x) = x^2 - 2x$$

برای یافتن طول نقاط برخورد f و g باید آن‌ها را برابر یکدیگر قرار دهیم.

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 + 2x + 5 = x^2 - 2x \Rightarrow 4x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{4}$$

$$f(x) = x + |x - 1| = \begin{cases} x + x - 1 & x \geq 1 \\ x - x + 1 & x < 1 \end{cases}$$

۲۰

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x \geq 1 \\ 1 & x < 1 \end{cases}$$

$$\text{دامنه } D_f = (-2, 3] \quad (\text{الف})$$

۲۱

$$\text{برد } R_f = (-3, 1]$$

(ب) با توجه به اینکه f تابع خطی است از  $f(x) = ax + b$  استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} A(-2, -3) \Rightarrow a(-2) + b = -3 &\Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -3 \\ 3a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow 5a = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{5} \Rightarrow b = -\frac{7}{5} \\ B(3, 1) \Rightarrow a(3) + b = 1 \end{aligned}$$

$$f(x) = \frac{4}{5}x - \frac{7}{5}$$

باید زوج‌های مرتبی که مؤلفه اول آن‌ها برابر باشد، مؤلفه‌های دو نیز برابر باشد.

۲۲

$$-1 \times \begin{cases} 2a + b = 7 \\ 4a + b = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a - b = -7 \\ 4a + b = 11 \end{cases} \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = 3$$

تابع خطی است، بنابراین باید ضریب  $x^2$  صفر باشد و چون از مبدأ می‌گذرد، باید  $(0, 0)$  را در تابع قرار دهیم.

$$a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$(0, 0) \Rightarrow 0 = 2b - 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

الف) نمایش جبری تابع خطی به صورت  $f(x) = ax + b$  است و از نقاط  $A(2, 0)$  و  $B(0, 3)$  می‌گذرد.

$$B(0, 3) \Rightarrow a(0) + b = 3 \Rightarrow b = 3$$

$$A(2, 0) \Rightarrow a(2) + b = 0 \xrightarrow{b=3} 2a + 3 = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

$$f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$$

(ب)

$$f(-1) + f(2) = -\frac{3}{2}(-1) + 3 - \frac{3}{2}(2) + 3 = \frac{3}{2} + 3 - 3 + 3 = \frac{11}{2}$$

برای تساوی دو زوج مرتب باید مؤلفه‌های اول با هم و مؤلفه‌های دوم با هم برابر باشند.

$$\begin{cases} 2a - b = 15 \\ 3a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow 5a = 20 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = -7$$

الف) ۲۶

$$f(x) = x^2 - 3x - 1 \xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}} y = (x+1)^2 - 3(x+1) - 1 \xrightarrow{\text{سه واحد به بالا}}$$

$$y = (x+1)^2 - 3(x+1) - 1 + 3 \Rightarrow g(x) = x^2 + 2x + 1 - 3x - 3 + 2$$

$$\Rightarrow g(x) = x^2 - x$$

(ب) باید دو تابع  $f$  و  $g$  را برابر یکدیگر قرار دهیم:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 - 3x - 1 = x^2 - x \Rightarrow -2x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = x^2 - 2x \xrightarrow{\text{دو واحد به سمت چپ}} y = (x+2)^2 - 2(x+2) \xrightarrow{\text{منتقل شود}}$$

$$\xrightarrow{\text{دو واحد به بالا}} y = (x+2)^2 - 2(x+2) + 2$$

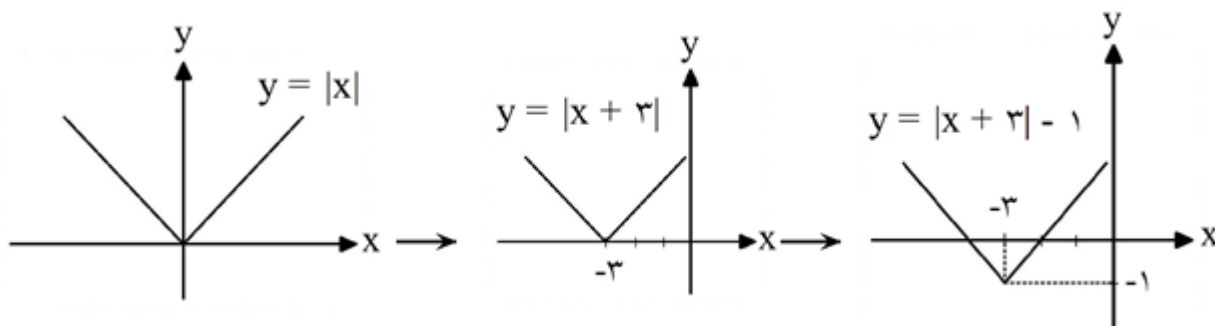
$$\Rightarrow g(x) = x^2 + 4x + 4 - 2x - 4 + 2 \Rightarrow g(x) = x^2 + 2x + 2$$

برای یافتن طول نقاط برخورد  $f$  و  $g$  باید آن‌ها را برابر یکدیگر قرار دهیم.

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 - 2x = x^2 + 2x + 2 \Rightarrow -4x = 2 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} f(1) = a + 15 \\ f(1) = a + 5a = 6a \end{cases} \Rightarrow 6a = a + 15 \Rightarrow 5a = 15 \Rightarrow a = 3$$



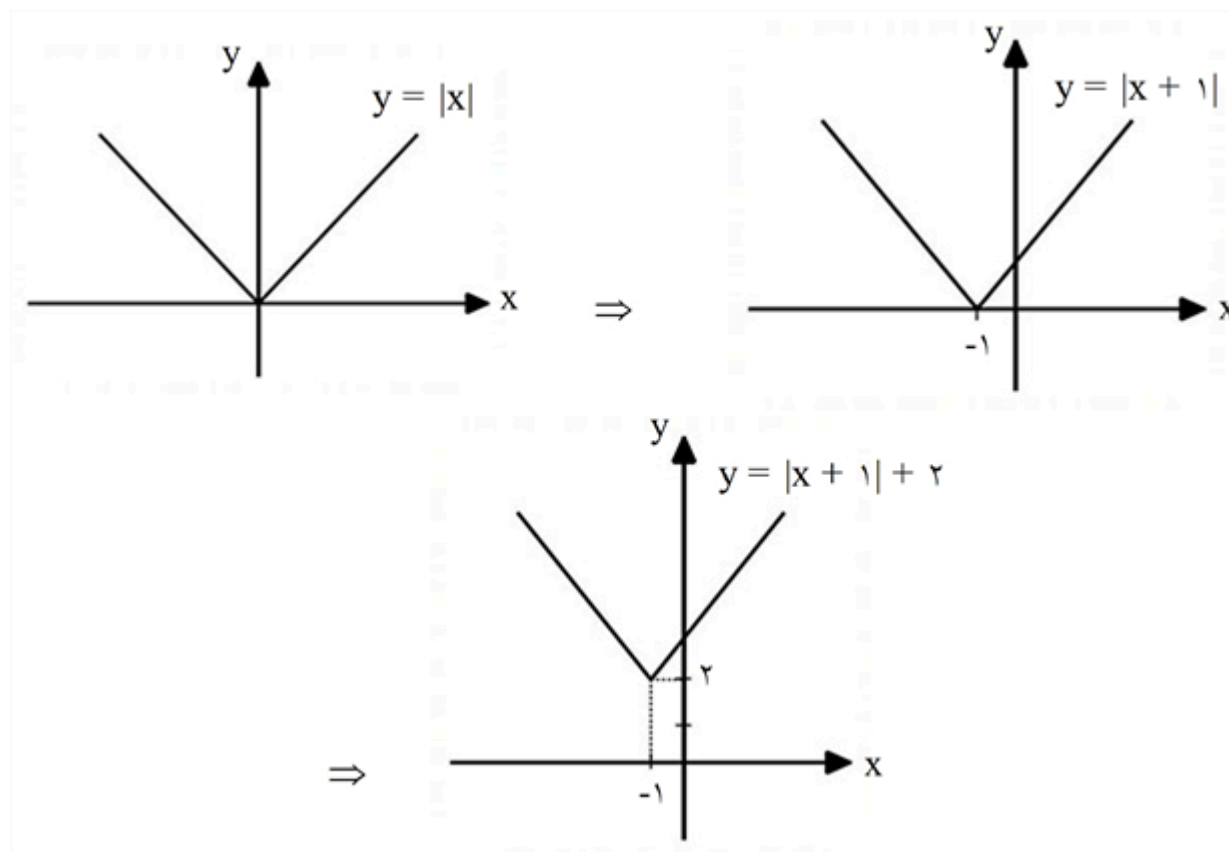


۲۹

$$D_f = [-۲, ۳)$$

$$R_f = [-۱, ۲)$$

۳۰



۳۱

دامنه  $D_f = (۲, ۵]$

برد  $R_f = (۱, ۲]$

۳۲

با توجه به اینکه  $f$  تابع خطی است، از  $f(x) = ax + b$  استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} A(۲, ۱) &\Rightarrow a(۲) + b = ۱ \\ B(۵, ۲) &\Rightarrow a(۵) + b = ۲ \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} ۲a + b = ۱ \\ ۵a + b = ۲ \end{cases} \Rightarrow ۳a = ۱ \Rightarrow a = \frac{۱}{۳} \Rightarrow b = \frac{۱}{۳}$$

$$f(x) = \frac{۱}{۳}x + \frac{۱}{۳}$$

(ب) درست

(الف) نادرست ۳۳

(ب) ۴

(الف)  $[۰, +\infty)$  ۳۴

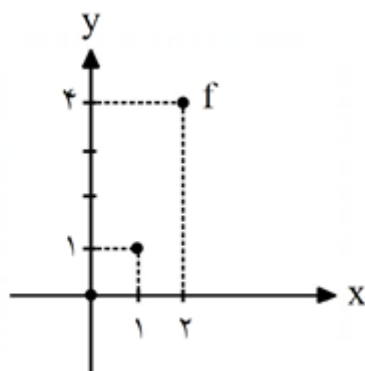
$$n = 1 \Rightarrow f(1) = (1)^2 + 1 - 1 = 1$$

$$n = 2 \Rightarrow f(2) = (2)^2 + 2 - 1 = 4 + 2 - 1 = 5$$

$$n = 3 \Rightarrow f(3) = (3)^2 + 3 - 1 = 9 + 3 - 1 = 11$$

$$n = 4 \Rightarrow f(4) = (4)^2 + 4 - 1 = 16 + 4 - 1 = 19$$

$$\text{برد } R = \{1, 5, 11, 19\}$$



$$f(x) = x^2$$

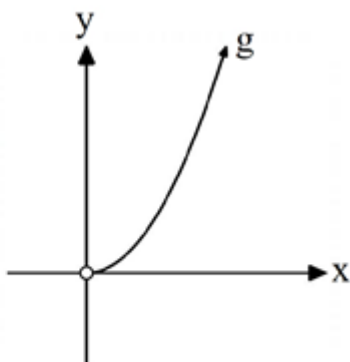
$$x = 0 \Rightarrow f(0) = (0)^2 = 0$$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = (1)^2 = 1$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = (2)^2 = 4$$

$$g(x) = x^2$$

$$D_f = (0, +\infty)$$



تابع	$f(x) = x^2$	$g(x) = x^2$
دامنه	$\{0, 1, 2\}$	مجموعه اعداد حقیقی مثبت
برد	$\{0, 1, 4\}$	$(0, +\infty)$

(ب) ۲۱

۳۷ الف) یک

۳۸ این تابع خطی از نقاط  $(0, 2)$  و  $(-1, 0)$  می‌گذرد، بنابراین داریم:

$$f(x) = ax + b$$

$$f(0) = 2 \Rightarrow a(0) + b = 2 \Rightarrow b = 2$$

$$f(-1) = 0 \Rightarrow a(-1) + b = 0 \xrightarrow{b=2} -a + 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + 2$$

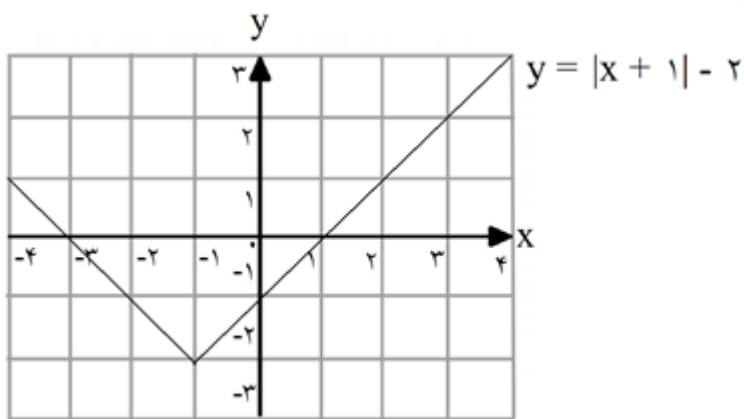
۳۹ این تابع خطی از نقاط  $(-1, 0)$  و  $(-3, -3)$  می‌گذرد و بنابراین داریم:

$$f(x) = ax + b$$

$$f(-1) = 0 \Rightarrow a(-1) + b = 0 \Rightarrow -a + b = 0$$

$$f(-3) = -3 \Rightarrow a(-3) + b = -3 \Rightarrow -3a + b = -3 \Rightarrow 2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2} + b = 0 \Rightarrow b = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$$



۴۰

$$f(1) = 2 \Rightarrow b(1)^2 - 4(1) = 2 \Rightarrow b - 4 = 2 \Rightarrow b = 6$$

۴۱

$$f(3) = 10 \Rightarrow 3a + 1 = 10 \Rightarrow 3a = 9 \Rightarrow a = 3$$

اگر  $f$  یک تابع ثابت باشد باید ضریب  $x$  و  $x^2$  هر دو صفر باشد.

۴۲

$$f(x) = (a - 3)x^2 + (3a + b)x - 4x + 2a - b$$

$$\begin{cases} a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3 \\ 3a + b - 4 = 0 \xrightarrow{a=3} 9 + b - 4 = 0 \Rightarrow b = -5 \end{cases}$$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 5 - 1 - f(1) \Rightarrow f(1) = 2$$

۴۳ الف

$$\xrightarrow{f(1)=2} f(x) = 5x - 1 - 2 \Rightarrow f(x) = 5x - 3$$

ب

$$\xrightarrow{x=2} f(2) = 3(2) + 9 - 2f(2) \Rightarrow 3f(2) = 15 \Rightarrow f(2) = 5$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x + 9 - 2(5) \Rightarrow f(x) = 3x - 1$$

$$f(-5) = 3(-5) - 1 = -16$$

۴۴

$$\text{دامنه } D_f = \{1, 2, 3\}$$

$$\text{برد } R_f = \{5, 10, 19\}$$

۴۵

$$\text{دامنه } D_f = \{4, 7, 8\}$$

$$\text{برد } R_f = \{2, 9, 10\}$$

۴۶

۴۷ الف

$$\frac{a - 1 + 5a - 3}{2a + 1} = 2 \Rightarrow 6a - 2 = 2a + 2 \Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

ب

$$f = \{(3, 7), (4, 2), (-2, 12)\}$$

$$\text{دامنه } D_f = \{3, 4, -2\}$$

$$\text{برد } R_f = \{7, 2, 12\}$$

$$x > 1 \Rightarrow y = ax + b$$

$$\begin{aligned} (1, 1) &\Rightarrow a + b = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ (2, 2) &\Rightarrow 2a + b = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ x \leq 1 &\Rightarrow y = cx + d \\ (1, 1) &\Rightarrow 1 + d = 1 \Rightarrow d = 0, c = 2 \Rightarrow y = 2x \\ (-2, -4) &\Rightarrow -2c + d = -4 \Rightarrow d = 0, c = 2 \Rightarrow y = 2x \\ f(x) &= \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} & x > 1 \\ 2x & x \leq 1 \end{cases} \end{aligned}$$

ب)

$$\text{دامنه } D_f = (-\infty, 1] \cup (1, +\infty)$$

$$\text{بردار } R_f = (-\infty, 1] \cup (1, +\infty)$$

$$x \geq 1 \Rightarrow y = ax + b$$

$$\begin{aligned} (1, 2) &\Rightarrow a + b = 2 \Rightarrow a = 2, b = 0 \Rightarrow y = 2x \\ (2, 4) &\Rightarrow 2a + b = 4 \Rightarrow a = 2, b = 0 \Rightarrow y = 2x \\ x \leq 1 &\Rightarrow y = cx + d \\ (1, -1) &\Rightarrow 1 + d = -1 \Rightarrow d = -2, c = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x - 1 \\ (-2, 0) &\Rightarrow -2c + d = 0 \Rightarrow d = 0, c = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x - 1 \\ f(x) &= \begin{cases} 2x & x \geq 1 \\ -\frac{1}{2}x - 1 & x \leq 1 \end{cases} \end{aligned}$$

ب)

$$\text{دامنه } D_f = (-\infty, 1] \cup [1, +\infty)$$

$$\text{بردار } R_f = [-1, +\infty)$$

$$1) f(5) = 2$$

$$2) f(-5) = 1$$

$$3) f(1) = -2$$

$$4) f(-2) = 2$$

$$1) f(4) = (4)^2 + 4 + 1 = 16 + 4 + 1 = 21$$

$$2) f(-5) = -5 + 5 = 0$$

$$1) f(0) = -(0) + 4 = 4$$

$$2) f(3) = (3)^2 + 1 = 10$$

$$3) f(-2) = -(-2) + 4 = 6$$

$$4) f(-1) = -(-1) + 4 = 5 \Rightarrow f(f(-1)) = f(5) = 5^2 + 1 = 26$$

$$1) f(-3) = 1$$

$$2) f(0) = 2$$

$$3) f(3) = -1$$

$$4) f(6) = 2 \Rightarrow f(f(6)) = f(2) = -1$$

$$3f(x) = 2x^2 + 2bx + ax + ab + (a + 2b)x$$

$$f(x) = (2 + a + 2b)x^2 + (2b + a)x + ab$$

برای آنکه تابع خطی باشد باید  $x^2$  حذف شود. بنابراین باید ضریب  $x^2$  صفر باشد.

$$2 + a + 2b = 0 \Rightarrow a + 2b = -2 \Rightarrow f(x) = -2x + ab$$

تابع از نقطه  $(-3, 5)$  می‌گذرد، بنابراین داریم:

$$(-3, 5) \Rightarrow 5 = -6 + ab \Rightarrow ab = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = -2x - 1$$

$$f(10) = -2(10) - 1 = -21$$

$$f(x) = ax + b$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(4) = 1 \Rightarrow 4a + b = 1$$

$$f(0) = 17 \Rightarrow b = 17 \Rightarrow 4a = -16 \Rightarrow a = -4 \Rightarrow f(x) = -4x + 17$$

$$f(x) = ax + b$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(5) = 2 \Rightarrow 5a + b = 2$$

$$f(-1) = -10 \Rightarrow -a + b = -10 \Rightarrow 6a = 12 \Rightarrow a = 2, b = -8 \Rightarrow f(x) = 2x - 8$$

$$f(x) = ax + b$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(1) = 4 \Rightarrow a + b = 4$$

$$f(10) = 22 \Rightarrow 10a + b = 22 \Rightarrow 9a = 18 \Rightarrow a = 2, b = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + 2$$

$$f(x) = ax + b$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A(1, 1) \Rightarrow a + b = 1$$

$$B(2, 5) \Rightarrow 2a + b = 5 \Rightarrow a = 4, b = -3 \Rightarrow f(x) = 4x - 3$$

$$f(x) = ax + b$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A(1, 7) \Rightarrow a + b = 7$$

$$B(-1, 3) \Rightarrow -a + b = 3 \Rightarrow b = 5, a = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + 5$$

۱۵	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴

